



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

ROSELI CRISTINA NEGRÃO DE LIMA

**AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA: ANÁLISE DA  
PRODUÇÃO ESCRITA DE ALUNOS DA 4º SÉRIE DO  
ENSINO FUNDAMENTAL EM QUESTÕES DISCURSIVAS**

---

Londrina  
2006

ROSELI CRISTINA NEGRÃO DE LIMA

**Avaliação em Matemática:** análise da produção  
escrita de alunos da 4<sup>a</sup> Série do Ensino Fundamental  
em Questões Discursivas

Dissertação apresentada ao Programa de  
Pós-Graduação Mestrado em Educação,  
da Universidade Estadual de Londrina  
como requisito parcial para obtenção do  
título de Mestre.

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>. Regina Luzia  
Corio de Buriasco

LONDRINA  
2006

**Catálogo na publicação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da  
Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina.**

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**

N393c Negrão de Lima, Roseli Cristina.  
Avaliação em Matemática: análise da produção escrita de alunos da  
4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas / Roseli  
Cristina Negrão de Lima. – Londrina, 2006.  
201f. gráf. e tab.

Orientador: Regina Luzia Corio de Buriasco.  
Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de  
Londrina, 2006.  
Inclui Bibliografia.

1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Matemática avaliação da  
aprendizagem – Teses. 3. Produção escrita em matemática – Teses. I.  
Buriasco, Regina Luzia Corio de. II. Universidade Estadual de Londrina.  
III. Título.

CDU 51:37.02

ROSELI CRISTINA NEGRÃO DE LIMA

**Avaliação em Matemática:** análise da produção  
escrita de alunos da 4ª Série do Ensino Fundamental  
em Questões Discursivas

Dissertação apresentada ao Programa de  
Pós-Graduação Mestrado em Educação, da  
Universidade Estadual de Londrina como  
requisito parcial para obtenção do título de  
Mestre.

**Comissão Examinadora**

---

Profª Drª. Maria do Socorro Taurino  
Universidade São Marcos

---

Profª Drª. Elsa Maria Mendes Pessoa Pullin  
Universidade Estadual de Londrina

---

Profª Drª. Regina Luzia Corio de Buriasco  
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2006.

Ao **José Antonio**, meu estimado esposo, e aos nossos queridos filhos **Vitor Eduardo, Fernanda e Diogo** pelo apoio e incentivo em mais esta etapa de minha vida.

## **Agradecimentos**

A **Deus** por ter me dado a oportunidade de mais esta conquista na minha vida.

À Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>. **Regina Luzia Corio de Buriasco** por ter acreditado em minha capacidade para realizar este estudo contribuindo com paciência e respeito, ora como orientadora, ora como amiga, para o meu crescimento pessoal e profissional.

À Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>. **Maria do Socorro Taurino** e à Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> **Elsa Maria Mendes Pessoa Pullin** pela leitura respeitosa que fizeram deste trabalho, como também pelas valiosas contribuições por ocasião do Exame de Qualificação.

Ao **José Antonio de Lima**, companheiro incansável de todas as horas e aos nossos filhos **Vitor Eduardo**, **Fernanda** e **Diogo** pelo apoio, carinho e compreensão.

À Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>. **Tiemi Matsuo** pela assessoria no trato com os dados quantitativos.

Aos meus **pais** e **irmãos** pela ajuda e compreensão com que sempre pude contar.

Ao colega, professor **Antonio Heitor Santoro**, que muito gentilmente colaborou fazendo a revisão deste trabalho por ocasião do Exame de Qualificação.

À amiga de todas as horas, **Márcia Cristina Nagy Silva**, primeira pessoa a me incentivar a fazer o Mestrado e que me ajudou incondicionalmente em muitas das situações.

Às amigas **Rose Mary Fernandes Alves** e **Franciele Perego** pelo companheirismo nesta trajetória.

Aos **professores** e **colegas** dos Programas, tanto do Mestrado em Educação como do Mestrado em Educação Matemática, que colaboraram para meu crescimento profissional.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para que mais esta etapa de minha vida pudesse ser alcançada.

Deus que livre vocês  
[alunos] de decorar sem  
entender, nomes, datas,  
fatos...

Carlos Drummond de Andrade

NEGRÃO DE LIMA, Roseli Cristina. **Avaliação em Matemática:** análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2006.

## RESUMO

A proposta deste trabalho é investigar a produção escrita de 50 alunos de 4ª série do Ensino Fundamental de escolas públicas do Paraná na Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002. Para tanto, buscou-se verificar como os alunos lidam com as informações contidas no enunciado e a utilização que fazem delas ao resolver as questões; inventariar os erros e os acertos mais freqüentes e sua natureza; identificar as estratégias/procedimentos mais utilizados; identificar os possíveis fatores intervenientes. Esta é uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo que utiliza a análise de conteúdo como ferramenta para compreender as informações obtidas. Considerando-se a semelhança entre as produções, as provas foram agrupadas conforme o desempenho dos participantes e por bloco de resoluções a partir do acerto/erro. Com isso foi possível identificar algumas características da produção dos alunos, alguns dos saberes relativos aos conteúdos envolvidos nas questões. Esta investigação mostra que é possível utilizar a avaliação como prática de investigação a fim de identificar e superar dificuldades tanto dos alunos como dos professores nos processos de ensino e aprendizagem que ocorrem no ambiente escolar.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Avaliação da Aprendizagem em Matemática; Produção Escrita em Matemática; Acerto e Erro; Ensino e Aprendizagem.

NEGRÃO DE LIMA, Roseli Cristina. **Mathematics Assessment:** analysis of the written production of 4<sup>th</sup> grade Elementary School students in open-ended questions. 2006. Dissertation (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2006.

### **ABSTRAT**

The objective of this study is to investigate the written production of 50 students from public elementary schools in the state of Paraná – Brazil, in a Math Open-ended Questions Test –AVA 2002. The study analyzed how students deal with the information contained in the questions statements and how they use them to answer the questions. It also made an inventory of the most frequent mistakes and correct answers and their nature, verified the most used strategies/procedures, and identified possible intervening factors. This is a qualitative research of interpretative nature which uses content analysis as a tool to understand data. Taking into consideration the similarities among the productions, the tests were grouped according to participants's performance and by resolution blocks according to the wrong/right answer. By doing so, it was possible to identify written production characteristics and some knowledge related to the content involved in the questions. Results from this investigation show that it is possible to use the evaluation as an investigative practice to identify and overcome students as well as teachers difficulties in the teaching and learning process developed in the school environment.

**Key words:** Math Education; Math Learning Evaluation; Math Written Production; Wrong/right answers; Teaching-learning.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Sistematização dos erros por autores e categorias de erros-----	53
Quadro 2 -	Distribuição das questões por série na Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA/2002 -----	59
Quadro 3 -	Códigos de classificação das resoluções dos alunos, na AVA/2002 -----	60
Quadro 4 -	Seleção de parte da recolha da amostra da prova da 4 <sup>a</sup> série da AVA/2002 -----	62
Quadro 5 -	Produção escrita apresentada por A3 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	69
Quadro 6 -	Produção escrita apresentada por A13 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	70
Quadro 7 -	Produção escrita apresentada por A29 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	71
Quadro 8 -	Produção escrita apresentada por A24 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	72
Quadro 9 -	Produção escrita apresentada por A19 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	73
Quadro 10 -	Produção escrita apresentada por A17 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	73
Quadro 11 -	Produção escrita apresentada por A28 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	76
Quadro 12 -	Produção escrita apresentada por A38 nos itens a, b e c da Questão 1-----	76
Quadro 13 -	Produção escrita apresentada por A48 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	77
Quadro 14 -	Produção escrita apresentada por A32 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	78
Quadro 15 -	Produção escrita apresentada por A46 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	79

Quadro 16 -	Produção escrita apresentada por A20 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	80
Quadro 17 -	Produção escrita apresentada por A11 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	81
Quadro 18 -	Produção escrita apresentada por A26 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	81
Quadro 19 -	Produção escrita apresentada por A41 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	83
Quadro 20 -	Produção escrita apresentada por A31 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	84
Quadro 21 -	Produção escrita apresentada por A47 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	84
Quadro 22 -	Transcrição da Questão 2 -----	85
Quadro 23 -	Produção escrita apresentada por A21 na Questão 2 --	86
Quadro 24 -	Produção escrita apresentada por A29 na Questão 2 --	87
Quadro 25 -	Produção escrita apresentada por A41 na Questão 2 --	89
Quadro 26 -	Produção escrita apresentada por A48 na Questão 2 --	90
Quadro 27 -	Produção escrita apresentada por A1 na Questão 2 ----	91
Quadro 28 -	Produção escrita apresentada por A7 na Questão 2 ----	91
Quadro 29 -	Produção escrita apresentada por A47 na Questão 2 --	92
Quadro 30 -	Produção escrita apresentada por A31 na Questão 2 --	92
Quadro 31 -	Transcrição da Questão 3-----	92
Quadro 32 -	Produção escrita apresentada por A23 na Questão 3 --	94
Quadro 33 -	Produção escrita apresentada por A29 na Questão 3 --	94
Quadro 34 -	Produção escrita apresentada por A17 na Questão 3 --	96
Quadro 35 -	Produção escrita apresentada por A12 na Questão 3 --	98
Quadro 36 -	Produção escrita apresentada por A21 na Questão 3 --	99

Quadro 37 -	Produção escrita apresentada por A30 na Questão 3 --	100
Quadro 38 -	Produção escrita apresentada por A34 na Questão 3 --	100
Quadro 39 -	Produção escrita apresentada por A20 na Questão 3 --	101
Quadro 40 -	Produção escrita apresentada por A47 na Questão 3 --	101
Quadro 41 -	Produção escrita apresentada por A14 nos itens a, b e c da Questão 1 -----	127
Quadro 42 -	Transcrição da Questão 2 -----	133
Quadro 43 -	Produção escrita apresentada por A9 na Questão 2 ----	149
Quadro 44 -	Transcrição da Questão 3 -----	151
Quadro 45 -	Produção escrita apresentada por A1 na Questão 3 ----	159
Quadro 46 -	Produção escrita apresentada por A5 na Questão 3 ----	163

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Caracterização das provas dos participantes da amostra da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Prova de Rendimento Escolar – AVA 2002-----	63
Tabela 2 -	Desempenho dos participantes nas Questões discursivas da Prova da 4 <sup>a</sup> série – AVA 2002 -----	65
Tabela 3 -	Desempenho dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 1, com crédito completo com e sem resposta -----	68
Tabela 4 -	Desempenho dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 1, com crédito parcial com e sem resposta -----	74
Tabela 5 -	Desempenho dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 1, com nenhum crédito com e sem resposta -----	82
Tabela 6 -	Desempenho dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 2, com crédito completo com resposta -----	85
Tabela 7 -	Desempenho dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 2, com nenhum crédito com e sem resposta -----	88
Tabela 8 -	Desempenho dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 3, com crédito completo com resposta -----	93
Tabela 9 -	Desempenho dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 3, com crédito parcial com resposta -----	95
Tabela 10 -	Desempenho dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 3, com nenhum crédito com e sem resposta -----	97
Tabela 11 -	Síntese dos desempenhos dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N= 50) -----	102

Tabela 12 -	Resumo das resoluções dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -	105
Tabela 13 -	Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental quanto ao item “a” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -----	106
Tabela 14 -	Respostas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental no item “a” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -	107
Tabela 15 -	Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental quanto ao item “b” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -----	111
Tabela 16 -	Respostas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental no item “b” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -	112
Tabela 17 -	Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental quanto ao item “c” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -----	123
Tabela 18 -	Respostas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental no item “c” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -	123
Tabela 19 -	Resumo da resolução dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 2 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -----	134
Tabela 20 -	Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 2 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -	135
Tabela 21 -	Respostas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 2 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -----	136

Tabela 22 -	Resumo das resoluções dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 3 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) –	152
Tabela 23 -	Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 3 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -	154
Tabela 24 -	Respostas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 3 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) -----	155
Tabela 25 -	Síntese dos saberes revelados pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na resolução da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50) --	170

## SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO - Um pouco da história - parte do contexto	19
1	AVALIAÇÃO NOS FAZERES ESCOLARES	22
2	DESEMPENHO AQUÊM DO ESPERADO: POR QUEM E PARA QUE -----	35
3	DESCREVENDO O CAMINHO PERCORRIDO -----	55
3.1	Contexto do Processo de Seleção da Amostra das Provas -----	57
3.2	Caracterização Geral da Amostra das Provas -----	62
4	A PRODUÇÃO ESCRITA ENCONTRADA NA RESOLUÇÃO DAS PROVAS -----	65
4.1	Questão 1 -----	66
4.1.1	Questão 1 - Crédito completo: -----	67
4.1.2	Questão 1 - Crédito parcial: -----	74
4.1.3	Questão 1 - Nenhum crédito: -----	82
4.2	Questão 2 -----	85
4.2.1	Questão 2 - Crédito completo: -----	85
4.2.2	Questão 2 - Nenhum crédito: -----	87
4.3	Questão 3 -----	92
4.3.1	Questão 3 - Crédito completo: -----	93
4.3.2	Questão 3 - Crédito parcial: -----	95

4.3.3	Questão 3 - Nenhum crédito: -----	96
5	OUTRAS LEITURAS QUE A PRODUÇÃO ESCRITA DE ALUNOS EM QUESTÕES ABERTAS DE MATEMÁTICA VIABILIZAM -----	102
5.1	Questão 1 -----	103
5.1.1	Sobre o item 1 a: -----	106
5.1.2	Sobre o item 1 b: -----	110
5.1.3	Sobre o item 1 c: -----	122
5.2	Questão 2 -----	133
5.3	Questão 3 -----	151
6	POR ENQUANTO, ÚLTIMOS COMENTÁRIOS -----	168
	REFERÊNCIAS -----	177
	APÊNDICES -----	182
	APÊNDICE A - Critérios adotados para a identificação das Provas de Matemática da AVA 2002	
	APÊNDICE B - Identificação da amostra das Provas de Rendimento Escolar – AVA 2002 por mesorregião	
	APÊNDICE C - Síntese das resoluções dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática - AVA 2002 (N = 50)	
	APÊNDICE D - Síntese das resoluções dos alunos da 4 <sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 2 da Prova de Questões Abertas de Matemática - AVA 2002 (N = 50)	

APÊNDICE E - Síntese das resoluções dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 3 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

ANEXOS ----- 189

ANEXO A - Prova de Matemática da 4ª série do Ensino Fundamental na Avaliação de Rendimento Escolar – AVA 2002

ANEXO B - Sobre o Programa de Pesquisa

ANEXO C - Modelo de quadro de registro dos créditos atribuídos a cada questão da prova após sua correção

ANEXO D - Grupo de Estudo que envolve profissionais de uma escola pública da região norte do Paraná

## **INTRODUÇÃO: Um pouco de história - parte do contexto**

Iniciei meu processo de escolarização aos 6 anos de idade. Este se deu imediatamente após o ano que marcaria profundamente os rumos deste país e, por conseguinte, da sua história recente, 1964. Matriculada na primeira série primária de uma escola pública que ficava próxima à minha casa, lembro-me bem de como era a organização da escola, com suas filas de alunos no pátio, dos hinos que se aprendia a cantar antes do início das atividades em classe e da estrutura e disposição dos alunos na sala de aula, sendo esta comum ainda hoje.

Ao lembrar dos primeiros anos de escolarização, percebo, com tristeza, que há poucas recordações do que foi aprendido. O que ficou marcado em minha memória foram as humilhações pelas quais passei por ser mais vagarosa que as outras crianças ao fazer as atividades solicitadas pelos professores, e a indiferença com que era tratada, sem que levassem em consideração meu sério problema de visão.

No entanto, num contexto em que imperava o autoritarismo e a submissão, seja no meio social ou educacional, ainda se encontravam professores que mesmo enérgicos se preocupavam com o ensino, com a aprendizagem e com o lado afetivo de seus alunos. A professora da terceira série era assim. Muitas vezes, com simples gestos nos fazia sentir o quanto éramos importantes para ela e o quanto queria que aprendêssemos.

Continuei minha trajetória escolar e, em 1977, concluí o curso de Magistério, concomitantemente com o Científico, equivalente ao Ensino Médio hoje. Nesse período, valorizavam-se na educação a transmissão, a memorização, a nota no final da etapa, o repasse de conteúdos, sem se fazer uma relação do que era aprendido com o que era ensinado, não muito diferente do que é hoje.

O desejo de lecionar foi acalentado na infância talvez por conta de minha mãe que nunca foi à escola, mas que sempre se esforçou para que meus irmãos e eu conquistássemos o nosso espaço enquanto profissionais. Sendo assim, ao concluir o magistério, iniciei minha vida

profissional trabalhando em escolas rurais e, um ano depois, ingressei no magistério público estadual por concurso. Mas havia ainda o grande desejo de continuar os estudos. Quando meu filho primogênito ingressou na faculdade, vi ali uma grande possibilidade de realizar meu sonho: estudar em uma universidade. Foi então que direcionei esforços em busca do que idealizei concluindo, no ano de 2003, o curso de Pedagogia e, em 2004, ingressando no Mestrado em Educação, ambos da Universidade Estadual de Londrina.

Neste trabalho pretendo investigar a produção escrita de alunos da 4<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental em questões abertas de matemática, a fim de compreender como os alunos demonstram seus conhecimentos matemáticos e como os utilizam.

A resolução de uma questão aberta permite que o aluno em um contexto de informação verbal predominantemente lingüística de conteúdo matemático encontre e apresente uma resposta, demonstrando por meio dela sua habilidade tanto pela forma como aborda a questão como pelo procedimento utilizado para resolvê-la. Para tanto, buscar-se-á verificar como eles lidam com as informações contidas nos enunciados e a utilização que delas fazem, a fim de, por um lado, indagar e analisar a natureza dos erros, dos acertos mais freqüentes; e, por outro, identificar e compreender as estratégias/procedimentos mais utilizados, e possíveis fatores intervenientes para que se possa refletir sobre eles e caminhar em busca de possíveis soluções.

Esta dissertação constará, além desta apresentação, de seis seções, bibliografia, apêndice e anexos.

A primeira seção dirá respeito à avaliação, que está presente em todos os campos da atividade humana, nos mais diversos contextos e nas mais diferentes situações. Toda vez que o homem observa algo e emite uma opinião, escolhe ou isto ou aquilo tomando por base algum critério, está exercendo sua capacidade de avaliar.

Na segunda, farei algumas considerações sobre o erro, compreendido como parte do processo de aprendizagem do sujeito que se auto-regula ao construir seu conhecimento, seja na escola ou na vida.

Na terceira seção deste trabalho, apresentarei os procedimentos metodológicos com os quais procurei desenvolver a investigação.

Na quarta seção, está a resolução e, na quinta, a análise da produção escrita dos alunos-participantes referente às três questões constantes na Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002.

A sexta seção constará das considerações, parte final do trabalho, e não do estudo, já que este deve ser entendido como atividade em permanente construção.

Neste trabalho a pretensão é a proposição de uma das traduções possíveis da produção estudada e, por conseguinte, não é intenção propor qualquer transferência a grupos distintos do investigado.

Contudo, o exercício da análise aqui apresentada poderá servir de suporte e incentivo, seja para o professor no seu cotidiano escolar, quando da leitura da produção escrita dos alunos, seja para as temáticas de Avaliação Escolar e de Educação Matemática, tão necessárias de serem desenvolvidas por meio de investigações, no cenário educacional brasileiro.

## **1 AVALIAÇÃO NOS FAZERES ESCOLARES**

---

A avaliação está presente em todos os campos da atividade humana, nos mais diversos contextos e nas mais diferentes situações. Hadji afirma que:

[...] a existência da capacidade de avaliar testemunha o poder que o homem tem, no domínio prático, de pesar o curso das coisas e de orientar, em primeiro lugar, as suas próprias ações, e seguidamente os acontecimentos exteriores, em função de opiniões ou de idéias que forjou, relativas ao que deve ser feito. A avaliação poderia assim ser definida, num sentido geral, como a gestão do provável. Avaliar é proceder a uma análise da situação e a uma apreciação das conseqüências prováveis do seu ato numa tal situação (HADJI 1994, p. 22).

Ainda segundo Hadji (1994, p. 30), “[...] o essencial da avaliação reside numa relação entre o que existe e o que era esperado, entre um dado comportamento e um comportamento alvo, entre uma realidade e um modelo ideal”. Certamente, avaliar é uma tarefa difícil e complexa desenvolvida de acordo com as concepções dos que se envolvem com essa atividade.

O curso da história tem nos mostrado que, tanto nos espaços formais como nos espaços informais de educação, a avaliação tem sido utilizada como uma atividade de controle. Para Barriga (1994, p. 1), “o exame é um efeito das concepções sobre a aprendizagem, e não o motor que transforma o ensino”. Então, as concepções de aprendizagem presentes nos pressupostos educacionais das instituições formais e não formais de educação, bem como a forma de pensar dos professores, não só orientam a escolha dos instrumentos que serão utilizados para se fazer a avaliação escolar, como se expressam na prática pedagógica adotada por eles para a condução dos processos de ensino e de aprendizagem. Entende-se que, sendo avaliação e prática pedagógica parte e complemento uma da outra, parece equivocado gerar apenas uma medida quantificada do conhecimento do aluno.

O exame tem sido um instrumento a partir do qual se “mede” o conhecimento do aluno atribuindo a ele um valor. Por meio dessa prática

apenas se “[...] reconhece administrativamente um conhecimento, sem que ela indique qual é o saber do aluno” (BARRIGA, 1994, p. 2), apontando apenas para o seu rendimento, selecionando os “melhores”, aqueles que obtiveram as melhores notas, como se a nota fosse garantia suprema e inquestionável de um conhecimento construído ou a falta dele. Confirma-se que “[...] o fracasso tem sido muitas vezes consequência de uma possibilidade de sucesso não percebida como tal” (ESTEBAN, 2002a, p. 30) pelo professor.

Se a avaliação<sup>1</sup> continuar a ser concebida, na escola, de maneira reducionista, certamente favorecerá cada vez mais a inclusão de uns e a exclusão de outros por meio da classificação, ao realizar a chamada “[...] prática do exame” (GARCIA, 2003, p. 1). Nessa prática, as dificuldades encontradas acabam sendo impedimento para o permanente crescimento, superação e constituição de novos saberes. Como afirma Esteban (2002a, p. 30), “a avaliação do resultado, o modo como os enunciados são interpretados, mais que o próprio conhecimento, é que define, ou condiciona, a continuidade do processo ensino aprendizagem”.

Nessa perspectiva, a avaliação apresenta-se como um fim em si mesma, confirma o seu status empobrecido ao tornar-se classificatória, visível, por exemplo, na disciplina de Matemática, seja pelas aferições nacionais e estaduais seja pela manifestação de aversão da matéria feita pelos alunos em situação de ensino e aprendizagem. Desse ponto de vista acaba por comparar este com aquele aluno para saber quem é o melhor ou o pior, sendo excluído, descartado, aquele que não atende aos padrões impostos por quem observa. Sendo assim, o avaliador foca o olhar no produto que tem como propósito verificar se o aluno aprendeu e se os objetivos foram atingidos. Avalia-se, dessa forma, o rendimento do aluno no processo de ensino e aprendizagem, usando dados de exames e, por vezes, alguma observação (RAPHAEL, 1997). Nesse caso, a avaliação torna-se pouco ou nada produtiva, porque não serve à melhoria do processo, visto as informações obtidas serem utilizadas para classificar o aluno e não para

---

<sup>1</sup> A partir de agora, neste trabalho, toda referência à avaliação será sempre à avaliação escolar.

diagnosticar suas dificuldades. Esta é sem dúvida, uma das conseqüências de uma sociedade que, para subsistir, necessita incentivar a competição, em que vence, supostamente, quem é o mais forte, o mais apto, buscando determinar quem fica e quem sai da escola (BURIASCO, 1999).

Compreendemos, então, que uma avaliação centrada na classificação/controla tem o aspecto de supervisão permanente, seletiva, preocupando-se sobretudo com o aprimoramento das técnicas de mensuração (GARCIA, 2003). Esta, por sua vez, passa a integrar-se à prática educativa, não na tentativa de resolver problemas ligados historicamente ao conhecimento, mas problemas ligados às questões sociais de ordens diversas e de difícil superação, como conseqüência do processo de modernização, aparecendo, não como uma questão educativa, mas como um instrumento de controle social que desqualifica o aluno por meio do julgamento do que lhe falta. Portanto, a questão do exame cumpre a função de ocultar a realidade e os problemas relativos à dimensão técnica - o como fazer; a dimensão social - com que finalidade, para o bem de quem, e a dimensão política - para quê e o que fazer, da avaliação (BARRIGA, 1994).

A perspectiva de avaliação apresentada no parágrafo anterior tem contribuído para o empobrecimento da visão sobre educação, pois, “em termos utilizados por Foucault, inverte as relações de saber em relações de poder” (BARRIGA, 1994, p. 3). Sendo assim, reduz a avaliação, de um complexo processo de ensino e aprendizagem, constituído numa dialética dialógica, ou seja, numa argumentação, por meio do diálogo, que favorece o desenvolvimento do raciocínio (ESTEBAN, 2002b), possível na interação entre dois sujeitos, a números, medidas, quadros estatísticos para referendar o modelo institucional normatizado e anunciar antecipadamente aos que se envolvem nesse jogo (GARCIA, 2003) de “[...] saber e não saber, [...] ignorância e conhecimento” (ESTEBAN, 2002a, p. 30) os prováveis vencedores e/ou perdedores.

Dessa forma, evidencia-se uma inversão no ato de avaliar, ao lhe ser atribuído o estatuto de regulador da aprendizagem, funcionando como um termômetro, um medidor para indicar apenas a área de maior ou menor conhecimento do aluno. Ao assim fazê-lo, estabelece limites,

fronteiras que demarcam território entre aquilo que o aluno sabe e aquilo que o aluno não sabe, sem considerar o “[...] espaço intervalar” [...] do “ainda não saber” (ESTEBAN, 2002b, p. 5), presente, segundo esta autora, tanto no conhecimento como na ignorância de quem aprende. Com isso, a avaliação distancia-se da sua função essencial no contexto escolar – qual seja a de contribuir para a construção do conhecimento de todos os envolvidos no processo pedagógico.

Partindo desse último ponto de vista, entende-se que é por meio da avaliação, que se pode buscar uma qualidade, ou seja, algo que o outro demonstra saber mesmo por meio de um procedimento ou estratégia incorreta, quando se observa seu desempenho e se acompanha o processo de evolução daquele que aprende, visto que “[...] a existência da avaliação é a manifestação da exigência de ter para dizer” (HADJI, 1994, p. 29), em relação ao que se espera.

Para que se possa ter algo a dizer por meio da avaliação, deve-se considerar o valor do outro e do que ele faz, tornando-se sensíveis a ponto de perceber e interpretar, por meio da leitura compreensiva que se faz, o que está sendo revelado pelo outro, isto é, o que ele sabe e conhece. Dessa forma, pode-se contribuir para que parte do processo de emancipação se torne possível no espaço pedagógico ao favorecer as aprendizagens daquele que aprende, quando se compreendem as condições e o contexto em que o outro está inserido e, de como pode ter se dado, em algum momento do processo, a construção dos seus saberes quando são apreciados (DUARTE, 1992; PENNA FIRME, 1994; HADJI, 1997; ESTEBAN, 2001 e 2002a), a partir de uma “[...] perspectiva compreensiva” da realidade dos envolvidos no cotidiano escolar (SACRISTÁN, 1998, p. 299).

Para posicionar a avaliação escolar a serviço das aprendizagens, é necessário, na maioria das vezes, que os educadores redefinam tanto o seu conceito como a sua prática para que possam promover o movimento contínuo entre os territórios do saber e do não saber de seus alunos. Nesse processo, as fronteiras que limitam o saber e o não saber já não são reconhecidas como intransponíveis, abrindo espaço, por

consequente, para novas possibilidades de ensino e aprendizagem, uma vez que se percebe

[...] a fronteira não como demarcação de limites rígidos e imutáveis, mas como lugar de trânsito e transitório; fronteira que se desfaz e se desloca, enquanto outras vão sendo produzidas; simultaneamente margem e centro, produtora de exclusão em que o excluído não deixa de ser parte (ESTEBAN, 2002b, p. 1).

As informações obtidas por meio da observação e da inferência do procedimento do aluno, quando da realização da análise de suas produções, são fundamentais para uma reflexão e para a tomada de decisão a fim de favorecer o desenvolvimento daquele que aprende. Nesse contexto, as provas e as tarefas dos alunos devem ser olhadas, não apenas para sua correção, mas também para possibilitar a identificação das possíveis dificuldades encontradas por eles na sua resolução. Mesmo nas provas escritas é preciso olhar com cuidado cada resolução, de forma a identificar não apenas o erro ou o acerto, mas o que o aluno errou, no que errou, por que errou, para que, a partir daí, o professor possa estabelecer uma comunicação marcada pela negociação de significados e, então, compreender o caminho percorrido pelo aluno (HADJI, 1997). Rever constantemente sua prática é atividade central no trabalho do professor que, com suas ações, pretende oportunizar a aprendizagem.

Como a comunicação é uma via de mão dupla, é importante que o aluno tenha a oportunidade de expressar o que pensa por meio da justificação do que faz em determinada situação. O aluno contar o que fez é essencial para o professor poder compreender qual a dificuldade encontrada para resolver determinada atividade, o que ele já aprendeu do que foi proposto e o que pode ser trabalhado com ele a partir do ponto e momento no qual se encontra, para, dessa forma, conseguir superar suas dificuldades e avançar na construção de conhecimentos. Portanto, o desempenho não esperado, por ser aquém do esperado, é considerado aqui como um “[...] lugar de trânsito e transitório” (ESTEBAN, 2002b, p. 1) e não necessariamente como um obstáculo que deve ser ultrapassado. O erro, como comumente é rotulado esse desempenho, torna-se uma pista

importante para que o professor possa, a partir das decisões que toma, planejar, organizar e estabelecer relações entre as diversas situações de ensino em sala de aula, conforme sugerido também pelos PCN (BRASIL, 1997).

A avaliação, a partir desta perspectiva, é vista como uma investigação pedagógica frutífera, na qual o erro irá contribuir significativamente para uma tomada de posição no espaço pedagógico. Ele passa a ser um meio para se chegar a um determinado fim, e, sendo assim, poderá contribuir para a promoção do conhecimento, reconhecendo que este se dá num processo do qual a avaliação faz parte. Sendo a avaliação parte do processo educativo e estando, então, a serviço da aprendizagem, tem entre suas funções a de ajudar o aluno a aprender, favorecendo o seu desenvolvimento, podendo ser utilizada, metaforicamente, como alavanca para o êxito dos alunos (HADJI, 1997). Ao se constituir em parte desse processo, permite a revisão da prática pedagógica do professor no contexto da sala de aula e, ao ser feita ao longo do ano letivo, passa a ser, por meio do trabalho docente,

[...] um controle de qualidade que permite a intervenção de modo a garantir o resultado final ou a qualidade do produto. Supõe análise, interpretação e criação de situações de intervenção. Tem função de retroalimentação (RAPHAEL, 1997, p. 120).

Interpretar a avaliação nessa perspectiva leva a maioria dos professores à “mudança na definição de objetivos, na forma de conceber a aprendizagem, na abordagem dos conteúdos matemáticos como também repensar as finalidades sobre o que e como se avalia” (BRASIL, 1997, p. 58). Até porque “ela não possui uma finalidade em si, mas sim subsidia o curso de uma ação que visa construir um resultado previamente definido” (BURIASCO, 2000, p. 159).

Ao subverterem-se as concepções de avaliação relacionadas a atos isolados para as de processo, torna-se necessário que os papéis e a função da escola e da educação sejam condizentes com a de um professor investigador, reflexivo e que possa levar adiante o desafio de realizar uma

práxis transformadora assente em um pensamento crítico e autocrítico, a partir do reexame da teoria e da crítica da sua prática (GADOTTI, 1995).

O professor investigador reflexivo “[...] deverá estar preocupado em redefinir propriamente os rumos da sua ação pedagógica, pois ela não é neutra” (LUCKESI, 1986, p. 10). Ao inquietar-se com a própria prática, o professor pode refletir sobre ela para transformá-la e buscar soluções plausíveis para os problemas reais e cotidianos de sua sala de aula, a fim de promover, além do sucesso, a “consciência crítica” (FREIRE, 1983, p.41) de seus alunos. Sendo assim, as indagações e os questionamentos podem ser realizados quando a dúvida a respeito da construção de um conhecimento entra em jogo no ambiente escolar.

Refletir sobre um problema, para investigá-lo crítica e autocriticamente, exige do professor audácia e posicionamento para buscar uma forma de resolvê-lo. Daí a necessidade de o professor estabelecer critérios ao proceder a uma avaliação que leve à aprendizagem, pois eles permitirão olhar mais detalhada e atentamente para o objeto avaliado ao “[...] fornecer fundamento para uma decisão” (DEPRESBITERIS, 1998, p. 51), permitindo-lhe verificar em qual nível de desempenho o aluno se encontra (RICO, 1995).

Para Oliveira e Serrazina (2002, p. 4), o professor investigador tem que ser reflexivo, porém:

[...] trata-se de uma condição necessária e não de uma condição suficiente, isto é, na investigação a reflexão é necessária mas não basta. Na verdade a investigação pode ter como principal objetivo fornecer ao professor informação correta e autêntica sobre a sua ação e as conseqüências dessa ação; mas essa reflexão também pode servir para justificar a ação, procurando defender-se das críticas e justificar-se. Assim, a qualidade e a natureza da reflexão são mais importantes do que a sua simples ocorrência.

A reflexão por si só não instiga, necessariamente, no professor uma atitude de mudança em suas ações pedagógicas, apenas pode revelar e pontuar alguma necessidade num dado momento, mas por si não leva a ações efetivas. Por outro lado, a investigação não é uma atividade que se faz só com

[...] boa vontade e bom senso, tendo por base a sua experiência profissional, freqüentemente, isso não conduz a soluções satisfatórias. Daí, a necessidade do professor se envolver em investigação que o ajude a lidar com problemas da sua própria prática (PONTE, 2002, p. 1).

Portanto, refletir, apenas, não basta. É fundamental considerar o tipo de reflexão realizada, uma vez que os professores que “[...] refletem em ação e sobre a ação estão envolvidos num processo investigativo, não só tentando compreender a si próprios melhor como professores, mas também procurando melhorar o seu ensino” (OLIVEIRA; SERRAZINA, 2002, p. 4), conduzindo os alunos à aprendizagem, quando analisam sistematicamente o desenvolvimento do seu próprio trabalho e o caminho trilhado por aqueles ao interpretar suas produções.

Por meio da comunicação professor-aluno, os professores podem compreender e negociar significados, seja em situações de caráter pedagógico, seja em situações estabelecidas por um contrato didático, acordado entre as partes, em sala de aula, isto é, “[...] para desenvolver uma compreensão comum” entre eles “sobre como e quando ocorre a aprendizagem” (HARGREAVES, 2002, p.178; LINS, 1999; PONTE, 2002; GODINO, 2003; BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003).

Para que os alunos aprendam, cabe ao professor

[...] introduzir no ambiente dos alunos os elementos, os acontecimentos, as frases, os símbolos, os textos suscetíveis de provocar uma situação conflitual, introduzida quer pelo tratamento experimental, quer pela confrontação de pontos de vista no seio do grupo. A situação assim criada provoca um certo desequilíbrio em relação ao estatuto anterior, favorecendo no sujeito a tomada de consciência de que o objeto não faz parte dos conhecimentos anteriores levando a sua modificação. Essa abordagem favorece um espaço de liberdade e autonomia, favorece a mobilização de todos os recursos dos alunos na assimilação de novos conhecimentos e a estruturação do pensamento em um nível superior (DEPRESBITERIS, 1997, p. 63).

A tomada de consciência, nesse contexto, é então provocada por uma “[...] situação conflitual” (DEPRESBITERIS, 1997, p. 63), estabelecida na interação seja com o grupo, consigo mesmo, com o meio, com o professor, seja com o próprio conhecimento. Com isso, abrem-se possibilidades de ampliação de saberes, marcada pela curiosidade do aluno

que teve um canal aberto, de comunicação, de interação, de diálogo, com o professor que investiga e reflete sobre a sua prática. Canal este que tem como maior suporte a linguagem, a qual pode oportunizar aprendizagens e, ao fazê-lo, contribuir para o desenvolvimento cognitivo, afetivo e social do aluno. O professor, ao permear saberes e não saberes com as possibilidades do ainda não saber, em suas atividades pedagógicas cotidianas, tem a oportunidade de torná-las mais significativas para seus alunos, e mais, torna-se parceiro deles na busca de aprender (DEPRESBITERIS, 1997; ESTEBAN, 2001, 2002a).

Por conseguinte, o professor torna-se, também, co-responsável pela aprendizagem do aluno, na medida em que deve:

realizar uma auto-avaliação e perguntar-se se usou estratégias adequadas para provocar o aluno a buscar o conhecimento; se deu base necessária para esta busca; se o conteúdo foi significativo para o aluno; se diversificou as possibilidades para construir o conhecimento; se sabia que tipos de raciocínio deveriam ocorrer; se avaliou e orientou os alunos; etc (DEPRESBITERIS; TAURINO, 1996, p. 52).

Portanto, quando o professor avalia a aprendizagem de seus alunos por meio de um processo investigativo, por exemplo, ao ensinar matemática, é necessário que ele tome “[...] ciência e consciência da importância do registro e análise dos processos, recursos e estratégias utilizadas por seus alunos ao se relacionarem com a matemática” (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 4) e entenda, como investigador da própria prática, que “[...] a documentação e análise constante da produção do aluno são de grande ajuda para o professor nas escolhas, no planejamento, na realização de suas práticas” (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 4).

O professor, munido de uma série de conhecimentos, historicamente produzidos, poderá identificar a capacidade e as competências que os alunos desenvolvem ao seguir o mesmo percurso, como também conhecer melhor a cultura do aluno, a fim de prepará-lo para enfrentar situações reais da vida diária, compreendendo o processo vivido e ajudando-o a se desenvolver com sucesso, mesmo que, às vezes, o insucesso

também esteja presente. Agindo dessa forma, o professor contribuirá para fazer “[...] da escola um tempo de vida e não só de preparação para a vida”, ou seja, permitirá “que os estudantes construam a vida escolar” (FREITAS, 2004, p. 162), exercitando por meio dessa construção o desenvolvimento da sua autonomia (PINSKY, 2002; FREITAS, 2004). Nesse sentido, é fundamental, entre outros, o desenvolvimento das competências matemáticas dos alunos para que eles consigam se relacionar, da melhor forma possível, com a Matemática, a fim de compreendê-la como parte de um processo constituído socialmente e não como algo distante da sua vida real.

Ao investir nessa forma de proceder, o professor tem a oportunidade de valorizar e reconhecer os múltiplos saberes que transitam no espaço da sala de aula a partir dos desempenhos aquêm dos esperados por parte dos alunos, já que eles, entre outras aprendizagens, “[...] podem aprender distintas propriedades de um conceito” (RICO, 1995, p. 76). Quando o professor percebe a presença de um conceito que se mostra deficiente ou parcial, seja por meio de interações verbais entre os próprios alunos ou entre ele e o aluno, pode provocar uma reflexão e, assim, fazê-los avançar qualitativamente na compreensão de um conceito que, ainda, se mostrava incompleto (RICO, 1995).

A partir desse ponto de vista, exige-se que o professor disponha de

[...] uma noção o mais precisa possível do que seus alunos sabem e são capazes de fazer, desse modo o professor pode, além de tomar decisões adequadas sobre sua prática escolar, contar com seus alunos como interlocutores na compreensão dos caminhos percorridos na busca da resolução da situação; o que contribui para melhorar a aprendizagem, na medida em que favorece a continuidade dela e a progressiva autonomia do aluno (BURIASCO 2004, p. 247).

Ainda, segundo Buriasco (2004, p. 247), o processo de avaliação em matemática deve evidenciar para o professor algumas discussões do desempenho/produção dos alunos. Entre elas, a autora destaca nesse texto:

- o modo como interpretou sua resolução para dar a resposta (BURIASCO, 2002);
- as escolhas feitas pelo aluno, na busca de lidar com a situação;
- os conhecimentos matemáticos que utilizou;
- se os alunos utilizam a matemática que é vista nas aulas;
- a forma do aluno se comunicar matematicamente, comprovando sua capacidade em expressar idéias matemáticas, oralmente ou por escrito, presentes no procedimento que utilizou para lidar com a situação proposta.

Para tanto, é fundamental que o professor considere o saber do aluno e a forma como este lida com ele. Neste sentido, Schön (1995, p. 82) aconselha que, se:

[...] o professor quiser familiarizar-se com este tipo de saber, tem de lhe prestar atenção, ser curioso, ouvi-lo, surpreender-se, e actuar como uma espécie de detective que procura descobrir as razões que levam as crianças a dizer certas coisas. Este tipo de professor esforça-se por ir ao encontro do aluno e entender o seu próprio processo de conhecimento.

Daí advém a importância de o professor observar, analisar, interpretar o processo e os resultados produzidos pelos alunos, fazendo uma análise de suas produções a fim de identificar os saberes construídos por eles. No percurso do processo de conhecer seus alunos e seus saberes, o professor, ao utilizar diversos instrumentos e técnicas a fim de dinamizar tanto os processos avaliativos formais, como provas, e informais, como as diferentes atividades, para ir constituindo uma visão global do aluno. Depresbiteris (1998, p. 57) afirma que as escolhas destes instrumentos devem ser feitas em função:

- da natureza dos desempenhos que se deseja avaliar (raciocínios, práticas, atitudes);
- das competências envolvidas na educação profissional (de natureza técnica, tecnológica, de conhecimentos gerais);
- das finalidades pelas quais está se realizando a avaliação (avaliação formativa, somativa).

Sendo assim, a avaliação da aprendizagem pode constituir-se em um “[...] instrumento dialético [...] para redefinir propriamente os rumos da ação pedagógica” (LUCKESI, 1986, p.10) do professor e dos seus saberes por meio da investigação que ele pode e deve realizar, quando decide proceder e levar adiante o que constatou ao diagnosticar alguma dificuldade,

quando move um plano de ação para a sua superação. Desse modo, a avaliação cumpre não só a função de diagnosticar dificuldades como, também, assume sua função formativa, para professores e alunos, pois pode “[...] contribuir para melhorar a aprendizagem em curso, informando o professor sobre as condições em que está a decorrer, essa aprendizagem, e instruindo” (HADJI, 1994, p. 63) o aluno, para que também este participe e se sinta co-responsável pelo seu processo de formação (CURY, 2004).

Vale lembrar que os professores, também, têm dificuldades, e que estas podem ser superadas à medida que eles auxiliam, por meio da interação, da interlocução, da reflexão, o aluno a aprender (CURY, 2004).

Os diversos pontos de vista explicitados por meio da linguagem levam à confrontação de posicionamentos e concepções, podendo gerar ou não novas aprendizagens. A linguagem desempenha função primordial, tanto para o aluno como para o professor, pois possibilita a interação dos sujeitos com o contexto em que ambos estão inseridos. Sendo a linguagem um instrumento útil para a mediação entre sujeito e objeto, ela pode tornar possíveis os esclarecimentos necessários para que o professor possa proceder de maneira clara e compreensiva à realização da análise interpretativa da produção, por exemplo, escrita dos alunos, orientando-os, sempre que possível, na construção de seus saberes (BURIASCO, 2004). Entende-se, enfim, que comunicação e linguagem são cruciais para o processo de investigação e humanização de cada um.

Para que no contexto escolar a análise interpretativa seja consistente, as interações entre professor e aluno, em situações específicas, devem estar permeadas pela “[...] negociação de significados como uma maneira de dar conta de como os estudantes desenvolvem a compreensão das noções matemáticas e desenvolvem crenças e atitudes em relação a matemática” (GODIÑO, 2003, p. 31).

O professor deve tomar para si a responsabilidade de investigar, sistematicamente, a sua própria prática ao estudar os diversos aspectos da sua atividade docente. Agir nessa direção oportuniza, a ele, ver de dentro o problema que o circunda.

Seja nos cursos de formação inicial ou continuada, a avaliação

como prática de investigação pode ser uma estratégia para a formação do professor, num momento individual e coletivo que provoque a ampliação e o aprofundamento do conhecimento num processo reflexivo (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 3)

quando prima pelo desenvolvimento de competências a fim de formar o profissional da educação para ser investigador sobre e para a ação educativa, partilhando resultados e processos com os outros (ALARCÃO, 2001).

Entende-se, ainda, que a formação do profissional da educação, seja ela inicial ou continuada, “[...] tem que pôr ênfase na dimensão humana do processo ensino/aprendizagem, fundamento de todo trabalho educativo” (ESTEBAN, 2002a p. 29). Dessa forma poderá se vislumbrar a melhoria da qualidade da escola e da educação, quando se trabalha para promover a emancipação dos que dela participam (ESTEBAN, 2002a).

Investir no professor investigador reflexivo pode ser certamente uma das maneiras de diminuir o fracasso escolar, na medida em que, ao investigar a própria prática, o professor pode reconhecer e, gradualmente eliminar, pontos negativos percebidos no cotidiano da sala de aula, ao analisar e compreender, por exemplo, o desempenho aquém do esperado. Com isso o professor pode ampliar os seus saberes profissionais e ir além socializando esses saberes, contribuindo, dessa forma, para a construção do conhecimento sobre educação escolar.

## **2 DESEMPENHO AQUÉM DO ESPERADO: POR QUEM E PARA QUÊ?**

Ao longo da história, parte do conhecimento tem se constituído utilizando o “erro” como trampolim para o sucesso; seja este presente em uma teoria - produto da ciência, seja da prática - resultante de ações cotidianas. No entanto constata-se que na escola essa não tem sido a prática. Na escola, é comum a prática centrada na promoção, a qual tem contribuído de forma significativa para a exclusão e para o fracasso escolar, por exemplo, pela reprovação, ocasionada pela contabilização dos erros.

A utilização do erro na escola provoca no aluno um sentimento de impotência, de que ele é o maior responsável pelo insucesso, de desânimo, levando-o a se sentir culpado por não conseguir aprender um conteúdo e, assim, encaixar-se no padrão julgado como apropriado, exigido pela escola. Cabe salientar, porém, que esta é apenas representante legal do que, muitas vezes, é determinado socialmente apenas por alguns (LUCKESI, 1998).

Esses sentimentos têm, por vezes, suas raízes fundamentadas em uma “concepção – filosófico-religiosa de que se nasce no pecado. Essa idéia acompanha todos desde o nascimento em função da nossa cultura ‘ocidental-cristã’ ser marcada pela perspectiva da queda” (LUCKESI, 1998, p. 136) provocando, em cada um, um sentimento de culpa que pode vir a ser um obstáculo ou uma barreira no sentido de limitá-lo em seu processo de desenvolvimento.

Mas, mesmo que se tenha cometido um erro, este se constitui em uma oportunidade de crescimento e de aprendizagem seja no contexto escolar ou social, a partir da auto-conscientização de quem o cometeu. Sendo assim, o “erro” assume a possibilidade de reconstrução, de transformação da realidade, quando se parte de uma reflexão consciente da própria ação. Seguindo nessa mesma direção, aceita-se que o “erro” possa ser tratado dialeticamente e entendido a partir do princípio da contradição: erro/acerto, fracasso/sucesso, aprovação/reprovação. Segundo a concepção dialética de Gramsci, resgatada por Gadotti (1995, p. 117), esse princípio da

contradição pode levar “à elaboração do pensamento crítico e autocrítico e ao questionamento da realidade presente, para descobrir os limites”, por meio de uma ação “questionadora, contestadora”, exigindo, ainda, de cada um, por exemplo, professor e alunos um permanente “reexame da teoria e a crítica da prática”.

Ainda, segundo a posição expressa por esse autor, é na práxis transformadora que haverá uma possibilidade de educação para a humanização do homem, como pode ser verificado em sua afirmação:

[...] é verdade que a teoria nasce da prática e com ela caminha dialeticamente, tentando estabelecer a relação entre o existente e o possível entre o conhecimento do presente e a visão do futuro, o modo dialético de pensar encontrará, entre os pensadores que se comprometerem com o ponto de vista do oprimido, uma grande possibilidade de desenvolver-se, cada vez mais a serviço de toda humanidade (GADOTTI, 1995, p. 117).

Só pelo fato de ser aluno, este não pode mais ser visto como um ser limitado, pronto e acabado em seus saberes, porém deve ser reconhecido como um ser em permanente construção e reconstrução de conhecimentos, sejam estes individuais ou coletivos. Nesse sentido, a escola pode não apenas verificar o desempenho do aluno por meio de um instrumento de avaliação, mas dar ênfase ao processo avaliativo utilizando-o como uma forma de conduzir a novas aprendizagens. Novas, porque a intervenção do professor pode permitir ao aluno produzir outras soluções das quais, ainda, não havia se dado conta. Os erros podem ser considerados como pontes que ligam conhecimento e desconhecimento fazendo emergir no aluno, por exemplo, um conhecimento que estava aparentemente invisível (HADJI, 1994, 1997; ESTEBAN, 2001, 2002a; PONTE, 2002; BURIASCO, 2004; NAGY-SILVA, 2005) e, portanto não compreendidos como impedimentos para a construção do conhecimento.

Fazendo uma retrospectiva das práticas socializadoras escolares, constata-se que, em tempos idos, o erro era punido fisicamente com palmadas e “pequenos” martírios em sala de aula, dependendo do juízo e dos instrumentos disponíveis ao professor. A violência, ainda, se manifesta em escolas brasileiras, não mais permitida por lei em sua modalidade física,

mas permanece na modalidade psicológica quando atinge a “personalidade”, a auto-estima do aluno, isto é, configurada como uma “violência simbólica”, a qual gera sentimento de culpa, medo, incapacidade, insegurança e, muitas vezes, tolhe a liberdade do sujeito. Dessa forma, o medo gerado por esta modalidade de violência gera ansiedade, dependência e incapacidade para o indivíduo prosseguir, como afirma Luckesi (1998), contribuindo para a cristalização de modos de sobreviver, comuns aos oprimidos.

Contudo é preciso que se criem condições para que venha à tona, no meio social e na escola, não só entre professores, mas entre todos os envolvidos no processo educativo, um estado de ânimo que conduza ao resgate dos valores humanos, do sentido do aprender, sem que se descarte o “erro” como possibilidade permanente de crescimento, superação e constituição de novos saberes, a cada obstáculo transposto.

É nesse sentido que o resultado de uma prova:

[...] pouco dirá ao professor ou professora sobre o processo de aprendizagem de cada aluno ou aluna, sobre as dificuldades que cada estudante enfrenta e do que sabe além do perguntado na prova, de sua capacidade de fazer sínteses, de comparar, de criticar, de criar e, o que é mais importante, o que do que é ensinado e aprendido contribui para que cada um dos alunos e alunas melhor compreenda a sociedade em que vive, a natureza da qual é parte e a si próprio enquanto ser da natureza e da cultura (GARCIA, 2003, p.5).

Para não se cair no tipo de reducionismo comum, é imperativo saber o que se compreende por erro.

Inicialmente, a idéia de erro se fundamenta num contexto de relações nas quais um padrão é considerado correto, visto que como afirma Luckesi (1998, p.137): “Sem padrão não há erro”. O padrão é, então, um guia que auxilia os indivíduos no ajuizamento do acerto ou do erro, do adequado e do não adequado.

Por vezes, o indivíduo resolve qualquer problema que não implica na utilização de uma estratégia dada como e por um modelo ou se desconheça um padrão pré-estabelecido, como é o caso de “[...] alguém que busca ‘no escuro do conhecimento’ um caminho para compreender ou para agir sobre o mundo”, podemos ter sucesso ou insucesso, e não acerto e erro

(LUCKESI, 1998, p. 137). Outros ocorrem, quando os problemas são resolvidos a partir de um padrão estabelecido, como são comuns em algumas situações, quando do ensino da Matemática escolar, e estes podem ser considerados corretos, incorretos ou parcialmente corretos, em função de não terem seguido determinados passos ou leis para resolvê-los. Portanto, ao se estipular algo como modelo, determina-se o padrão de “verdade absoluta”, e tendo-a como referência define-se o correto ou o errado, em uma visão absolutista, ao invés de seus desvios poderem ser considerados na sua constituição, a partir de uma visão falibilista, pela qual as verdades podem e são questionadas e questionáveis, a partir da compreensão das suas determinações materiais ou sociais em uma dada sociedade (CURY, 1996; LUCKESI, 1998; BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003).

Pode-se dizer, a partir de uma linguagem cotidiana, que muitas vezes o método da “tentativa de acerto e erro” foi utilizado pela ciência, visto que por ela não se buscava o acerto, buscava-se, sim, atingir com sucesso determinados objetivos. E isto era visto positivamente. Caso o insucesso ocorresse, também era visto positivamente, pois demonstrava que ainda não se havia aprendido o suficiente para se concluir algo a respeito de alguma coisa, ou atingir o objetivo pretendido. Entretanto o insucesso ensinava aos cientistas que as estratégias utilizadas não tinham sido apropriadas (LUCKESI, 1998).

Deste modo, percebe-se que o processo de construção do conhecimento científico após ser avaliado é analisado e reelaborado. Não se quer apenas chegar a um resultado satisfatório, mas valoriza-se a dinâmica das relações e das hipóteses construídas ao longo do caminho percorrido. Não há aí um guia que permita ajuizar e determinar um padrão linear de conhecimento, ele é ainda provisório para o objetivo que se pretende atingir.

Até o presente momento a avaliação escolar tem apresentado um caráter corretivo, seletivo, controlador, o qual tem levado muitos alunos ao fracasso e à exclusão escolar e social. No intuito de julgar e estabelecer o que está correto ou errado, o sistema escolar tem considerado apenas os resultados expressos por uma nota ou um conceito. O não saber, neste caso, remete, freqüentemente, a uma avaliação negativa, que identifica na

resposta errada a ausência de conhecimentos, a ausência de capacidade, a ausência de condições para aprender e mesmo, porém menos freqüente, para ensinar. Frequentemente o não saber é identificado como o fim de um processo que leva a um resultado desfavorável não estabelecendo uma relação do que foi aprendido com o conteúdo que ainda não o foi (ESTEBAN, 2001, 2002a). Têm sido desconsideradas, por conseguinte, as possibilidades de que o aluno, em outro momento, próximo ou distante, pode “vir a saber”, uma vez que o processo avaliativo escolar, até o momento, “[...] tem servido como mecanismo para a eliminação do aluno na escola”, como afirma Buriasco (2000, p.158).

O início de uma nova possibilidade se dá quando o professor ao avaliar, se distancia do objeto sobre o qual deve-se pronunciar. Ao assim fazê-lo, introduz uma ruptura deixando visível que sua avaliação decorre de uma “[...] relação entre o que existe e o que era esperado, entre um dado comportamento e um comportamento alvo. Entre uma realidade e um modelo ideal” (HADJI, 1994, p.30). Por conseguinte, o que nos interessa está manifesto, tanto no processo que poderá ser reorientado, como no produto que será apreciado.

Nesse sentido, a maioria dos professores estaria utilizando a avaliação com a finalidade de classificar, de selecionar, de obter resultados expressos no acerto de uma resposta analisada e expressamente identificada com o que está posto no livro didático por eles tão valorizado. Não que esse não deva existir, mas deve e pode ser considerado como um material de apoio importante para os conteúdos a serem trabalhados, mas não o único.

Como adverte Buriasco (2000, p. 158) uma “avaliação mal conduzida pode ser, ela mesma, um dos fatores causadores do fracasso escolar”, portanto nefasta, contribuindo para a ausência do prazer de aprender.

Em contrapartida existem outras modalidades de avaliação: a formativa, a diagnóstica, a cumulativa, orientadas para promover a aprendizagem de forma satisfatória, possibilitando a construção do saber, pois o erro apresentado a partir da análise da resposta pode direcionar o olhar do professor para o contexto e para o processo de construção do

conhecimento do aluno, utilizando o questionamento, o diálogo, a reflexão como meio de tornar a práxis consciente uma constante no ambiente educativo, a fim de provocar nos educandos a promoção da sua autonomia.

Desse modo, essas modalidades de avaliação guiam o processo de ensino e aprendizagem, tornando-se um instrumento favorável para observar e compreender que “[...] os erros podem ser uma poderosa ferramenta para diagnosticar dificuldades de aprendizagem e, conseqüentemente direcionar uma solução” (BORASI, 1987, p. 1). Portanto o erro, no presente trabalho, não é visto como insucesso, mas como “[...] fonte de informação sobre os processos mentais do aluno”, não se perdendo a “oportunidade de usá-lo para desenvolver habilidades ainda não totalmente atingidas” (CURY, 2004, p. 2).

Como bem coloca Vianna, “a avaliação é um olhar para frente, um olhar em perspectiva, talvez a partir do que foi, mas sem querer culpabilizar pessoas ou instituições, bastando a angústia do possível insucesso” (apud BURIASCO 2000, p. 168).

Nesse processo de avaliação a comunicação adquire lugar privilegiado, pois o trabalho do professor, quando observa o erro cometido pelos alunos, tem como tarefa principal “[...] dirigir e guiar o desenvolvimento de idéias nas mentes de seus estudantes, por isso é importante para o professor conhecer o que é que os estudantes estão pensando, e não limitar-se a fazer suposições sobre suas idéias” (RICO, 1995, p. 82). Além disso, ao realizar essa tarefa, oportuniza momentos em que eles podem “[...] implicar-se na atividade de explicar e dotar de sentido, os seus próprios erros”, uma atividade simultaneamente “motivadora e provocadora” a partir do desempenho não esperado por aquele (RICO, 1995, p. 94).

Observar cuidadosamente as atividades dos alunos poderá contribuir significativamente para que o professor possa investigar os erros cometidos por eles e, ao trabalhar positivamente com o grupo, no cotidiano da atividade escolar, levá-los à sua superação.

É nesse mesmo sentido que Flickinger (1998) adverte que o procedimento autocrítico deve fazer parte de uma prática exemplar, visando

uma melhor compreensão acerca do próprio ponto-de-vista, exigindo-se para tal, a aceitação de três máximas:

[...] a primeira se refere a capacidade de um olhar distante em relação a si mesmo, a segunda visa arriscar e pôr em cheque os próprios pressupostos e a terceira a de deixar-se irritar, de modo produtivo, pelo questionamento de concepções diferentes (FLICKINGER, 1998, p.18).

Para Cury (2004), é possível analisar os erros, em quaisquer que sejam as circunstâncias, no entanto, “[...] algumas premissas básicas” devem ser consideradas:

- a) respeitar o aluno, devolvendo a ele a análise feita e discutindo os resultados, com o objetivo de explorar suas próprias potencialidades;
- b) planejar estratégias para trabalhar com conteúdos em que há maior incidência de erros, propondo questões que envolvam o interesse dos alunos;
- c) aproveitar recursos disponíveis (jogos, material concreto, computadores) para retomar os conteúdos de formas variadas, explorando habilidades de formular hipóteses, testá-las e discutí-las;
- d) para cada questão proposta ou tarefa solicitada, fazer uma análise crítica dos erros que surgem, com o grupo de alunos, para aproveitar todas as oportunidades de fazê-los pensar sobre seu próprio pensamento (CURY, 2002, p. 8).

Para que o professor possa explorar o “[...] potencial educacional dos erros”, não basta apenas interpretá-los por meio do diagnóstico a fim de propor soluções, mas é de fundamental importância que o professor “motive” seus alunos a explorá-los, por exemplo, quando oportuniza atividades em que o aluno tenta “explicar e consertar seus próprios erros” (BORASI, 1987, p. 4), ajudando-os assim a entendê-los.

Por conseguinte, não basta usar os erros para regular o ensino, mas que estes sirvam de motivação para o professor ajudar o aluno a construir seu conhecimento.

Os erros podem ser considerados “[...] um estímulo natural à ação”, e, para tanto, devem fornecer “[...] evidências de que o resultado esperado não tem sido alcançado e que algo mais deve ser feito” (BORASI, 1987, p. 5). Os erros podem, assim, fornecer informações importantes sobre as causas das falhas e, ao serem reconhecidos, tanto pelo aluno quanto pelo professor, podem ser fontes para novas alternativas. Quando ocorrem, “[...]”

permitem identificar as falhas na estratégia escolhida para alcançar um objetivo” (BORASI, 1987, p. 5 ) pretendido, como ainda apontar pontos fortes e limitações das estratégias disponíveis, ajudando a “[...] identificar características específicas do contexto e, mostrar que o objetivo inicial foi inadequado”, necessitando ser redefinido (BORASI, 1987, p. 5) tanto pelo professor como pelo aluno, quando exploram conteúdos escolares como os de matemática.

Os erros podem ser utilizados como fonte útil e positiva de reflexão e questionamento, sobre a natureza, no caso, da Matemática, porém sua não recorrência será mais provável “[...] se o professor estiver disposto e for capaz de levantar hipóteses sobre as possíveis causas e verificar quais erros são relevantes em cada caso individual da ocorrência de tais erros” (BORASI, 1987, p. 2). Dessa forma, o professor não faz apenas um diagnóstico das dificuldades dos alunos ao constatar o erro, mas pode utilizar o potencial educacional dos erros como uma forma de motivar seus alunos a explorarem seu desempenho possibilitando-lhes o entendimento acerca de sua deficiência caso o seja, a fim de superá-la (BORASI, 1987).

Em perspectiva semelhante, Rico (1995, p. 95) afirma que utilizar

[...] os erros como motivação e meio para interrogar sobre a natureza da matemática pode melhorar a compreensão da matemática como disciplina por parte dos estudantes. Compreender uma matéria implica muito mais que simplesmente “aprender com compreensão” seu conteúdo básico. Também inclui compreender sua filosofia, a metodologia empregada, ao alcance e as limitações da disciplina; deve incluir o desenvolvimento de atitudes positivas nesta disciplina. Este tipo de compreensão, não é muito comum em matemática, e tratar de melhorá-lo deveria ser extremamente importante tanto para os estudantes como para os professores de cada nível e matéria.

Uma questão importante é: o que pode ter levado o aluno a apresentar um desempenho não esperado e comumente qualificado como erro? Encontra-se nas contribuições de Vygotsky (1979) fundamentos para buscar uma resposta.

Partindo do reconhecimento de que todo indivíduo é um ser histórico e social, portanto não pode ser apreendido como objeto ou como produto já que é ao mesmo tempo sujeito e produtor das relações sociais,

Vygotsky (1979, p. 34) defende que o “[...] desenvolvimento do pensamento não vai no sentido do pensamento individual para o socializado”, mas de forma inversa, ou seja, do “socializado para o individual”. Dessa forma, segundo Meira (1998, p. 64), o nosso comportamento é determinado por nossas relações “com o mundo exterior”.

Compreende-se, nessa perspectiva, que as relações interpessoais no meio social e cultural contribuem de forma significativa<sup>2</sup> para a aprendizagem e, portanto, para o desenvolvimento do indivíduo. Ora, então é preciso que os professores compreendam, de um lado, as finalidades de qualquer aprendizagem para o aluno ser e agir no mundo, e, de outro, encontrar contextos e situações que realmente o impulsionem para tanto.

Se na escola o que é ensinado ao aluno não lhe fizer sentido, não tiver uma relação com o seu meio, com sua história não será para ele significativo, e, dificilmente, ele será motivado para aprender o que o professor deseja ensinar. Dessa forma, distancia-se o que se quer ensinar daquilo que o aluno pode e deseja aprender. Contudo a maioria dos alunos deseja aprender. É por isso que ele também vai à escola.

Mas, então, por que ocorrem tantos percalços (reprovação, evasão) no processo de escolarização? A quem se deve culpabilizar? Alunos, professores, o sistema escolar, as políticas que sustentam legalmente esses fazeres?

Vygotsky (1994) apresenta dois níveis de desenvolvimento para compreender as realizações e desempenhos de um indivíduo: o nível de desenvolvimento real e o da zona de desenvolvimento proximal. “O nível de desenvolvimento real” (VYGOTSKY, 1994, p. 111), ou atual, corresponde ao nível do resultado do processo de desenvolvimento da criança, do que já foi por ela aprendido e do que ela já é capaz de fazer sem ajuda, isto é, o que é capaz de desempenhar por si. Já o nível de desenvolvimento proximal é determinado quando a criança é capaz de realizar uma tarefa com a ajuda de adultos ou colegas mais experientes (VYGOTSKY, 1994). O desenvolvimento

---

<sup>2</sup> Entendida aqui como aquela que quer dizer algo que seja importante para o sentir do aluno, que tenha uma ligação com as suas vivências anteriores, experienciadas no meio social, cultural e histórico do qual participa.

pode, também, ser comparado com um processo em que se utilizam andaimes, escoras para sustentar o que está sendo ensinado. À medida que o conhecimento vai sendo apreendido, os andaimes, as escoras vão sendo retiradas até que o nível de desenvolvimento próximo ocupe o lugar do nível de desenvolvimento atual e assim sucessivamente.

Dessa perspectiva, depreende-se que o que tem ocorrido nas salas de aula em relação ao erro é que os alunos ainda não conseguem fazer sozinhos determinadas atividades, transpor obstáculos que por vezes os professores julgam já não existirem ou de serem capazes de transpô-los sozinhos. Uma explicação plausível para tal é a de que naquele momento os alunos ainda necessitam do auxílio de outros, por exemplo, do professor, que preferencialmente deve ocorrer em um contexto dialógico, seja por meio de explicações, de apoio sistemático, para que esses alunos alcancem o resultado esperado.

Além disso, como destaca Garcia,

[...] quando se propõe a investigar o processo de construção do conhecimento dos seus alunos e alunas a professora vai compreendendo, vendo que cada criança tem o seu método próprio de construir conhecimentos (GARCIA, 2003, p.7).

Entretanto é fundamental, por parte do professor, um cuidado redobrado no sentido de com suas intervenções não causar mais ou maiores obstáculos. Cada conteúdo contém um certo grau de complexidade e a forma como é apresentado, bem como a linguagem utilizada pelo professor, em sala de aula, podem se transformar em obstáculos didáticos que dificultarão ainda mais o desenvolvimento de determinadas aprendizagens que estejam sendo constituídas ou em vias de constituição.

Vale lembrar que o desenvolvimento das características humanas se concretiza por meio da aprendizagem, fruto das interações, em situação formal ou não, e que esta ocorrerá de forma significativa à medida que as interações se intensificam no processo estabelecido, por exemplo, em sala de aula (LINS, 1993), entre alunos e professor, ao se comunicarem, uma

vez que podemos considerar “[...] os processos de ensino/aprendizagem como processos de comunicação” (RICO, 1995, p. 82), perspectiva importante para a pedagogia atual.

É relevante, ainda, destacar o papel e as funções que as expectativas do professor desempenham, seja em relação a algum aluno ou à turma como um todo. Essas expectativas funcionam como uma espécie de “premonição” por manterem-se pelas impressões anteriores dos professores a respeito das condições sociais, culturais, cognitivas de seus alunos, independentemente da realidade. Entretanto, quanto menos se espera do aluno, menos dele se consegue (COLL, 1996; MEIRA, 1998).

É imprescindível que se crie um “novo” olhar sobre a sala de aula para que tanto os alunos como os professores obtenham sucesso na escola e pela escola. No entanto, é fundamental que se desenvolva, no aluno, o hábito de pensar, de refletir sobre a produção do seu conhecimento e, no professor, a consciência do seu papel ativo na ação pedagógica. Que o professor se envolva “[...] com a tarefa de descobrir as melhores formas de produzir um desenvolvimento ‘ótimo’, selecionando o que, dos conteúdos historicamente produzidos, encontra-se em cada momento do trabalho pedagógico”, na zona de desenvolvimento proximal do aluno para que ele se sinta motivado e disposto para aprender como afirma Duarte (1996 apud MEIRA, 1998, p. 66).

Em contextos como esse, as relações interpessoais que vão se construindo, mediadas por relações socializadoras e humanizadoras, as quais permitem, a cada um dos envolvidos, um salto qualitativo, promovido, pela comunicação, pela negociação realizada entre os envolvidos no processo educativo, levando ao desenvolvimento tanto do aluno como do professor.

Essa aproximação qualitativa, caracterizada no parágrafo anterior, é fundamental para a constituição de novos saberes, pois possibilita ao aluno abrir-se para o outro, para o professor, por exemplo, por meio da justificação da sua ação, demonstrando pela linguagem ou outras ações as suas formas de pensar e explicitar o momento de suas dificuldades, as quais podem estar gerando o erro.

Hadji (1994, p. 51 e 78) sugere que se

[...] pretendemos ajudar um aluno a progredir na sua aprendizagem, então tem de se permitir que ele se situe em relação a um objetivo de ensino, e de tomar consciência de suas dificuldades, [...] para que possa alcançar o saber e tornar-se um conhecedor, antes de mais nada, da sua própria realidade.

Os fracassos apresentados em desempenhos, comumente designados como erros, necessitam ser interpretados pelo professor para que possam desse modo orientar sua prática pedagógica e promover o sucesso para ambos. Buriasco (2000, p. 170) adverte que não basta constatar o erro, visto que é “preciso distinguir entre os erros gerados por mera distração ou cansaço e o erro que revela uma maneira de conhecer”, para só então o professor decidir como proceder.

Os erros que revelam uma maneira de conhecer, geralmente, estão ligados às condições cognitivas dos alunos, à compreensão que estes têm de determinados conceitos, e estão relacionados à forma como foram ensinados (VYGOTSKY, 1994; CURY, 2004).

Para Cury, a origem dos erros pode estar circunscrita a diversas razões, uma vez que os

[...] erros podem ocorrer por falsa generalização, em que o aluno, tendo aprendido uma regra [...] considera que deve generalizá-la, para outras operações, [...] podem ter sido gerados pela incompreensão do significado<sup>3</sup> [...] ou um problema de aprendizagem que deveria ser conteúdo estudado (CURY, 2003, p. 3, 5 e 6).

Segundo Rico (1995, p. 86), um dos motivos pelos quais o erro pode ocorrer deriva do “[...] processamento da informação”. Neste, os processos mentais do aluno podem interferir quando ele, tanto por meio da sua justificação como das suas produções escritas, demonstra formas do seu

---

<sup>3</sup> “Significado tem a ver com o sentir, com linguagem, com discurso, com símbolo. O significado não está no sujeito, portanto não é subjetivo, nem está no objeto, não sendo, também, objetivo. É assumido e, por vezes, elaborado pelo sujeito que está – no - mundo com o que o circunda, ou seja, com pessoas, palavras, utensílios, idéias, etc. É desenvolvido no sentir, indo na direção de uma rede de significados que são sociais, históricos, culturais. Ele é mantido e expreso pela linguagem, a qual demonstra o que foi compreendido e articulado pelo sujeito [...]”. (BICUDO; CHAMIE, 1994, p. 63).

pensar matemático, por exemplo, quando realiza procedimentos que considera necessários à feitura das tarefas. Por meio da análise destas produções, inferências podem ser hipotetizadas, especialmente pelo professor, quanto à origem e soluções de obstáculos encontrados pelos alunos, enquanto as resolvem.

Entende-se, então, que é por meio dessas inferências que padrões consistentes de erros podem ser considerados, por um lado, “[...] no nível individual” (RICO, 1995, 87), quando os indivíduos apresentam uma regularidade em sua maneira de realizar tarefas e resolver problemas matemáticos em determinado período de tempo e, por outro lado, no de “[...] caráter coletivo” (RICO, 1995 p. 87), devido à consistência e persistência de erros nos grupos humanos. Pela “[...] combinação de resultados empíricos com algumas suposições acerca das estruturas mentais e certas leis gerais do processamento humano da informação, é possível predizer alguns padrões comuns de erros” (RICO, 1995, p. 87).

Sendo assim, a partir do processamento da informação, Radatz (1979 apud RICO), classifica os erros estabelecendo “cinco categorias gerais”. São elas:

- Erros devido à dificuldade de linguagem. A aprendizagem dos conceitos, símbolos e vocabulário matemático. Uma falta de compreensão semântica dos textos matemáticos é fonte de erro; porque a resolução de problemas verbais está especialmente aberta a erros de tradução desde um esquema semântico na linguagem natural a um esquema mais formal na linguagem matemática.
- Erros devido a dificuldades para obter informação espacial. É certo que as diferenças individuais na capacidade para pensar mediante imagens espaciais ou visuais é uma fonte de dificuldades para muitos jovens e crianças na realização de tarefas matemáticas. Algumas representações icônicas de situações matemáticas podem supor dificuldades no processamento da informação.
- Erros devido a uma aprendizagem deficiente do assunto, destrezas e conceitos prévios. Neste tipo de erro se incluem todas as deficiências de conhecimento sobre conteúdos e procedimentos específicos para a realização de uma tarefa matemática. Estas deficiências incluem a ignorância dos algoritmos, conhecimento inadequado de fatos básicos, procedimentos incorretos na aplicação de técnicas e domínio insuficiente de símbolos e conceitos necessários.
- Erros devido a associações incorretas e a rigidez do pensamento. Experiências sobre problemas similares anteriores podem produzir uma rigidez no modo habitual de pensamento e uma falta de flexibilidade para codificar e decodificar nova informação. Dentro desta classe de erros se encontram os seguintes:
  - Erros por perseveração, neles predominam elementos singulares de uma tarefa ou problema.
  - Erros de associação, que incluem interações incorretas entre elementos singulares.
  - Erros de interferência, neles operações ou conceitos diferentes interferem com outros.
  - Erros de assimilação, neles uma audição incorreta produz falta na leitura ou escrita.
  - Erros de transferência negativa a partir de tarefas prévias, nelas se pode identificar o efeito de uma impressão errônea obtida de um conjunto de exercícios ou problemas verbais.
- Erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes. Este tipo de erro surge com frequência por aplicar com êxito regras ou estratégias similares em áreas de conteúdos diferentes (RADATZ, 1979 apud RICO, 1995, p. 88 - 90).

As categorias apresentadas, tomando por base os estudos realizados, permitem que tomemos ciência de que as causas dos erros são diversas. Radatz (1980) afirma ainda que os erros não são somente o resultado da ignorância dos alunos ou da sua incompreensão das situações que envolvem o ensino da matemática, mas que eles também ocorrem por serem o resultado de experiências anteriores dos alunos na aula. Sendo assim, as atividades nas aulas exigem não apenas que os alunos dominem os conceitos, as técnicas, as operações, os algoritmos, mas sejam capazes de testar hipóteses, fazer relações, suposições e de colocá-las em um plano de ação, comportamentos estes que decorrem da compreensão sobre esse

assunto. Em sua pesquisa, a respeito dos erros dos alunos, Radatz (1980, p. 1) aponta que estes

são casualmente determinados, e muito freqüentemente sistemáticos; são e serão persistentes por vários anos na escola, a menos que o professor intervenha pedagogicamente; podem ser analisados e descritos como erros técnicos; podem ser derivados, assim como suas causas, de determinadas dificuldades experimentadas por estudantes enquanto recebem e processa a informação no processo de aprendizagem matemática ou dos efeitos da interação das variáveis que agem no ensino de matemática (estudantes, currículo, professores, escola, ambiente e etc.).

Pesquisadores como Movshovitz-Hadar, Zaslavskysy e Inbar (1987), também, propõem uma classificação empírica dos erros matemáticos dos alunos, determinando seis categorias para classificá-los. Essas categorias “estão fundamentadas mais no conhecimento matemático que no processamento da informação” (apud RICO, 1995, p. 90, 91). São elas:

- Dados mal utilizados. Incluem-se aqui erros produzidos por alguma discrepância entre os dados que aparecem em uma questão e o tratamento que se tem dado ao aluno. Encontram-se aqui os casos em que: se acrescentam dados estranhos; se oculta algum dado necessário para a solução; se contesta algo que não é necessário; se designa uma parte da informação um significado inconsistente com o enunciado; se utilizam os valores numéricos de uma variável para outra distinta; ou então se faz uma leitura incorreta do enunciado.
- Interpretação incorreta da linguagem. Incluem-se aqui erros devido a uma tradução incorreta de fatos matemáticos descritos em uma linguagem simbólica ou outra linguagem simbólica distinta. Isto ocorre ao colocar um problema em questão expressando uma relação diferente da enunciada; também quando se designa um conceito matemático mediante um símbolo distinto do usual e operando segundo as regras usuais; às vezes, se produz também uma interpretação incorreta de símbolos gráficos como termos matemáticos e vice versa.
- Interferências não válidas logicamente. Esta categoria inclui aqueles erros que se produzem por falso raciocínio, e que não se devem ao conteúdo específico. Encontramos dentro desta categoria erros produzidos por: derivar de um enunciado condicional seu recíproco ou seu contrário; derivar de um enunciado condicional e de seu conseqüente, ou antecedente; concluir um enunciado em que o conseqüente não se deriva do antecedente, necessariamente; utilizar incorretamente os quantificadores; ou também, realizar saltos injustificados em uma inferência lógica.
- Teoremas ou definições deformados. Incluem-se aqui erros que se produzem por deformação de um princípio, regra ou de função identificável. Temos neste caso a aplicação de um teorema sem as condições necessárias; aplicar a propriedade distributiva a uma função não linear; realizar uma avaliação ou desenvolvimento inadequado de uma definição, teorema ou fórmula reconhecível.
- Falta de verificação na solução. Os erros aqui se apresentam quando cada passo na realização da tarefa é correto, no entanto o resultado final não é a solução da pergunta proposta; se quem resolveu uma tarefa tivesse contrastado a solução com o enunciado o erro poderia ter sido evitado.
- Erros técnicos. São incluídos nessa categoria os erros de cálculo, erros ao retirar dados de uma tabela, erros na manipulação de símbolos algébricos e outros derivados da execução de algoritmos básicos (apud RICO, 1995, p. 90, 91).

Alguns erros podem ocorrer em situações específicas como as de realizar operações aritméticas e são caracterizados por Batista como:

- reprodução errada da proposta, que corresponde, de certa forma, à linguagem mal interpretada (apud CURY, 2004, p. 3);
- erro de contagem;
- erros na montagem da conta;
- erros no “vai um” da soma;
- erros específicos da subtração – operação invertida; erros cujo mecanismo é difícil de identificar (BATISTA, 1995, p. 64 - 69).

Outros, como Bathelt (1999), quando hipotetizaram sobre as possíveis causas que originaram os erros relacionados com a idéia de

número, classificando-os tanto quanto à quantidade como quanto à qualidade, dividindo-os em erros evitáveis e inevitáveis, especificando, ainda, os tipos de erros como: conceituais; de interpretação; algébricos; simbólicos.

Por outro lado, a classificação elaborada por Newman e Casey, apresentada por Clemens (1980 apud CURY, 2004), propõe que os erros ocorrem não devido a dificuldades específicas apresentadas pelos alunos, mas por ocasião da seqüência de passos por eles utilizados para resolver problemas.

- formulação da questão (que depende do professor);
- leitura da questão;
- compreensão do que é solicitado no problema (estão envolvidos aqui conhecimentos anteriores do aluno, pois é necessário fazer um “gancho” com o que já sabe para poder entender o que pode usar no problema);
- seleção de estratégias para resolução;
- seleção de habilidades requeridas para implementar a solução;
- apresentação da solução (apud CURY, 2004, p. 3).

Entende-se que resolver problemas se torna consideravelmente importante para a atividade matemática, pois é também por meio dela que o aluno tem possibilidade de recordar o conhecimento matemático que vem sendo constituído quando mobiliza, elabora estratégias de resolução, desenvolve compreensão de conceitos, aplica e reverte processos já aprendidos, compara resultados e quando analisa a existência, a quantidade e adequação das respostas encontradas. No entanto, os problemas formulados devem fazer sentido, tanto para quem os formula como para quem os resolve. Dessa forma, tornam-se significativos e motivadores para os alunos colocarem em prática suas estratégias de ação (NAGY-SILVA, 2005).

Deve-se considerar, ainda, que os problemas apresentam graus diferentes de complexidade e que os alunos quando os resolvem podem apresentar dificuldades, ou por desconhecimento do conteúdo envolvido ou por não utilizarem em algum momento da resolução as estratégias de pensamento necessárias para a compreensão da atividade ou problema proposto, assim como o procedimento adequado para a sua resolução (NUNES; BRYANT, 1997).

Portanto envolver os alunos em atividades que visem ao desenvolvimento de habilidades contribui significativamente para a ampliação da sua compreensão sobre as relações presentes na Matemática, tornando-os mais capazes de fazer conexões entre conhecimentos anteriores e uma nova situação. Caso contrário, uma visão limitada da Matemática poderá ser solidificada estreitando sua aprendizagem tornando possível o desempenho aquém do esperado.

Segundo Radatz (1980), o pesquisador soviético Kuzmitskaya, em seus estudos, determinou quatro causas responsáveis por erros, no tocante à resolução de problemas matemáticos: “memória a curto prazo insuficiente, compreensão insuficiente das condições do problema, erros devido à falta de comando de regras orais de cálculo, e uso incorreto das quatro operações básicas” (RADATZ, 1980, p. 6). Ainda de acordo com Radatz, o pesquisador Menchinskaya argumenta que os alunos apresentam no ensino da Matemática uma regularidade nos erros que cometem. e “ênfatiza a complexidade dos processos e as potenciais causas daqueles”. Sendo assim, “nomeia quatro tipos de causas”, as quais são exclusivas entre si (apud RADATZ, 1980, p. 6).

- erros devido à execução incorreta de uma operação;
- erros devido à insuficiente qualidade da compreensão conceitual;
- erros mecânicos devido à falta do interesse ou à distração;
- erros devido à aplicação de regras ou algoritmo impróprio (MENCHINSKAYA apud, RADATZ, 1980, p. 6).

Para Cury (2004), é fundamental analisar quais são as causas das dificuldades apresentadas pelos alunos, pois problemas de linguagem e de simbolização matemática estão presentes em diversas categorias de erros. Afirma a autora que “em qualquer classificação há muito mais elementos que ficam a descoberto e que podem gerar pesquisas, debates, correções de rumo, por parte de alunos ou professores” (CURY, 2004, p. 3).

Como o desempenho aquém do esperado deve ser processado a fim de propiciar o desenvolvimento daqueles que aprendem, aluno e professor no contexto da sala de aula, apresentamos a seguir um quadro sistematizado com autores, características e erros, que podem ocorrer em atividades ou problemas matemáticos.

<b>Autor:</b> RADATZ (1979 apud RICO)	<b>Característica dos erros:</b> Processamento da informação
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Erros devido à dificuldade de linguagem. A aprendizagem dos conceitos, símbolos e vocabulário matemático. Uma falta de compreensão semântica dos textos matemáticos é fonte de erro; porque a resolução de problemas verbais está especialmente aberta a erros de tradução desde um esquema semântico na linguagem natural a um esquema mais formal na linguagem matemática.</li> <li>● Erros devido a dificuldades para obter informação espacial. É certo que as diferenças individuais na capacidade para pensar mediante imagens espaciais ou visuais é uma fonte de dificuldades para muitos jovens e crianças na realização de tarefas matemáticas. Algumas representações icônicas de situações matemáticas podem supor dificuldades no processamento da informação.</li> <li>● Erros devido a uma aprendizagem deficiente do assunto, destrezas e conceitos prévios. Neste tipo de erro se incluem todas as deficiências de conhecimento sobre conteúdos e procedimentos específicos para a realização de uma tarefa matemática. Estas deficiências incluem a ignorância dos algoritmos, conhecimento inadequado de fatos básicos, procedimentos incorretos na aplicação de técnicas e domínio insuficiente de símbolos e conceitos necessários.</li> <li>● Erros devido a associações incorretas e a rigidez do pensamento. Experiências sobre problemas similares anteriores podem produzir uma rigidez no modo habitual de pensamento e uma falta de flexibilidade para codificar e decodificar nova informação. Dentro desta classe de erros se encontram os seguintes: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Erros por perseveração, neles predominam elementos singulares de uma tarefa ou problema.</li> <li>- Erros de associação, que incluem interações incorretas entre elementos singulares.</li> <li>- Erros de interferência, neles operações ou conceitos diferentes interferem com outros.</li> <li>- Erros de assimilação, neles uma audição incorreta produz falta na leitura ou escrita.</li> <li>- Erros de transferência negativa a partir de tarefas prévias, nelas se pode identificar o efeito de uma impressão errônea obtida de um conjunto de exercícios ou problemas verbais.</li> </ul> </li> <li>● Erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes. Este tipo de erro surge com frequência por aplicar com êxito regras ou estratégias similares em áreas de conteúdos diferentes.</li> </ul>	
<b>Autor:</b> MOVSHOVITZ-HADAR, ZASLAVSKY E INBAR (1987 apud RICO, 1995)	<b>Característica dos erros:</b> Conhecimento matemático
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Dados mal utilizados. Incluem-se aqui erros produzidos por alguma discrepância entre os dados que aparecem em uma questão e o tratamento que se tem dado ao aluno. Encontram-se aqui os casos em que: se acrescentam dados estranhos; se oculta algum dado necessário para a solução; se contesta algo que não é necessário; se designa uma parte da informação um significado inconsistente com o enunciado; se utilizam os valores numéricos de uma variável para outra distinta; ou então se faz uma leitura incorreta do enunciado.</li> <li>● Interpretação incorreta da linguagem. Incluem-se aqui erros devido a uma tradução incorreta de fatos matemáticos descritos em uma linguagem simbólica ou outra linguagem simbólica distinta. Isto ocorre ao colocar um problema em questão expressando uma relação diferente da enunciada; também quando se designa um conceito matemático mediante um símbolo distinto do usual e operando segundo as regras usuais; às vezes, se produz também uma interpretação incorreta de símbolos gráficos como termos matemáticos e vice versa.</li> <li>● Interferências não válidas logicamente. Esta categoria inclui aqueles erros que se produzem por falso raciocínio, e que não se devem ao conteúdo específico. Encontramos dentro desta categoria erros produzidos por: derivar de um enunciado condicional seu recíproco ou seu contrário; derivar de um enunciado condicional e de seu conseqüente, ou antecedente; concluir um enunciado em que o conseqüente não se deriva do antecedente, necessariamente; utilizar incorretamente os quantificadores; ou também, realizar saltos injustificados em uma inferência lógica.</li> <li>● Teoremas ou definições deformados. Incluem-se aqui erros que se produzem por deformação de um princípio, regra ou de função identificável. Temos neste caso a aplicação de um teorema sem as condições necessárias; aplicar a propriedade distributiva a uma função não linear; realizar uma avaliação ou desenvolvimento inadequado de uma definição, teorema ou fórmula reconhecível.</li> <li>● Falta de verificação na solução. Os erros aqui se apresentam quando cada passo na realização da tarefa é correto, no entanto o resultado final não é a solução da pergunta proposta; se quem resolveu uma tarefa tivesse contrastado a solução com o enunciado o erro poderia ter sido evitado.</li> <li>● Erros técnicos. São incluídos nessa categoria os erros de cálculo, erros ao retirar dados de uma tabela, erros na manipulação de símbolos algébricos e outros derivados da execução de algoritmos básicos.</li> </ul>	
<b>Autor:</b> KUZMITSKAYA (apud RADATZ, 1980)	<b>Característica dos erros:</b> Resolução de problemas matemáticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>● memória a curto prazo insuficiente;</li> <li>● compreensão insuficiente das condições do problema;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● erros devido à falta de comando de regras orais de cálculo;</li> <li>● uso incorreto das quatro operações básicas.</li> </ul>
<b>Autor:</b> MENCHINSKAYA (apud, RADATZ, 1980)	<b>Característica dos erros:</b> Distintos entre si
<ul style="list-style-type: none"> <li>● erros devido à execução incorreta de uma operação;</li> <li>● erros devido à insuficiente qualidade da compreensão conceitual;</li> <li>● erros mecânicos devido à falta do interesse ou à distração;</li> <li>● erros devido à aplicação de regras ou algoritmo impróprio.</li> </ul>	

**Quadro 1-** Sistematização dos erros por autores e categorias de erros

A literatura tem mostrado que a análise dos erros fornece informações valiosas quanto à compreensão dos alunos e suas atitudes frente à resolução de problemas matemáticos, tornando possível identificar o que o aluno aprendeu ou não em relação a determinados conceitos, técnicas e se estas se referem ou não ao padrão utilizado pela escola, como uma maneira de resolvê-los (RADATZ, 1980).

Dois aspectos principais são destacados por Radatz (1980) na análise dos erros dos alunos: primeiro, “no que diz respeito às exigências de uma prática acadêmica, como oportunidade de diagnosticar dificuldades de aprendizagem”, (p. 1) desenvolvendo “critérios para” proporcionar um ensino diferenciado de matemática, criando mais “consciência e sustentação para o desempenho e compreensão individuais” (p. 2); segundo, utilizar a análise do erro como “um ponto relevante para começar uma pesquisa sobre o processo de ensino/aprendizagem em matemática” (p. 2). Esta parece ser então, uma estratégia de pesquisa no mínimo interessante, tanto para o professor como para o aluno, com o intuito de responder questões essenciais para o desenvolvimento das aprendizagens dos saberes matemáticos.

Nas aulas, ao tornar eticamente o erro observável, oportuniza-se para o aluno uma justificação ou a busca dela, para explicitar, em situações de diálogo, o que fez, como fez, o que pensou, e, com isso, torna-se possível um avançar qualitativo do seu nível atual de desenvolvimento real para níveis superiores. Para tanto, insiste-se, mais uma vez, que é preciso diagnosticar o erro, fazer uma “análise/interpretação” (BURIASCO, 2000, p. 171) mais próxima possível do real, de maneira que possa ser identificado seu distanciamento ou aproximação do acerto a fim de que se encontrem maneiras para a sua superação. Portanto estudar o erro como caminho para o êxito requer uma análise apurada e refletida da sua produção.

Considera-se, por fim, que uma postura reflexiva, desenvolvida por aqueles que participam do processo educativo, é condição necessária para se ir minando a exclusão, o fracasso, com o intuito de ir eliminando aos poucos o amargo sabor de impotência e incapacidade geradas tanto em alunos como em professores.

### **3 DESCRREVENDO O CAMINHO PERCORRIDO**

---

Com esta investigação busca-se estudar a produção escrita dos alunos de 4<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental, na Prova de Questões Abertas de Matemática da AVA<sup>4</sup>/2002, a fim de compreender como os alunos demonstram seus conhecimentos matemáticos e como os utilizam. Uma questão aberta permite que o aluno demonstre suas habilidades tanto pela forma como aborda a questão como pelo procedimento que utiliza para resolvê-la (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003). Para tanto, são apresentadas algumas das intenções que nortearam o trabalho:

- verificar como os alunos lidam com as informações contidas nos enunciados das questões e a utilização que fazem delas;
- inventariar os erros e acertos mais freqüentes e sua natureza;
- identificar as estratégias/procedimentos mais utilizados;
- levantar os possíveis fatores intervenientes.

Entende-se que este tipo de investigação é possível por meio da metodologia qualitativa, já que ela tem sido muito utilizada pelos pesquisadores das Ciências Humanas e particularmente os da Educação que tentam responder às questões propostas pelos atuais desafios que envolvem os contextos educacionais.

Essa forma de investigação busca compreender a realidade vivida, considerando que esta é uma construção de relações e interações cotidianas em que o pesquisador lança mão da hermenêutica para compreender os fenômenos expostos pelos participantes.

A pesquisa qualitativa tem “o ambiente natural como fonte direta dos dados, sendo o pesquisador o seu principal instrumento” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.11). Este, ao ter um contato direto com o campo e a situação investigada, pode alcançar uma melhor compreensão do contexto

---

<sup>4</sup> Avaliação do Rendimento Escolar do Paraná.

estudado por meio de uma visão mais detalhada do problema que foi identificado (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

No processo de análise das informações é que o pesquisador atento percebe as diferentes perspectivas dos participantes e pode considerar os diferentes pontos de vista, para, se possível, “checá-los” e confrontá-los. A análise das informações caminha rumo a um processo indutivo, sem haver, no entanto, uma preocupação com a busca de evidências para hipóteses previamente definidas.

Para um estudo da produção escrita dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental nas provas de questões abertas da AVA/2002, foi utilizada a Análise de Conteúdo que, como método de observação indireto, analisa a expressão verbal ou escrita do participante e tem como objetivo a “inferência de conhecimentos relativos às condições de produção com a ajuda de indicadores que irão permitir tirar conclusões, obter novas informações ou completar conhecimentos através do exame detalhado dos dados” (FREITAS; JANISSEK, 2000, p. 38 e 40).

Bardin (1977, p. 42) define análise de conteúdo como um

conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens.

Já, para Freitas e Janissek (2000, p. 46, 49),

[...] a Análise de Conteúdo é uma técnica refinada, delicada e requer muita dedicação, paciência e tempo para satisfazer a curiosidade do investigador. Além disso, são necessárias intuição, imaginação e observação do que é importante além da criatividade para escolha das categorias [...] em função das quais os conteúdos serão classificados”.

A produção escrita dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental, na Prova<sup>5</sup> de Questões Abertas de Matemática da AVA/2002, é uma fonte significativa para análise visto propiciar condições para descrição e interpretação de informações a partir dessa produção. Nesse

---

<sup>5</sup> Daqui em diante chamada apenas – prova.

processo, “a inferência é o procedimento intermediário, que vem permitir a passagem, explícita e controlada, da descrição à interpretação” (BARDIN, 1977, p. 39). As categorias de análise que da produção se originarem farão a ligação entre os objetivos da pesquisa e seus resultados (FREITAS; JANISSEK, 2000).

### **3.1 Contexto do Processo de Seleção da Amostra das Provas**

A primeira experiência de avaliação em larga escala no Paraná ocorreu em 1995, como parte do Programa de Avaliação do Sistema Educacional – AVA. Em 2002 foram avaliados os alunos de 4<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental e 3<sup>a</sup> série do Ensino Médio de todas as escolas da rede estadual e das municipais que optaram por participar (PARANÁ, 2001).

Para a aferição da AVA/2002, foi incluída, pela primeira vez, uma prova contendo questões abertas<sup>6</sup> de Matemática, a qual foi resolvida por 1/3 dos alunos de cada sala de aula, enquanto os outros 2/3 faziam a prova de redação, componente da prova de Língua Portuguesa.

Optou-se pela análise desse tipo de questão, porque estas podem gerar uma produção do aluno a ser avaliada em um teste escrito, com tempo determinado para resolução. As questões elaboradas com diferentes graus de complexidade permitiram que o aluno demonstrasse, por meio de seu procedimento, como aplica seu conhecimento matemático ao resolver problema significativo<sup>7</sup>, rotineiro e não rotineiro, nas situações apresentadas (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003).

---

<sup>6</sup> Questões discursivas, de conteúdo matemático, que são enunciadas em um contexto de informação verbal, predominantemente linguística, nas quais não são apresentadas alternativas de resposta. Esta, quando encontrada, pode indicar os caminhos percorridos para se chegar a ela.

<sup>7</sup> “Problema significativo é aquele problema que possibilita ao aluno estabelecer conexões entre o que ele sabe e o procedimento que escolheu fazer na sua resolução. Sendo assim, a resolução de um problema significativo pode evidenciar quais, como e por que foi escolhido determinado procedimento matemático, se o procedimento está ou não completo, e, além disso, pode evidenciar também o nível de utilização da linguagem matemática” (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 5).

Considerar a avaliação como um processo de investigação é fundamental para que o professor possa identificar e compreender qual o procedimento utilizado pelo aluno, quando este elabora seus registros, seja nas tarefas, na resolução de problemas, nas atividades realizadas tanto dentro como fora da sala de aula, revelando, assim, o seu nível de desenvolvimento e mostrando ao professor como este pode ajudá-lo a progredir por meio da “[...] análise dos processos, recursos e estratégias utilizadas pelos alunos ao se relacionarem com a matemática” (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 4). Dessa forma, os alunos, por meio de suas produções, podem auxiliar o professor “nas escolhas, no planejamento, na realização e na avaliação” (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 4) de sua prática pedagógica rumo à construção e à reconstrução do conhecimento possível no espaço escolar.

No dia da aferição foi recolhida, por solicitação da Secretaria de Estado da Educação do Paraná – SEED, em cada sala de aula, a 5ª prova entregue pelos alunos que resolveram a Prova de Questões Abertas de Matemática, a fim de a mesma ser utilizada como base de investigação em estudos posteriores.

A folha de rosto da prova contava com um questionário informativo, para que os alunos completassem os seguintes dados: o nome completo; a idade em anos e meses; o sexo; o turno em que estuda; o nome da escola; o nome do município a que a escola pertence; e se a escola compunha a rede estadual ou municipal. Constam, ainda, em destaque, as instruções para que o aluno resolva a prova, mês e ano de sua aplicação (Anexo A).

A última página (5) da prova continha um questionário avaliativo o qual buscava colher as impressões dos alunos sobre a prova. Esse questionário, sob a modalidade de resposta por múltipla escolha pedia que os alunos respondessem às perguntas marcando com um X a alternativa escolhida (Anexo A).

Para a elaboração dessa primeira prova de matemática com questões<sup>8</sup> abertas aplicadas no estado do Paraná, em 2002, foram selecionadas

questões que pudessem gerar uma produção do aluno avaliável num teste escrito, com tempo limitado. As questões escolhidas são de diferentes níveis de complexidade e envolvem desde o reconhecimento e a utilização de um procedimento passo-a-passo na resolução de problema significativo, na reprodução de fatos ou processos matemáticos elementares rotineiros na sala de aula até o estabelecimento de conexões utilizando diferentes procedimentos, aplicando conhecimento matemático relevante na resolução de problema significativo não rotineiro. [...]. Apenas a prova da 8<sup>a</sup>. série do Ensino Fundamental continha quatro questões abertas, a da 4<sup>a</sup>. série do Ensino Fundamental continha três questões abertas, assim como a da 3<sup>a</sup>. Série do Ensino Médio. As questões comuns podem ser resolvidas por diferentes procedimentos, mais elementares ou menos elementares. Por conseguinte, nas resoluções das questões comuns, são esperados diferentes procedimentos por parte dos alunos das diferentes séries, e com isso, o que se quer ver é o aumento de escolaridade modifica os procedimentos escolhidos pelos alunos, já que, tiveram acesso a outros conteúdos de matemática (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 4, 5).

As questões utilizadas nas três provas são doravante denominadas de Q1, Q2, Q3, Q4, Q5, Q6, as quais foram apresentadas, por série como ilustrado no Quadro 2.

Questões	Q 1	Q 2	Q 3	Q 4	Q 5	Q 6
Provas						
4 <sup>a</sup> série	X	X	X	-	-	-
8 <sup>a</sup> série	-	X	X	X	X	-
3 <sup>a</sup> série	-	-	X	-	X	X

**Quadro 2** – Distribuição das questões por série na Prova de Questões Abertas de Matemática - AVA/2002

A construção das provas para essas séries avaliadas previu questões comuns e específicas por série. Na prova da 4<sup>a</sup> série, há uma questão comum (Q 3) à prova da 8<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental e da 3<sup>a</sup>

<sup>8</sup> Toda vez que se falar em questão, são as questões da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA/2002.

série do Ensino Médio; na prova da 8ª série, há uma questão comum (Q2) só com a prova da 4ª série e uma questão comum (Q 5) à prova da 3ª série.

A SEED/PR cedeu uma amostra significativa das provas de cada série ao Programa de Pesquisa (Anexo B) para análise da produção escrita dos alunos. Para iniciar este estudo, foi feita a correção das 399 provas de 4ª série nos dias 12 e 13 de outubro de 2004, em período integral, e 14 e 15 do mesmo mês e ano, em período vespertino, na sala de Pós-Graduação do Programa de Mestrado em Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina - UEL, recorrendo-se para tanto ao Manual<sup>9</sup> de Correção das Provas.

Devido à natureza da prova, as resoluções foram classificadas em blocos, seguindo a codificação numérica de dois dígitos proposta originalmente para o Program for Internatinal Students Assesment – PISA, promovido pela Organização e Desenvolvimento Econômico – OCDE, pela equipe coordenada por Svein Lie (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003). Os códigos numéricos propostos pelo PISA são apresentados no Quadro 3:

<b>Código</b>	<b>Valor</b>	<b>Descrição</b>
2	Crédito completo	Resolve corretamente a questão
1	Crédito parcial	Resolve parcialmente a questão
0	Nenhum crédito	Não resolve a questão ou indica procedimentos/respostas inaceitáveis
9	Nenhum crédito	Utilizado quando o aluno nem tentou responder a questão, deixou completamente em branco, ou escreveu que não houve tempo
0X	Nenhum crédito	Utilizado no caso em que o aluno escreve alguma coisa que não responde a questão como por exemplo “não sei”, “esta questão é difícil” ou coloca ponto de interrogação, um traço (___) ou palavras ou frases alheias à solução do problema

**Quadro 3-** Códigos de classificação<sup>10</sup> das resoluções dos alunos, na AVA/2002

Antes de se fazer a correção das provas, elas foram nomeadas para fins de identificação (Apêndice A).

<sup>9</sup> Documento elaborado com o “objetivo de orientar a correção da Prova com Questões Abertas de Matemática - AVA/2002, em todo o estado do Paraná (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 3).

<sup>10</sup> Conforme Manual de Correção das Provas (BURIASCO, CYRINO, SOARES, 2003).

Para registrar os créditos atribuídos a cada questão da prova, ao fazer sua correção, foi montado um quadro por questão e prova para fins de registro (Anexo C).

As 399 provas que compõem a amostra desta pesquisa foram retiradas da totalidade das 5<sup>as</sup> provas que foram encaminhadas para a Secretaria de Estado da Educação, após a realização da prova, que aconteceu em 6 de novembro de 2002, por meio de um processo estatístico de recolha de amostra. Tendo em vista o período de tempo definido para concluir este estudo, não seria viável trabalhar com as 399 provas, então uma outra amostra de 50 provas foi recolhida para isso.

Todas as informações das 399 provas foram recolhidas e levantadas a fim de selecionar a amostra da 4<sup>a</sup> série (N=50) que se estudaria. Elas foram registradas inicialmente em uma planilha do Programa Word e depois passadas para o Programa Excel, a fim de se constituir uma amostra aleatória para a realização do presente trabalho.

Sendo assim, com o auxílio da Consultora<sup>11</sup> de Estatística do Programa de Pesquisa já mencionado anteriormente, uma amostra das 399 provas foi composta via computador.

Para a seleção da amostra foram excluídas 83 provas de alunos que estavam fora da faixa etária (com 11 anos ou mais), permanecendo os que tinham, na época da realização da prova, 9 e 10 anos, idade esta indicada para alunos que, geralmente, freqüentam a 4<sup>a</sup> série pela primeira vez. Por conseguinte, das 399 provas encaminhadas, restaram 316.

Na amostra inicial, havia também oito provas de código 9 que foram excluídas, visto que este código indica que não havia produção do aluno na sua resolução. Das 316 provas de alunos com 9 ou 10 anos, excluíram-se cinco de código 9, pois 3 já haviam sido excluídas, por pertencerem ao grupo de alunos com faixa etária não adequada à 4<sup>a</sup> série, restando para prosseguir a seleção da amostra, 311 provas.

Havia ainda uma prova com o código 0X, indicando que nenhum crédito tinha sido alcançado, pois o aluno escreveu alguma coisa

---

<sup>11</sup> Professora Dr<sup>a</sup> Tiemi Matsuo, docente do Departamento de Estatística e Matemática Aplicada da Universidade Estadual de Londrina – UEL, PR.

alheia à resolução do problema, restando, por conseguinte, 310 provas para a seleção da amostra, mantendo-se, no entanto, a proporcionalidade de cada mesorregião.

Apresenta-se a seguir um quadro síntese da exclusão das provas conforme critérios definidos anteriormente.

Provas da 4 <sup>a</sup> série	Código 9, questão em branco		Código 9, questão em branco e alunos fora da idade/série	Código 0X, escreve algo que não responde a questão	Alunos com 11 anos ou mais	Total de provas para a seleção da amostra
	Q 1	Q 3	Q 3	Q 3		
399	2	3	3	1	80	310

**Quadro 4-** Seleção de parte da recolha da amostra da prova da 4<sup>a</sup> série da AVA/2002

A amostra, utilizada neste trabalho, foi selecionada por amostragem sistemática, via computador, a partir do rol de provas da população de alunos ordenadas pelas mesorregiões. Em cada mesorregião foi selecionado 1/6 das provas. O intervalo de amostragem foi calculado para obter aproximadamente 50 provas. No intervalo de 1 a 6, das 310 provas, o número escolhido aleatoriamente para o início da seleção foi o 6 (FONSECA; MARTINS, 1996), resultando assim uma amostra de 50 provas como apresentado no Apêndice B.

### 3.2 Caracterização Geral da Amostra das Provas

A amostra de provas de alunos da 4<sup>a</sup> série que foi analisada apresenta as características gerais sumarizadas na Tabela 1.

**Tabela 1** – Caracterização das provas e dos participantes da amostra da 4ª série do Ensino Fundamental na Prova de Rendimento Escolar – AVA 2002

Número Mesor-região	Mesor-região	Quantidade de provas por Mesor-região	Informações contidas na folha de rosto							
			Idade		Gênero		Turno		Escola	
			9 anos	10 anos	Mas.	Fem.	Mat.	Vesp.	E	M
01	Norte Pioneiro	02	-	2	1	1	1	1	-	2
02	Sudeste	02	-	2	-	2	2	-	-	2
03	Metropolitana	15	1	14	4	11	12	3	2	13
04	Oeste	07	1	6	3	4	5	2	-	7
05	Norte Central	09	-	9	4	5	4	5	2	7
06	Centro Oriental	02	-	2	-	2	1	1	1	1
07	Sudoeste	03	1	2	1	2	1	2	-	3
08	Noroeste	04	-	4	1	3	-	4	-	4
09	Centro Ocidental	02	-	2	-	2	1	1	-	2
10	Centro Sul	04	1	3	1	3	3	11	-	4
Total de provas	-	50	4	46	15	35	30	20	5	45

Uma leitura geral da composição da amostra selecionada permite registrar que, das 50 provas sorteadas, 46 são de alunos com 10 anos de idade e 4 de alunos com 9 anos de idade; 15 alunos são do sexo

masculino e 35 alunos são do sexo feminino; 45 alunos são de escolas municipais e apenas 5 de escolas estaduais. Compreende-se que isso se deve ao fato de que um grande número de escolas paranaenses de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental terem sido municipalizadas. Na tabela pode-se ler, ainda, que 30 alunos freqüentam o turno da manhã e 20 alunos freqüentam o turno da tarde.

Após a seleção da amostra, organizaram-se as provas conforme os créditos obtidos em cada questão, considerando-se para estes as estratégias de resolução e os procedimentos corretos ou incorretos utilizados pelos alunos. Em seguida, descreve-se o procedimento escolhido pelos participantes, na tentativa de traduzir os registros feitos nas provas, agrupando-as de acordo com as semelhanças de resoluções apresentadas pelos alunos.

As resoluções deram uma idéia geral do que as provas continham a partir de uma leitura com muitas “idas e vindas”, necessitando, em alguns momentos, um distanciamento do objeto em estudo para que se pudesse filtrar o olhar, isto é, manter uma certa distância do processo, para então proceder à análise das provas em questão (PEREGO, 2005).

Optou-se por fazer uma análise horizontal e vertical das provas. Primeiramente analisou-se questão por questão, para posteriormente, analisar cada prova em sua totalidade para não perder de vista o conjunto da produção escrita apresentado na prova de cada participante. Sendo assim, ao analisar uma questão, procuram-se nas outras respondidas pelo mesmo aluno indícios da possível razão que o levou a encontrar e apresentar ou não uma resposta ou mesmo cometer algum tipo de erro.

#### **4 A PRODUÇÃO ESCRITA ENCONTRADA NA RESOLUÇÃO DAS PROVAS**

Apresenta-se a seguir o desempenho dos participantes de acordo com os créditos obtidos na resolução de cada questão.

**Tabela 2-** Desempenho dos participantes nas Questões discursivas da Prova da 4<sup>a</sup> série - AVA 2002

Questão Crédito	Questão 1		Questão 2		Questão 3	
	N	%	N	%	N	%
Crédito completo	26	52	3	6	5	10
Crédito Parcial	20	40	-	0	1	2
Nenhum Crédito	4	8	47	94	44	88
Total de participantes	50	100	50	100	50	100

A Tabela 2 mostra que, dos 50 alunos que fizeram a Questão 1 da prova da 4<sup>a</sup> série, 26 obtiveram crédito completo, isso quer dizer que eles acertaram completamente a questão, 20 acertaram-na apenas parcialmente e somente 4 alunos erraram-na completamente. Na Questão 2, os seguintes resultados foram obtidos: 3 obtiveram crédito completo, e os demais, 47 alunos, erraram-na totalmente. Analisando a Questão 3, constata-se que 5 alunos obtiveram crédito completo, acertando o problema, apenas 1 obteve crédito parcial, sendo que 44 não obtiveram crédito algum, pois não solucionaram a questão.

De posse dessas informações e orientados pelos registros dos alunos, passou-se a agrupar as provas com base nas respostas dos alunos a cada uma das questões da prova, separando-as por créditos obtidos em cada questão. Foram agrupadas as provas que continham resolução e resposta; resolução e sem resposta; sem resolução e com resposta. Observou-se,

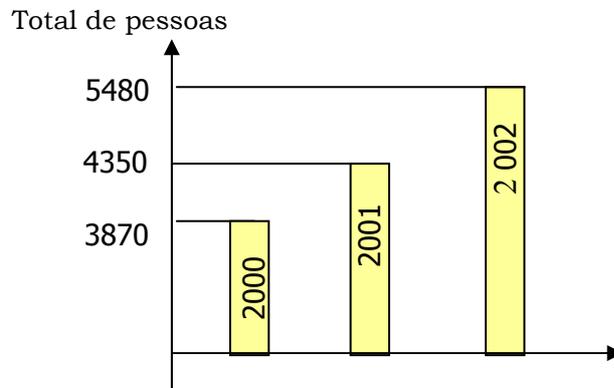
ainda, como foram transcritos os registros das respostas, se escrevendo a resposta ou apresentando apenas o resultado da “conta” como resposta; se a resposta se encontrava registrada logo seguida à pergunta ou em algum espaço da página próximo da resolução e/ou da pergunta, ou apenas circulada após o aluno ter efetuado o cálculo da operação escolhida como procedimento.

A partir daí construíram-se as tabelas do desempenho dos alunos utilizando o mesmo critério para as três questões.

#### **4.1 Questão 1**

Apresenta-se a seguir na Figura 1 a Questão 1 da prova de Matemática da AVA 2002.

1- O gráfico abaixo mostra a quantidade de pessoas, de uma determinada cidade, que viajam de férias. Os dados referem-se aos anos de 2000, 2001 e 2002.



Resolva as questões, usando os dados do gráfico acima.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

**Figura 1:** Transcrição da Questão 1

#### 4.1.1 Questão 1- Crédito completo:

Com base nas resoluções dos 26 alunos que obtiveram crédito completo, agrupamentos foram possíveis a partir dos critérios já descritos anteriormente e apresentados na Tabela 3.

**Tabela 3-** Desempenho dos alunos da 4<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 1, com crédito completo com e sem resposta

Identificação do desempenho	Nº de provas	%
1- Resolve corretamente o problema, apresenta a resposta seguida da pergunta ou em um espaço da folha próximo da resolução e indica <u>na resposta</u> a qual item da questão ela pertence. Provas 1, 2, 3, 6, 25, 33 e 37.	7	26,92
2.a- Resolve corretamente o problema, apresenta a resposta seguida da pergunta e/ou em um espaço da folha próximo da resolução e indica <u>tanto na resposta como na resolução</u> a qual item da questão ela pertence. Provas 7, 8, 13, 15, 27, 39, 40 e 50.	8	30,77
2.b- Resolve corretamente o problema, apresenta a resposta seguida da pergunta ou em um espaço da folha próximo da resolução e indica <u>na resposta e em apenas uma das resoluções</u> a qual item da questão ela pertence. Provas 29 e 30.	2	7,70
3- Resolve corretamente o problema, apresenta a resposta em um espaço da folha próximo da resolução e indica <u>na resolução</u> o item da questão a qual ela pertence. Provas 16, 24, 43 e 49.	4	15,38
4- Resolve corretamente o problema, apresenta a resposta em um espaço da folha próximo da resolução e <u>não indicou nem na resposta e nem na resolução</u> a qual item da questão elas pertencem. Provas 19 e 34.	2	7,70
5- Resolve corretamente o problema, não apresenta resposta e <u>indica na resolução</u> a qual item da questão ela pertence. Provas 17, 22 e 42.	3	11,53
Total de provas	26	100,00

Apesar de em todas as 26 provas dos alunos que obtiveram crédito completo na Questão 1 estarem expressas as estratégias de resolução, o encaminhamento à resposta foi distinto: 23 apresentam registro da resposta, seja esta seguida ao item da pergunta ou em um espaço da folha próximo da resolução, registrando-se que apenas 3 alunos que acertaram a questão não apresentaram a resposta.

As 26 provas da questão 1 com crédito completo e com resposta foram analisadas e permitiram, segundo os registros feitos pelos alunos que as resolveram, cinco agrupamentos: primeiro, apresenta resposta e indica na resposta a qual item da questão ela se refere; segundo, apresenta resposta e indica tanto na resposta como na resolução a qual item da questão ela se refere; terceiro, apresenta resposta e indica na resolução a qual item da questão ela se refere; quarto, apresenta resposta e não indica

nem na resposta e nem na resolução a qual item da questão ela se refere; quinto, não apresenta resposta e indica na resolução a qual item da questão ela pertence.

Das 7 provas classificadas no primeiro grupo, 2 alunos apresentaram como resposta, após a pergunta, apenas o número encontrado na resolução; um, (A25), escreve a resposta seguida da pergunta; 2 alunos (A1 e A2) escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução; o aluno A37 escreveu a resposta em um espaço da folha próximo da resolução, indicando, para a resposta do item 1.b e 1.c da questão, o mesmo item (b); e o aluno A6 escreveu a resposta em um espaço da folha próximo da pergunta sem apresentar a resolução. Dos 7 alunos, cujas resoluções à Questão 1 permitiram sua classificação neste grupo, 6 resolveram o problema na página 2 e 1 deles, A6, resolveu o problema na última página da prova (contracapa). A título de ilustração seguem as respostas dadas pelo aluno A3.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado? 1.130

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000? 7.740

$$\begin{array}{r} \cancel{2002} \\ - \cancel{2001} \\ \hline 001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3870 \\ + 3870 \\ \hline 7740 \end{array}$$

A3

**Quadro 5:** Produção escrita apresentada por A3 nos itens a, b e c da Questão 1

No segundo agrupamento, construído para a análise dos desempenhos dos alunos na Questão 1 com crédito completo e com

resposta, foram identificadas 10 provas. Nelas os alunos apresentaram resposta e indicaram tanto na resposta como na resolução a qual item da questão ela se refere. Das 10 provas deste grupo, 4 alunos (A13; A27; A30; A40) escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução; 1 aluno, (A39) escreveu a resposta tanto seguida da pergunta como em um espaço da folha próximo da resolução; outro (A29) escreveu a resposta seguida à pergunta; 2 alunos, (A8; A50) apresentaram como resposta o número encontrado na resolução, o qual foi colocado em seguida à pergunta; e 2 alunos, A7 e A15, no item 1.b da questão, deram como resposta o número encontrado na resolução e no item 1.c da questão, escreveram uma resposta completa. Dos 10 alunos cujas resoluções se inscrevem neste grupo, 8 (A7; A8; A13; A15; A27; A39; A40; A50) indicaram os itens a que as mesmas pertencem e 2 alunos, (A29; A30), indicaram em apenas uma das resoluções o item da questão a que ela se refere. Para ilustrar são apresentadas as respostas dos alunos A13 e A29.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3.870
2001	4.350
2002	5.480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

PROVA-REAL

$$\begin{array}{r} 5.480 \\ - 4.350 \\ \hline 1.130 \end{array}$$

PROVA-REAL

$$\begin{array}{r} 1.130 \\ + 4.350 \\ \hline 5.480 \end{array}$$

PROVA-REAL

$$\begin{array}{r} 3.870 \\ \times 2 \\ \hline 7.740 \end{array}$$

PROVA-REAL

$$\begin{array}{r} 7740 \overline{) 774012} \\ \underline{6111} \phantom{2} \\ 1611 \phantom{2} \\ \underline{16} \phantom{11} \\ 014 \phantom{2} \\ \underline{014} \phantom{2} \\ 000 \phantom{2} \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

b) Neste ano viajarão mais que o ano passado 1.130 pessoas

c) Viagem de férias em 2003, 7.740 pessoas

A13

**Quadro 6:** Produção escrita apresentada por A13 nos itens a, b e c da Questão 1

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado? mil 1130 pessoas

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000? viajarão 7.740 pessoas

b) 
$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3870 \\ + 3870 \\ \hline 7740 \end{array}$$

A29

**Quadro 7:** Produção escrita apresentada por A29 nos itens a, b e c da Questão 1

O terceiro bloco de classificação adotado relativo à Questão 1 com crédito completo e com resposta foi constituído por um agrupamento de 4 provas. Nelas os alunos escreveram a resposta do problema em um espaço da folha próximo da resolução indicando na resolução a qual item da questão ela pertence. Para exemplificar, são apresentadas as respostas do aluno A24.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3.870
2001	4.350
2002	5.480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} \text{b) } 5.480 \\ - 4.350 \\ \hline 1.130 \end{array}$$

neste ano viajaram 1.130 pessoas a mais que no ano passado

$$\begin{array}{r} \text{c) } 3.870 \\ + 3.870 \\ \hline 7.740 \end{array}$$

em 2003 viajarão 7.740 pessoas

A24

**Quadro 8:** Produção escrita apresentada por A24 nos itens a, b e c da Questão 1

O quarto grupo de classificação adotado para análise da Questão 1, isto é, das provas para as quais foi atribuído crédito completo e com resposta, ficou composto por 2 provas. Os alunos A19 e A34, deste grupo, escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução e não indicaram nem na resolução nem na resposta a qual item da questão as mesmas se relacionavam, como mostra, como exemplo o Quadro 9.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2.000	3.870
2.001	4.350
2.002	5.480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

*Cálculo*

$$\begin{array}{r} 5.480 \\ - 4.350 \\ \hline 1.130 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3.870 \\ \times 2 \\ \hline 7.740 \end{array}$$

*Resposta*

Viajaram a mais neste ano 1.130  
Em 2.003 viajarão 7.740

A19

**Quadro 9:** Produção escrita apresentada por A19 nos itens a, b e c da Questão 1

O quinto grupo para análise das resoluções da Questão 1, isto é daquelas com crédito completo, mas sem resposta foi formado por 3 provas. Nelas os alunos A17, A22 e A42 indicaram na resolução do problema a qual item da questão ela pertence, conforme quadro exemplificador apresentado a seguir, com as respostas do aluno A17.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

b) 5480  
- 4350  
-----  
1.130

(c) 5480)

c)  $\begin{array}{r} 3870 \\ \times 2 \\ \hline 7740 \end{array}$

A17

**Quadro 10:** Produção escrita apresentada por A17 nos itens a, b e c da Questão 1

#### 4.1.2 Questão 1 - Crédito parcial:

Com base nas resoluções dos alunos que obtiveram crédito parcial, foram definidos critérios os quais permitiram a formação dos agrupamentos apresentados na Tabela 4.

**Tabela 4-** Desempenho dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 1, com crédito parcial com e sem resposta

Identificação do desempenho	Nº de provas	%
1.a-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, apresenta resposta seguida da pergunta ou em um espaço da folha próximo da resolução e indica <u>na resposta</u> a qual item da questão ela pertence. Provas 4, 5, 12, 23, 28, 36, 44 e 45.	8	40
1.b-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, apresenta resposta em um espaço da folha próximo da resolução e indica em <u>uma das respostas</u> o item, incorreto, da questão a qual ela pertence. Prova 35.	1	5
1.c-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, apresenta resposta seguida da pergunta indicando <u>na resposta</u> a qual item da questão ela pertence e não apresenta resolução. Prova 38.	1	5
1.d-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, apresenta apenas a resposta da questão do item 1.c, em um espaço da folha próximo da questão indicando <u>na resposta</u> a qual item da questão ela pertence e não apresenta resolução. Prova 9.	1	5
2.a-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, apresenta resposta em um espaço da folha próximo da resolução e indica <u>na resolução</u> a qual item da questão ela pertence. Provas 21.	1	5
2.b-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, apresenta resposta em um espaço da folha próximo da resolução e indica <u>em apenas uma das resoluções</u> a qual item da questão ela pertence. Prova 48.	1	5
3.a-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, escreve a resposta seguida da pergunta e indica <u>na resposta e na resolução</u> a qual item da questão ela pertence. Prova 18.	1	5
3.b-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, escreve a resposta em um espaço da folha próximo da resolução e indica <u>na resposta e em apenas uma das resoluções</u> a qual item da questão ela pertence. Prova: 32.	1	5
4-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, escreve apenas a resposta de um dos itens da questão e não indica <u>nem na resposta nem na resolução</u> a qual item da questão ela pertence. Prova 46.	1	5
5-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, não apresenta resposta e <u>indica na resolução</u> a qual o item da questão ela pertence, sendo um deles registrado incorretamente. Provas 14 e 20.	2	10
6-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, não apresenta resposta e <u>não indica na resolução</u> a qual item da questão ela pertence. Provas 11 e 26.	2	10
Total de provas	20	100

Das 20 provas da Questão 1 classificadas com crédito parcial, 16 apresentaram resposta seja seguida ao item da pergunta ou em um espaço da folha próximo da questão ou da resolução, registrando-se que 4 alunos que acertaram parcialmente a questão não apresentaram resposta. Dois dos 16 alunos não apresentam resolução, mas apenas a resposta da Questão 1.

Face a esses agrupamentos, isto é, daqueles que responderam à Questão 1 com crédito parcial e com resposta, constituíram o primeiro grupo, 11 provas em que os alunos apresentaram resposta e indicaram na resposta a qual item da questão ela se referia. Das 11 provas desse grupo, 1 aluno, (A4) escreveu a resposta seguida à pergunta; 3 alunos, (A12; A36; A45), apresentaram como resposta, seguida da pergunta, o número encontrado na resolução; 1 aluno, (A38), apresentou como resposta ao item 1.b o valor encontrado na resolução e ao item 1.c o número que retirou do gráfico ou da tabela seguidos da pergunta, e não apresentou resolução; 3 alunos, (A5; A23; A44) deram como resposta o número encontrado na resolução, em um espaço da folha próximo da questão ou da resolução e A5 apresentou a resolução na última página da prova; 2 alunos, (A28; A35) escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução, sendo que o aluno A28 indicou o item correto para as respostas aos itens 1.b e 1.c, e o aluno A35 indicou o item, incorreto, para a resposta ao item 1.b; e 1 aluno, (A9) escreveu apenas a resposta do item 1.c em um espaço da folha próximo da pergunta, não apresentando resolução. Das 11 provas deste grupo, 8 alunos apresentaram resolução na página 2 da prova; 1 aluno, A5, resolveu o problema na última página da prova (contracapa); e 2 alunos, A9 e A38, apresentaram só a resposta; A38 responde ao item 1.b e 1.c e A9 ao item 1.c sem a resolução. Como exemplos são apresentadas as respostas dos alunos A28 e A38, nos Quadros 11 e 12.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

- b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
 c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3870 \\ \times 2 \\ \hline 7740 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 5480 \\ + 4350 \\ \hline 7740 \\ \hline 17570 \end{array}$$

b) Viajaram a mais 1130 pessoas

c) Viajarão 17570 pessoas.

A28

**Quadro 11:** Produção escrita apresentada por A28 nos itens a, b e c da Questão 1

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

- b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado? 1130  
 c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000? 7740

A38

**Quadro 12:** Produção escrita apresentada por A38 nos itens a, b e c da Questão 1

No segundo grupo construído para a análise dos desempenhos dos alunos à Questão 1 com crédito parcial, têm-se 2 provas. Nelas os

alunos escreveram a resposta em um espaço da folha próximo à resolução indicando na resolução a qual item da questão ela se referia. Dos 2 alunos, (A21; A48), que resolveram a prova, A48 indicou em apenas uma das resoluções o item da questão a que ela se relacionava. Como exemplo são apresentadas as respostas do aluno A48.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
 c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 3870 \\ \times 2 \\ \hline 7840 \end{array}$$

Eu peguei o número de pessoas do ano 2000 e multipliquei por dois.

Resposta: Viajarão 7840 pessoas no ano de 2003.

$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

Eu peguei o número de pessoas do ano de 2002 e diminuí com o ano de 2001.

Resposta: Viajarão 1130 pessoas a mais.

A48

**Quadro 13:** Produção escrita apresentada por A48 nos itens a, b e c da Questão 1

O terceiro grupo construído para análise da Questão 1 isto é entre as que obtiveram crédito parcial e apresentaram resposta foi constituído por 2 provas. Nelas os alunos escreveram a resposta indicando na resposta e na resolução a qual item da questão ela se referia. Dos dois alunos que resolveram, um, (A18), escreveu a resposta seguida da pergunta e o outro, (A32), escreveu a resposta em um espaço da folha próximo da resolução, conforme apresentado no Quadro 14.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

b) Viajaram neste ano de férias a mais que o ano passado 1130 pessoas.  
c) Viajaram de férias em 2003 6740 pessoas.

b) 
$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3870 \\ + 3870 \\ \hline 6740 \end{array}$$

A32

**Quadro 14:** Produção escrita apresentada por A32 nos itens a, b e c da Questão 1

O quarto grupo constituído para análise da Questão 1, isto é das provas para as quais foi atribuído crédito parcial e com resposta ficou composto por 1 prova. Nela o aluno (A46) escreveu uma resposta, mas não indicou nem na resposta nem na resolução a qual item da questão ela pertencia. Apenas a resposta da questão referente ao item 1.c, foi escrita pelo aluno em um espaço da folha próximo da resolução, como pode ser visualizado no Quadro 15.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3.870
2001	4.350
2002	5.480

- b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
 c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 5.480 \\ + 4.350 \\ \hline 9.730 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 3870 \\ + 3870 \\ \hline 7740 \end{array}$$

O total de pessoas é 7.740

A46

**Quadro 15:** Produção escrita apresentada por A46 aos itens a, b e c da Questão 1

O quinto grupo da Questão 1 com crédito parcial sem resposta é composto por 2 provas. Nelas os alunos A14 e A20 não escreveram a resposta, mas indicaram na resolução o item da questão à qual ela pertence, transcrevendo um deles de forma incorreta como mostram as respostas do aluno A20.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3.870
2001	4.350
2002	5.480

- b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
 c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} d) 3.870 \\ - 4.350 \\ \hline 1.520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} e) 3.870 \\ + 4.350 \\ \hline 8.220 \end{array}$$

A20

**Quadro 16:** Produção escrita apresentada por A20 nos itens a, b e c da Questão 1

O sexto grupo da Tabela 6 da Questão 1 com crédito parcial sem resposta é composto por 2 provas. Nelas os alunos A11 e A26, conforme segue, não escreveram a resposta e não indicaram na resolução a qual item da questão ela pertencia.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

- b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado? ~~2001~~ ~~4350~~  
 c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r}
 5480 \\
 - 4350 \\
 \hline
 1130 \\
 3870 \\
 \times 2 \\
 \hline
 7740
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4350 \\
 + 5480 \\
 \hline
 9830
 \end{array}$$

A11

**Quadro 17:** Produção escrita apresentada por A11 nos itens a, b e c da Questão 1

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	5480
2001	4350
2002	3870

- b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
 c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 3870 \\
 \times 2 \\
 \hline
 7740
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 5480 \\
 + 4350 \\
 \hline
 9830
 \end{array}$$

A26

**Quadro 18:** Produção escrita apresentada por A26 nos itens a, b e c da Questão 1

#### 4.1.3 Questão 1 - Nenhum crédito:

Com base nas resoluções dos alunos que obtiveram nenhum crédito, foram criados critérios os quais permitiram os agrupamentos apresentados na Tabela 5.

**Tabela 5**– Desempenho dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 1, com nenhum crédito com e sem resposta

Indicação do desempenho	Nº de provas	%
1-Resolve incorretamente o problema, apresenta resposta seguida da pergunta e <u>indica na reposta e na resolução</u> a qual item da questão ela pertence. Prova 41.	1	25
2- Resolve incorretamente o problema, apresenta resposta seguida da pergunta ou em um espaço da folha próximo da questão e <u>indica na resposta</u> a qual item da questão ela se refere e não apresenta resolução. Provas 10 e 31.	2	50
3- Resolve incorretamente o problema, não apresenta resposta e <u>não indica na resolução</u> a qual item da questão ela pertence. Prova 47.	1	25
Total de provas	4	100

A análise das 4 provas da Questão 1 com nenhum crédito permitiu fazer 3 agrupamentos. Dois destes agrupamentos foram de provas com questões com resposta e 1 deles de questões que não apresentavam resposta. Os agrupamentos foram dispostos da seguinte maneira: o primeiro apresenta resposta e indica na resposta e na resolução a qual item da questão ela se refere; o segundo apresenta resposta e indica na resposta a qual item da questão ela se refere; o terceiro não apresenta resposta e não indica na resolução a qual item da questão ela pertence.

Uma prova compõe o primeiro grupo das provas da Questão 1 com nenhum crédito. Nela o aluno A41, no item 1.b da questão, dá como resposta seguida da pergunta o número encontrado na resolução, e no item 1.c da questão procura escrever a resposta e indica na reposta e na

resolução a qual item da questão ela pertence, de acordo com o quadro a seguir.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2002	3870
2000	4350
2001	5480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado? R= 13.700

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000? R= Viajaram 4.003.

d) 2003  
+2000  
-----  
4003

12  
3870  
+4350  
5480  
-----  
13700

A41

**Quadro 19:** Produção escrita apresentada por A41 nos itens a, b e c da Questão 1

O segundo grupo da Questão 1 com nenhum crédito é formado por 2 provas. Numa delas o aluno A31 deu como resposta seguida da pergunta o número encontrado na resolução, indicando na resposta o item a qual ela se refere, mas não apresentou resolução. O aluno, A10 deu como resposta em um espaço da folha próximo da questão o número que retirou do gráfico ou da tabela, indicando na resposta os itens da questão a qual ela se referia e também apresentou, no item 1.b da questão, a mesma resposta após a pergunta. Não apresentou resolução. Observe-se a seguir o caso apresentado pelo aluno A31.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2.000	5480
2.001	4350
2.002	3870

- b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado? 0480  
 c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000? 10.960

A31

**Quadro 20:** Produção escrita apresentada por A31 nos itens a, b e c da Questão 1

O terceiro agrupamento da Questão 1 com nenhum crédito é composto por uma prova sem resposta. Nela o aluno A47 não apresentou resposta no problema e não indicou na resolução a qual item da questão ela pertencia, conforme quadro a seguir.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	5480
2001	4350
2002	3870

- b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
 c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 2003 \\ \times 2000 \\ \hline 4000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2003 \\ \times 2002 \\ \hline 4002 \end{array}$$

A47

**Quadro 21:** Produção escrita apresentada por A47 nos itens a, b e c da Questão 1

## 4.2 Questão 2

Apresenta-se a seguir no Quadro 22 a transcrição da Questão 2 da Prova de Matemática da AVA 2002.

2. Paguei R\$ 75,00 por uma saia e uma blusa. A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa. Qual o preço da saia?

**Quadro 22-** Transcrição da Questão 2

### 4.2.1 Questão 2 – Crédito completo:

A Tabela 6 resume o desempenho dos participantes que obtiveram crédito completo ao resolverem e responderem a Questão 2.

**Tabela 6-** Desempenho dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 2, com crédito completo com resposta

Indicação do desempenho	Nº de provas	%
1-Resolve corretamente o problema, apresenta como resposta em um espaço da folha próximo da resolução ou do enunciado o número encontrado na resolução <u>indicando</u> que a resposta está seguida da letra R. Provas 21 e 23.	2	66,67
2-Resolve corretamente o problema, escreve a resposta em um espaço da folha próximo da resolução <u>sem indicar</u> para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R. Prova 29	1	33,33
Total de provas	3	100,00

O agrupamento das provas dos alunos na Questão 2 que obtiveram crédito completo foi formado por 3 provas que apresentaram resolução e resposta. Com elas dois grupos foram construídos. No primeiro,

os alunos indicaram com a palavra Resposta ou com a letra R a resposta encontrada e, no segundo, apresentaram a resposta sem fazer qualquer indicação.

Para o primeiro grupo das provas da Questão 2 com crédito completo e com resposta forma selecionadas 2 provas. Numa delas o aluno A23 apresentou como resposta o número encontrado na resolução que foi escrito em um espaço da folha próximo da resolução e do enunciado, indicando que a resposta foi colocada em seguida à letra R; na outra, o aluno A21 apresentou como resposta o número encontrado na resolução o qual foi escrito em um espaço da folha próximo da resolução indicando que a resposta foi colocada em seguida à letra R conforme mostra o quadro.

The image shows handwritten work for a math problem. At the top left, there are several calculations, some of which are crossed out with a large blue 'X'. One calculation shows  $75,00 - 23,00 = 52,00$  and  $52,00 \div 2 = 26,00$ . Another shows  $75,00 \div 2 = 37,50$  and  $37,50 - 23,00 = 14,50$ . Below these, there is a drawing of a pink shirt with three buttons and a blue square with a star and the number  $14,50$  written next to it. The text 'Resposta = O preço da saia foi R\$ ~~14,50~~ R\$ 26,00' is written across the middle. At the bottom right, the name 'A21' is written.

**Quadro 23:** Produção escrita apresentada por A21 na Questão 2

O segundo agrupamento construído para a análise do desempenho dos alunos à Questão 2 com crédito completo, com resolução e com resposta, foi composto por uma prova. Nela o aluno A29 escreveu a resposta em um espaço da folha próximo da resolução sem indicar para a

resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R, de acordo com o quadro a seguir.

$\begin{array}{r} 75,00 \\ -23,00 \\ \hline 52,00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 52,00 \overline{)2} \\ \underline{4} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 00,00 \end{array}$
<p>O preço da caixa foi 26 reais</p>	
<p>A29</p>	

**Quadro 24:** Produção escrita apresentada por A29 na Questão 2

#### 4.2.2 Questão 2 - Nenhum crédito:

A Tabela 7, apresentada a seguir, sintetiza os dados por agrupamentos relativos à Questão 2, com nenhum crédito, conforme a indicação das respostas dadas pelos alunos.

**Tabela 7-** Desempenho dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 2, com nenhum crédito com e sem resposta

Indicação do desempenho	Nº de provas	%
1-Resolve incorretamente o problema, apresenta resposta seguida da pergunta ou em um espaço da folha próximo da resolução e/ou do enunciado <u>indicando</u> que a resposta encontrada está seguida da palavra Resposta ou da letra R. Provas 2, 5, 9, 10, 12, 14, 16, 17, 18, 19, 27, 28, 32, 33, 34, 36, 38, 39, 41, 43, 44, 45, 48, 49 e 50.	25	53,19
2-Resolve incorretamente o problema, apresenta resposta em um espaço da folha próximo da resolução e/ou do enunciado <u>sem indicar</u> para a resposta encontrada a palavra Resposta ou da letra R. Provas 1, 3, 4, 6, 7, 13, 15, 24, 25, 30, 35, 37, 40, 46.	14	29,80
3-Resolve incorretamente o problema, responde grifando o resultado da operação ou desenhando a saia e/ou a blusa etiquetando-as com seus respectivos valores. Provas 8 e 47.	2	4,25
4-Resolve incorretamente o problema e não apresenta resposta. Provas 11, 20, 22, 26, 31 e 42.	6	12,76
Total de provas	47	100,00

Analisando as estratégias distintas de resolução presentes nas 47 provas dos alunos que obtiveram nenhum crédito na Questão 2, foi possível a construção de 4 agrupamentos. Três deles compostos por 41 provas que apresentaram registro da resposta seja esta seguida da pergunta ou em um espaço da folha próximo da resolução e/ou do enunciado, registrando-se que, destes, 2 alunos não apresentaram resolução, apenas a resposta e ainda que 6 alunos que erraram a questão não apresentaram a resposta.

Face aos agrupamentos construídos com base nas respostas apresentadas à Questão 2 com nenhum crédito, foram selecionadas 25 provas para o primeiro grupo. Nestas os alunos apresentaram resposta seguida da pergunta ou em um espaço da folha próximo da resolução e/ou do enunciado, indicando que a resposta encontrada está seguida da palavra Resposta ou da letra R. Das 25 provas pertencentes a este grupo, 9 alunos escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução, indicando que a resposta encontrada está seguida da letra R; 2 alunos, A14 e A48, escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução, indicando que a resposta encontrada está seguida da palavra Resposta; 2

alunos, A27 e A32, escreveram a resposta em um espaço da folha próximo do enunciado, indicando que a resposta encontrada está seguida da letra R; 2 alunos, A16 e A49, escreveram a resposta em um espaço da folha próximo do enunciado e da resolução, indicando que a resposta encontrada está seguida da letra R; 3 alunos, A9, A18 e A45, escreveram a resposta seguida da pergunta; 4 alunos apresentaram como resposta o número encontrado na resolução, o qual foi escrito seguido da pergunta; um (1) aluno, A41, apresentou como resposta o número encontrado na resolução, o qual foi escrito seguido da pergunta e da letra R; um (1) aluno, A12, apresentou como resposta o número encontrado na resolução, o qual foi escrito tanto seguido da pergunta como também da letra R, em um espaço da folha próximo da resolução; um (1) aluno, A19, escreveu a resposta próxima do enunciado, indicando que a resposta encontrada está seguida da palavra Resposta; e um (1) aluno, A38, apresentou o número 52 como resposta seguido da pergunta. Os alunos A19 e A38 não apresentaram resolução. Os quadros 24 e 25 apresentam como exemplo o desempenho de A41 e A48 na Questão 2.

2. Paguei R\$ 75,00 por uma saia e uma blusa. A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa. Qual o preço da saia?  $x = R\$ 98,00$ .

$$\begin{array}{r}
 2) \ 75 \\
 \underline{46} \\
 29 \\
 \underline{23} \\
 6
 \end{array}$$

A41

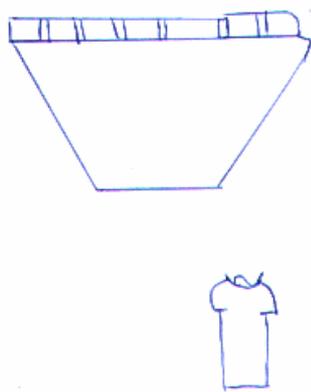
**Quadro 25:** Produção escrita apresentada por A41 na Questão 2

preço da saia ?

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ -23,00 \\ \hline 52,00 \end{array}$$

Peguei 75,00 reais e  
diminuí 23,00 e  
dei 52,00.

Resposta: O preço  
da saia foi 52,00  
reais.



A48

**Quadro 26:** Produção escrita apresentada por A48 na Questão 2

O segundo agrupamento com base na resolução dos alunos na Questão 2 com nenhum crédito com resposta foi construído com 14 provas. Nelas os alunos apresentaram resolução e resposta sem indicar para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R. Desses 14 alunos, 8 escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução; 4 alunos escreveram a resposta em um espaço da folha próximo do enunciado e da resolução; um (1) aluno, A3, escreveu a resposta próxima da resolução e também apresentou como resposta o número encontrado na resolução, seguido da pergunta. Os Quadros a seguir são apresentados como exemplo ao desempenho de A1 e A7.

O preço da saia é 14,00.

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 237} \\ \underline{15} \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \\ \underline{14} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

A1

**Quadro 27:** Produção escrita apresentada por A1 na Questão 2

75,00  
- 23,00  
-----  
52,00

Prova real  
+ 23,00  
+ 52,00  
-----  
75,00 ✓

A blusa custou R\$ 73

A7

**Quadro 28:** Produção escrita apresentada por A7 na Questão 2

O terceiro grupo da Questão 2 com nenhum crédito com resposta é constituído por 2 provas. Numa delas o aluno A8 respondeu ao problema grifando o resultado da operação e desenhando a saia e a blusa, etiquetando-as com seus respectivos valores. Na outra, o aluno A47 apresentou como resposta o desenho da saia e da blusa, registrando seus preços como podemos observar no quadro que segue.

preço da saia ?

$$\begin{array}{r} 15,00 \\ \times 23,00 \\ \hline 1200 \end{array}$$

15,00

23,00

A47

**Quadro 29:** Produção escrita apresentada por A47 na Questão 2

No quarto agrupamento, 6 alunos apresentaram resolução próxima do enunciado e não apresentaram resposta como podemos conferir no quadro a seguir.

$$\begin{array}{r} R\$ 45,00 \\ - 23,00 \\ \hline 5200 \end{array}$$

A31

**Quadro 30:** Produção escrita apresentada por A31 na Questão 2

### 4.3 Questão 3

O Quadro 31 permite a visualização da Questão 3 da Prova de Rendimento Escolar da AVA 2002.

3. Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?

**Quadro 31-** Transcrição da Questão 3

### 4.3.1 Questão 3 – Crédito completo:

A Tabela 8 resume o desempenho dos participantes que obtiveram crédito completo ao resolverem e responderem a Questão 3.

**Tabela 8-** Desempenho dos alunos da 4<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 3, com crédito completo com resposta

Identificação do desempenho	Nº de provas	%
1-Resolve corretamente o problema, apresenta resposta em um espaço da folha próximo da resolução e do enunciado, <u>indicando</u> que a resposta encontrada está seguida da letra R. Provas 23, 28, 39 e 43.	4	80
2-Resolve corretamente o problema, apresenta resposta em um espaço da folha próximo da resolução e do enunciado, <u>sem indicar</u> para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R. Prova 29.	1	20
Total de provas	5	100

Após análise das estratégias utilizadas pelos alunos na Questão 3 com crédito completo e com resposta, construíram-se 2 agrupamentos, os quais contam com 5 provas. Nestas os alunos apresentaram resposta com e sem indicação da palavra Resposta ou da letra R para a resposta encontrada.

O primeiro agrupamento com base na resolução dos alunos na questão 3 com crédito completo e com resposta seguida ou próxima da letra R, apresenta 4 provas. Nestas os alunos A23 e A43 apresentaram a resposta em um espaço da folha próximo do enunciado e da resolução; o aluno A28 apresentou a resposta em um espaço da folha próximo da resolução; e o aluno A39 apresentou a resposta próxima ao enunciado do problema. O desempenho de A23 pode ser conferido no quadro que segue.

cálculo

$$\begin{array}{r} 6 \\ +13 \\ 20 \\ 27 \\ 34 \\ \hline 100 \end{array}$$

R = 1º dia 6, 2º 13, 3º 20, 4º 27, 5º 34

A23

**Quadro 32:** Produção escrita apresentada por A23 na Questão 3

Para o segundo agrupamento com base na resolução dos alunos na questão 3 com crédito completo e com resposta, selecionou-se 1 prova. Nesta o aluno A29 apresentou a resposta em um espaço da folha próximo do enunciado e da resolução, sem indicar para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R, conforme mostra o quadro que segue.

3. Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?

Ele entregou:

$$\begin{array}{r} 1^\circ \text{ dia } 6 \\ 2^\circ \text{ dia } 6+7=13 \\ 3^\circ \text{ dia } 13+7=20 \\ 4^\circ \text{ dia } 20+7=27 \\ 5^\circ \text{ dia } 27+7=34 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 20 \\ +27 \\ 34 \\ 6 \\ \hline 100 \end{array}$$

A29

**Quadro 33:** Produção escrita apresentada por A29 na Questão 3

### 4.3.2 Questão 3 – Crédito parcial:

A Tabela 9, apresentada a seguir, resume o desempenho dos participantes que obtiveram crédito parcial ao resolverem e responderem a Questão 3.

**Tabela 9-** Desempenho dos alunos da 4<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 3, com crédito parcial com resposta

Identificação do desempenho	Nº de provas	%
1-Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, apresenta resposta em um espaço da folha próximo da resolução, <u>sem indicar</u> para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R. Prova 17.	1	100
Total de provas	1	100

Analisando a produção dos alunos na Questão 3 com crédito parcial e com resposta, selecionou-se uma prova para este agrupamento. Nela o aluno A17 escreveu a resposta em um espaço da folha próximo da resolução, sem indicar para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R, como pode ser verificado no quadro que segue.

Handwritten work by student A17:

$$\begin{array}{r} 10013 \\ \underline{20} \\ 10 \\ \underline{00} \\ 000 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

10 dia = 20  
 20 dia = 27  
 30 dia = 34  
 40 dia = 41  
 50 dia = 48

A17

**Quadro 34:** Produção escrita apresentada por A17 na Questão 3

#### 4.3.3 Questão 3 - Nenhum crédito:

A Tabela 10 sintetiza os dados por agrupamentos relativos à Questão 3, com nenhum crédito, conforme a indicação da resolução e das respostas dadas pelos alunos.

**Tabela 10-** Desempenho dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 3, com nenhum crédito com e sem resposta

Identificação do desempenho	Nº de provas	%
1-Resolve incorretamente o problema, escreve resposta seguida da pergunta ou em um espaço da folha próximo do enunciado e/ou da resolução, <u>indicando</u> para a resposta encontrada a letra R. Provas 2, 5, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 18, 19, 21, 27, 32, 33, 36, 38, 41, 44 e 45.	19	43,18
2-Resolve incorretamente o problema, escreve a resposta em um espaço da folha próximo do enunciado e/ou próximo da resolução, <u>sem indicar</u> para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R. Provas 1, 3, 4, 6, 7, 10, 13, 24, 25, 30, 34, 35, 37, 40, 46, 48 e 49.	17	38,64
3-Resolve incorretamente o problema e não apresenta resposta. Provas 11, 20, 22, 26, 31, 42, 47 e 50.	8	18,18
Total de provas	44	100,00

Com base na resolução dos 44 alunos que obtiveram nenhum crédito com e sem resposta na Questão 3, foram criados critérios os quais permitiram três agrupamentos: o primeiro com indicação da resposta, o segundo sem indicação da resposta e o terceiro sem apresentar a resposta.

No primeiro agrupamento, isto é, daqueles que responderam à Questão 3 com nenhum crédito com resposta foram selecionadas 19 provas. Nestas 5 alunos escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução, indicando para a resposta encontrada a letra R; 2 alunos, A12 e A27, apresentaram como resposta o número encontrado na resolução, o qual foi escrito seguido da letra R; 4 alunos escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução e do enunciado, indicando para a resposta encontrada a palavra Resposta; um aluno, A21, escreveu a resposta em um espaço da folha próximo da resolução, indicando para a resposta encontrada a palavra Resposta; um (1) aluno, A14, apresentou como resposta o número encontrado na resolução, indicando para a resposta encontrada a palavra Resposta; 3 alunos escreveram a resposta seguida da pergunta; 3 alunos apresentaram como resposta o número encontrado na resolução, o qual foi escrito seguido da pergunta. O aluno A38 não apresentou resolução, apenas a resposta do problema. O

desempenho de A12 e A21 serão apresentados como exemplo nos quadros que seguem.

Handwritten work by student A12. At the top left, the number '100' is written. At the top right, the number '5' is written. In the center, there is a handwritten calculation: 
$$\begin{array}{r} 100 \ 15 \\ 10 \ \underline{20} \\ 00 \end{array}$$
 Below this, the student has written 'R. 27 telegramas'. In the bottom right corner of the box, the identifier 'A12' is printed.

**Quadro 35:** Produção escrita apresentada por A12 na Questão 3

$\begin{array}{r} 100 \overline{) 5x} \\ - 10 \quad 20 \\ \hline 000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 + \\ \quad 7 \\ \hline 27 \end{array}$	$\begin{array}{l} 100 \div 5 = 20 \\ 20 + 7 = 27 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100 \quad 5 \\ \quad 2 \end{array}$
---	---	---	---

resposta: Ele entregou em cada dia 27 telegramas



A21

**Quadro 36:** Produção escrita apresentada por A21 na Questão 3

O segundo agrupamento construído para a análise do desempenho dos alunos na questão 3 com nenhum crédito com resposta é constituído por um agrupamento de 17 provas. Nelas 9 alunos escreveram a resposta em um espaço da folha próximo da resolução, sem indicar para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R; o aluno A34 apresentou como resposta a quantidade de telegramas entregue a cada dia acrescido de 7, sem indicar para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R; 5 alunos escreveram a resposta próxima da resolução e do enunciado, sem indicar para a resposta encontrada a palavra Resposta ou a letra R; os alunos A1 e A6 escreveram a resposta próxima do enunciado, sem indicação de que aquela era a resposta. O aluno A6 resolveu o problema na última página da prova. Os quadros 35 e 36 apresentam, como exemplo, o desempenho dos alunos A30 e A34.

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 150} \\ \underline{100} \phantom{0} \\ 50 \phantom{0} \\ \underline{40} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 140} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 120 \phantom{0} \\ \underline{100} \phantom{0} \\ 20 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 140} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 120 \phantom{0} \\ \underline{100} \phantom{0} \\ 20 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 140} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 120 \phantom{0} \\ \underline{100} \phantom{0} \\ 20 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$~~

entregou cada dia 90 telegramas.

A30

**Quadro 37:** Produção escrita apresentada por A30 na Questão 3

~~$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 150} \\ \underline{100} \phantom{0} \\ 50 \phantom{0} \\ \underline{40} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 140} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 120 \phantom{0} \\ \underline{100} \phantom{0} \\ 20 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 140} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 120 \phantom{0} \\ \underline{100} \phantom{0} \\ 20 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 140} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 120 \phantom{0} \\ \underline{100} \phantom{0} \\ 20 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$~~

R: Ela entregou em cada dia 27 telegramas

5

5 + 7 = 12

12 + 7 = 19

19 + 7 = 26

26 + 7 = 33

$$\begin{array}{r} 5 \\ 12 \\ 19 \\ 26 \\ \underline{33} \\ 100 \end{array}$$

A34

**Quadro 38:** Produção escrita apresentada por A34 na Questão 3

O terceiro agrupamento construído para a análise da questão 3 com nenhum crédito sem resposta é constituído por 8 provas. Nelas os alunos apresentaram resolução, mas não apresentaram resposta, conforme mostra o quadro que segue.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{700} \\
 \cancel{\times 2} \\
 \hline
 \cancel{700}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 700 \\
 \times 5 \\
 \hline
 700 \\
 \hline
 20 \\
 -20 \\
 \hline
 000
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 700 \overline{) 3500} \\
 \underline{140} \\
 190
 \end{array}$$

A20

**Quadro 39:** Produção escrita apresentada por A20 na Questão 3

$$\begin{array}{r}
 100 \\
 + 5 \\
 + 7 \\
 \hline
 112
 \end{array}$$

A47

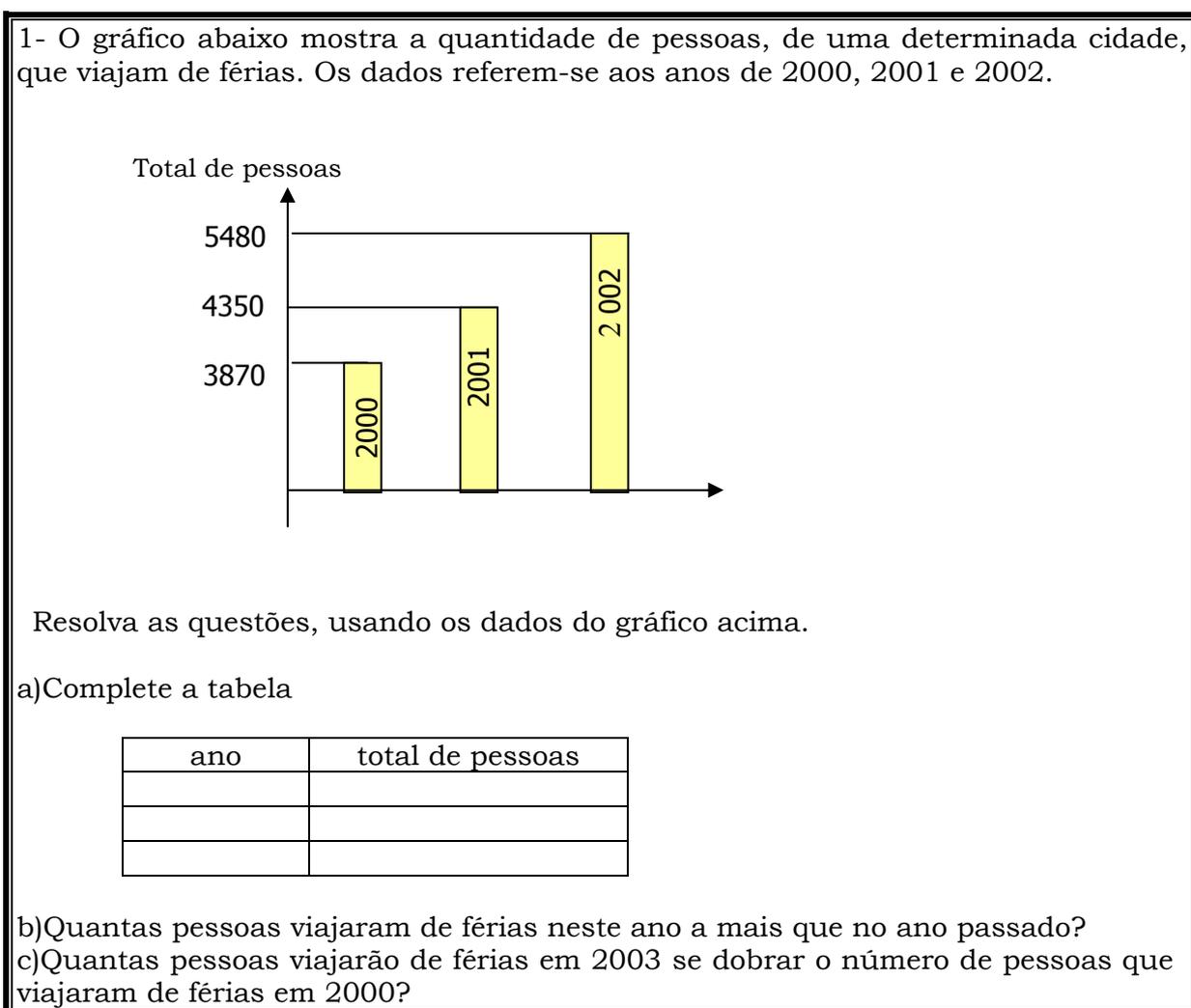
**Quadro 40:** Produção escrita apresentada por A47 na Questão 3

Apresente-se na próxima seção, outras leituras possíveis de serem realizadas a partir da produção escrita dos alunos da 4ª série na Prova de Questões Abertas de Matemática da AVA 2002, como uma forma de dar continuidade ao processo de análise e reflexão dos registros encontrados nestes documentos.



### 5.1 Questão 1

A Figura 1 permite a visualização da apresentação da Questão 1 na prova da AVA/2002.



**Figura 2:** Transcrição da Questão 1

Segundo as autoras do “Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática – AVA/2002”, espera-se que o aluno, quando responde a questões classificadas como do tipo 1, saiba

- Ler informações e dados apresentados em tabelas.
- Ler informações e dados apresentados em gráficos.
- Resolver problema significativo retirando dados de um gráfico.
- Resolver problema significativo retirando dados da tabela.
- Resolver problema significativo envolvendo subtração e multiplicação de números naturais (BURIASCO; CYRINO; SOARES. 2003, p. 6).

A Tabela 12 apresenta um resumo das características de resolução dos alunos na Questão 1 da Prova de Rendimento Escolar - AVA/2002, bem como da avaliação de seus procedimentos.

**Tabela 12-** Resumo das resoluções dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Tipos de compreensão	Resolução	Procedimentos dos alunos							
		Correto		Incorreto		Parcialmente correto		Sem procedimento ou com outro procedimento	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Lê gráfico ou tabela		44	88	5	10	1	2	-	-
Retira dados ou informações		32	64	8	16	9	18	-	-
<u>Não retira dados</u> ou informações <u>não tem resolução</u> e não tem resposta no item 1.b da questão.	-	-	-	-	-	-	-	1	2
Resolve o problema por meio da	Subtração	34	68	-	-	-	-	16	32
	Multipl cação /	23	46	1	2	-	-	4	8
	Adição	9	18	1	2	16	32	12	24
Não resolveram o problema no item 1.b questão, mas efetuam:	Subtração	1	2	1	2	-	-	-	-
	Adição	7	14	2	4	-	-	-	-
	Subtração e adição	1	2	-	-	-	-	-	-
Não resolveram o problema, mas efetuam no item 1.c da questão	Multipl cação	4	8	-	-	-	-	-	-
	Adição	6	12	1	2	-	-	-	-
Não resolve o problema, mas sabe armar a “conta” no item 1.c da questão	Adição	1	2	-	-	-	-	-	-
* <u>Não tem resolução</u> , mas tem resposta no item 1.b da	-	1	2	2	4	-	-	-	-
* <u>Não tem resolução</u> , mas tem resposta no item 1.c da questão	-	-	-	4	8	-	-	-	-

A leitura feita da resolução de cada aluno na Questão 1, permitiu construir 4 blocos de tipos de resolução para o item a, 11 para o item b e 8 para o item c, apresentados a seguir.

### 5.1.1 Sobre o item 1.a:

Observou-se que, dos 50 alunos-participantes, 44 (88%) completaram corretamente a tabela proposta, 1 completou incorretamente um dado da tabela e 5 selecionaram informações incorretas para a resolução do item “a” que compõe a Questão 1. Isso indica que os alunos tiveram de modo geral, um bom desempenho nesse item, demonstrando que mobilizaram um conjunto de recursos cognitivos (saberes, capacidades, informações, etc) para solucionar esse tipo de atividade matemática comumente desenvolvida em sala de aula. Os quatro blocos foram compostos com base nas semelhanças da resolução dos alunos resolvidores da prova.

A Tabela 13 sumariza os dados, por bloco e forma de resolução apresentada nas resoluções da amostra ao item “a”.

**Tabela 13-** Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental quanto ao item “a” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Bloco de resolução	Forma de resolução	Alunos	
		N	%
1	Completa corretamente a tabela em ordem crescente.	42	84
2	Completa corretamente a tabela em ordem decrescente.	2	4
3	Completa incorretamente, em ordem crescente, um dado da tabela.	1	2
4	Completa incorretamente a tabela trocando as variáveis, anos e total de pessoas.	5	10

**Tabela 14-** Respostas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental no item “a” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Questão 1				
	Resposta item 1.a		N	%
Com resposta	2000	3870	42	84
	2001	4350		
	2002	5480		
	2002	5480	2	4
	2001	4350		
	2000	3870		
	2000	3470	1	2
	2001	4350		
	2002	5480		
	2000	5480	4	8
	2001	4350		
	2002	3870		
	2002	3870	1	2
	2000	4350		
	2001	5480		
Sem resposta			0	0

### Descrição e análise do Bloco 1

♦ O primeiro agrupamento realizado tendo como base as respostas dos alunos à Questão 1, denominado Bloco 1 permitiu a identificação de 42 provas. Nelas os alunos completam corretamente a tabela em ordem crescente.

Os 42 alunos que acertaram esse item demonstraram ter desenvolvido as competências de ler informações expressas em um gráfico e utilizá-las para completar dados em uma tabela.

## **Descrição e análise do Bloco 2**

♦ Um segundo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1 foi denominado como Bloco 2 constituído por apenas 2 provas. Nelas os alunos A4 e A33 completaram corretamente a tabela proposta no item da Questão, em ordem decrescente.

Mesmo completando a tabela em ordem decrescente para anos e total de pessoas, os alunos interpretaram corretamente o gráfico e demonstraram ter desenvolvido a habilidade de lidar com as informações contidas em um gráfico.

## **Descrição e análise do Bloco 3**

♦ O terceiro agrupamento das provas no item a da Questão 1, Bloco 3, ficou composto por uma prova. Nela o aluno A44 completou incorretamente, em ordem crescente, um dado na tabela, ao invés do número 3870 escreveu 3470.

Acredita-se que o desempenho aquém do esperado do aluno A44 no item “a” ocorreu por falta de atenção ao transcrever incorretamente o número de pessoas do ano de 2000, pois completou corretamente os demais para os anos de 2001 e 2002. Dessa forma, considera-se que o aluno desenvolveu a competência para ler um gráfico e retirar dele informações, visto lidar apropriadamente com o tratamento da informação, eixo de conteúdos básicos para o Ensino Fundamental, ao transcrever corretamente os outros dois dados da tabela.

Esta conclusão, também, foi baseada no procedimento do aluno para os itens b e c. Ele retirou corretamente as informações e efetuou corretamente as operações para sua solução, no caso a subtração e a multiplicação, demonstrando, assim, que compreendeu o enunciado, assim como os conceitos básicos envolvidos para resolver o problema.

## Descrição e análise do Bloco 4

♦ O quarto agrupamento feito das provas na Questão 1, originou o Bloco 4 das resoluções, que ficou composto por 5 provas. Nelas os alunos A10, A26, A31 e A47 completaram incorretamente a tabela trocando as variáveis, anos e total de pessoas; e o aluno A41 não obedece a uma seqüência dos anos ao completar a tabela proposta na questão como já apresentado no Quadro 19;

Os alunos A10, A26, A31, A41 e A47 parecem ainda não ter desenvolvido as competências para ler gráficos e usar informações destes para completar tabelas, talvez por falta de familiaridade em lidar com informações de gráficos e tabelas, ou mesmo por distração, e dificuldade na leitura de gráficos e tabelas.

Uma outra hipótese pode ser considerada quando se observa o procedimento dos alunos que transcreveram os anos em ordem crescente, ou seja, da esquerda para a direita, e o número de pessoas em ordem decrescente, de cima para baixo. Completando, dessa forma, a tabela, demonstram que não sabem fazer relação entre as variáveis que a compõem, isto é, por sua estratégia de uso dessas informações parecerem indicar que a retirada das “informações contidas no gráfico é feita por meio da estratégia análoga à forma como lêem textos escritos, ou seja, neste caso, relacionando os dados de acordo com a ordem em que aparecem na representação” como afirma Nagy-Silva (2005, p.59). O Quadro 18 e o Quadro 20 apresentados, anteriormente, respectivamente nas páginas 81 e 84, subsidiam essa interpretação.

Mesmo completando a tabela incorretamente, os alunos parecem saber que precisam usar informações do gráfico para completá-la.

O aluno A26 registrou corretamente as informações que retirou do gráfico e não da sua tabela para resolver os itens “b” e “c” do problema. Dessa maneira, pode-se dizer que ele parece ter a competência para ler gráficos e que o seu erro pode ter ocorrido por falta de atenção ou por distração ao completar a tabela.

As respostas do aluno A31 aos itens “b” e “c”, permitem dizer que seu erro no item “a” ocorreu, porque, talvez, tenha retirado da tabela e não do gráfico as informações para resolver as situações respectivas aos itens destacados. Sendo assim, tais respostas podem ser utilizadas como indícios para afirmar que seu erro no item “a” se deu em função da leitura incorreta do gráfico ao utilizar para ele a mesma estratégia da forma como lêem textos escritos.

Quanto ao tipo de erro apresentado nas respostas a esse item pelos alunos A10, A41 e A47, pode-se considerar que ele seja de qualquer natureza já descrita, pois demonstraram com seu procedimento nos itens “b” e “c” que não compreenderam o problema.

### **5.1.2 Sobre o item b:**

Analisando esse item, observa-se que 39 (78%) dos 50 participantes leram e identificaram corretamente as informações a serem selecionadas, do gráfico ou da tabela, apresentadas como parte do enunciado. Entretanto, os demais não o fizeram: 10 alunos (A5, A10, A12, A14, A18, A20, A31, A41, A45 e A47) selecionaram incorretamente as informações e 1 aluno (A9) não apresentou resolução. Um dos participantes (A12) selecionou algumas informações corretas e outras incorretas, apesar de adotar uma estratégia correta para as duas resoluções, porém, ao dar a resposta, opta por uma incorreta. Apresenta-se na Tabela 15 os blocos constituídos a partir dos tipos de resolução adotados pelos alunos-participantes.

**Tabela 15-** Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental quanto ao item “b” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Bloco de resolução	Forma de resolução	Aluno	
		N	%
1	Retira corretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua corretamente a subtração $5480 - 4350 = 1130$ .	34	68
2	Retira corretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua corretamente a subtração $5480 - 4350 = 1130$ , e a adição $5480 + 4350 = 9830$ .	1	2
3	Retira corretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua a adição $5480 + 4350 =$ .	3	6
4	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua corretamente a subtração $4350 - 3870 = 0480$ .	1	2
5	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua corretamente a adição $3870 + 4350 = 8220$ .	2	6
6	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua corretamente a adição de 3 parcelas com 4 dígitos em cada parcela $3870 + 4350 + 5480 = 13700$ .	2	4
7	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua a adição de 2 parcelas com 4 dígitos em cada uma $2001 + 2002 =$ .	2	4
8	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua incorretamente a subtração $3870 - 4350 =$ .	1	2
9	Não retira informações, não apresenta resolução e não responde ao item 1.b da questão.	1	2
10	Não apresenta resolução e responde corretamente ao item 1.b da questão.	1	2
11	Não apresenta resolução e responde incorretamente ao item 1.b da questão.	2	4

**Tabela 16-** Respostas dos alunos da 4<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental no item “b” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

<b>Questão 1</b>			
	<b>Resposta item 1.b</b>	<b>N</b>	<b>%</b>
<b>Com resposta</b>	Viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado 1130 pessoas, ou 1130.	32	64
	9830	1	2
	480	2	4
	8220	1	2
	13700	2	4
	4003	1	2
	5480	1	2
<b>Sem resposta</b>		10	20

Oito dos 11 blocos foram agrupados a partir das semelhanças encontradas nas resoluções das provas dos alunos no item “b” da Questão 1 conforme foi apresentado na Tabela 15.

### **Descrição e análise do Bloco 1**

♦ O primeiro agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos no item b da Questão 1 foi denominado como Bloco 1, que foi composto por 34 provas. Nelas os alunos retiraram corretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuaram corretamente a subtração  $5480 - 4350 = 1130$ , entretanto os alunos A17, A22 e A42 não apresentaram a resposta; os alunos A21, A25 colocaram o sinal que caracteriza a subtração ao lado direito da conta; e o aluno A44 escolheu de início um procedimento incorreto, mas invalidou sua resolução, iniciando e concluindo seu procedimento de forma correta. Algumas resoluções podem ser verificadas nos Quadros 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13 e 14.

Nesse bloco de resoluções, esses alunos apresentaram um comportamento esperado ao lidar com as informações contidas em uma tabela ou gráfico para ler, retirar informações e resolver problema

envolvendo a subtração. Considera-se, então, que os alunos desenvolveram as competências e as habilidades esperadas quando conseguiram identificar e interpretar os conteúdos conceituais básicos trabalhados em sala de aula e relacioná-los a situações semelhantes como a proposta no enunciado desse item e praticadas, habitualmente, na vida real. Estes alunos demonstraram por meio da sua resolução que compreenderam a idéia aditiva da subtração, a qual expressa a necessidade de colocar quantidades para formar uma quantidade dada, como, por exemplo, nesta situação em que temos o todo e uma das partes,  $4350 + \underline{\quad} = 5480$ . No entanto, em situações como as que aparecem nesse tipo de enunciado, é necessário efetuá-la de forma inversa, ou seja, por meio da subtração  $5480 - 4350 = 1130$ , pois devem estar presentes nas “[...] situações de comparação” as operações de reversibilidade, como propostas por Piaget, antes mesmo que a operação aritmética para sua solução seja realizada (NUNES; BRYANT, 1997, 134).

## **Descrição e análise do Bloco 2**

♦ Para o segundo agrupamento feito a partir da resolução dos alunos na Questão 1 apenas uma prova foi classificada no Bloco 2. Nela o aluno A11 usa as informações corretamente do gráfico ou da tabela e efetua corretamente a subtração  $5480 - 4350 = 1130$  e a adição  $5840 + 4350 = 9830$ , sem, contudo, apresentar resposta para o item “b” da questão conforme, já registrado no Quadro 17 da página 81.

Analisando a resolução deste aluno, pode-se inferir que ele optou por realizar um procedimento que resolve e outro que não resolve o item da questão, no entanto demonstrou que sabe efetuar subtração simples e adição com reagrupamento.

### Descrição e análise do Bloco 3

♦ No terceiro agrupamento realizado tomando como base as resoluções dos alunos na Questão 1, um total de 3 provas foi identificado. Nelas os alunos A26 e A36 usaram corretamente as informações do gráfico ou da tabela e efetuaram corretamente a adição  $5480+4350=9830$ , mas o aluno A26 não apresentou resposta e, também, não observou a ordem das casas decimais ao efetuar a adição. O aluno, A36 circulou no enunciado a expressão a mais e o aluno A46 também usou as informações corretamente do gráfico ou da tabela, mas efetuou incorretamente a adição por não somar o 1 (1 centena) que subiu na casa da centena, sem apresentar a resposta.

No “Bloco – 3” de resoluções os alunos apresentaram um comportamento esperado para ler e selecionar informações, demonstrando que desenvolveram habilidades para identificar e utilizar informações de distintos códigos ao lidar com o tratamento da informação, eixo de conteúdos básicos necessários em que estão implícitas “algumas noções de probabilidade” (BRASIL, 1997, p.133), que podem aparecer com frequência em situações da vida cotidiana. No entanto, os alunos não escolheram um procedimento adequado para realizar a operação, optando por uma adição no lugar de uma subtração, embora dois deles (A26 e A36) tenham efetuado corretamente a adição.

Entende-se que a adição foi escolhida como estratégia de resolução por aparecer no enunciado a expressão “a mais que”, circulada inclusive por um dos participantes (A36). Isso possivelmente fez com que os alunos interpretassem equivocadamente e associassem a adição a essa terminologia presente no enunciado desse item. Por conseguinte, o erro pode ter ocorrido por “falsa generalização em que o aluno tendo aprendido uma regra considera que deve generalizá-la para outras operações” (CURY, 2003, p. 3), ao somar os dados ao invés de subtraí-los.

De acordo com Nunes e Bryant (1997, p. 120), em situações como essas os alunos “confiam apenas em indícios superficiais do problema elas somarão e cometerão um erro”. Em outras situações, seguir indícios lingüísticos superficiais pode levar os alunos ao êxito, porém por razões

incorretas. Sendo assim, é preciso se verificar o que os alunos estão pensando quando realizam seus procedimentos aritméticos.

Um dos alunos (A46) obteve um desempenho aquém do esperado ao resolver a adição  $5480 + 4350 = 9730$ , pois, ao adicionar as centenas, esqueceu de incluir na adição “o vai um” da soma (BATISTA, 1995, p. 65), o que provocou o erro. No entanto, este erro pode ter ocorrido por falta de atenção do aluno e não por falta de compreensão do valor posicional do algarismo no sistema de numeração decimal, já que em outra situação de adição semelhante a esta, o que se pode verificar no Quadro 14, vide p.78, o aluno efetuou, corretamente, o cálculo da adição. Sendo assim, confirma-se a necessidade de o aluno ser levado a fazer a “verificação na solução” (MOVSHOVITZ-HADAR; ZASLAVSKSY; INBAR, 1987 apud RICO, 1995, p. 91) para que o erro possa ser percebido e corrigido.

É fundamental verificar a resolução e validar a questão quando se analisa a resposta apresentada. Isso é possível ao se avaliar se o procedimento ou estratégia utilizada pelo aluno para obter os resultados finais, por meio da sua resolução, levou realmente a uma conclusão coerente com o problema, constatando-se, assim, o sucesso da tarefa realizada. Concorda-se que quanto a

realizar o processo de validação é preciso empregar procedimentos que possam garantir ou não a aceitação da(s) resposta(s) encontrada(s), o que pode ser feito à medida que se responde a perguntas como: A(s) resposta(s) serve(m) para responder o problema? É(são) adequada(s) para o contexto do problema? Satisfaz(em) todas as condições presentes no enunciado do problema? (NAGY-SILVA, 2005, p. 104).

#### **Descrição e análise do Bloco 4**

◆ O quarto agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1, foi composto por 1 prova. Nela o aluno A12 usou corretamente as informações e efetuou corretamente a subtração  $5480 - 4350 = 1130$ , apesar de não colocar o sinal que a caracteriza, talvez por

não considerar importante ou por não se dar conta de uma das funções sociais da escrita: fazer o registro para que outros possam ler e compreender o que o levou a agir. O aluno, ainda, retirou do gráfico ou da tabela dados ou informações incorretas, que não resolvem o problema, apesar de ter efetuado corretamente a subtração  $4350 - 3870 = 0480$ , dando o resultado desta resolução como resposta.

Por meio do procedimento desse aluno, podemos dizer que ele sabe resolver situações envolvendo a “idéia aditiva da subtração” em situação de comparação e que compreendeu a técnica da base do sistema de numeração. Também parece entender que dados e informações contidos em um gráfico ou tabela podem ser úteis para resolver uma situação-problema.

No entanto o que pode ter acontecido é que o aluno utilizou um procedimento geral em situação específica. Sendo assim, não utilizou seu pensamento matemático de forma apropriada à situação, ou seja, não compreendeu que os significados dos símbolos matemáticos podem ser utilizados em algumas situações, mas não em outras. Portanto, para usar “técnicas e ferramentas matemáticas apropriadamente, tem-se que saber se as invariáveis relacionadas a elas são as mesmas invariáveis na situação à mão” (NUNES; BRYANT, 1997, p. 31).

Confirma-se, segundo essa afirmação de Nunes e Bryant (1997), a importância de se fazer conexões entre as invariáveis em uma situação problemática e a relação entre a forma de pensar matematicamente utilizando para tanto as ferramentas de pensar para resolver uma determinada situação.

## **Descrição e análise do Bloco 5**

♦ O quinto agrupamento realizado a partir da resolução dos alunos na Questão 1, deu origem ao Bloco 5 que foi composto por 2 provas. Nelas os alunos A14 e A45 retiraram incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuaram corretamente a adição  $3870 + 4350 = 8220$ . O aluno

A45 não colocou na adição o sinal que a caracteriza, talvez porque não o considere importante, já que em outra situação de subtração ele também não registrou o sinal; o aluno A14 não apresentou resposta.

Analisando esse bloco de resolução, considera-se que um dos erros cometidos pelos alunos se deve ao fato de que eles encontram dificuldades para obter informação espacial. As diferenças individuais dos alunos também influenciam na sua capacidade de pensar mediante a imagem espacial ou visual ao realizarem tarefas matemáticas. Outro fator poderia ser porque o conceito de tempo se encontra, nessa fase, ainda deficiente. Além disso, a falta de familiaridade em lidar com gráficos e tabelas e a dificuldade para ler essas informações também podem ter provocado o procedimento incorreto dos alunos ao lidarem com o tratamento da informação.

Quanto ao procedimento utilizado para resolver a situação, observa-se que os alunos se prenderam em “indícios lingüísticos superficiais” (NUNES; BRYANT, 1997, p. 120/121), expressos em um trecho do enunciado: “a mais que no ano passado”. Essa expressão pode ter provocado uma interpretação equivocada da situação. Dessa forma, resolveram por meio de adição o que deveria ser resolvido com a subtração. Esse fato demonstra que as ferramentas de pensar mobilizadas pelos alunos ainda não foram suficientes para que eles pudessem compreender os conceitos básicos presentes na “idéia aditiva” da subtração em que aparecem “situações de comparação”, cometendo assim o erro (NUNES; BRYANT, 1997). No entanto considera-se que os alunos parecem ter aprendido as técnicas que envolvem a operação de adição com recurso à ordem superior com algoritmo convencional.

Fica evidente também que os alunos sabem que uma situação pode ser resolvida quando se seleciona informações de um gráfico ou tabela para solucionar um problema.

Saber o que o aluno está pensando na aula de matemática é fundamental para que o professor possa atuar no nível de desenvolvimento próximo do aluno e este atinja níveis mais elevados de conhecimento,

podendo, assim, desenvolver suas habilidades, bem como compreender os conceitos presentes no enunciado da questão.

### **Descrição e análise do Bloco 6**

♦ No sexto agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1, foi constituído o Bloco 6, que contém 2 provas. Nelas os alunos A5 e A41 retiraram incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuaram corretamente adição de 3 parcelas com 4 dígitos em cada parcela  $3870+4350+5480=13700$ ; no entanto o aluno A5 não colocou o sinal que caracteriza a adição, talvez por não considerar importante que outras pessoas saibam o que ele está pensando ao efetuar a “conta”.

Analisando esse bloco de resoluções, considera-se que os alunos não compreenderam o enunciado do problema, não utilizaram adequadamente as ferramentas de pensar necessárias para a escolha de estratégias que solucionariam a situação-problema indicada no enunciado. No entanto demonstraram saber que dados podem ser retirados de uma tabela ou gráfico para resolver uma situação, como também dominaram as técnicas da adição com algoritmo convencional envolvendo recurso à ordem superior quando somaram corretamente a adição de três parcelas com quatro dígitos em cada parcela.

Pôr o aluno em contato com situações-problema é uma maneira de oportunizar o desenvolvimento da compreensão e de competências por fazerem conexões e estabelecer relações a cada situação nova ou já experimentada.

## Descrição e análise do Bloco 7

♦ No sétimo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1, foi constituído o Bloco 7 contendo 2 provas. Nelas o aluno, A18 retirou incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuou corretamente a adição de 2 parcelas com 4 dígitos em cada parcela  $2001+2002=4003$ ; e o aluno A47 escolheu o mesmo procedimento só que efetuou a adição  $2001+2002=4002$  de maneira incorreta ao somar as unidades. Além disso utilizou para a adição o sinal que caracteriza a operação de multiplicação e não apresentou resposta, como pode ser verificado no Quadro 21.

O procedimento utilizado demonstra que os alunos podem ter entendido o enunciado, pois identificaram corretamente os anos em que deveriam obter a informação, no entanto utilizaram os anos e não o número de pessoas, operando com eles por meio da adição.

Com o desempenho apresentado supõe-se que pode haver dificuldade com relação à leitura de gráficos e tabelas. A não correspondência entre as variáveis, anos e total de pessoas, presentes no enunciado pode estar demonstrando que não perceberam que elementos de natureza diferente não podem ser considerados os mesmos. No entanto pode haver uma relação de correspondência entre eles para resolver uma situação.

Quanto ao tipo de erro apresentado no parágrafo acima, eles ocorrem por utilizarem mal os dados, pois transcreveram os valores numéricos de uma variável distinta para outra.

O fato de somarem os anos demonstrou que associaram a expressão lingüística do enunciado “a mais que” à operação de adição, ou ainda por falsa generalização, provocando como consequência o desempenho aquém do esperado.

Os erros cometidos pelo aluno A47 podem ser considerados “desatenção” ao efetuar a adição, pois somou corretamente as unidades de milhar e incorretamente as unidades; colocou o sinal que caracteriza uma

operação de (multiplicação), em outra, mas registrou corretamente o sinal de outra adição que escolheu para resolver a questão. Sendo assim, a verificação na solução é uma boa oportunidade para que se possa perceber o erro da soma e fazer a autocorreção.

### **Descrição e análise do Bloco 8**

♦ O oitavo agrupamento contém apenas 1 prova. Nela o aluno A20 retirou incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuou incorretamente a subtração  $3870 - 4350 = 1520$ , colocando nela a indicação incorreta do item (d para b), sem apresentar resposta, conforme aparece no Quadro 16.

O erro cometido pelo aluno, ao selecionar as informações do gráfico ou da tabela, pode ter ocorrido por distração, pois os dados retirados referem-se aos anos de 2000 e 2001, demonstrando, assim, sua desatenção ao lidar com o processamento da informação.

No que se refere à operação, pode-se constatar que é um erro específico da subtração. O aluno que comete esse tipo de erro monta a “conta” de maneira invertida, colocando o minuendo no lugar do subtraendo evidenciando sua dificuldade em operações aritméticas que envolvem dois ou mais algarismos que exijam como recurso “emprestar” da ordem superior na subtração. Sendo assim, o aluno pode ter pensado não no número como um todo, mas em cada algarismo em particular, retirando separadamente cada algarismo menor do maior. Isso revela que ainda não entendeu as propriedades da subtração.

As situações que envolvem a relação de correspondência um-para-dez em atividades manipulativas, com materiais específicos ou não, contribuem significativamente para que o aluno possa compreender o princípio do valor posicional do sistema de numeração decimal.

### **Descrição e análise do Bloco 9**

♦ O nono agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1, deu origem ao Bloco 9, que contém 1 prova. Nela o aluno A9, no item 1.b da questão, não retirou dados do gráfico ou da tabela, não resolveu e não respondeu a questão.

Como nenhuma estratégia de resolução foi constatada e o aluno não deixou nenhuma forma de registro, acredita-se que ele não tinha compreendido o enunciado, ou apenas ter optado por não resolver o problema.

### **Descrição e análise do Bloco 10**

♦ O décimo agrupamento realizado tendo como base as resoluções dos alunos na Questão 1, originou o Bloco 10, contendo 1 prova. Nela o aluno A 38 não apresentou resolução, mas respondeu corretamente ao item 1.b da questão, dando como resposta o número 1130, conforme é mostrado no Quadro 12.

Mesmo não registrando sua resolução na prova, considera-se que o aluno parece saber lidar com noções do tratamento da informação e com problemas que envolvem a “idéia aditiva” da subtração em “situação de comparação” em atividade que seja ao aluno significativa, pois apresentou resposta correta.

### **Descrição e análise do Bloco 11**

♦ O décimo primeiro agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1, permitiu a formação do Bloco 11 contendo 2

provas. Numa delas o aluno A31 não apresentou resolução para o item 1.b da questão e respondeu incorretamente o problema com o número 0480. Na outra o aluno A10 apresentou como resposta ao mesmo item o número 5480 retirado do gráfico ou da tabela, mas não apresentou a resolução da questão;

No entanto o aluno A31, mesmo apresentando apenas a resposta incorreta, permite a inferência de que seu erro se deu em função de uma leitura incorreta do gráfico e não por falta de domínio dos conceitos básicos que envolvem esse item, pois, com base na tabela, item a da questão, escolheu a estratégia incorreta para completá-la. Levanta-se essa hipótese por apresentar para o item c o mesmo procedimento. Dessa forma conclui-se que o erro do aluno pode ter ocorrido porque ele retirou informações incorretas do gráfico para completar a tabela, como mostra o Quadro 20, baseando-se nela para resolver a questão. Sendo assim, seu erro se deu em função de uma leitura incorreta do gráfico e não pela falta de compreensão do item a da questão.

O aluno A10, ao responder o problema com o número 5480, retirado do enunciado, revelou que não interpretou o que estava sendo solicitado na situação, demonstrando falhas na aprendizagem dos conteúdos conceituais envolvidos na atividade matemática. Isso também pode ser constatado pela resposta do aluno ao item c do problema.

### **5.1.3 Sobre o item 1.C:**

Analisando o item “c” da Questão 1, observa-se que, dos 50 alunos, 34, selecionaram corretamente as informações do enunciado proposto e 16 alunos resolveram esse item por meio de um procedimento incorreto. O aluno A28 utilizou dois procedimentos: um que resolve e outro que não resolve a questão proposta nesse item. Em termos de estratégia, procedeu de forma correta nas duas resoluções, porém, ao responder à questão optou por apresentar a resposta incorreta do problema. Apresentam-se a seguir 8 blocos de resoluções.

**Tabela 17-** Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental quanto ao item “c” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Bloco de resolução	Forma de resolução	Aluno	
		N	%
1	Retira corretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua a multiplicação $3870 \times 2 = 7740$ ou a adição $3870 + 3870 = 7740$	34	68
2	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua corretamente a adição $3870 + 4350 = 8220$	1	2
3	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e apenas arma adição de 3 parcelas com 4 dígitos em cada parcela, sem efetua-la: $5480 + 4350 + 3870 =$	1	2
4	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua a adição de 2 parcelas com 4 dígitos em cada uma $2003 + 2000 = 4003$	4	8
5	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua corretamente a adição de 2 parcelas com 4 dígitos em cada parcela $2000 + 2000 = 4000$ ou a multiplicação $2000 \times 2 = 4000$	4	8
6	Retira incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua corretamente a multiplicação $5480 \times 2 = 10960$	1	2
7	Retira corretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetua corretamente a multiplicação $3870 \times 2 = 7740$ , depois retira incorretamente as informações e efetua corretamente a adição de 3 parcelas com 4 dígitos em cada uma $5480 + 4350 + 7740 = 17570$ .	1	2
8	Não apresenta resolução e responde incorretamente ao item 1.c da questão.	4	8

**Tabela 18-** Respostas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental no item “c” da Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Questão 1			
	Resposta item 1.c	N	%
7840	1	2	
6740	1	2	
4003	4	8	
4000	4	8	
10960	2	4	
17570	1	2	
3870	1	2	
5480	1	2	
Sem resposta		8	16

Os blocos apresentados a seguir foram agrupados conforme a semelhança encontrada nas resoluções das provas dos alunos-participantes ao item c da Questão 1, conforme mostra a Tabela 17.

### **Descrição e análise do Bloco 1**

♦ O primeiro agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos no item c da Questão 1 permitiu a criação do Bloco 1 de resoluções, que foi composto por 34 provas. Nelas 24 alunos retiraram corretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuaram a multiplicação  $3870 \times 2 =$  como mostra os Quadros 6, 9, 10, 13, 17 e 18; os alunos A26, A27, A33, A34, A43 e A49, ao efetuarem a multiplicação, não observaram a ordem das casas decimais, talvez por distração ou por pensarem que o mais importante seria efetuar a soma, sem observarem sua estética. O aluno A25 coloca o sinal que caracteriza a multiplicação do lado direito da “conta”. Dez (10) alunos retiraram corretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuaram a adição  $3870 + 3870 =$ , conforme pode ser visto nos Quadros 5, 7, 8, 14 e 15. O aluno A7 não observou a ordem das casas decimais ao efetuar a adição.

Analisando esse item da questão, entende-se que, com os dados presentes no problema, não é possível saber quantas pessoas viajarão de férias em 2003. No entanto foi considerada como correta a resolução dos alunos que retiraram o total de pessoas que viajaram de férias em 2000, efetuando com ele uma multiplicação ou a adição, apresentadas na descrição da resolução. Isto porque nenhum aluno deu o encaminhamento correto, e, sendo assim, optamos por corrigir a questão da forma como foi compreendida pela totalidade dos alunos, já que uma das intenções da investigação é verificar o que os alunos sabem.

Assim, considera-se que esses alunos obtiveram um comportamento esperado, pois desenvolveram a competência para ler, retirar

corretamente do gráfico ou da tabela as informações e resolver problema significativo envolvendo multiplicação ou adição.

Contudo os alunos A32 e A48 escolheram uma estratégia de resolução adequada para a situação, mas erraram ao efetuar a operação. O erro do aluno A32 ( $3870 + 3870 = 6740$ ) pode ser classificado como de distração ou desatenção, pois esquece de somar o “um que subiu” na casa da unidade de milhar, ou ainda como considera Batista (1995, p. 65), “erros no ‘vai um’ da soma” que pode ocorrer por falta de atenção ou de compreensão do valor posicional no sistema decimal que parece não ser característica desse aluno, já que na ordem anterior não praticou esse erro. No caso do aluno A48, ele parece ter esquecido de multiplicar por dois o algarismo que está na casa da centena e acaba registrando o mesmo número no resultado final da “conta” ( $3870 \times 2 = 7840$ ) sem multiplicá-lo. No entanto o aluno registra corretamente todos os passos da “conta” inclusive as ordens que deveriam sofrer arranjos, como se pode verificar no Quadro 13.

A resolução dos alunos A32 e A48, analisada no parágrafo anterior, confirma a necessidade de serem feitas verificações na solução, pois a estratégia de resolução utilizada foi adequada à situação. Acredita-se, porém, que o erro ocorreu porque a solução não foi contrastada com o procedimento utilizado.

## **Descrição e análise do Bloco 2**

♦ O segundo agrupamento realizado tendo como base as resoluções dos alunos na Questão 1, Bloco 2 foi composto por 1 prova. Nela o aluno A20 retirou incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuou corretamente a adição  $3870 + 4350 = 8220$  sem observar a ordem das casas decimais.

Analisando o procedimento escolhido por esse aluno, considera-se que seu erro pode ter ocorrido por falta de compreensão da

linguagem utilizada no enunciado, o que produziu uma interpretação incorreta da proposta.

Isso leva a pensar que o aluno, mesmo resolvendo o problema por meio da adição, não mobilizou as “ferramentas de pensar” (termo utilizado por Nunes e Bryant (1997)) necessárias à situação de multiplicação comparativa, em que o conceito de dobro, ou seja, dobrar a quantidade por meio da multiplicação ou da adição, exigido para a resolução, seria calculado.

Contudo o aluno revelou que sabe operar com algoritmo convencional da adição com recurso à ordem superior, embora não tenha observado a ordem das casas decimais ao somar os algarismos, talvez por pensar que o mais importante é efetuar a soma, mesmo que seus algarismos não estejam ordenados, conforme pode se verificado no Quadro 16.

### **Descrição e análise do Bloco 3**

♦ No terceiro agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1, denominado Bloco 3, foi composto por 1 prova. Nela o aluno A14 retirou incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e iniciou a resolução da adição de 3 parcelas com 4 dígitos em cada parcela  $5480+4350+3870=$ , sem concluí-la.

O registro feito pelo aluno leva a pensar que ele pode ter se cansado ou simplesmente ter desistido de resolver o item, pois armou corretamente a conta de adição, iniciou seu processo de resolução calculando corretamente a soma das unidades e dezenas, registrando o número (20) na coluna correta para efetuar a soma com recurso à ordem superior.

O fato de ter armado essa “conta”  $5480+4350+3870=$  demonstrou que não compreendeu o que foi pedido no item da questão, retirando todas as informações da tabela para calcular a operação que julgou adequada à questão, conforme Quadro 38 – Registro da produção escrita apresentada por A14 nos itens “a, b e c” da Questão 1.

a) Complete a tabela

ano	total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

b) c)

$$\begin{array}{r}
 \cancel{2} \\
 2 \\
 5480 \\
 + 4350 \\
 + 3870 \\
 \hline
 00
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 1 \\
 4350 \\
 + 3870 \\
 \hline
 8220
 \end{array}$$

A14

**Quadro 41-** Produção escrita apresentada por A14 nos itens a, b e c da Questão 1

#### Descrição e análise do Bloco 4

♦ O quarto agrupamento realizado tendo como base as resoluções dos alunos no item c da Questão 1, denominado Bloco 4, foi constituído por 4 provas. Nelas os alunos A5, A18 e A41 retiraram incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuaram corretamente adição de 2 parcelas com 4 dígitos em cada parcela  $2003 + 2000 = 4003$ , mostrado no Quadro 19. O aluno A47 realizou o mesmo procedimento efetuando incorretamente a adição, conforme pode ser verificado no Quadro 21.

O procedimento incorreto, retirando do enunciado os anos de 2003 e de 2000 e resolvendo o item por meio de uma operação adequada, demonstrou que os alunos não compreenderam a situação proposta. Esse fato os levou a interpretarem incorretamente o enunciado proposto, pois apenas retiraram do problema os números para efetuar a adição  $2003 + 2000 =$ , sem entenderem que uma situação envolvendo dobro havia sido proposta, caracterizando assim o erro que ocorreu em função de uma qualidade insuficiente da compreensão dos conceitos envolvidos no enunciado da questão em situação de multiplicação comparativa. A estratégia utilizada pelos alunos indica que muitos deles entendem que resolver problemas é apenas juntar números contidos no enunciado e operar com eles. Os alunos mostraram por meio de sua resolução que dominaram a técnica convencional da adição simples.

O procedimento do aluno A5 na prova mostrou que ele compreendeu o item a, pois completou corretamente a tabela; não compreendeu o item b ao somar o número de pessoas referente aos anos de 2000, 2001 e 2002 e não compreendeu também o item c da questão.

Analisando o procedimento do aluno A18 na questão, considera-se que ele compreendeu o enunciado referente ao item a, pode ter entendido o enunciado do item b, pois identificou corretamente os anos de 2001 e 2002 na tabela ou no gráfico, operando corretamente com eles por meio de uma estratégia inadequada para a situação. Pelo fato de ter identificado corretamente no item b os anos referentes ao número de pessoas, pode ser que ele esteja mais próximo do que se esperava que fosse feito nesse item do que no item c, porque neste item ele apenas retirou dados do enunciado e aplicou uma adição.

No caso do aluno A41, observa-se que completou incorretamente a tabela, demonstrando que apresenta dificuldades para ler o gráfico. No item b demonstrou que não compreendeu a proposta do enunciado ao operar com algoritmo convencional da adição somando o número de pessoas referente aos anos de 2000, 2001 e 2002. Quanto ao item c ele retirou os anos de 2003 e de 2000 que aparecem no enunciado e

efetuou com eles a adição, demonstrando, assim, que não entendeu o problema.

O aluno A47 completou a tabela trocando as variáveis, anos e total de pessoas no item a. Localizou corretamente no gráfico ou na tabela os anos referentes ao item b efetuando incorretamente a soma deles. No item c retirou do enunciado as informações operando incorretamente com elas a adição. Esse erro do aluno pode ter ocorrido por distração ou falta de atenção ao calcular os números, caracterizando assim um erro técnico. Desse modo, o aluno demonstrou que não compreendeu o problema e que apresenta dificuldades em relação aos conteúdos básicos envolvidos na questão.

Contudo o aluno A18 demonstrou que já havia desenvolvido alguma habilidade para lidar com o tratamento da informação: o aluno A5 revelou que tinha alguma familiaridade com gráficos e tabelas, assim como o aluno A41, ao retirar dela dados sem relacioná-los, e o aluno A47 mostrou saber que dados de um enunciado podem ser relacionados com as informações presentes em uma tabela ou gráfico.

### **Descrição e análise do Bloco 5**

♦ O quinto agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1, denominado Bloco 5 foi composto por 4 provas. Nelas o aluno A4 retirou incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuou corretamente a adição de 2 parcelas com 4 dígitos em cada parcela  $2000 + 2000 = 4000$ ; os alunos A21, A35 e A36 retiraram incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuaram corretamente a multiplicação  $2000 \times 2 = 4000$ ; os alunos A21 e A35 não observaram a ordem das casas decimais ao efetuarem a multiplicação, talvez por descuido ou por entenderem que efetuar o cálculo é o suficiente.

Considera-se que os alunos que efetuaram a adição ou a multiplicação referente ao ano de 2000 podem ter entendido o enunciado

desse item, pois identificaram corretamente o ano do qual deveriam obter a informação referente ao número de pessoas. No entanto utilizaram os valores numéricos de uma variável para outra. Sendo assim, pode-se inferir que eles podem estar mais próximos do acerto do que os alunos que compõem o Bloco 4 de resoluções, porque o que se esperava na resolução do item c é que se dobrasse o número de pessoas que viajaram em 2000.

O que leva a crer que essa hipótese possa ser suficiente é o fato de que a estratégia escolhida e o procedimento adotado pelos alunos A4, A21 e A35 para os itens a e b resolvem o problema. No caso do aluno A36, o procedimento adotado para o item a e as informações escolhidas para solucionar o item b foram as de um procedimento correto, embora tenha somado o número de pessoas referente aos anos de 2001 e 2002 no lugar de ter efetuado uma subtração.

### **Descrição e análise do Bloco 6**

♦ O sexto agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1 deu origem ao Bloco 6 contendo 1 prova. Nela o aluno A23 retirou incorretamente do gráfico ou da tabela as informações e efetuou corretamente a multiplicação  $5480 \times 2 = 10960$ .

Observa-se que o aluno escolheu um procedimento correto para resolver os itens a, b e c da questão apesar de ter escolhido um dado incorreto para o item c. Sendo assim, levanta-se a hipótese de que o erro do aluno nesse item pode ter ocorrido por distração ao selecionar incorretamente a informação contida no gráfico ou na tabela, já que escolheu a estratégia adequada para o que está sendo pedido no enunciado ao multiplicar por dois o número de pessoas referente ao ano de 2002. Pode-se dizer então que, mesmo cometendo erro, o aluno demonstrou que compreendeu os conteúdos conceituais envolvidos na situação.

Essa forma de resolução permite inferir que a validação dos procedimentos e da estratégia de resolução utilizadas para resolver

problemas é fundamental para retomar o caminho desenvolvido e para possibilitar ações que levem ao sucesso.

### **Descrição e análise do Bloco 7**

♦ O sétimo agrupamento realizado tendo como base as resoluções dos alunos na Questão 1, deu origem ao Bloco 7 que é composto por 1 prova. Nela o aluno A28 retirou informações corretas do gráfico ou da tabela e efetuou corretamente a multiplicação  $3870 \times 2 = 7740$ , mas também retirou informações incorretas do gráfico ou da tabela e efetuou corretamente a adição de 3 parcelas com 4 dígitos em cada parcela  $5480 + 4350 + 7740 = 17570$ , dando este resultado como resposta, conforme pode ser verificado no Quadro 11.

O erro apresentado pelo aluno nesse item pode ter ocorrido por interferências não válidas em que uma adição é utilizada para resolver alguns problemas e não outros. Nesse caso, o aluno pode ter realizado salto que não se justifica por meio de inferência lógica ou, ainda, por ter associado incorretamente operações ou conceitos diferentes em que um interfere com o outro.

Sendo assim, a resolução desse aluno apontou que ele sabe utilizar a técnica referente à multiplicação comparativa envolvendo dobro ao escolher a estratégia correta, mas não compreendeu a situação, pois deu sentido ao procedimento matemático mais geral, porque sua compreensão não permitiu saber o que significa algo invariável (NUNES; BRYANT, 1997, p. 31). Desse modo, para que o aluno pudesse obter sucesso na situação, ele deveria saber que as invariáveis relacionadas à técnica utilizada na primeira operação que calculou e às ferramentas de pensar necessárias para resolver a questão são as mesmas invariáveis presentes na situação em questão. (NUNES; BRYANT, 1997).

## Descrição e análise do Bloco 8

♦ No oitavo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 1, foi possível construir o Bloco 8 contendo 4 provas. Nelas os alunos A9 e A31 não apresentaram resolução e responderam incorretamente a questão conforme o Quadro 19; os alunos A10 (3870) e A38 (5480) deram como resposta ao item 1.c da questão um dos números que retiraram do gráfico ou da tabela, sem apresentar resolução, conforme o Quadro 12.

O aluno A9 acertou o item a da questão. Quanto ao item b, não respondeu a pergunta e, no item c apresentou apenas o número 4003 como resposta. Sendo assim, pode-se inferir que esse aluno pode ter utilizado o mesmo procedimento dos alunos do Bloco 4, demonstrando que não compreendeu a questão. Desse modo, revelou que encontra dificuldades para lidar com esse tipo de problema.

O aluno A10 completou incorretamente a tabela referente ao item a e retirou da tabela a resposta para o item b (5480) e para o item c (3870), revelando sua incompreensão relativa à questão, o que pode ter provocado o seu erro.

O aluno A31 procedeu da mesma forma que o aluno A10, ao completar a tabela, 2000 - 5480, 2001 - 4350, 2002 - 3870, item a da questão e respondeu incorretamente aos itens b e c do problema. No entanto considera-se importante destacar que, se ele resolveu o problema retirando as informações da forma como preencheu sua tabela, o que se acredita provável que tenha ocorrido, ele acertou a questão. Sendo assim, seu erro pode ter ocorrido por ter feito leitura incorreta do gráfico, isto é, leu o gráfico da forma como lê textos escritos, e não por falta de domínio conceitual relativo ao sistema decimal; ou por não dominar os conceitos da subtração ou multiplicação. Caso contrário, fica caracterizado sua incompreensão do problema.

O aluno A38 deu resposta correta para os itens a e b da questão, sem apresentar a resolução e respondeu incorretamente ao item c

sem, no entanto, resolvê-lo. Por meio da resposta apresentada, pode-se dizer que o aluno não compreendeu a proposta desse enunciado, interpretando-o incorretamente, contudo demonstrou que entendeu o problema.

## 5.2 Questão 2

O Quadro 42 permite a visualização da apresentação da Questão 2 na Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002.

2. Paguei R\$ 75,00 por uma saia e uma blusa. A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa. Qual o preço da saia?

**Quadro 42-** Transcrição da Questão 2

Nas questões como a do tipo 2, espera-se que o aluno saiba, segundo o *Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática - AVA/2002*, resolver problema significativo envolvendo subtração e divisão de números naturais (BURIASCO; CYRINO; SOARES. 2004, p. 6).

A Tabela 19 indica o resumo das resoluções dos alunos na Questão 2 da Prova de Rendimento Escolar - AVA/2002, objeto de estudo utilizado nesta pesquisa.

**Tabela 19-** Resumo da resolução dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 2 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Tipos de compreensão	Resolução	Procedimentos dos alunos							
		Correto		Incorreto		Correto e incorreto		Sem procedimento ou com outro procedimento	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Resolve o problema por meio da:	Subtração e da divisão	3	6	-	-	-	-	-	-
Não resolve o problema	-	-	-	-	-	-	-	47	94
Não resolve o problema, mas efetua:	Subtração	32	64	3	6	-	-	-	-
	Adição	3	6	1	2	-	-	-	-
	Divisão	1	2	1	2	-	-	-	-
	Adição e subtração	1	2	-	-	-	-	-	-
	Divisão e subtração	2	4	-	-	1	2	-	-
Não apresenta resolução, mas apresenta resposta.	-	-	-	2	4	-	-	-	-

Analisando a produção escrita dos 50 alunos na prova, verificou-se que, na Questão 2, 3 (6%) dos participantes (A21, A23 e A29) resolveram corretamente o problema. Com esse percentual pouco significativo torna-se evidente que grande parte dos alunos que resolveram essa questão parecem não ter desenvolvido a competência para resolver problema envolvendo subtração e divisão de números naturais em situações que podem ser encontradas na vida cotidiana das pessoas. No entanto, 39 alunos demonstraram, de certa forma, saber lidar com números e operações fundamentais, 6 alunos encontraram alguma dificuldade e apenas 2 alunos (A19 e A38) não resolveram a questão.

Um estudo cuidadoso da resolução dos alunos na Questão 2 permitiu construir 14 blocos de resoluções, os quais foram distribuídos conforme se pode verificar na tabela que segue.

**Tabela 20-** Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 2 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Bloco de resolução	Forma de resolução	Aluno	
		n	%
1	Resolve corretamente o problema por meio da subtração $75,00 - 23,00 = 52,00$ e da divisão $52,00 \div 2 = 26,00$ .	3	6
2	Efetua a subtração $75 - 23 =$ .	30	60
3	Efetua corretamente a adição $23,00 + 52,00 = 75,00$ .	2	4
4	Efetua a adição $75 + 23 =$ .	2	4
5	Efetua corretamente a adição $75 + 23 = 98$ e a subtração $75 - 23 = 52$ .	1	2
6	Efetua corretamente a subtração $75 - 52 = 23$ com um dado encontrado na operação que invalidou.	1	2
7	Efetua corretamente a divisão $75 \div 2 = 37$ com resto 1.	1	2
8	Efetua corretamente a divisão $75 \div 2 = 37$ com resto 1 e corretamente a subtração $37 - 23 = 14$ .	2	4
9	Efetua corretamente a subtração $75,00 - 23,00 = 52,00$ , $52,00 - 23,00 = 29,00$ .	1	2
10	Efetua corretamente a subtração $29,00 - 23,00 = 06,00$ com um dado que encontrou em operação que invalidou.	1	2
11	Efetua corretamente a divisão $75 \div 2 = 37,50$ com resto 0, incorretamente a subtração $37,50 - 23,00 = 14,00$ e corretamente a subtração $75,00 - 14,00 = 61,00$ com verificação apenas na última conta.	1	2
12	Efetua incorretamente a divisão $75 \div 23 = 3$ com resto 15.	1	2
13	Efetua incorretamente a subtração $15,00 - 23,00 = 12,00$ com um dado que não pertence ao problema.	2	4
14	Não apresenta resolução e dá resposta incorreta.	2	4

**Tabela 21-** Respostas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 2 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

<b>Questão 2</b>			
	<b>Resposta</b>	<b>N</b>	<b>%</b>
<b>Com resposta</b>	<b>O preço da saia é</b>		
	R\$26,00	3	6
	R\$52,00	25	50
	R\$75,00	1	2
	R\$98,00	2	4
	R\$23,00	2	4
	R\$37,00	1	2
	R\$14,00	3	6
	R\$29,00	1	2
	R\$6,00	1	2
	R\$15,00	2	4
	<b>O preço da blusa é</b>		
	R\$75,00	1	2
	R\$52,00	1	2
	<b>O preço da blusa e da saia é</b>		
R\$52,00	1	2	
<b>Sem resposta</b>		6	12

A semelhança de resolução encontrada nas provas dos alunos-participantes orientou a construção dos blocos de resolução mostrados na Tabela 20 que serão apresentados a seguir.

### **Descrição e análise do Bloco 1**

♦ No primeiro agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 2, denominado Bloco 1 foi composto por 3 provas. Nelas os alunos A21, A23 e A29 resolveram corretamente o problema por meio da subtração  $75,00 - 23,00 = 52,00$  e da divisão  $52,00 \div 2 = 26,00$ ; o aluno A21 iniciou um procedimento correto para resolver o problema, mas, ao efetuar a subtração, escolhe estratégia incorreta, apresentando como consequência uma resposta incorreta. Ele parece ter percebido seu erro, então invalidou essa resolução e utilizou outro procedimento correto que também resolve o problema.

Esse problema envolve a subtração de números naturais, que deve ser resolvida pensando-se em uma situação de comparação, pois aparece no trecho do enunciado que “A saia foi R\$23,00 mais barata que a blusa”, como foi apresentado no Quadro 24.

Outra maneira de resolver o problema foi escolhida pelo aluno A21, que não deu conta de encontrar sua resposta. Nessa resolução, o aluno não percebeu que, se o valor total fosse dividido por 2  $R\$75,00 \div 2 = R\$37,50$ , a diferença entre o valor da saia e da blusa também deveria ser calculado por 2  $R\$23,00 \div 2 = R\$11,50$ , para obter-se  $R\$37,50 - R\$11,50 = R\$26,00$  e encontrar o valor pago pela saia R\$26,00, o que não foi pensado, em parte, pelo aluno, como pode ser verificado no Quadro 23.

Algumas marcas a lápis, registradas pelo aluno A23 na página 3 da prova, indicam que ele utilizou o mesmo procedimento do aluno A21, porém apagou e buscou outra estratégia de resolução, já apresentada.

Acredita-se que um dos motivos pelos quais os alunos A21 e A23 podem não ter dado conta de resolver o problema com a primeira estratégia escolhida se deva ao fato de que formas diferentes de se pensar e resolver um problema são pouco trabalhadas em sala de aula, optando-se quase sempre pelas formas de resolução que o livro didático traz.

Com essa prática, os que se envolvem com o processo educativo parecem esquecer-se de que o livro é apenas um material de apoio para alunos e professores e não uma cartilha que deve ser seguida à risca. Caso essa prática continue sem que haja uma “reflexão da pertinência de suas contribuições” à transformação social por meio da socialização do saber, pode-se estar perdendo a oportunidade de levar o aluno a utilizar o pensamento como “ferramenta matemática” para resolver uma infinidade de situações.

## Descrição e análise do Bloco 2

♦ O segundo agrupamento realizado tomando como base as resoluções dos alunos na Questão 2 permitiu a construção do Bloco 2, contendo 30 provas. Nelas os alunos resolveram incorretamente o problema, efetuando apenas a subtração  $75 - 23 =$ , como mostram os Quadros 26, 28 e 30.

A resolução dos alunos revelou que o desempenho aquém do esperado se deu porque não compreenderam que, além da subtração, uma divisão deveria ser calculada para se chegar à resposta desejada, pois a subtração apenas equilibraria o preço da saia e da blusa. A análise da resolução dos alunos leva a pensar que o erro pode ter ocorrido devido ao processamento da informação e não à deficiência do conhecimento matemático deles, pois, como afirma Movshovitz-Hadar, Zaslavskysy e Inbar (1987), os erros podem ocorrer devido a

Interferências não válidas logicamente. Esta categoria inclui aqueles erros que se produzem por falso raciocínio, e não se deve ao conteúdo específico. Encontramos dentro desta categoria erros produzidos por: derivar de um enunciado condicional seu recíproco ou seu contrário; derivar de um enunciado condicional e de seu conseqüente, ou antecedente; (apud RICO, 1995, p. 90, 91).

Sendo assim, parece que o falso raciocínio produzido pelos alunos, por conta de não compreenderem que o enunciado derivava de uma condição de reciprocidade após a retirada da diferença entre a saia e a blusa, isso impediu que eles levassem em conta a situação de igualdade que deveria ser estabelecida para se obter a resposta que deveria ser encontrada a partir do enunciado proposto.

O aluno A5, além de cometer um erro por não compreender a situação, que o levou a um falso raciocínio, como já se discutiu anteriormente, cometeu também um erro por distração ou por falta de atenção ao somar os valores da conta no lugar de subtraí-los. O que leva a crer nessa hipótese é o fato de que na Questão 3, mesmo efetuando

incorretamente a divisão, o aluno demonstrou saber subtrair um número do outro, pois, ao multiplicar 7 por 7, sabe que para 50 falta 1.

Embora os alunos A7, A17 e A49 tenham escolhido o mesmo procedimento que os outros alunos deste grupo, eles estão em um patamar de compreensão um pouco inferior ao de seus colegas. Chega-se a esta suposição, ao observar suas respostas.

O aluno A7 respondeu que “A blusa custou R\$75”, resultado encontrado com a verificação da subtração  $75,00 - 23,00 = 52,00$  que efetuou corretamente. Nesse caso, considerou a verificação como uma outra conta para resolver o problema.

O aluno A17 respondeu que “O preço da Blusa e da saia custou 52,00 reais”. Ao apresentar esta resposta, demonstrou que não compreendeu o enunciado proposto, já que o valor das duas peças estava expresso no enunciado.

O aluno A49 escreveu na resposta: “O preço da blusa é 52 reais”. Esta resposta está indicando que ele entendeu que o preço da saia já estava dado no enunciado e que era necessário, então, encontrar o valor pago pela blusa para solucionar o problema.

Quanto aos alunos A22, A26 e A42, que não responderam a questão, analisando a prova como um todo, pode-se supor que para eles basta resolver o problema, e que o resultado da resolução pode ser considerado uma resposta, apesar de se entender que é fundamental que o aluno encontre e dê a resposta para que se possa conhecer e avaliar o seu nível de compreensão.

Analisando a prova do aluno A11, pode-se levantar a hipótese de que ele não deu resposta por não saber que resposta apresentar, pois nas 3 Questões ele encontra a resposta e só na Questão 1 apresentou duas respostas para o item b, mas as invalidou.

Quanto ao aluno A31, constata-se que na Questão 1 apresentou resposta e não apresentou resolução, nas Questões 2 e 3 não apresentou resposta. Esse fato leva a crer que para esse aluno apresentar a resolução ou apresentar a resposta tem o mesmo significado.

É importante destacar que esses alunos não resolveram o problema, no entanto verifica-se que eles retiraram corretamente as informações do enunciado e efetuaram a subtração, operação necessária para resolver parte da questão, apesar de A5 tê-la efetuado incorretamente.

Situações como estas, apresentadas na prova, podem ser utilizadas na sala de aula. Questionamentos como os do tipo: O que o problema está perguntando? Com a “conta” que fez, o que você calculou? Você pode saber também o preço pago pela blusa? Devem ser oportunizados a fim de estimularem no aluno a utilização das “ferramentas de pensar”, termo utilizado por Nunes e Bryant (1997).

Sendo assim, tanto os questionamentos feitos pelos professores a seus alunos, como a justificção da resolução pelos alunos pode ajudá-los a refletir sobre as estratégias utilizadas, facilitando a compreensão de que o raciocínio produzido ainda não foi suficiente para se chegar a uma resposta coerente com o problema.

### **Descrição e análise do Bloco 3**

◆ O terceiro agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 2 deu origem ao Bloco 3 contendo 2 provas. Nelas os alunos A14 e A40 efetuaram corretamente a adição  $52,00 + 23,00 = 75,00$  e vice-versa;

O fato de os dois (2) alunos terem calculado a adição  $52,00 + 23,00 = 75,00$  indicou que efetuaram antes uma subtração para encontrarem o número 52 ou R\$52,00 sem deixar registro algum.

O aluno A40 compreendeu que, mesmo tendo calculado a adição  $23 + 52 = 75$ , conta que não resolveu o problema, o preço da saia, segundo ele, foi de R\$52,00, pois respondeu “custa 52 reais”. Com esta resposta pode estar revelando que solucionou parte do problema, mesmo que sua resolução mostre o contrário.

Já o aluno A14 não revelou a mesma compreensão quando respondeu que “75,00 custou a saia”, pois, apesar de demonstrar que tinha feito antes uma subtração, que não registrou e que seria parte da resolução do problema, deu como resposta o resultado encontrado na resolução da “conta” que registrou, demonstrando sua incompreensão do enunciado.

O procedimento dos alunos deste bloco de resoluções confirma a afirmação de que é importante em um problema não só encontrar a resposta, mas apresentá-la para que se possa conhecer como o aluno está construindo seu conhecimento e poder, então, subsidiar essa construção.

Com relação à operação realizada para solucionar a questão, entende-se que a adição foi escolhida como estratégia de resolução pelo fato de no enunciado aparecer “R\$23,00 mais”, confundindo o raciocínio dos alunos, levando-os a seguirem indícios lingüísticos superficiais para resolver o problema.

#### **Descrição e análise do Bloco 4**

♦ No quarto agrupamento realizado com base nas resoluções dos alunos na Questão 2, foi possível formar o Bloco 4 identificado com 2 provas. Nelas os alunos A18 e A41 efetuaram a adição  $75+23=$ , como pode ser observado no Quadro 25, porém o aluno A18 efetuou incorretamente esse cálculo.

O procedimento utilizado pelos 2 alunos indicou que o erro se deu porque seguiram indícios lingüísticos superficiais no problema, como afirma Nunes e Bryant (1997), pois se prenderam em uma parte do enunciado “R\$23,00 mais”. Sendo assim, somaram e cometeram um erro que pode ter ocorrido por uma compreensão insuficiente das idéias que envolvem as operações no sistema decimal, sem tentar olhar para o problema como um todo, ilustrando, assim, alguma dificuldade individual em seu nível de escolarização.

O erro do aluno A18, ao efetuar incorretamente a adição  $75,00 + 23,00 = 52,00$ , pode ter ocorrido por ter reproduzido de forma errada a proposta, diminuindo os valores ao invés de somá-los (BATISTA, 1995), podendo caracterizar erro por distração ou desatenção. No entanto pode-se verificar que essa não foi na prova uma prática sistemática, pois efetuou corretamente em outra questão a adição simples.

Esse fato pode também indicar que, mesmo seguindo indícios superficiais, que para ele eram coisas concretas, suas ferramentas de pensar podem tê-lo conduzido para um raciocínio que era parte da resolução do problema, mesmo não estando este expresso na conta que armou, respondendo que “O preço da saia é de 52,00 reais”.

### **Descrição e análise do Bloco 5**

♦ No quinto agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 2 construiu-se o Bloco 5 com uma (1) prova. Nela o aluno A46 efetuou corretamente a adição  $75 + 23 = 98$  e a subtração  $75 - 23 = 52$ , respondendo que o preço da saia é 52;

O procedimento desse aluno mostra que de início ele pode ter seguido indícios lingüísticos superficiais, devido a uma interpretação equivocada da palavra “mais” expressa no enunciado, associando-a a adição para resolver o problema, o que caracteriza uma interpretação incorreta da linguagem expressa no enunciado. Isto acontece porque alguns professores trabalham problemas apenas destacando palavras-chave que aparecem nos enunciados dos problemas, como, por exemplo, “mais” ou “a mais” que acabam sendo associadas apenas com a adição.

Contudo o aluno parece perceber seu erro, mas não invalida seu primeiro procedimento. Retira novamente os dados presentes no enunciado do problema e efetua corretamente parte do procedimento que resolveria a questão, efetuando a subtração e dando como resposta o resultado nela obtido.

Para mostrar que o segundo procedimento é que era o válido para resolver a questão, o aluno marcou com um círculo a operação de subtração que efetuou.

Sendo assim, o erro cometido pelo aluno pode ter ocorrido por alguma falha no processamento da informação, produzindo um falso raciocínio. Com isso não percebeu que o enunciado propunha uma condição de reciprocidade após a equilibração dos valores das peças obtida com o cálculo da subtração, quando a diferença entre as peças foi efetuada.

### **Descrição e análise do Bloco 6**

♦ No sexto agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 2, denominado Bloco 6, uma prova foi identificada. Nela o aluno A27 efetuou corretamente 2 contas de subtração  $75,00 - 23,00 = 52,00$  e  $75,00 - 52,00 = 23,00$ , invalidou as duas e depois armou e efetuou corretamente a segunda conta  $75,00 - 52,00 = 23,00$ , respondendo que o preço da saia é 23,00;

O procedimento do aluno revelou que ele não compreendeu o que estava sendo proposto no enunciado da questão, pois de início ele retirou corretamente as informações que resolveriam parte do problema, e efetuou corretamente a subtração.

Como não ficou satisfeito com o primeiro procedimento escolhido, optou por efetuar outra subtração, montando a "conta" e registrando na primeira parcela um dado que retirou do enunciado e, na segunda parcela, o resultado encontrado na primeira subtração. No entanto, não se contenta com o procedimento utilizado e invalida as duas resoluções.

Como parece não compreender que a primeira possibilidade seria um dos caminhos que poderia conduzir à solução do problema, escolheu a segunda opção para resolver a questão.

### **Descrição e análise do Bloco 7**

♦ Para o sétimo agrupamento realizado com base nas resoluções dos alunos na Questão 2, denominado Bloco 7 foi formado com uma (1) prova. Nela o aluno A43 resolveu corretamente a divisão  $75 \div 2 = 37$  com resto 1;

O procedimento escolhido por esse aluno indicou que ele não considerou, para resolver o problema, o quanto a saia foi mais barata que a blusa. Sendo assim, ele dividiu por dois o valor total da compra dando este resultado como resposta para encontrar o quanto foi pago pela saia.

Com base na estratégia utilizada é possível inferir que o aluno compreendeu parte do problema, apesar de não tê-lo solucionado, pois identificou que a divisão seria parte da resolução da questão.

Supõe-se que o desempenho aquém do esperado com relação ao procedimento se deu por falhas na compreensão do aluno ao fazer uma interpretação equivocada do enunciado, ao processar a informação, e não a falhas no conteúdo matemático, já que a complexidade da operação escolhida confirmou que desenvolveu a competência para operar com ela.

### **Descrição e análise do Bloco 8**

♦ O oitavo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 2 deu origem ao Bloco 8 que é composto por 2 provas. Nelas os alunos A1 e A6 efetuaram corretamente a divisão  $75 \div 2 = 37$  com resto 1 e a subtração  $37 - 23 = 14$ , como mostra o Quadro 27.

Certamente as operações escolhidas pelos 2 alunos são as que resolvem corretamente o problema. No entanto, pelos conteúdos conceituais trabalhados até esse nível de escolarização, como, por exemplo, fração, os alunos poderiam perceber que esta pode ser uma divisão em que se pode obter um resultado exato.

Com relação à subtração, efetuaram-na corretamente, mas não compreenderam que a diferença de R\$23,00, que foi paga a menos pela saia, já que ela era “R\$23,00 mais barata que a blusa”, também deveria ser levada em consideração ao calcular a subtração.

Este procedimento parece confirmar a preferência de alguns alunos por operações com cálculos exatos, ou porque são pouco trabalhados em sala de aula ou por encontrarem dificuldade ao lidar com números decimais.

Sendo assim, é possível que o erro tenha ocorrido por incompreensão de alguma palavra ou expressão do enunciado.

### **Descrição e análise do Bloco 9**

♦ O nono agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 2, deu origem ao bloco 9 contendo 1 prova. Nela o aluno A34 efetuou corretamente 2 “contas” de subtração  $75,00 - 23,00 = 52,00$  e  $52,00 - 23,00 = 29,00$  na tentativa de resolver o problema, respondendo que o preço da saia é de 29,00;

Esse procedimento aponta para o fato de que o aluno pode ter considerado que, com a primeira subtração, que é referente ao total gasto com as duas peças, menos a diferença de preço entre elas, ele encontraria o preço da blusa, que é a peça de roupa mais cara. Com a segunda subtração, referindo-se ao valor pago pela blusa, menos a diferença de preço entre a saia e a blusa, chegaria ao preço da saia, peça de roupa mais barata.

Com o erro cometido por esse aluno, pode-se supor que ele não entendeu parte do problema, já que não sabia que a outra “conta” que resolveria a questão era uma divisão.

Contudo, apesar de não solucionar corretamente o problema, demonstrou por meio de seus registros que sabe retirar corretamente dados de um enunciado e efetuar com eles subtração simples e com recurso à

ordem superior, e ainda encontrar uma resposta para o problema com as operações que efetuou.

### **Descrição e análise do Bloco 10**

♦ Com o décimo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 2 foi constituído o Bloco 10, formado por uma prova. Nela o aluno A8 efetuou corretamente 3 contas de subtração ( $75,00 - 23,00 = 52,00$ ,  $52,00 - 23,00 = 29,00$   $29,00 - 23,00 = 06,00$ ) e invalidou a primeira e a segunda “conta”.

A resolução desse aluno revela que ele não entendeu o problema e pode ter percorrido caminho semelhante ao do aluno do bloco anterior. Sendo assim, é possível que tenha considerado que deveria encontrar o preço da blusa para depois encontrar o preço pago pela saia. Com isso, subtrai R\$23,00, que é a diferença de preço entre as duas peças, do valor referente ao total gasto com a compra da blusa e da saia. A segunda subtração  $52,00 - 23,00 = 29,00$  é ainda efetuada para tentar encontrar o preço da blusa, como registra na etiqueta presente no desenho dessa peça. O aluno invalidou esse procedimento riscando-o com um X e efetuou, então, a terceira subtração para encontrar o valor pago pela saia, como registra na etiqueta ao lado de seu desenho.

É importante destacar que o aluno não solucionou corretamente o problema, mas seus registros revelaram que ele sabe efetuar subtração simples sem recurso e as que envolvem recurso à ordem superior. Observa-se ainda que o aluno retirou do resultado das operações que efetuou um valor para responder ao problema.

Esse procedimento confirma o que foi registrado anteriormente, isto é, que é importante não só encontrar a resposta por meio da resolução, mas apresentá-la para que se possa conhecer e compreender o que estava sendo pensado pelo aluno até chegar à conclusão do problema.

## Descrição e análise do Bloco 11

♦ O décimo primeiro agrupamento realizado com base nas resoluções dos alunos na Questão 2, denominado Bloco 11, foi constituído por uma prova. Nela o aluno A28 efetuou corretamente a primeira ( $75 \div 2 = 37,50$ ) e a terceira “conta” ( $75,00 - 14,00 = 61,00$ ), e incorretamente a segunda operação ( $37,50 - 23,00 = 14,00$ ), escrevendo este resultado como resposta e fazendo a verificação da última “conta” calculada;

O procedimento do aluno revelou que ele dividiu o total gasto na compra pelo número de peças para saber o valor de uma delas, para só então retirar a diferença de preço entre elas e encontrar o preço da saia. Subtraiu ainda do total gasto na compra das duas peças o valor que julgou ter encontrado para a saia (R\$14,00), peça mais barata do vestuário no problema, para encontrar o valor que foi pago pela blusa, fazendo a verificação da última subtração que efetuou. O procedimento desse aluno foi, em parte, semelhante ao procedimento de 2 alunos do Bloco 1 de resoluções, diferindo apenas no cálculo da 2ª operação.

Mesmo errando a questão, o aluno mostrou que reconheceu que estavam envolvidas no enunciado a divisão e a subtração, operações que resolvem o problema. Apesar do desempenho aquém do esperado, considera-se que o aluno sabe efetuar divisão e subtração simples sem recurso à ordem superior. Demonstrou saber, também, o quão é importante apresentar resposta ao problema, ainda que tenha efetuado incorretamente a operação.

Entende-se que o erro do aluno na segunda “conta”  $37,50 - 23,00 = 14,00$  se deu em função da execução incorreta da operação, também considerado como erro mecânico, causado pela falta de atenção ou por distração ao efetuar a subtração, reforça Menchinskaya (apud RADATZ, 1980), já que o aluno demonstrou que sabe lidar com números decimais ao efetuar a divisão, operação mais complexa que a subtração simples com números dessa natureza.

## Descrição e análise do Bloco 12

♦ O décimo segundo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 2 deu origem ao Bloco 12, que foi composto com uma (1) prova. Nela o aluno A9 efetuou incorretamente a divisão  $75 \div 23 = 3$  com resto 15, dando este como resposta. O aluno também efetuou duas “contas” de subtração, uma correta e outra incorreta, e duas adições, uma correta e outra incorreta, sem contar que armou uma das adições incorretamente.

A explicação para esse procedimento segue no sentido de que muitos alunos retiram dados do enunciado para operar com eles. Sendo assim, o aluno A9, como já havia aprendido a efetuar divisão com um número de dois dígitos no divisor, não considerou que um dos dados encontrados no enunciado era referente à diferença de preço entre as duas peças e utilizou-o para efetuar a divisão.

Desse modo, o aluno reconheceu que uma divisão deveria ser efetuada, então armou corretamente, mas efetuou incorretamente a operação, retirando dela a resposta que deu para o problema.

Ao dividir 75 por 23, acertou ao registrar 3 no quociente, mas, ao multiplicar 3 por 23, multiplicou apenas o algarismo representante da dezena, transcrevendo-o embaixo do sete, algarismo que representa a casa das dezenas no número 75, subtraindo 6 dezenas de 7 dezenas restando, então, 15 unidades, como pode ser verificado no Quadro 43.

2. Paguei R\$ 75,00 por uma saia e uma blusa. A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa. Qual o preço da saia ?

R: O Preço da saia foi 25 R\$



Continua na página seguinte

Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 75 \\ - 23 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ - 23 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ - 23 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ - 23 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ - 23 \\ \hline 52 \end{array}$$

A9

**Quadro 43-** Produção escrita apresentada por A9 na Questão 2

O erro cometido pelo aluno pode ter sido causado pela aplicação de regras ou algoritmos impróprios para resolver a situação. Considera-se também que o aluno encontrou dificuldade para efetuar a divisão não só com dois, mas também com um número no divisor, pois também erra essa operação na Questão 3.

### Descrição e análise do Bloco 13

♦ O décimo terceiro agrupamento da Questão 2, denominado como Bloco 13, foi constituído por 2 provas. Nelas os alunos A20 e A47 montaram e efetuaram incorretamente a subtração  $15,00 - 23,00 = 12,00$  com um dado que não pertence ao problema, conforme o Quadro 29;

A estratégia escolhida pelos alunos para resolver o problema foi, em parte, adequada à situação, quando escolheram a subtração como uma forma de encontrar a resposta para o problema.

No entanto, para resolver a questão, os alunos acrescentaram um dado estranho à situação e ocultaram um dado necessário para se obter a solução do problema. Isso caracteriza um erro que está fundamentado mais no conhecimento matemático ao efetuarem a subtração, montando a “conta” trocando de lugar minuendo e subtraendo, tirando isoladamente um número menor de um número maior, do que no processamento da informação.

Pode ser também que os alunos não tenham acrescentado um dado estranho, mas interpretado incorretamente o símbolo matemático R\$75,00 por R\$15,00, o qual pode ter produzido uma discrepância entre o dado da questão e o que foi transcrito pelo aluno ao efetuar a subtração.

A hipótese, com relação ao aluno A20, é baseada em uma outra operação de subtração que ele efetuou no item b da Questão 1, seguindo o mesmo princípio apresentado nessa questão com relação à subtração, transcrevendo corretamente o número de pessoas apresentado no gráfico. Sendo assim, considera-se que ele sabe a técnica, tirar o menor do maior, mas em circunstâncias específicas. Portanto, encontra-se aí um erro relativo à formação dos conceitos que envolvem a subtração.

Analisando o procedimento do aluno A47, acredita-se que é possível inferir que seu erro também pode ser classificado como conceitual. No entanto, na prova não se encontra evidências de que a deficiência na formação de conceitos envolvendo subtração fosse reforçada, mas fortes indícios de que problemas significativos com relação ao valor posicional no sistema decimal estejam acontecendo, como pode mostrar o Quadro 27.

Outra hipótese que também pode ser considerada para esse aluno é a da reprodução errada da proposta, pois ele colocou na conta o sinal que caracteriza a adição e efetuou a subtração.

## Descrição e análise do Bloco 14

♦ O décimo quarto e último agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 2, deu origem ao Bloco 14 de resoluções contendo 2 provas. Nelas os alunos A19 e A38 não apresentaram resolução. O aluno A19 escreveu como resposta ao preço da saia um valor retirado do enunciado e o aluno A38 apresentou como resposta o número 52.

Com relação à resposta do aluno A19, “O preço da saia é R\$23,00”, levanta-se a hipótese de que ele pode ter retirado do enunciado sua resposta, ao interpretar incorretamente partes do problema, quando identificou no enunciado o trecho que diz que “a saia foi R\$23,00”.

A suposição, com relação à resposta do aluno A38, “52”, é que ele pode ter efetuado a subtração 75 menos 23, sem no entanto apresentá-la, já que em toda a prova o aluno deu como resposta apenas o “número” encontrado na resolução que não registrou. Desse modo ele pode ter compreendido que a subtração seria uma operação que resolveria parte do problema apresentado.

Um ponto relevante a destacar é que, para os dois alunos desse bloco, dar a resposta ao problema é um fator importante como uma forma de concluir um raciocínio, o que se considera muito significativo.

### 5.3- Questão 3

O Quadro 44 permite a visualização da apresentação da Questão 3 da prova de Matemática da AVA 2002.

<p>3. Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?</p>
---

**Quadro 44-** Transcrição da Questão 3

Em questões como a do tipo 3, espera-se que o aluno saiba, segundo o “Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática - AVA/2002, montar corretamente uma expressão numérica com dados retirados do enunciado. Efetuar corretamente uma expressão numérica” (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 6).

A Tabela 22 indica o resumo das resoluções dos alunos na Questão 3 da Prova de Rendimento Escolar - AVA/2002, material de estudo desta investigação.

**Tabela 22-** Resumo das resoluções dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 3 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Tipos de compreensão	Resolução	Procedimentos dos alunos							
		Correto		Incorreto		Correto e incorreto ou parcialmente correto		Sem procedimento ou com outro procedimento	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Resolve o problema por meio da:	Subtração/divisão	1	2	-	-	-	-	-	-
	Adição	3	6	-	-	-	-	-	-
	Divisão	1	2	-	-	1	2	-	-
Não resolve o problema	-	-	-	-	-	-	44	88	
Não resolve o problema, mas efetua:	Divisão	15	30	2	4	-	-	-	-
	Divisão/Adição	5	10	-	-	2	4	-	-
	Divisão/multiplicação e vice versa	3	6	-	-	2	4	-	-
	Multiplicação/adição	2	4	-	-	-	-	-	-
	Multiplicação	4	8	-	-	-	-	-	-
	Multiplicação/adição/divisão	1	2	-	-	-	-	-	-
	Adição	6	12	1	2	-	-	-	-
Não apresenta resolução, mas apresenta resposta.	-	-	1	2	-	-	-	-	

A análise da produção escrita do total de alunos que compõe essa investigação indicou que 5 alunos, ou seja, 10% dos participantes, acertaram a Questão 3. Um (2%) aluno, A17, acertou parcialmente a questão e 44 alunos, (88%), escolheram um procedimento incorreto. Esse resultado revela que os participantes se saíram um pouco melhor na Questão 3 do que na Questão 2.

Estudando a produção escrita desses alunos na Questão 3, construíram-se 14 blocos de resoluções, os quais foram distribuídos conforme pode ser verificado na tabela que segue.

**Tabela 23-** Blocos de resoluções utilizadas pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 3 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

Bloco de resolução	Forma de resolução	Aluno	
		N	%
1	Resolve corretamente o problema, efetua a subtração $100 - 70 = 30$ e a divisão $30 \div 5 = 6$ ou a adição $6 + 13 + 20 + 27 + 34 = 100$ .	5	10
2	Resolve o problema por meio de um procedimento parcialmente correto, efetua corretamente a divisão $100 \div 5 = 20$ acrescentando 7 telegramas em cada dia escrevendo; 1º dia 20, 2º dia 27, 3º dia 34, 4º dia 41 e 5º dia 48.	1	2
3	Arma e efetua a divisão $100 \div 5 =$	15	30
4	Arma e efetua a divisão $100 \div 5 =$ e a adição $20 + 7 =$	6	12
5	Arma e efetua a divisão $100 \div 5 =$ e a multiplicação $20 \times 7 = 140$ ou $2 \times 7 = 14$ .	3	6
6	Arma e efetua a divisão $100 \div 7 = 14$ com resto 2.	2	4
7	Arma e efetua corretamente a multiplicação $100 \times 5 = 500$ e a adição $500 + 7 = 507$ .	2	4
8	Arma e efetua a multiplicação $100 \times 5 = 500$ e a divisão $500 \div 7 = 7$ com resto 10 ou a multiplicação $100 \times 7 = 700$ e a divisão $700 \div 5 = 140$ ou a adição $100 + 7 = 107$ e a divisão $100 \div 5 = 2$ .	3	6
9	Arma e efetua corretamente a multiplicação $100 \times 5 = 500$ $500 \times 7 = 3500$ .	2	4
10	Arma e efetua corretamente a multiplicação $100 \times 12 = 1200$ ou a multiplicação $7 \times 5 = 35$ , a adição $100 + 35 = 135$ e a divisão $135 \div 5 = 27$ .	2	4
11	Arma e efetua a adição $100 + 7 =$ ; $100 + 75 =$ ; $5 + 7 =$ ; ou $100 + 7 + 5 =$ .	7	14
12	Arma e efetua corretamente a adição $100 + 7 = 107$ , ou a adição $5 + 7 = 12$ ou a multiplicação $7 \times 5 = 35$ .	3	6
13	Arma e efetua incorretamente a adição $5 + 12 + 19 + 26 + 33 =$ .	1	2
14	Não apresenta resolução e apresenta resposta incorreta.	1	2

**Tabela 24-** Respostas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 3 da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

<b>Questão 3</b>			
	<b>Resposta</b>	<b>N</b>	<b>%</b>
<b>Com resposta</b>	1º dia 6, 2º dia 13, 3º dia 20, 4º dia 27, 5º dia 34 ou 1º dia 6 2º dia 6+7=13 3º dia 13+7=20 4º dia 20+7=27 5º dia 27+7=34	5	10
	1º dia 20 2º dia 27 3º dia 34 4º dia 41 5º dia 48	1	2
	20 telegramas	10	20
	200 telegramas	1	2
	No primeiro entregou 7 a mais e nos outros dias entregou 20 telegramas certos	1	2
	27 telegramas	7	14
	90	1	2
	14	2	4
	2	1	2
	507 telegramas	2	4
	7	1	2
	107	2	4
	3500	2	4
	35	2	4
	175	1	2
	12	1	2
	112	1	2
5 5+7=12 12+7=19 19+7=26 26+7=33	1	2	
<b>Sem resposta</b>		8	16

A construção dos blocos de resolução da Questão 3, apresentados a seguir, foi possível a partir das semelhanças encontradas nas resoluções dos alunos apresentadas na Tabela 23.

### **Descrição e análise do Bloco 1.**

♦ O primeiro agrupamento realizado com base nas resoluções dos alunos na Questão 3, deu origem ao Bloco 1 contendo 5 provas. Nelas os alunos A23, A29 e A39 resolveram corretamente o problema por tentativa, calculando a soma dos telegramas entregues nos 5 dias, como se pode verificar  $6+13+20+27+34=100$ ; o aluno A28 dividiu corretamente  $100\div 5=20$  e calculou a soma  $6+13+20+27+34=100$  dos telegramas entregues no prazo de 5 dias; e o aluno A43 calculou a subtração  $100-70=30$  e a divisão  $30\div 5=6$ , encontrando assim o número (6) de telegramas entregues no primeiro dia, dando como resposta 1º 6, 2º 13, 3º 20, 4º 27, 5º 34;

Nesse bloco de resolução, os alunos obtiveram êxito por tentativa, escolhendo um número para o primeiro dia e calculando a ele sete telegramas a mais em cada dia do 2º ao 5º dia para resolver a questão, sem montar a expressão numérica  $100-(7+14+21+28)=30\div 5=6$ , apenas calculando aritmeticamente o problema. Contudo, eles encontraram a resposta a sua própria maneira para responder corretamente à situação apresentada, como pode ser verificado nos Quadros 32 e 33.

Talvez esse fato tenha ocorrido porque esta é uma questão do tipo não rotineira para alunos de 4ª série. A ocorrência de tal fato pode ser porque questões como essa aparecem pouco no livro didático das séries iniciais do Ensino Fundamental.

### **Descrição e análise do Bloco 2**

♦ Com o segundo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 3, foi construído o Bloco 2 contendo 1 prova. Nela o aluno A17 escolheu um procedimento parcialmente correto para resolver o problema, dividindo  $100\div 5=20$ , encontrando a média de telegramas e

acrescentando a ela 7 telegramas em cada dia, do segundo ao quinto dia, como pode ser observado no Quadro 34;

Por meio do procedimento desse aluno é possível dizer que ele compreendeu parcialmente o problema, pois percebeu que a questão poderia ser resolvida com a divisão, que efetuou corretamente, e que deveria somar, a partir do segundo dia, 7 telegramas a mais em cada dia, até o 5º dia. Porém não percebeu que o número encontrado na operação que efetuou se tratava da média de telegramas entregues pelo carteiro nos cinco dias, portanto, o resultado encontrado dizia respeito ao terceiro dia, e não ao número de telegramas entregues no primeiro dia, como pensou o aluno.

Considera-se que o erro do aluno se deu em função da pouca familiaridade com esse tipo de questão ao escolher a estratégia. A falta de verificação da solução (validação) pode ter contribuído para a permanência do desempenho aquém do esperado.

### **Descrição e análise do Bloco 3**

♦ O terceiro agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 3 permitiu a construção do Bloco 3 que foi composto por 15 provas. Nelas 13 alunos efetuaram corretamente a divisão  $100 \div 5 = 20$ ; e 2 alunos dividiram incorretamente 100 por 5.

Esses alunos reconheceram que o procedimento que resolve a questão decorre de uma divisão, porém não perceberam que apenas esta operação não era suficiente para apresentar uma resposta coerente à situação.

Esse tipo de erro parece apontar para o fato de que muitos alunos apenas retiram informações do enunciado para com elas efetuar alguma operação. Sendo assim, não compreendem o problema como um todo, mas apenas interpretam trechos isolados presentes no enunciado, como indicou este caso, “Quantos telegramas entregou a cada dia”, que pode ser associado à divisão.

A12 e A33 efetuaram apenas a divisão sem outro registro, mas apresentaram como resposta “27 telegramas”, talvez pelo fato de aparecer no enunciado a expressão “entregou 7 telegramas a mais”. Então, sentiram-se impelidos a incluir os 7 telegramas aos 20 que já haviam considerado como resposta por ocasião da divisão de 100 por 5, como apresentado no Quadro 35.

Já o aluno A25 fez uma distinção entre a quantidade de telegramas entregues no primeiro dia e nos dias subseqüentes, respondendo que “o primeiro dia entregou 7 a mais e nos outros dias entregou 20 telegramas certos”. Com esta resposta demonstrou que identificou no enunciado que a quantidade para o primeiro dia já estava dada, “primeiro, entregou 7 telegramas”, bastava, então, encontrar a quantidade entregue nos outros dias.

Depois de efetuar corretamente a divisão  $100 \div 5 = 20$ , o aluno A1 apagou o algarismo que corresponde a casa da unidade e registrou o 7 em seu lugar, obtendo o resultado 27 para a divisão  $100 \div 5 = 27$ . Ao proceder dessa maneira forçou um resultado que julgou correto para a situação, pois de outra forma não encontrou justificção para o dado encontrado no enunciado. Esse aluno acertou a divisão efetuada na Questão 2, daí a hipótese conforme o Quadro 45.

Ele entregou 27 telegramas em cada dia

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 5} \\ 00 \quad 27 \\ \underline{\phantom{00} 5} \\ \phantom{00} 0 \end{array}$$

A1

**Quadro 45-** Produção escrita apresentada por A1 na Questão 3

Quanto ao aluno A9, que efetuou incorretamente a divisão,  $100 \div 5 = 2$  com resto 200, considera-se que ele ainda não compreendeu os conceitos básicos que envolvem essa operação, pois também erra na prova outra “conta” semelhante.

#### Descrição e análise do Bloco 4

♦ O quarto agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 3 originou o Bloco 4, contendo 6 provas. Nelas 5 alunos efetuaram corretamente a divisão  $100 \div 5 = 20$  e a adição  $20 + 7 =$  conforme o Quadro 36; o aluno A21 colocou o sinal que caracteriza a adição do lado direito da “conta”; e o aluno A30 efetuou corretamente a divisão  $100 \div 5 = 20$  e incorretamente a adição  $20 + 7 =$ , conforme o Quadro 37.

Percebe-se que os alunos envolveram no procedimento utilizado todos os dados presentes no enunciado. Uma divisão pode ter sido

escolhida porque a parte da questão “Quantos telegramas entregou em cada dia” foi entendida como divisão. A escolha da adição pode ter se dado por considerarem o trecho que diz “entregou 7 telegramas a mais”, seguindo indícios lingüísticos superficiais para encontrar a solução. Então, somaram o resultado encontrado na divisão com os 7 telegramas a mais para saber quanto o carteiro entregou em cada dia.

A maneira como responderam o problema demonstrou que não compreenderam seu enunciado, pois ele pedia que fosse acrescentado 7 telegramas a cada dia, a partir do segundo dia, portanto quantidades diferentes nos 5 dias e não a mesma quantidade como foi apresentada.

O aluno A30 comete ainda outro erro ao somar incorretamente o resultado encontrado na divisão  $100 \div 5 = 20$ , como pode ser verificado no Quadro 37.

Nesse caso, o desempenho aquém do esperado ao efetuar a adição provavelmente ocorreu na compreensão equivocada do valor posicional no sistema decimal, pois colocou na mesma condição números que representam ordens (dezenas e unidades) diferentes.

O aluno A50 efetuou corretamente o que poderia ser a verificação da sua resposta  $27 + 27 + 27 + 27 + 27 = 135$ , contudo não percebeu que o resultado dela ultrapassava a quantidade de telegramas entregues nos 5 dias. Sendo assim, infere-se que o aluno acredita que está acertando, mesmo quando comete erros. Talvez por isso não sinta a necessidade de validar seus procedimentos de resolução.

### **Descrição e análise do Bloco 5**

♦ O quinto agrupamento realizado com base nas resoluções dos alunos na Questão 3, denominado Bloco 5, foi composto por 3 provas. Nelas os alunos A6 e A31 efetuaram corretamente a divisão  $100 \div 5 = 20$  e a multiplicação  $20 \times 7 = 140$ ; e o aluno A45 efetuou incorretamente a divisão  $100 \div 5 =$  e corretamente a multiplicação  $2 \times 7 = 14$ .

O aluno A6 considerou como resposta do problema o resultado encontrado na “conta” de divisão que efetuou corretamente, apesar de ter efetuado também a multiplicação. Considera-se que a multiplicação foi efetuada porque esse dado do enunciado ainda não havia sido utilizado em operação anterior. Com esse fato, o aluno pode estar revelando que apenas operou com o dado retirado do enunciado, sem relacioná-lo à situação.

O aluno A45 cometeu um erro ao efetuar a divisão  $100 \div 5 = 2$ , encontrando como resultado 2 e não 20. Isto pode ter acontecido por distração.

O aluno A 31 não apresentou resposta, talvez pelo fato de considerar que o processo de resolução podia ser apontado como resposta, mesmo que não haja marcas, como, por exemplo, círculo em volta da conta, traço embaixo do resultado para indicar a resposta.

O procedimento escolhido pelos alunos, ao efetuarem a divisão e com o resultado dela efetuarem corretamente a multiplicação, aponta para o fato de que os alunos não compreenderam a situação presente no enunciado. Sendo assim, retiraram dele todas as informações para calcular operações e encontrar alguma resposta.

## **Descrição e análise do Bloco 6**

♦ O sexto agrupamento realizado com base nas resoluções dos alunos na Questão 3 originou o Bloco 6, contendo 2 provas. Nelas os alunos A15 e A27 efetuaram corretamente a divisão  $100 \div 7 = 14$  com resto 2. O aluno A27 deu como resposta o resto encontrado na divisão.

A opção por essas informações para levar a diante o procedimento e encontrar a resposta pode estar indicando que os alunos escolheram dados da mesma natureza, pois 100 é o número de telegramas entregues nos 5 dias e 7 é a quantidade de telegramas que entregou, como mostra o enunciado “entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior”.

Sendo assim, o aluno parece ter entendido que deveria efetuar a divisão com os respectivos valores para encontrar o número entregue a cada dia, revelando que encontraram dificuldade com a linguagem expressa no enunciado. Com isso, revelaram que não compreenderam o que propunha o enunciado ao operar com alguns dados dele retirados.

O aluno A27 efetuou corretamente a divisão, no entanto parece que ainda não compreendeu qual é o resultado encontrado na operação de divisão, pois, em lugar de apresentar como resposta o quociente, apresentou o resto.

### **Descrição e análise do Bloco 7**

♦ Com o sétimo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 3, foi constituído o Bloco 7, contendo 2 provas. Nelas os alunos A3 e A35 efetuaram corretamente a multiplicação  $100 \times 5 = 500$  e a adição  $500 + 7 = 507$ . O aluno A35 não obedeceu a ordem das casas decimais ao armar a conta de adição, mas efetuou corretamente seu cálculo. Esse fato ocorreu também na Questão 1, não no momento de armar, mas de efetuar a multiplicação, item c da questão. No entanto, observa-se que isso não ocorre em outras operações que aparecem na prova.

Apesar de utilizarem as informações presentes no enunciado, a estratégia utilizada pelos alunos mostrou que eles não compreenderam o que estava sendo solicitado, talvez por não terem familiaridade com esse tipo de problema.

Essa afirmação pode ser confirmada pela observação do aluno A3, “Desculpe mas li várias vezes e não entendi a pergunta”. Fato que revela porque a resposta apresentada, ao calcular a última “conta”, contradiz o que foi afirmado no enunciado.

### Descrição e análise do Bloco 8

♦ O oitavo agrupamento das provas na Questão 3, com base na resolução dos alunos deu origem ao bloco 8 contendo 3 provas. Nelas o aluno A5 efetuou corretamente a multiplicação  $100 \times 5 = 500$  e incorretamente a divisão  $500 \div 7 = 7$  com resto 10; o aluno A20 efetuou corretamente a multiplicação  $100 \times 7 = 700$  e a divisão  $700 \div 5 = 140$  e não apresentou resposta, conforme mostra o Quadro 36; e o aluno A11 efetuou corretamente a adição  $100 + 7 = 107$  e incorretamente a divisão  $100 \div 5 = 2$ .

Mesmo retirando do enunciado todas as informações e operando com elas, os alunos demonstraram que não compreenderam o que estava sendo solicitado no enunciado da questão, ao efetuarem a multiplicação e a divisão ou adição e divisão, que os alunos A5 e A11 calcularam incorretamente, conforme pode ser verificado no Quadro 46.

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 5 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 500 \overline{) 7} \\ 10 \quad \cancel{7} \\ \hline \end{array}$$

R = Ele entregou 7 telegrama em cada dia.

A5

**Quadro 46-** Produção escrita apresentada por A5 na Questão 3

### **Descrição e análise do Bloco 9**

♦ O nono agrupamento das provas na Questão 3, denominado Bloco 9, foi composto por 2 provas. Nelas os alunos A14 e A18 efetuaram corretamente 2 “contas” de multiplicação  $100 \times 5 = 500$ ,  $500 \times 7 = 3500$ .

Analisando o procedimento escolhido pelos alunos pode-se inferir que, mesmo tendo retirado do enunciado todas as informações, eles não compreenderam o que estava sendo solicitado no problema, pois para resolvê-lo deveriam mobilizar conhecimentos anteriores, fazendo um “gancho” entre o que sabiam e a situação apresentada. Então, a falta de compreensão impediu o estabelecimento de uma relação lógica entre as informações. Com isso foi apresentada uma resposta incoerente com a proposta do enunciado.

### **Descrição e análise do Bloco 10**

♦ O décimo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 3, deu origem ao Bloco 10, contendo 2 provas. Nelas o aluno A26 efetuou corretamente a multiplicação  $100 \times 12 = 1200$ ; o aluno, A32 efetuou corretamente a multiplicação  $7 \times 5 = 35$ , a adição  $100 + 35 = 135$ , sem colocar o sinal que a caracteriza, e a divisão  $135 \div 5 = 27$ .

O procedimento utilizado pelos alunos nesse bloco de resoluções aponta para o fato de que eles não compreenderam o enunciado do problema, efetuando assim a multiplicação ou outra operação inconsistente com o pedido.

O aluno A26 efetuou uma multiplicação com um dado que não constava no enunciado. Mas como se tem percebido que muitos alunos retiraram todos os dados do enunciado para operar com eles, levanta-se a hipótese de que esse aluno pode ter somado mentalmente elementos de natureza diferente, 7 com 5, obtendo doze e, então, ter calculado a operação.

Contudo não percebeu que o resultado encontrado em sua resolução, já que não apresentou resposta, contradizia o que era afirmado no enunciado: “Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias”.

### **Descrição e análise do Bloco 11**

♦ O décimo primeiro agrupamento realizado com base nas resoluções dos alunos na Questão 3 deu origem ao Bloco 11, que foi composto por 4 provas. Nelas os alunos A41 e A46 efetuaram corretamente a adição  $100+7+5=112$ ; o aluno A47 armou e efetuou incorretamente a adição  $100+7+5=$ , sem observar a ordem das casas decimais; e o aluno A10 efetuou corretamente a adição  $100+75=$ .

O procedimento adotado por esses alunos não deu conta de resolver a questão, talvez pela falta de habilidade em reconhecer as características de um problema e implementar uma estratégia de ação coerente com a proposta do enunciado.

O aluno A47 armou a operação colocando os números 7 e 5, que representam a unidade, na casa da dezena, adicionou as unidades 7 com 5 e registrou seu resultado na casa das unidades, operou agora com os mesmos números para calcular a dezena somando a dezena que subiu, e por último somou novamente 7 com 5 mais 1, descartando o “vai um” da soma, como pode ser verificado no Quadro 40.

Observa-se que o aluno A47 cometeu erro ao armar e ao efetuar a adição  $100+5+7=1332$ , que ocorreu em função de dificuldade em compreender o valor posicional no sistema decimal. Essa dificuldade é evidenciada em operações aritméticas que envolvem dois ou mais algarismos que exijam como recurso o reagrupamento da dezena ao somar, ou “emprestar” da ordem superior ao subtrair (BATISTA, 1995; NAGY-SILVA, 2005).

O aluno A10 utilizou os valores correspondentes a duas informações de naturezas distintas, telegramas (7) e dias (5), para compor o número 75 e, então, armar e efetuar sua adição.

### **Descrição e análise do Bloco 12**

♦ O décimo segundo agrupamento feito a partir das resoluções dos alunos na Questão 3, denominado Bloco 12 foi composto por 3 provas. Nelas o aluno A4 efetuou corretamente a adição  $100+7=107$ ; o aluno A40 efetuou corretamente a adição  $5+7=12$ ; e o aluno A36 efetuou corretamente a multiplicação  $7\times 5=35$ .

Algumas informações foram retiradas do enunciado para resolver a questão, porém o procedimento utilizado apontou que não houve compreensão do que estava sendo solicitado no enunciado, conduzindo os alunos ao erro. Talvez isso tenha ocorrido pela falta de habilidade de alguns alunos em reconhecerem as características do problema e traçar estratégias de resolução suficientes para resolvê-lo.

### **Descrição e análise do Bloco 13**

♦ O décimo terceiro agrupamento realizado com base nas resoluções dos alunos na Questão 3 permitiu a identificação do Bloco 13 composto, por 1 prova. Nela o aluno A34 efetuou incorretamente a adição  $5+12+19+26+33=100$ .

O procedimento que invalidou contava com a divisão  $100\div 5=20$  e a adição  $20+7=27$ , demonstrando, assim, que reconhecia que a questão envolvia uma divisão, sem, no entanto, compreender o que estava sendo pedido no enunciado do problema.

Não satisfeito com seu procedimento inicial, tenta resolver o problema de outra maneira, calculando incorretamente a adição  $5+12+19+26+33=100$ , como uma forma de verificar o sucesso de sua resposta 5,  $5+7=12$ ,  $12+7=19$ ,  $19+7=26$ ,  $26+7=33$ .

Entende-se que a razão para o aluno apresentar essa resolução se deve ao fato dele ter retirado o número 5 do enunciado para apresentar como o primeiro dia, e acrescentar 7 telegramas a mais em cada dia, até o 5º dia. Sendo assim, pode-se concluir que o aluno, ao ordenar essa seqüência temporal, compreendeu o enunciado da questão. Mesmo seguindo um raciocínio correto, o aluno obteve um desempenho aquém do esperado porque efetuou incorretamente a “conta” que confirmaria a incorreção de seu cálculo, como pode ser verificado no Quadro 38.

#### **Descrição e análise do Bloco 14**

♦ Com o décimo quarto agrupamento realizado com base nas resoluções dos alunos na Questão 3, identificou-se o bloco 14, contendo 1 prova. Nela o aluno A38 não apresentou resolução, mas apresentou como resposta incorreta o número 107.

Por meio da resposta pode-se inferir que o aluno não compreendeu a solicitação do enunciado, pois apresentou como resposta à questão um número que contradiz a afirmação apresentada no enunciado.

Em toda a prova esse aluno não apresentou a resolução, mas indicou a resposta encontrada. Sendo assim, parece que para ele a resposta é fundamental, não havendo necessidade de mostrar como desencadeia sua forma de pensar por meio da sua produção escrita.

## **6 POR ENQUANTO, ÚLTIMOS COMENTÁRIOS**

---

No início deste trabalho foi apontado que a avaliação tem sido desenvolvida como uma atividade de controle para classificar o aluno, ou como aquele que sabe, ou como aquele que não sabe um conteúdo.

No entanto, a avaliação para estar a serviço da aprendizagem como parte do processo educativo, deve ser interpretada como instrumento para uma investigação pedagógica, desde que o erro seja tomado como um elemento do processo para se chegar a um determinado fim, contribuindo para a promoção do conhecimento, reconhecendo que este se dá no mesmo processo do qual a avaliação faz parte. Por conseguinte, a avaliação toma para si a função de ajudar o aluno a aprender, favorecendo o seu desenvolvimento, e, além disso, ao se constituir em parte do processo, possibilita ao professor a revisão da sua prática pedagógica no contexto da sala de aula. Pode, aí sim, ser tomada como um instrumento de controle de qualidade que possibilita intervenções efetivas sempre que necessário.

Na perspectiva defendida neste trabalho, acerto e erro são componentes do mesmo processo. Nem o acerto é garantia suprema de um conhecimento, nem o erro indica a ausência total dele. O erro é entendido, portanto, não como indicando um conhecimento pronto e acabado, mas como um indicativo de conhecimento que por estar em permanente construção e reconstrução, seja em seu processo inicial, seja em um momento mais próximo do esperado, denota partes desse processo.

Para considerar essa perspectiva, é imprescindível redefinir tanto o conceito como a prática da avaliação, de modo a colocá-la a serviço da aprendizagem de todos os que com ela se envolverem no contexto educacional.

Ao investir na avaliação como ação investigativa, o professor tem a oportunidade de valorizar e reconhecer os múltiplos saberes que transitam no espaço da sala de aula a partir mesmo dos desempenhos aquém dos esperados. Por isso, é necessário que o professor disponha de informações confiáveis do que seus alunos sabem e são capazes de fazer. Daí

a importância de o professor observar, analisar, interpretar o processo e os resultados produzidos pelos alunos, fazendo uma análise de suas produções a fim de identificar os saberes por eles construídos.

Com a finalidade de contribuir para a prática sistemática da avaliação da aprendizagem no contexto escolar de forma investigativa e de demonstrar que é possível por meio da produção escrita conhecer e compreender como os alunos usam seus conhecimentos matemáticos é que se buscou realizar este estudo.

É importante destacar que, se estudando a produção escrita dos alunos numa avaliação externa já se consegue perceber alguns pontos que devem ser revistos tanto pelo professor como pelo aluno e mais, ainda, pode ser conseguido pelo professor quando estuda a produção escrita dos alunos em sala de aula, inclusive em atividades avaliativas.

Dentro do que foi possível “ver”, apresenta-se, a seguir, em uma tabela, a síntese dos pontos revelados pela produção escrita dos alunos, do que eles já sabem, do que estão perto de saber e do que ainda não sabem, em relação aos conteúdos envolvidos nas questões que resolveram.

**Tabela 25-** Síntese dos saberes revelados pelos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na resolução da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 (N = 50)

		Saberes revelados	Alunos	
			N	%
Sabem	utilizar informações contidas em gráfico de barra.		45	90
	utilizar informações contidas em tabelas.		33	66
	efetuar	Adição	36	72
		Subtração	39	78
		Divisão	30	60
		Multiplicação	36	72
		Adição com decimais	4	8
		Subtração com decimais	31	62
	reconhecer como procedimento para a resolução de um problema a	Divisão com decimais	4	8
		Adição	10	20
		Subtração	35	70
Multiplicação		24	48	
		Subtração e a Divisão	3	6
		Equação do 1º. grau por tentativa	5	10
Estão próximos do esperado quanto a	utilizar informações contidas em tabelas.		9	18
	efetuar	Divisão	1	2
		Adição com decimais	1	2
		Subtração com decimais	2	4
	reconhecer como procedimento para a resolução de um problema a	Adição	1	2
		Subtração	4	8
		Multiplicação	6	12
Subtração e a Divisão		3	6	
		Equação do 1º. grau por tentativa	2	4
Estão em processo de	utilizar informações contidas em gráfico de barra.		5	10
	utilizar informações contidas em tabelas.		8	16
	efetuar	Adição	2	4
		Subtração	2	4
		Divisão	4	8
	reconhecer como procedimento para a resolução de um problema a	Adição	7	14
		Subtração	9	18
Subtração e a Divisão		41	82	
Equação do 1º. grau por tentativa		43	86	
Não apresentam registro do qual se possa inferir em que nível do processo de construção se encontram no item b ou c da Questão 1.			2	4
Não apresenta registro do qual se possa inferir em que nível do processo de construção se encontra na Questão 2.			1	2

Para construir a análise e síntese apresentada na Tabela 25, foram usados alguns dos critérios que constam no “Manual de Correção” (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003), os quais foram propostos, tendo por base o que se esperava que um aluno dessa série soubesse ao resolver cada questão. A partir da análise da produção escrita de cada aluno-participante, e tendo os critérios do Manual, como eixo, inferiram-se os saberes “revelados” pelos alunos. Sendo assim, para os alunos que “sabem” utilizar informações de gráficos de barras e tabelas, levou-se em consideração o seguinte: a leitura que fizeram do gráfico de barras para completar a tabela,

seja em ordem crescente ou decrescente, o acerto de até dois dos três dados presentes no gráfico; se o aluno utilizou os dados da sua tabela ou do gráfico para resolver os itens “b e c”; se o aluno mostrou que sabe efetuar as quatro operações, mesmo que tenha se distraído ao calcular alguma e se reconheceu o procedimento adequado para resolver a questão.

Quanto à identificação dos alunos que se classificou como em um “nível próximo do esperado” para a utilização das informações contidas na tabela, foram incluídos aqueles que completaram corretamente a tabela e retiraram informações corretas ou incorretas referentes ao número de pessoas para operar com elas. Incluíram-se, também, nesse nível alunos que escolheram um procedimento adequado, mesmo retirando informações incorretas da tabela para resolver o problema, pois entende-se que o problema nesse nível não se refere à construção do conceito presente no enunciado, mas em como se deu o processamento das informações quando resolve a questão.

Já para se classificar os alunos como “estão em processo”, considerou-se que os erros se deram em função da incompreensão dos conceitos presentes na situação. Isto é, parecem ler o gráfico de barras para completar a tabela da mesma forma como lêem textos escritos – de cima para baixo e da esquerda para a direita; Utilizaram todas as informações da tabela referentes ao número de pessoas para operar com elas ou, então, os dados referentes aos anos efetuando cálculo com eles. No que se refere ao procedimento escolhido para resolver o problema, o aluno pode até ter utilizado informações corretas, mas, mostrou que não compreendeu o conceito envolvido na questão, por isso foi considerado como “em processo”.

Verificou-se assim, especialmente na quinta seção, que todos os alunos escolheram um procedimento do tipo padrão escolar (algoritmos convencionais usuais) envolvendo as quatro operações. Este tipo de procedimento é ensinado na escola quando o aluno aprende a lidar com as operações fundamentais. Dessa forma, os alunos aprendem a utilizar as ferramentas matemáticas valorizadas socialmente pela escola, mas não são incentivados a criar, também, suas próprias ferramentas.

Verificou-se, também, que em questões rotineiras, como no caso da Questão 1, os alunos apresentaram um bom entendimento da situação, mesmo no que se refere ao tratamento da maioria das informações. Isto, talvez, tenha acontecido, porque este, além de ser um dos eixos de conteúdos básicos que devem ser trabalhados nas séries iniciais do Ensino Fundamental, também está relacionado de forma significativa a situações do cotidiano das pessoas e, ainda, por estar sendo enfatizado na maioria dos livros didáticos utilizados nesse nível de escolarização.

No que diz respeito ao livro didático, entende-se que ele deve ser apenas um material de apoio para alunos e professores na atividade pedagógica, mas jamais o único. Diversificar os tipos de materiais em sala de aula é fundamental para que o aluno possa ampliar sua visão do conceito relativo ao conteúdo que está sendo trabalhado, além de tornar possível que ele faça conexões com outros saberes já sistematizados.

A análise apontou que, quando uma questão não é familiar ao aluno, ou mesmo quando se trata de questões familiares, mas que exigem compreensão além do reconhecimento de palavras-chave, os alunos encontram mais dificuldade para resolvê-las.

A compreensão insuficiente de enunciados de qualquer questão indica que, por não o entenderem, os alunos destacam apenas palavras ou expressões seguindo indícios lingüísticos superficiais que os constituem. Dessa forma, optam por vezes por um procedimento que não resolve o problema, realizando apenas operações aritméticas com os dados sem, no entanto, compreender o significado de cada uma delas no contexto do problema. Com isso, a probabilidade de errar aumenta consideravelmente.

Um dos fatores que têm contribuído para essa prática é o fato de, alguns professores desenvolverem as atividades em sala de aula de forma mecânica. Com isso reforçam a memorização de uma situação ou conceito sem que haja, por parte do aluno, compreensão. Dessa forma, o aluno não é levado a fazer relação entre o que sabe e as informações presentes em uma dada situação para, então, resolvê-la.

Proporcionar aos alunos ambiente para refletirem sobre o conhecimento que deve ser construído/apropriado é uma boa estratégia para que possam rever tanto os conceitos presentes em um conteúdo, por exemplo o matemático como, também, para que desenvolvam habilidades ao utilizarem seu pensamento como “ferramenta matemática” para solucionarem uma determinada situação.

As análises dos procedimentos escolhidos pelos alunos para resolver as questões, permitiram perceber que os conceitos acerca das quatro operações são pouco trabalhados no contexto da sala de aula, ou porque o professor entende que se ele “ensinou” um deles o aluno sozinho “descobre” os outros, ou porque ele próprio desconhece, conhece-os apenas superficial e mecanicamente.

Ainda com base nas resoluções apresentadas, pode-se verificar que priorizar a técnica, mais do que a compreensão, parece ser uma prática prioritária em aulas de Matemática.

Sendo assim, considera-se urgente desenvolver na sala de aula um trabalho no qual os alunos tenham oportunidade de lidar com os diferentes tipos de situação, de compreender um enunciado e não apenas de operar com números retirados de enunciados, para dar uma resposta.

Acredita-se que tanto a Resolução de Problemas quanto as Atividades de Investigação são estratégias que devam ser adotadas nas aulas de matemática a fim de desenvolver, no aluno e no professor, habilidades para: compreender e interpretar situações; expressar-se matematicamente; formular e testar hipóteses; validar resultados encontrados; escolher e desenvolver corretamente algum procedimento; realizar simulações; utilizar ferramentas conhecidas; estabelecer negociação, debate ou comunicação com outros estudantes ou com o professor; argumentar; rever estratégias ou procedimentos; tomar decisões e arcar com as conseqüências delas.

Ao assim fazê-lo, os alunos poderão, junto com seus professores, no ambiente das aulas de matemática:

- aprender a valorizar a Matemática;

- tornar-se confiante em sua habilidade de “fazer matemática”;
- tornar-se investigador ou “resolvedor” de situações-problema;
- aprender a se comunicar matematicamente;
- aprender a raciocinar matematicamente;
- exercitar sua criticidade e criatividade.

Para que os professores conheçam o caminho percorrido pelos alunos, de modo a encontrarem oportunidades de fazer alguma intervenção, devem, por exemplo, incentivar seus alunos a justificarem suas resoluções, para que possam refletir sobre as estratégias e procedimentos utilizados a fim de confirmarem ou não as respostas apresentadas. Assim, os alunos poderão corrigir suas falhas, ao retomarem o caminho percorrido ao fazer a verificação e a validação na solução da questão, e, com isso, ter a possibilidade, efetivamente, de uma autocorreção.

Neste estudo da produção dos alunos concluímos que alguns erros estão relacionados a

- ✓ distração ou desatenção;
- ✓ dificuldades na leitura de gráficos e tabelas;
- ✓ incompreensão de palavras ou expressões do enunciado;
- ✓ seleção incorreta de informações do enunciado;
- ✓ aplicação de regras ou algoritmos impróprios à situação;
- ✓ montagem da “conta” de subtração de maneira invertida, colocando minuendo no lugar do subtraendo;
- ✓ compreensão do valor posicional no sistema de numeração decimal;
- ✓ falta de verificação e validação da solução;
- ✓ erro de cálculo nas operações;
- ✓ falsa generalização ao aplicarem uma regra específica para uma situação em outras;
- ✓ falta de conhecimento do assunto;

- ✓ não estabelecimento de relação entre os conhecimentos exigidos para resolver a situação;
- ✓ falta de conexão entre conceitos presentes na situação e a forma de pensar para resolvê-la.

Identificar a que aspectos e dimensões estão relacionados os erros de seus alunos pode auxiliar o professor tanto para conhecer a sua natureza, como também para situar em que nível de desenvolvimento se encontra o aluno a partir do esperado. Dessa forma o professor poderá atuar na zona de desenvolvimento proximal do aluno e ajudá-lo a atingir níveis mais elevados de construção/apropriação de conhecimentos por meio das atividades que planeja, pela reorientação da prática pedagógica, face às informações que colhe nas observações que realiza em sala de aula, em situações diagnósticas de interação professor-aluno, nas quais a comunicação exerce função primordial.

Para tanto, é fundamental não só identificar os erros, mas também ajudar o aluno a fazer uma análise/interpretação da sua produção, de modo a que, ao reconhecer o erro cometido, possa avançar qualitativamente no seu processo de construção/apropriação do conhecimento.

Portanto, para que o professor identifique problemáticas relativas a aprendizagem de seus alunos deve tomar para si a responsabilidade de investigar sistematicamente a própria prática, estudar os diferentes aspectos da sua atividade docente, a fim de ir reconhecendo e eliminando gradualmente pontos negativos que constata no cotidiano da sua sala de aula. No entanto, para que isto seja possível, é primordial que em cursos de formação inicial e continuada possam estudar a avaliação como prática de investigação, com o propósito de aprofundar seu conhecimento individual e o coletivo dos profissionais da educação, por meio de um processo reflexivo (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003). Dessa forma, o professor poderá ampliar os seus saberes profissionais, desenvolvendo competências para ser um investigador da e para a ação educativa como,

também, contribuindo para a construção do conhecimento sobre educação escolar.

A relevância deste estudo relaciona-se à da sua finalidade: contribuir para o reconhecimento de que realizar uma prática sistemática da avaliação da aprendizagem, por meio de um processo investigativo da produção escrita dos alunos é possível, a partir do momento em que cada um, professor e aluno, com as condições de que dispõem, se responsabilizarem pelo trabalho que lhes compete no ambiente escolar.

Como efeito deste trabalho, foi iniciado em março de 2006 um Grupo de Estudo (Anexo D), coordenado pela autora desta investigação, na escola pública em que atua, com a finalidade de discutir problemas relativos às dificuldades encontradas pelos professores no ambiente escolar; seja com o aluno, seja com a prática pedagógica adotada, refletindo a respeito da atividade docente realizada em sala de aula e, por conseguinte, aprofundando o conhecimento sobre os processos de ensinar e aprender matemática.

## REFERÊNCIAS

ALARCÃO, Isabel. Profesor-investigador: que sentido? Que formação? In: CAMPOS, B. P. (Org.). **Formação profissional de professores no ensino superior**. Porto: Porto Ed., 2001. vol.1.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARRIGA, Angel Díaz. Una polémica en relación al examen. **Revista Iberoamericana del educación**: Calidad de la educación, Madrid, n.5, maio /agos. 1994. Disponível em <[http://www.campus-oei.org/revista/frame\\_registro.htm](http://www.campus-oei.org/revista/frame_registro.htm)>. Acesso em: 29 mar. 2002.

BATHELT, Regina Ehlers. **Erros e concepções de alunos sobre a idéia de número**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS.

BATISTA, Cecília Guarnieri. Fracasso Escolar: análise de erros em operações matemáticas. **Zetetiké**, Campinas, v.3, n.4, p.61-72, 1995.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; CHAMIE, Luciana Mancini Stella. Compreendendo e interpretando as dificuldades sentidas pelos alunos ao estarem com a matemática. **Zetetiké**, Campinas, v.2, n.2, p.61 – 70, 1994.

BORASI, Raffaella. Exploring mathematics through the analysis of errors. Tradução: Jader O. Dalto. **For the learning of mathematics**. Montreal: FML Publishing Association, 1987. p.1-11.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática– ensino de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup>. Brasília, 1997.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. **Avaliação em matemática**: um estudo das respostas dos alunos e professores. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília.

\_\_\_\_\_. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v.22, p.155– 178, 2000.

\_\_\_\_\_. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO (ENDIPE), 12., 2004. Curitiba. **Anais...** Curitiba: Champagnat, 2004. v.3, p.243- 251.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; SOARES, Maria Tereza Carneiro. **Manual para correção das provas com questões abertas de matemática**: AVA/2002. Curitiba: SEED/CAADI, 2003.

COLL, César; MIRAS, Mariana. A representação mútua professor/aluno e suas representações sobre o ensino e aprendizagem. In: COLL, C.; PALACIOS, J.; MARCHESI, Á. **Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia da educação**. Tradução: Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. v.2. p. 265- 280.

CURY, Helena Noronha. Concepções sobre matemática e práticas avaliativas: as possíveis relações. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n.14, p.65-82, jul./dez. 1996.

\_\_\_\_\_. Concepções sobre matemática e suas relações com os procedimentos avaliativos. In: ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA-IJUÍ. 3., 2002. Ijuí,. **Anais...** Ijuí: Ed. Unijuí, 2002. p.39-48.

\_\_\_\_\_. Análise de erros e análise de conteúdo: subsídios para uma proposta metodológica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. **Anais...** Santos: SBEM, 2003. (CD – ROM).

\_\_\_\_\_. Análise de erros em educação matemática. **Zetetiké**, Campinas, v.3, n.4, p.39-50, jun. 2004.

DEPRESBITERIS, Lea. Avaliação da aprendizagem: revendo conceitos e posicionamentos. In: SOUSA C. P. de. (Org.). **Avaliação do rendimento escolar**. 6. ed. Campinas: Papyrus, 1997. p.51-79. (Coleção magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

\_\_\_\_\_. Confissões de uma educadora o longo caminho de um aprendiz de avaliação. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n.18, jul./dez. 1998. Disponível em: <<http://200.170.210.66:81/ae.nsf/14740dce9c21ae8a052564bf006d6095/8d1880f6ad218dec05256d7f005e6eb8?opendocument>>. Acesso em: 29 mar. 2002.

DEPRESBITERIS, Lea; TAURINO, Maria do Socorro. O difícil percurso de um educador no mundo dos critérios de avaliação. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n.14, p.45-63, jul./dez.1996.

DUARTE, Newton. O compromisso político do educador no ensino da matemática. In: OLIVEIRA, B. A; DUARTE, N. **Socialização do saber escolar**. 6. ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1992. p.77-89.

ESTEBAN, Maria Teresa. **O que sabe quem erra?** reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. 3. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002a.

\_\_\_\_\_. **Avaliar:** ato tecido pelas imprecisões do cotidiano. Disponível em <<http://www.amped.org.br/0611t.htm>>. Acesso em: 10 maio 2002b.

\_\_\_\_\_. A avaliação no processo ensino/aprendizagem: os desafios postos pelas múltiplas faces do cotidiano. In: REUNIÃO ANUAL CAXAMBU, 24., 2001, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em <<http://www.anped.org.br/24/T0682499156560.doc>>. Acesso em: 23 fev. 2003.

FLICKINGER, Hans Georg. Para que a filosofia na educação? **Perspectiva**. Florianópolis, v.25, n.29, p.15 – 22, jan./jun.1998.

FONSECA, Jairo Simon da; MARTINS, Gilberto de Andrade. **Curso de estatística**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 1996.

FREIRE, Paulo. **Educação e mudança**. Rio de Janeiro: Paz e Terra. 1983.

FREITAS, Luiz Carlos de. **A avaliação e as reformas dos anos de 1990:** novas formas de exclusão, velhas formas de subordinação. Educação e Sociedade, Campinas, vol. 25, n.86, p.133-170, 2004. Disponível em: <http://www.cedes.unicamp.br>

FREITAS, Henrique Mello Rodrigues; JANISSEK, Raquel. **Análise léxica e análise de conteúdo:** técnicas complementares, seqüenciais e recorrentes para exploração de dados qualitativos. Porto Alegre: Sphinx- Sagra Luzzatto, 2000. Disponível em : <<http://www.sphinxbr.com.br> e <http://www.adm.urfgs.br/professores/hfreitas>>. Acesso em: 10 maio 2005.

GADOTTI, Moacir. Concepção dialética da educação. In: \_\_\_\_\_. **Pedagogia da práxis**. São Paulo: Cortez, 1995. p.91-119.

GARCIA, Regina Leite. **A avaliação e suas implicações no fracasso/sucesso das classes populares na escola**. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/faced/gtcurric/regina.html>>. Acesso em 23 fev. 2003.

GODINO, Juan. Díaz. **Marcos teóricos de referencia sobre la cognición matemática**. Universidad de Granada, 2003. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/jgodino>. Acesso em: 10 maio 2005.

HADJI, Charles. **A avaliação, regras do jogo:** das intenções aos instrumentos. Tradução: Julia L. Ferreira; José M. Cláudio. 4. ed. Portugal: Porto, 1994.

\_\_\_\_\_. **Avaliação desmistificada**. Tradução: André L. Aguiar. Porto Alegre: Artmed, 1997.

HARGREAVES, Andy. A avaliação em sala de aula: o que está em jogo? In: SIMPÓSIO [DO] CONGRESSO BRASILEIRO DE QUALIDADE NA EDUCAÇÃO, 1., 2001, Brasília. **Anais...** Brasília: MEC, SEF, 2002. p. 176 – 182.

LINS, Romulo Campos. Epistemologia, história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista de Educação Matemática da SBEM-SP**, São Paulo, v.1, n.1, p.75-91, set. 1993.

\_\_\_\_\_. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em educação matemática**. São Paulo: Ed. UNESP, 1999. p. 75 – 94.

LUCKESI, Cipriano Carlos. Avaliação Educacional Escolar: para além do autoritarismo. **Revista da Ande**, São Paulo, v. 5/6, n.10/11, p. 1-13, 1986.

\_\_\_\_\_. **Prática Escolar**: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude. 1998. Disponível em: [http://www.cрмаiocovas.sp.gov.br/int\\_a.php?t=023](http://www.cрмаiocovas.sp.gov.br/int_a.php?t=023)>. Acesso em: 23 maio 2004.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Elisa Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MEIRA, Marisa Eugênia Melillo. Desenvolvimento e aprendizagem: reflexões sobre suas relações e implicações para a prática docente. **Ciência & Educação**, Bauru, v.5, n.2, 1998. Disponível em: <http://www.fc.unesp.br/pos/revista/vol5num2.htm>. Acesso em: 5 mar. 2005.

NAGY-SILVA, Márcia Cristina. **Do observável para o oculto**: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, Isolina; SERRAZINA, Lurdes. A reflexão e o professor como investigador. In: GTI (Ed.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 1- 9.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Resultados da avaliação escolar**. Curitiba, 2001.

PENNA FIRME, Thereza. Avaliação: tendências e tendenciosidades. In: SOUSA, E. M. de (Org.). **Avaliação de currículos e de programas**: leituras complementares. Brasília: UNB, 1994. p.105-115.

PEREGO, Sibéle Cristina. **Questões Abertas de Matemáticas**: um estudo de registros escritos. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

PINSKY, Jaime. Afinal, o que quer o professor? **Correio Brasiliense**, Brasília, set. 2002. Disponível em: < [http://www.correioweb.com.br/cw/EDICAO\\_20020929/pri\\_opi\\_290902\\_169.htm](http://www.correioweb.com.br/cw/EDICAO_20020929/pri_opi_290902_169.htm)> Acesso em: 12 jan. 2005.

PONTE, João Pedro. Investigar a nossa própria prática. In: GTI (org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p.5-28.

RADATZ, Hendrik. Students' errors in the mathematics learning process: a survey. Tradução: João R. V. dos Santos. **For the learning of Mathematics**, Montreal, v.1, n.1, p.17-20, 1980.

RAPHAEL, Hélia Sonia. Avaliação: questão técnica ou política?. In: SOUSA, E. M. de (Org.). **Avaliação de currículos e de programas**: leituras complementares. Brasília: UNB, 1997. p.131-138.

RICO, Luis. Errores en el aprendizaje de las matemáticas. In: KILPATRICK, J.; GOMES, P.; RICO, L. **Educación Matemática**. Colômbia: Iberoamericano, 1995. p.69-108.

SACRISTÁN, José Gimeno. A avaliação no ensino. In: SACRISTÁN, J.; GÓMEZ, A. I. P. **Compreender e transformar o ensino**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.295-351.

SARAIVA, Manuel; PONTE, João Pedro. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante**, Lisboa, v,12, 2003. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Saraiva-Ponte\(Quadrante\).doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Saraiva-Ponte(Quadrante).doc)>.

SCHÖN, Donald A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Coord.). **Os professores e a sua formação**. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995. p.77-91.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Pensamento e linguagem**. Tradução: Jefferson L. Camargo. 42. ed. Lisboa: Antídoto, 1979.

\_\_\_\_\_. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Tradução de José C. Neto; Luis S. M. Barreto; Solange C. Afeche. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

## **APÊNDICES**

## **APÊNDICE A**

### **Critérios adotados para a identificação das Provas de Matemática da AVA 2002**

Antes de se fazer a correção das provas, elas foram nomeadas para fins de identificação. Para esta identificação foram utilizados seis dígitos e uma letra, como segue: em primeiro lugar, a série do nível de ensino (4<sup>a</sup>); em segundo, a letra inicial que corresponde ao nome da cidade em que foi feita a identificação da prova (Curitiba ou Londrina); em terceiro, o número da meso-região a que pertence a prova (01, 02, 03, ...,10); em quarto, lugar o número referente à prova do participante (001, 002, ...).

A numeração das provas das mesorregiões: 02, 03, 04, 06 e 08, identificadas em Curitiba (235), obedece à seqüência numérica de 001, 002, 003, 004, ..., conforme o número de provas que cabe àquelas mesorregiões. Por exemplo: da mesorregião 02, há 17 provas, elas são enumeradas de 001, até 017; da mesorregião 08, há 25 provas, elas são enumeradas de 001, até 025, e assim por diante, conforme a quantidade de provas de cada mesorregião, por exemplo, 4C02001, até 4C02017; 4C08001, até 4C08025. Já a numeração das provas pertencentes às mesorregiões: 01, 05, 07, 09 e 10, identificadas em Londrina, segue a seqüência numérica de 001, 002, 003, 004, ....., até 164, que é a quantidade total de provas destas 5 mesorregiões, para a amostra (399), como no exemplo: 4L10001, até 4L10031; 4L09032, até 4L09047; 4L07048, até 4L07069; 4L01070, até 4L01091, até que fosse completa a identificação das provas cedidas para esta pesquisa.

Quando foi feita a nomeação das provas em Londrina, não se escolheu qual bloco da mesorregião seria analisado primeiro. Os pacotes em que estavam guardadas as provas foram sendo abertos de forma arbitrária para se proceder à nomeação que identificaria as provas, conforme já informado. Só após essa identificação é que as 399 provas foram corrigidas.

## APÊNDICE B

Mesorregião		Número da Prova	Quantidade de provas por mesorregião
Número	Nome		
01	Norte Pioneiro	4L01077	02
		4L01091	
02	Sudeste	4C02007	02
		4C02013	
03	Metropolitana	4C03008	15
		4C03010	
		4C03029	
		4C03042	
		4C03050	
		4C03053b	
		4C03058	
		4C03072	
		4C03074	
		4C03094	
		4C03096	
		4C03115	
		4C03119	
		4C03121	
4C03124			
04	Oeste	4C04001	07
		4C04009	
		4C04010	
		4C04013	
		4C04020	
		4C04034	
		4C04037	
05	Norte Central	4L05096	09
		4L05097	
		4L05108	
		4L05109	
		4L05116	
		4L05129	
		4L05135	
		4L05147	
4L05155			
06	Centro Oriental	4C06011	02
		4C06014	
07	Sudoeste	4L07049	03
		4L07055	
		4L07063	
08	Noroeste	4C08009	04
		4C08013	
		4C08019	
		4C08022	
09	Centro Ocidental	4L09033	02
		4L09046	
10	Centro Sul	4L10001	04
		4L10014	
		4L10016	
		4L10021	
Total de provas			50

**Quadro 1** - Identificação da amostra das Provas de Rendimento Escolar – AVA 2002 por mesorregião

## APÊNDICE C

**Tabela 1**– Síntese das resoluções dos alunos da 4<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 1 da Prova de Questões Abertas de Matemática - AVA 2002 (N = 50)

Desempenhos verificados	Crédito obtido na correção da Questão 1	Avaliação do procedimento utilizado	Alunos		
			Identificação	N	%
Lê apropriadamente as informações da tabela ou do gráfico	Crédito completo	Correto	A1, A2, A3, A6, A7, A8, A11, A13, A15, A16, A17, A19, A22, A24, A25, A27, A29, A30, A33, A34, A37, A39, A40, A42, A43, A49 e A50	27	54
	Crédito parcial	Correto	A4, A5, A9, A12, A14, A18, A20, A21, A23, A28, A32, A35, A36 A38, A45, A46 e A48	17	34
		Incorreto	A44	1	2
	Nenhum crédito	Incorreto	A10, A26, A31, A41, e A47	5	10
Seleciona informações pertinentes da tabela ou do gráfico no item 1 b da questão	Crédito completo	Correto	A1, A2, A3, A6, A7, A8, A13, A15, A16, A17, A19, A22, A24, A25, A27, A29, A30, A33, A34, A37, A39, A40, A42, A43, A49 e A50.	26	52
	Crédito parcial	Correto	A4, A11, A21, A23, A26, A28, A32, A35, A36 A38, A44, A46 e A48	13	26
		Incorreto	A5, A12, A14, A18, A20 e A45	6	12
	Nenhum crédito	Incorreto	A10, A31, A41 e A47	4	8
Não retira informações no item 1 b da questão	Nenhum crédito	Incorreto	A9	1	2
Seleciona informações da tabela ou do gráfico no item 1 c da questão	Crédito completo	Correto	A1, A2, A3, A6, A7, A8, A11, A13, A15, A16, A17, A19, A22, A24, A25, A27, A29, A30, A33, A34, A37, A39, A40, A42, A43, A49 e A50	27	54
	Crédito parcial	Correto	A12, A26, A32, A44, A45, A46 e A48	7	14
		Incorreto	A4, A5, A9, A14, A18, A20, A21, A23, A28, A35, A36, A38	12	24
	Nenhum crédito	Incorreto	A10, A31, A41 e A47.	4	8
Resolve o problema por meio da subtração	Crédito completo	Correto	A1, A2, A3, A6, A7, A8, A13, A15, A16, A17, A19, A22, A24, A25, A27, A29, A30, A33, A34, A37, A39, A40, A42, A43, A49 e A50	26	52
	Crédito parcial	Correto	A4, A21, A23, A28, A32, A35, A44 e A48	8	16
Resolve o problema por meio da multiplicação	Crédito completo	Correto	A1, A2, A6, A11, A13, A15, A16, A17, A19, A25, A27, A30, A33, A34, A37, A39, A40, A43, A49 e A50	20	40
	Crédito parcial	Correto	A26, A44 e A45	3	6
		Incorreto	A48	1	2

Resolve o problema por meio da adição	Crédito completo	Correto	A3, A7, A8, A22, A24, A29 e A42	7	14
	Crédito parcial	Correto	A12 e A46	2	4
		Incorreto	A32	1	2
Efetua no item 1b da questão subtração que resolve o problema e adição que não resolve a questão	Crédito parcial	Correto	A11	1	2
Efetua no item 1 b da questão subtração que não resolve o problema	Crédito parcial	Correto	A12	1	2
		Incorreto	A20	1	2
Efetua no item 1 c da questão multiplicação que não resolve o problema	Crédito parcial	Correto	A21, A23, A35, A36.	4	8
Efetua no item 1 b da questão adição que não resolve o problema	Crédito parcial	Correto	A5, A14, A18, A26, A36 e A45.	6	12
		Incorreto	A46, A47	2	4
	Nenhum crédito	Correto	A41	1	2
Arma no item 1 c da questão adição que não resolve o problema	Nenhum crédito	Incorreto	A14	1	2
Efetua no item 1 c da questão adição que não resolve o problema	Crédito parcial	Correto	A4, A5, A18, A20, A28	5	10
		Incorreto	A47	1	2
	Nenhum crédito	Correto	A41	2	4
Não apresenta resolução e apresenta resposta no item 1 b da questão	Crédito parcial	Correto	A38	1	2
	Nenhum crédito	Incorreto	A31	1	2
Não apresenta resolução e apresenta resposta no item 1 c da questão	Crédito parcial	Incorreto	A9	1	2
	Nenhum crédito	Incorreto	A31	1	2
Não resolve e responde o item 1 b da questão com um número retirado da tabela	Nenhum crédito	Incorreto	A10	1	2
Não resolve e responde o item 1 c da questão com um número retirado da tabela	Crédito parcial	Incorreto	A38	1	2
	Nenhum crédito	Incorreto	A10	1	2
Sem resolução e sem resposta no item 1 b da questão	Nenhum crédito	Incorreto	A9	1	2

## APÊNDICE D

**Tabela 2-** Síntese das resoluções dos alunos da 4<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental na Questão 2 da Prova de Questões Abertas de Matemática - AVA 2002 (N = 50)

Desempenhos verificados	Crédito obtido na correção da Questão 2	Avaliação do procedimento utilizado	Alunos		
			Identificação	N	%
Resolveu o problema por meio da subtração e da divisão	Crédito completo	Correto	A21, A23 e A29	3	6
Efetuou só subtração que é parte da resolução do problema	Nenhum crédito	Correto	A2, A3, A4, A7, A10, A11, A12, A13, A15, A16, A17, A22, A24, A25, A26, A30, A31, A32, A33, A35, A36, A37, A39, A42, A44, A45, A48, A49 e A50	29	58
		Incorreto	A5	1	2
Efetuou adição que não resolve o problema	Nenhum crédito	Correto	A14, A40 e A41	3	6
		Incorreto	A18	1	2
Efetudou adição e subtração	Nenhum crédito	Correto	A46	1	2
Efetudou subtração com dado que invalidou	Nenhum crédito	Correto	A8 e A27	2	4
Efetuou divisão	Nenhum crédito	Correto	A43	1	2
		Incorreto	A9	1	2
Efetudou divisão e subtração	Nenhum crédito	Correto	A1 e A6	2	4
Efetudou duas subtrações	Nenhum crédito	Correto	A34	1	2
Efetudou divisão e duas subtrações	Nenhum crédito	Correto e Incorreto	A28	1	2
Efetudou subtração com um dado que não pertence ao problema	Nenhum crédito	incorreto	A20 e A47	2	4
Não apresentou resolução e deu como resposta um valor retirado do enunciado	Nenhum crédito	incorreto	A19	1	2
Não apresentou resolução e deu resposta	Nenhum crédito	incorreto	A38	1	2

## APÊNDICE E

**Tabela 3-** Síntese das resoluções dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental na Questão 3 da Prova de Questões Abertas de Matemática - AVA 2002 (N = 50)

Desempenhos verificados	Crédito obtido na correção da Questão 3	Avaliação do procedimento utilizado	Alunos		
			Identificação	N	%
Resolveu o problema efetuando subtração e divisão ou adição	Crédito completo	Correto	A23, A28, A29, A39 e A43	5	10
Resolveu o problema por meio da divisão	Crédito parcial	Correto	A17	1	2
Efetuiu divisão	Nenhum crédito	Correto	A2, A7, A8, A12, A13, A15 A22, A24, A25, A27, A33, A37, A44, A48 e A49	15	30
		Incorreto	A1 e A9	2	4
Efetuiu divisão e adição que não resolve o problema	Nenhum crédito	Correto	A16, A19, A21, A42 e A50	5	10
		Correto/ Incorreto	A11 e A30	2	4
Efetuiu divisão e multiplicação	Nenhum crédito	Correto	A6, A31 e A45	3	6
Efetuiu multiplicação e adição	Nenhum crédito	Correto	A3 e A35	2	4
Efetuiu multiplicação e divisão	Nenhum crédito	Correto	A20	1	2
		Correto/ Incorreto	A5	1	2
Efetuiu multiplicação	Nenhum crédito	Correto	A14, A18, A26 e A36	4	8
Efetuiu multiplicação, adição e divisão	Nenhum crédito	Correto	A32	1	2
Efetuiu adição	Nenhum crédito	Correto	A4, A10, A34, A40, A41, A46 e A47	7	14
Não apresentou resolução, mas apresentou resposta	Nenhum crédito	incorreto	A38	1	2

## **ANEXOS**

## ANEXO A



### SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO PROGRAMA DE AVALIAÇÃO DO RENDIMENTO ESCOLAR - 2002

Nome.....

Idade : .....anos e .....meses    Sexo:    feminino    masculino

4ª. Série do Turno:     matutino     vespertino    intermediário    noturno

Escola .....

Município: .....

Escola Municipal

Escola Estadual

## INSTRUÇÕES PARA O ALUNO

Leia cuidadosamente cada questão.

Use apenas caneta para resolver cada questão.

Resolva todas as questões da prova.

Você deve resolver todas as questões da forma mais completa possível, fazendo cálculos, desenhos, esquemas, ou explicando, com suas palavras o que fez para resolver cada questão.

Não apague os cálculos, os esquemas, os desenhos que utilizar na resolução da questão.

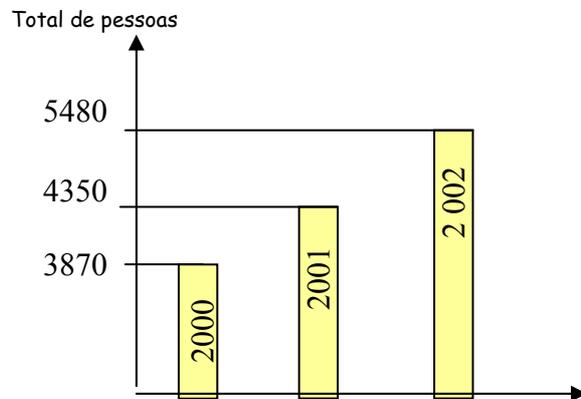
Se perceber que resolveu algo errado, passe um traço por cima e resolva corretamente.

Você pode utilizar o verso da folha se necessário.

Confira as resoluções antes de entregar a prova.

Novembro  
2002

1. O gráfico abaixo mostra a quantidade de pessoas, de uma determinada cidade, que viajam de férias. Os dados referem-se aos anos de 2000, 2001 e 2002.



Resolva as questões, usando os dados do gráfico acima.

- a) Complete a tabela

ano	total de pessoas

- b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?  
c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

Continua na página seguinte

2. Paguei R\$ 75,00 por uma saia e uma blusa. A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa. Qual o preço da saia ?

Continua na página seguinte

3. Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?

Continua na página seguinte

**E agora responda:**

1. O que você achou dessa prova?

- (A) Muito fácil.
- (B) Fácil.
- (C) Mediana.
- (D) Difícil.
- (E) Muito difícil.

2. O tempo para resolver essas 3 questões foi:

- (A) Mais que o necessário,
- (B) Suficiente.
- (C) Faltou tempo.

3. A questão que você achou mais fácil foi a

- (1ª)
- (2ª)
- (3ª)

4. A questão que você achou mais difícil foi a

- (1ª)
- (2ª)
- (3ª)

## **ANEXO B**

### **ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE ALUNOS E PROFESSORES NAS PROVAS DE QUESTÕES ABERTAS DE MATEMÁTICA<sup>1</sup>**

*Regina Luzia Corio de Buriasco  
coordenadora do projeto*

O projeto é constituído de investigações a serem realizadas por alunos dos programas de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, de Educação, e, alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina, articuladas em torno do eixo temático da Avaliação em Matemática tendo como foco dos estudos a Prova de Questões Abertas de Matemática da AVA 2002.

Pretende-se desenvolver um estudo qualitativo envolvendo a produção escrita de alunos e professores que ensinam matemática na resolução da Prova de Questões Abertas de Matemática da Avaliação Estadual do Rendimento Escolar do Paraná – AVA/2002.

Os registros que os alunos fazem ao resolver as questões dão valiosas informações sobre o modo como compreenderam e registraram suas idéias a respeito da situação apresentada. Tais informações fornecem rico material para o professor incorporar ao seu repertório no planejamento das aulas e para orientar suas escolhas didáticas, servindo como referência para conversar sobre matemática com o aluno.

Ao analisar uma produção escrita, mantém-se um diálogo com as respostas dadas, indaga-se sua configuração, procura-se encontrar quais as relações que as constituem. O erro, então, não é considerado como algo negativo e sim como um indício importante sobre os conhecimentos, processos de relação das informações, valores, presentes na relação do sujeito com o objeto do conhecimento, quase sempre invisíveis e ignorados na prática educativa escolar.

Pretende-se estudar tanto erros como acertos, pois “tal como o sucesso não é garantia absoluta da existência da competência pretendida, o erro não é a prova absoluta da sua ausência” (HADJI, 1994, p.123), por conseguinte neste estudo todas as respostas e as estratégias utilizadas por quem as obtém serão fontes de investigação.

---

<sup>1</sup> Projeto financiado pela Fundação Araucária, sob protocolo no. 5998 do PROGRAMA DE APOIO À PESQUISA BÁSICA E APLICADA – Chamada de Projetos 06/2003. Modalidade B.

No caso deste estudo, não se pretende apresentar 'receitas' sobre avaliação ou correção de provas escritas, mas sim conhecer mais e melhor como alunos e professores lidam com questões abertas de matemática. Dessa forma, buscará subsidiar a realização de uma das tarefas do professor que é a de fazer com que o erro, aos poucos se torne *observável* ao aluno para que este tome consciência daquele. Essa é uma das contribuições possíveis do presente projeto na tentativa de diminuir o fracasso escolar.

### **Objetivos Gerais**

- Analisar a produção escrita de alunos e professores em questões abertas de matemática.
- Aprofundar o conhecimento dos processos de aprender e ensinar matemática, mediante um estudo da produção escrita de alunos e professores.

### **Material e Participantes**

Para o desenvolvimento deste estudo serão utilizadas:

a) uma amostra retirada do universo das provas de Matemática realizadas pelos alunos de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio das escolas públicas que participaram da AVA-2002, atendendo ao sistema de referência estatístico definido para este estudo, de modo a que seja representativa do universo dos participantes da AVA- 2002. Por conseguinte, será levado em conta o total de alunos, séries, dependência administrativa (pública), a amostra aleatória previamente selecionada e turno em que os alunos estavam matriculados. O sistema de referência será estruturado tendo como base as 10 meso-regiões em função da localização geográfica dos municípios. Deste modo, serão selecionadas, por sorteio aleatório, dentro da cota de participação de cada meso-região, sendo 399 provas de 4ª série e 422 provas da 8ª série do Ensino Fundamental e 327 provas da 3ª série do Ensino Médio;

b) uma prova composta por todas as questões da prova estadual de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio a qual será resolvida por professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, da rede pública do estado do Paraná, e, por alunos do curso de Licenciatura em Matemática.

O presente estudo terá, então, como participantes alunos de escolas públicas paranaenses que realizaram a AVA/2002; alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL; alunos que cursaram, em 2002, a 4ª. série do Ensino Fundamental numa escola municipal de Cambé; professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental e Médio em escolas públicas na região de Londrina.

### **Indicadores previstos para a análise**

Reafirmando que um dos propósitos principais é o de estimar a proficiência matemática examinando, atentamente, toda produção escrita na busca de indícios dos modos e estratégias utilizados na resolução de cada questão, e, devido à natureza da prova, os registros escritos dos alunos e professores serão separados inicialmente em três blocos - "resolve adequadamente a questão" (crédito completo), "resolve parcialmente a questão"(crédito parcial) e "não resolve a questão" (nenhum crédito ).

Há duas razões para isto: levar em consideração o grau de compreensão demonstrado pelo aluno/professor na interpretação do enunciado da questão e em sua resolução, sempre, tendo como objetivo identificar o que ele já sabe e o que está a caminho de saber, para que, posteriormente, possa se esclarecer aos professores a existência de respostas que podem receber "crédito completo" mesmo não sendo aquelas 'perfeitas' de acordo com o modelo por eles conhecido.

### **Relevância Estimada do Projeto**

Com relação a esta investigação espera-se que:

- a tradução das descobertas geradas possa contribuir nos programas de formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, bem como para a área de estudos sobre avaliação em matemática;
- seus resultados e as informações inventariadas possam se converter em subsídios para instrumentalizar a prática pedagógica do professor que ensina matemática;
- possa servir de mote para outros estudos, para a elaboração de material que subsidie a prática pedagógica do professor na busca de superar os obstáculos didáticos por eles encontrados.

Têm-se, ainda, como meta e indício de sua relevância que o presente estudo incorpore e gere produções acadêmicas, especificamente: dissertações de mestrado; trabalhos de iniciação científica; publicações de artigos e apresentações em eventos das áreas de Educação Matemática e de Educação em geral, por exemplo, em eventos como o ENEM, SIPEM, ANPED; ENDIPE e outros similares, nacionais e internacionais.

Até o momento, estão concluídas as seguintes dissertações:

PEREGO, Sibéle Cristina. *Questões Abertas de Matemática: um estudo de registros escritos*. [produção de alunos da Licenciatura em Matemática] 2005. Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Depto. de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina – Paraná. Orientadora: Regina Luzia Corio de Buriasco.

NAGY-SILVA, Marcia Cristina. *Do observável para o oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª. série em questões de matemática*. 2005. Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Depto. de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina – Paraná. Orientadora: Regina Luzia Corio de Buriasco.

SEGURA, Raquel de Oliveira. *Estudo da Produção Escrita de Professores em Questões Discursivas de Matemática*. 2005. Programa de Mestrado em Educação, Depto. de Educação, Universidade Estadual de Londrina, Londrina – Paraná. Orientadora: Regina Luzia Corio de Buriasco.



## **ANEXO D**

### **Grupo de Estudo que envolve profissionais de uma escola pública da região norte do Paraná**

O Grupo de Estudo foi pensado em momento posterior a realização da Investigação para Implementação do Projeto Político Pedagógico - P.P.P., orientada pela Equipe de Ensino do NRE de Londrina na Jornada Pedagógica de 2005. Esta investigação contou com a participação de alunos, professores, equipe pedagógica e direção da escola acerca da ocorrência da reprovação e fracasso escolar, como uma das tarefas do encontro que ocorreu durante o ano de 2005, em que foram respondidas 3 questões:

- a)- aponte pelo menos três fatores internos e externos à escola que tem causado a reprovação, o baixo rendimento, a não aprendizagem escolar;
- b)- aponte as principais conseqüências que a reprovação pode trazer para alunos, professores e escola;
- c)- qual a sua proposta pedagógica para melhorar o aproveitamento escolar que pode ser realizado pelos alunos, pelos professores e pela equipe pedagógica?

Os resultados da investigação foram sistematizados e apresentados por um dos membros da equipe pedagógica que ficou responsável pela articulação do projeto. Isto aconteceu em reunião com os profissionais envolvidos no processo educativo (professores, equipe pedagógica e direção). Fez-se, então, a discussão e reflexão de cada um dos itens apresentados como resposta pelos participantes, e conseqüentemente a elaboração de um plano de ação da escola, da equipe pedagógica e direção e docentes, que foi incluído na construção do P.P.P., e que deveria ser colocado em prática, a partir do ano seguinte a fim de minimizar os pontos negativos, como também, superar as dificuldades encontradas no ambiente escolar.

Foi incluído no plano de ação da escola, elaborado pela direção e equipe pedagógica, que se buscava envolver os professores em grupos de estudo que não fossem concomitantes com os previstos pela SEED/PR.

Foi então constituído um grupo de estudo coordenado pela supervisora da escola, que teve início no dia 14 de março de 2006, e que se estenderá ao longo deste ano, fora do horário de trabalho dos profissionais envolvidos que atuam na referida escola. Dessa forma, os encontros têm acontecido todas as terças-feiras das 17h. e 15min. às 18h. e 45min., envolvendo professores que trabalham no período da manhã e da tarde que estão saindo da escola no final do seu período de trabalho e professores do período noturno que vão para o grupo e já ficam para o início da sua jornada de trabalho.

## Objetivo Geral

- aprofundar o conhecimento sobre educação e os processos de ensino e aprendizagem na educação escolar, a partir de estudo teórico e trocas de experiências.
- discutir problemas relativos às dificuldades encontradas pelos professores no ambiente escolar, seja com o aluno, seja com a prática pedagógica, refletindo a respeito da atividade docente realizada em sala de aula.

## Materiais e participantes

Para o desenvolvimento do estudo serão utilizados textos, filmes, trocas de experiências, etc., que vão ao encontro da proposta pedagógica “Histórico Crítica”, adotada pela escola já em projetos anteriores, mas que, ainda, não se efetivou na prática pedagógica de muitos dos professores.

O grupo tem como participantes até o presente momento, 9 professores: 6 atuam em sala de aula e 3 na equipe pedagógica como apresentado no quadro que segue.

<b>N</b>	<b>Nome</b>	<b>Disciplina ou Função</b>
<b>1</b>	Edna Maria Ribeiro Candido	Ling. Port./ Ling. Est. Mod. - Inglês
<b>2</b>	Márcia Regina P. dos Santos	Biologia/ Ciências
<b>3</b>	Maria de Fátima Pereira Gobetti	Professor Pedagogo
<b>4</b>	Marly N. P. Morais	Professor Pedagogo
<b>5</b>	Mariza Terezinha Tibério Barrueco	Língua Portuguesa
<b>6</b>	Roseli Cristina Negrão de Lima	Professor Pedagogo
<b>7</b>	Solange K. C. Maricatto	Educação Artística
<b>8</b>	Valéria Cristina de Almeida Barretos	Matemática
<b>9</b>	Zana Spirandeli Ramos	Língua Estrangeira Moderna - Inglês

**Quadro 1-** Nomeação dos professores do Grupo de Estudo com identificação de função ou disciplina que ministra

## Relevância Estimada do Grupo

Com relação a este estudo espera-se que:

- possa servir para refletir sobre a prática pedagógica do professor para reorientá-la, buscando superar os obstáculos didáticos encontrados;

- possa servir para compreender e pensar a avaliação escolar como prática de investigação como uma atividade possível a partir das condições de que se dispõe no ambiente educativo;
- forneça subsídios para a utilização de metodologia adequada para o tipo de homem que se pretende formar, considerando para isto os interesses e necessidades do aluno.