

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DE SÃO PAULO**

**GILBERTO JANUARIO**

**Análise de conteúdo de livros didáticos:  
contribuições à prática do professor de Matemática**

**São Paulo**

**2010**

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DE SÃO PAULO**

**GILBERTO JANUARIO**

**Análise de conteúdo de livros didáticos:  
contribuições à prática do professor de Matemática**

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – *campus* São Paulo – enquanto exigência parcial para a obtenção do título de Especialista em Formação de Professores – ênfase no Magistério Superior.

**Orientador: Prof. Dr. Armando Traldi Júnior.**

**São Paulo**

**2010**

**GILBERTO JANUARIO**

**Análise de conteúdo de livros didáticos:  
contribuições à prática do professor de Matemática**

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Armando Traldi Júnior – orientador  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Delacir Aparecida Ramos Poloni – examinadora  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

---

Prof. Ms. Henrique Marins de Carvalho – examinador  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

---

Prof<sup>a</sup>. Ms. Márcia Maioli – examinadora  
Universidade Estadual de Maringá

Conceito: **Aprovado**

São Paulo, 22 / 11 / 2010.

*Ao amigo **Douglas Tinti**, por ter entrado em minha vida e fazer parte da minha trajetória, por sonhar os meus sonhos e vibrar com minhas conquistas, e por sentir-se realizado com minhas realizações...*

## AGRADECIMENTOS

*Ao Prof. Dr. Armando Traldi Junior por ter me orientado neste trabalho e ter se colocado, sempre, um amigo aconselhando e demonstrando confiança em mim e, desse modo, ter me conduzido neste estudo e me acolhido, também, enquanto orientador no mestrado em Educação Matemática.*

*Aos professores da Especialização – Ms. Marlene Guarienti, Dr.<sup>a</sup>. Lília Santos Abreu Tardelli, Dr.<sup>a</sup>. Fátima Beatriz de Benedictis Delphino, Dr.<sup>a</sup>. Cynthia Regina Fischer, Dr. Diamantino Fernandes Trindade, Ms. Patrícia Hetti e Dr.<sup>a</sup>. Jacqueline De Blasi –, que sempre demonstraram total dedicação em conduzir a turma na construção de significados frente ao currículo desenvolvido no curso, a partir das diversas rodas de conversas, nos debates e nas apresentações dos seminários.*

*A Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Delacir Aparecida Ramos Poloni que me apresentou a Filosofia da Educação e possibilitou diálogos em que pude enxergar melhor minha postura docente e reconstituir alguns de meus modos de conceber a educação e o processo de ensino-aprendizagem; por confiar em mim; por ser amiga, orientadora, mãe, educadora; e por me contagiar com suas provocações à reflexão da minha postura docente.*

*Aos colegas da Especialização que muito me ensinaram com suas multiplicidades de formação e experiências de vida; que me ajudaram a ser um aluno centrado; que dividiram comigo os diversos momentos de alegria, de brincadeiras, de risos e de estudos.*

*Em especial, à colega Jordana Romero Silva Motta que prontamente atendeu ao meu pedido para fazer a revisão deste trabalho, e às colegas Mara Lucia da Silva Ribeiro e Carla Priscila Ferreira por estarem sempre ao meu lado, por me apoiarem nas ideias e por propiciar momentos de diálogos e troca de experiências.*

*Aos colegas do mestrado em Educação Matemática – Kátia Cristina Lima Santana, Felipe Almeida Costa, Nara Amaral e Jose Fernando Possani – por me ajudarem e compor junto comigo o trabalho de conclusão da disciplina Fundamentos de Didática da Matemática, que originou neste estudo.*

*A amiga Ana Paula Perovano pela leitura crítica, pelos apontamentos e sugestões que tanto enriqueceram a redação da versão final e por torcer por mim.*

*Aos professores Dr<sup>a</sup>. Delacir Aparecida Ramos Poloni, Ms. Henrique Marins de Carvalho e Ms. Márcia Maioli por terem aceitado o convite em compor a banca examinadora e pelas valiosas contribuições dadas para a investigação.*

*Aos amigos e familiares por entenderem (nem sempre) a minha ausência e por torcerem por mim...*

*Ensinar  
é um exercício  
de imortalidade.  
De alguma forma  
continuamos a viver  
naqueles cujos olhos  
aprenderam a ver o mundo  
pela magia da nossa palavra.  
O professor, assim, não morre  
jamais...*

*Rubem Alves*

JANUARIO, Gilberto. *Análise de conteúdo de livros didáticos: contribuições à prática do professor de Matemática*. 2010. 72f. Monografia (Especialização em Formação de Professores – ênfase no Magistério Superior). Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de São Paulo. São Paulo.

## RESUMO

Esta Monografia visa ao estudo de análise de conteúdo presentes nos livros didáticos de Matemática, objetivando identificar quais são as contribuições e implicações, para a prática do professor, desse recurso metodológico. Foi realizada uma investigação acerca do tema Função, pois, em nossa prática, identificamos que os alunos apresentam dificuldades ao trabalhar com esse conteúdo. O interesse nessa temática justifica-se uma vez que seu conceito e aplicação estão presentes em outros diversos conteúdos matemáticos. Percebemos, também, que essa temática tem sido foco de alguns trabalhos acadêmicos (OLIVEIRA, 1997; ROSSINI, 2006; MAIA, 2007). Para o desenvolvimento da pesquisa foram estudados três livros didáticos do 9º ano na intenção de identificar de que modo os autores abordam a introdução ao conceito de Função; realizamos a análise de conteúdo pela perspectiva da pesquisa do tipo qualitativa conforme concebem Bogdan e Biklen (1994); para a análise crítica das estratégias utilizadas pelos autores, nos pautamos na Organização Praxeológica presente na Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), referente às *Tarefas, Técnicas, Tecnologias e Teorias*. Na análise dos tipos de tarefas propostas nos livros escolhidos, observamos: (i) se apresentam abordagem histórica do conceito de Função; (ii) se possibilitam favorecer a fase adidática, conforme a Teoria das Situações Didática (BROUSSEAU, 2008); e (iii) se apresentam diferentes tipos de registros de representação e suas devidas conversões, presentes na teoria de Duval (2003). Ao final da investigação, constatamos que realizar análise de conteúdo pode despertar nos professores de Matemática um olhar crítico e investigativo frente ao processo de seleção de material didático, situações-problema e elaboração de atividades.

**Palavras-chave:** Análise de Livro Didático. Conceito de Função. Prática Pedagógica em Matemática. Organização Praxeológica.

JANUARIO, Gilberto. *Content analysis of schoolbook: contributions to the practice of mathematics teacher*. 2010. 72f. Monograph (Specialization in Teacher Education - Emphasis in Teaching Superior). Federal Office for Education, Science and Technology of São Paulo. São Paulo.

### ABSTRACT

This monograph aims to study the content analysis found in schoolbook of mathematics, to identify what are the contributions and implications for teacher practice, this methodological approach. An investigation was conducted on the subject Function, therefore, in our practice, we found that students have difficulties when working with this content. The interest in this topic is justified since its concept and application are present in many other mathematical content. We also found that, this theme has been the focus of some academic work (OLIVEIRA, 1997; ROSSINI, 2006; MAIA, 2007). For the development of the research were studied three schoolbook for the 9th year in an attempt to identify how the authors address the introduction to the concept of Function, we performed a content analysis from the perspective of qualitative study as conceived Bogdan and Biklen (1994); for critical analysis of the strategies used by the authors in this Praxeological Organization guided by the Anthropological Theory of Didactics (CHEVALLARD, 1999), relating to *Tasks, Techniques, Technologies and Theories*. In the analysis kind of the tasks proposed in the books chosen we observed: (i) present historical approach t concept of function, (ii) if possible encourage not didactic phase, as the Theory of Didactical Situations (BROUSSEAU, 2008), and (iii) will have different types of records and their proper representation conversions, present in the theory of Duval (2003). At the end of the investigation, we found that perform content analysis can cause the mathematics teachers a critical and investigative front of the selection process of schoolbook, problem situations and building activities.

**Keywords:** Schoolbook Analyses. Concept of Function. Teaching Practice in Mathematics. Praxeological Organization.

## SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO .....	01
Os primeiros passos: <i>eu tenho um dever de sonhar sempre</i> .....	02
A formação inicial: <i>não sendo mais, nem querendo ser mais, que um espectador de mim mesmo</i> .....	03
A experiência da docência: <i>tenho que ter o melhor espetáculo</i> .....	04
Rumo à carreira acadêmica: <i>sonho criado entre jogos de luzes brandas e músicas invisíveis</i> .....	05
1. PROPOSTA DA PESQUISA .....	07
1.1. A prática pedagógica do professor .....	09
1.2. Problemática .....	12
1.3. Justificativa .....	14
2. UM RESUMO HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO .....	16
2.1. Antiguidade .....	17
2.2. Idade Média .....	17
2.3. Período Moderno .....	18
2.4. Um breve histórico no cenário brasileiro .....	19
3. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLOGIA .....	22
3.1. Conceito de Função .....	22
3.2. Teoria Antropológica do Didático .....	25
3.3. Outras contribuições da Didática Francesa para o ensino de Matemática .....	27

3.3.1. Teoria das Situações Didáticas .....	28
3.3.2. Registro de Representação Semiótica .....	30
3.3.3. Dialética Ferramenta-Objeto .....	32
3.4. Metodologia .....	33
3.5. Material a ser analisado .....	35
4. ANÁLISE DE CONTEÚDO DOS LIVROS DIDÁTICOS .....	37
4.1. A Organização Praxeológica .....	37
4.2. A análise .....	49
4.3. Contribuições à prática do professor de Matemática .....	54
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	59



## APRESENTAÇÃO

O escritor português Fernando Pessoa é considerado um dos maiores poetas da literatura universal. Embora tenha publicado apenas quatro livros em vida, seus textos são lidos em todas as partes do mundo. Pessoa também publicou outras obras assinadas por heterônimos. Uma delas, de maior repercussão, é o Livro do Desassossego, que apresenta fragmentos de seus textos.

Alguns dos poemas de Fernando Pessoa ganham *cor, vida e sabor* na voz da cantora brasileira Maria Bethânia, que os recita juntamente com as suas belas canções.

O fragmento de um dos textos do escritor, recitado por Maria Bethânia, dará *cor, vida e sabor* ao meu memorial, que procura revelar parte da minha trajetória na educação fundamental e média, *eu tenho um dever de sonhar sempre*; no meu caminhar pela Licenciatura em Matemática e pela Especialização em Educação Matemática, *não sendo mais, nem querendo ser mais, que um espectador de mim mesmo*; pelos momentos de angústia e de inquietações frente à expectativa e a experiência da docência na educação básica, *tenho que ter o melhor espetáculo*; e por uma nova fase que se inicia, recheada de desejos e expectativas rumo à carreira

acadêmica, mapeada pela trajetória na Educação Matemática, *sonho criado entre jogos de luzes brandas e músicas invisíveis*.

### **Os primeiros passos: eu tenho um dever de sonhar sempre**

*Tenho uma espécie de dever de sonhar sempre,  
pois, não sendo mais, nem querendo ser mais, que um  
espectador de mim mesmo, tenho que ter o melhor  
espetáculo que posso.  
Assim me construo a ouro e sedas, em salas supostas,  
palco falso, cenário antigo, sonho criado entre jogos de  
luzes brandas e músicas invisíveis.  
Fernando Pessoa (Livro do Desassossego)*

Fui criança no sertão cearense. Iniciei minha trajetória escolar ainda no Sítio Poço dos Ferros, município de Cariri, no centro da Região Sul do Ceará. E em meio aos colegas da 1ª série, percebi que identificava-me com a profissão docente e, então, desejei ser professor, pois já tinha um dever de sonhar, *dever de sonhar sempre*.

Em São Paulo, o desejo pela carreira docente se intensificou e na 6ª série optei em formar-me professor de Matemática. Nessa época já auxiliava a professora, esclarecendo dúvidas de alguns colegas, ministrando aulas de reforço e indo à lousa algumas vezes para explicar alguma operação ou situação-problema. Ainda nessa série, comecei a perceber as dificuldades dos meus colegas em compreender os conteúdos matemáticos trabalhados.

Paulo Freire (1991) esclarece que a escolha pela profissão docente não se dá em um momento qualquer. Não é uma decisão tomada de uma hora para outra; ela é construída ao longo da trajetória daquele que deseja ser professor. No seu entender “ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira às quatro horas da tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador” (p. 32).

Ao cursar o ensino médio tive pouco contato com a disciplina Matemática, o que me deixou bastante frustrado, pois ansiava ampliar meus conhecimentos. Por isso, comecei a estudar sozinho com o auxílio de alguns livros e, vislumbrando minha prática pedagógica, elaborei um caderno que deveria ser usado em minhas

futuras aulas, além de estudar Matemática com alguns colegas. Esse processo fomentou, ainda mais, o desejo e o sonho da formação inicial. É o que, hoje, chamo de dever de sonhar: *eu tenho um dever de sonhar sempre*.

**A formação inicial: *não sendo mais, nem querendo ser mais, que um espectador de mim mesmo***

Ao iniciar a Licenciatura meu desejo era apropriar-me de todo o conteúdo matemático para que, assim, eu pudesse efetivamente ser um bom professor. *Não sendo mais, nem querendo ser mais, que um espectador de mim mesmo*, minha angústia era a possibilidade de não apreender dos saberes de suas áreas de estudo. Porém, a partir do contato com as disciplinas de formação – chamadas, também, de disciplinas pedagógicas – fui mudando de ideia. Passei a interessar-me pelas questões de didática e de metodologia.

Minha formação inicial se deu em um momento de grande procura pelo curso, pois se falava em defasagem de profissionais licenciados em Matemática. Possivelmente por isso a turma era composta por um número considerável de alunos. Ao escrever sobre a constituição docente, Pimenta (2008) evidencia que a escolha pela profissão e as experiências que se constitui um docente “[...] emerge em dado contexto e momento históricos, como respostas a necessidades que estão postas pelas sociedades, adquirindo estatuto de legalidade” (p. 41).

Em relação ao processo de ensino-aprendizagem, muitos de meus colegas apresentavam dificuldades em apropriarem-se dos conceitos trabalhados nas disciplinas Cálculo, Física, Álgebra e Geometria, o que me motivou a ministrar monitoria em alguns semestres letivos.

Novamente, pude vivenciar experiências da docência, o que contribuiu para constituir-me professor. Essas vivências levaram-me à decisão de cursar pós-graduação. Com a opção pela especialização em Educação Matemática vislumbrei a possibilidade de aperfeiçoar e melhorar minha prática metodológica nas aulas que já ministrava para o ensino médio.

Nesse período encontrei-me nas leituras, na escrita, nas publicações e nas participações em eventos educacionais. Essas novas experiências despertaram em mim o desejo pela carreira docente superior, *não sendo mais, nem querendo ser*

*mais, que um espectador de mim mesmo, buscando qualificação ainda melhor e iniciando o convívio com a comunidade acadêmica.*

### **A experiência da docência: *tenho que ter o melhor espetáculo***

O sonho estava realizado. Entrei em sala de aula pela primeira vez em um misto de receios, expectativas e emoção. Eu tinha vencido... Aquela criança sonhadora agora era um professor de Matemática, realizado! Mas... no decorrer das aulas seguintes percebi que não era exatamente dessa forma que se realizaria meu sonho, e sim a partir do momento que meus alunos apropriavam-se dos conceitos trabalhados.

Ao identificar, nos alunos, defasagens, dificuldades e aversão frente ao trabalho que propunha, passei a promover estudos em grupo, utilizava instrumentos avaliativos diversificados e, em algumas aulas, material manipulável e jogos, objetivando *ter o melhor espetáculo*, a construção da aprendizagem. Porém, em relação ao repertório de conteúdos, não atentava-me em escolher as situações-problema com um olhar crítico, e o fazia sem nenhum critério de escolha. Por outro lado, tinha uma postura mais próxima de meus alunos, conversando com eles, criando um ambiente amigável. Com isso, notei a importância da afetividade e da relação respeitosa entre alunos e professor: alguns se sentiam motivados a aprender Matemática, outros, se sentiam motivados para continuar sonhando, batalhando e para alcançar suas vitórias.

Paulo Freire (1991) expõe que “a gente se faz educador, a gente se forma, como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática” (p. 32). E minha constante reflexão, preocupação com um processo ensino-aprendizagem significativo para o aluno e em tornar-me um professor que atendesse aos objetivos e expectativas desses discentes, respeitando-os, concebendo-os, por que não, por meus professores, me faz pensar, hoje, que *tenho que ter o melhor espetáculo*, o espetáculo de ver esses jovens e/ou adultos, muitas vezes sem expectativas, realizados nos seus mais diferentes saberes-fazer da vida.

## **Rumo à carreira acadêmica: *sonho criado entre jogos de luzes brandas e músicas invisíveis***

A Licenciatura em Matemática e a Especialização em Educação Matemática me colocaram em um mundo fechado: o mundo da Matemática. Não culpo meus professores ou a instituição em que me formei; entendo que é uma organização curricular enraizada em pressupostos pedagógicos ainda clássicos, enrijecidos. Por isso, senti a necessidade de ir além e estudar questões relacionadas à Educação. A Especialização em Formação de Professores veio ao encontro desse novo desejo, principalmente por enfatizar o Magistério Superior.

O contato com disciplinas multidisciplinares ampliou minha visão sobre as questões voltadas aos processos de ensino e de aprendizagem; também, direcionou minhas atenções à formação do professor e sua prática pedagógica.

Posteriormente, ingressar no Mestrado em Educação Matemática, em paralelo à Especialização, constituiu a possibilidade do ingresso no magistério superior e de trabalhar com formação de professores que ensinam/mediam processos de aprendizagem matemática. Esse desejo faz parte de um novo sonho, construído ao longo dessa minha trajetória de estudante e de docente, *sonho criado entre jogos de luzes brandas e músicas invisíveis*.

Desse modo, ao voltar meu olhar para esse percurso e vislumbrar os novos desafios, tenho comigo a certeza que os desejos, os sonhos, as expectativas, as preocupações e anseios, a formação inicial e o ingresso no magistério formou os *jogos de luzes brandas* que me colocaram diante as novas inquietações, desejos, sonhos – a carreira acadêmica que se constitui –, agora, em *músicas invisíveis*, em meio ao incerto, mas próximo ao alcançável, pois *eu tenho um dever de sonhar sempre*. Assim, esta Monografia se configura uma parte dessa nova caminhada, das novas realizações.

O presente trabalho está estruturado em quatro capítulos, seguintes a essa apresentação – em que procurei apresentar de modo resumido os *sonhos* que me trouxeram ao curso Especialização em Formação de Professores (ênfase no Magistério Superior) – e concluído pelas considerações finais.

O capítulo 1 evidencia a proposta deste estudo, ressaltando a prescrição de alguns autores que se mostram preocupados com os processos de ensino e de aprendizagem em Matemática; apresenta, também, orientações de documentos que

norteiam a organização curricular. Complementa esse capítulo, a *problemática* – em que são apresentadas algumas prescrições dos Parâmetros Curriculares de Matemática em relação ao tratamento a ser dado para o tema Álgebra e, conseqüentemente, Função – e a *justificativa* – em que são evidenciados três estudos com o tema Função.

No capítulo 2 é apresentado um histórico da construção do conceito de Função, de forma resumida. Para tanto, esse capítulo está estruturado em quatro subtítulos, nos quais a evolução da construção do conceito é discorrido ressaltando a Antiguidade, a Idade Média, o Período Moderno e um breve resumo no cenário brasileiro.

O capítulo 3 aborda o referencial teórico e a metodologia adotada. O conceito de Função e as teorias que sustentam este estudo são destacadas no referencial teórico. Na metodologia são apresentados o tipo de pesquisa, que contempla esta investigação, e o material analisado.

No capítulo 4 é abordada a organização praxeológica presente nos materiais estudados, a análise realizada e apontada as contribuições que essa metodologia possibilita à prática do professor de Matemática. Posteriormente são evidenciadas as considerações finais, seguidas pelas referências bibliográficas.

Penso ser relevante ressaltar que a partir desse ponto será utilizado o foco narrativo em primeira pessoa do plural, pois os apontamentos, as considerações, as reflexões, as análises e as conclusões apresentadas ao longo desta Monografia não são apenas minhas, mas de um conjunto de pensamentos, de achados, de estudos constituídos por mim, pelo orientador deste estudo, pelas discussões com os professores do curso, pelos diálogos com os colegas professores e pelas contribuições teóricas dos autores que sustentam esse amálgama de saber-saber, saber-ser e saber-fazer. Logo, o que é relatado ao longo desta Monografia deixa de ser singular para tornar-se plural, a pluralidade do *nós*.

## CAPÍTULO 1

### PROPOSTA DA PESQUISA

---

---

Dentre as diversas atividades que envolvem os professores, uma requer maior atenção: promover, em sala de aula, um clima favorável para que os alunos se apropriem dos conceitos trabalhados.

Para que os discentes possam construir aprendizagem com significado frente aos conteúdos matemáticos, apropriando-se dos conceitos trabalhados, o professor precisa articular algumas ações: organizar e desenvolver o currículo que mais se adeque à classe, escolher o material didático que mais atenda às necessidades dos alunos, elaborar instrumentos avaliativos, desenvolver metodologia apropriada, e dar tratamento aos conteúdos de ensino. Essa última ação constitui-se de uma tarefa imprescindível, pois os conteúdos formam o saber a ser aprendido (PAIS, 2008).

Rocha e Ponte (2006) evidenciam a importância das atividades a serem trabalhadas em Matemática. Os autores citam os documentos do *National Council of Teachers of Mathematics* e da Associação dos Professores de Matemática para exporem que o trabalho desenvolvido em sala de aula pode se dar a partir de atividades apropriadas que encaminhem os discentes à exploração, às descobertas e à reflexão, o que é possível “propiciar aos alunos experiências matemáticas significativas, que promovem o seu ‘saber matemático’, de modo que ‘saber matemática’ corresponde a ‘fazer matemática’” (p. 30).

Para promover a compreensão dos conceitos a partir de um conjunto de atividades a serem trabalhadas pelos alunos, o professor recorre aos livros didáticos para selecioná-las. Prática essa realizada a partir de alguns critérios de escolha, análise crítica dos conteúdos e situações-problema abordados pelos autores das obras. Nesse sentido, o docente avalia o tratamento dado pelos autores objetivando vislumbrar se promovem ao aluno um conjunto de situações que o ajudem a construir os significados esperados.

Analisar conteúdos de livros didáticos é estudar, investigar, avaliar, testar e desenvolver o que é proposto nas unidades didáticas presentes nos livros com intencionalidade, portanto, requer uma reflexão sobre os saberes que serão mobilizados e construídos pelos alunos e de que modo a abordagem usada pelos

elaboradores dos materiais didáticos podem efetivamente contribuir nesse processo. A prática de analisar os conteúdos permite ao professor de Matemática identificar tipos de situações-problema que favoreçam um ambiente em que os discentes possam trabalhar de forma autônoma e apropriarem-se do saber a ser ensinado (PAIS, 2008).

Ao abordarem a organização de conteúdos os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental<sup>1</sup> para Matemática (PCN) propõem que essa seja concebida a partir da análise de alguns pontos. Os autores desse documento destacam alguns a serem analisados pelo professor de Matemática ao organizar o conteúdo a ser desenvolvido, porém, focam suas orientações na metodologia do ensino e na contextualização a ser desenvolvida durante o tratamento dado pelo docente. Eles expõem que ao detalhar os conteúdos por ciclos – e por que não por ano – após uma interpretação e aplicação atendendo-se ao contexto sócio-cultural de cada região brasileira, é relevante que “além de incorporar elementos específicos de cada realidade, [sejam] organizados de forma articulada e integrada ao projeto educacional de cada escola” (BRASIL, 1998, p. 53-54).

É relevante que a escola conceba seu projeto educacional enquanto um conjunto de ações a serem tomadas objetivando uma formação crítica e transformadora. Formar alunos críticos, que reflitam sobre os problemas da sociedade e que tenham condições para intervir nela, transformando sua realidade, requer posturas pedagógicas diferenciadas. Desse modo, conforme a postura do professor e suas concepções filosófico-pedagógicas em conceber suas aulas – em uma perspectiva mais tradicional ou mais voltada para uma abordagem moderna – a análise de conteúdo possibilita a escolha pelo livro didático que venha ao encontro do currículo a ser desenvolvido e que, a partir da abordagem dada pelos autores, promova nos alunos as competências e habilidades matemáticas esperadas pelos documentos oficiais que orientam o currículo escolar.

Partimos do pressuposto que a análise de conteúdos de livros didáticos de Matemática pode ser um norte para o professor realizar suas atividades e ensinar/mediar processos de aprendizagem matemática que promova ao aluno o raciocínio crítico-reflexivo-transformador. Porém, analisar conteúdos requer uma teoria que fundamente essa ação de olhar para os materiais didáticos identificando

---

<sup>1</sup> Para 3º e 4º ciclos, correspondentes, respectivamente aos 6º e 7º anos e aos 8º e 9º anos.

as situações-problema potencialmente favoráveis na formação desse modelo de aluno e, porque não, desse cidadão. Nesse entendimento, o presente trabalho está pautado nas contribuições que essas análises promovem para a prática pedagógica do professor de Matemática, especificamente ao serem realizadas pela Organização Praxeológica.

### 1.1. A prática pedagógica do professor

Na literatura que versa sobre Educação – em especial Educação Matemática – é comum o uso do termo *prática pedagógica* ao tratar questões relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem. Porém, nem sempre é discutido e apresentado seu conceito. Afinal, o que é prática pedagógica?

Dicionários de nossa língua materna nos ajudam a compreender que *prática* diz respeito a uma ação, portanto, realização de alguma atividade rotineira. Essa atividade faz parte de nossas experiências, fruto de nosso trabalho e de nossos fazeres cotidianos. A palavra *pedagógica* está relacionada às atividades que envolvem a área do saber que trata da educação e da instrução escolar das crianças, adolescentes, jovens e adultos, portanto, a Pedagogia.

Os PCN (Brasil, 1998) evidenciam a necessidade de se compreender o conceito dessa prática desenvolvida pelo professor. Para tanto, os autores desse documento consideram um processo histórico-social de mudança em que é possível identificar divergências de concepções, pois, até então, não havia clareza quanto à natureza desta atividade do docente. Afinal, esta prática diz respeito à atividade do professor ou do educando? No entender dos autores dos PCN,

nos anos 70 proliferou o que se chamou de “tecnicismo educacional”, inspirado nas teorias behavioristas da aprendizagem e da abordagem sistêmica do ensino, que definiu uma prática pedagógica altamente controlada e dirigida pelo professor, com atividades mecânicas inseridas numa proposta educacional rígida e passível de ser totalmente programada em detalhes.

(BRASIL, 1998, p. 31)

As constatações desses autores nos levam a entender que a prática pedagógica não pode ser resumida a um conjunto de ideias e/ou habilidades, pois

se trata de um saber-fazer que está em constante atualização devido à heterogeneidade do público alvo a que se destina o processo ensino-aprendizagem.

Ao escrever sobre a prática pedagógica, Souza (2005) aponta dois aspectos que contribuem para a compreensão desse conceito. O primeiro é considerar a prática pedagógica enquanto parte de um processo social, que envolve a dimensão educativa na esfera escolar, por exemplo, a participação do professor em reuniões de estudo com os pares, reuniões com pais e comunidade, atividades de planejamento, participação em conselhos de classe e em reuniões da Associação de Pais e Mestres, entre outras. Também envolvem ações além da esfera escolar, por exemplo, os movimentos sociais desses profissionais: greves, assembleias, passeatas. Desse modo,

os movimentos sociais de trabalhadores produzem uma prática pedagógica, que é social, tendo como conteúdos centrais a política, a estratégia de negociação, a organização, a definição de objetivos, a articulação com outras organizações sociais, desenvolvendo teias ou redes de informação e ação política.  
(SOUZA, 2005, p. 2)

No segundo aspecto, a prática pedagógica expressa o conjunto de ações rotineiras que são desenvolvidas no cenário escolar estreitamente relacionadas às tomadas de decisões em relação aos processos de ensino e de aprendizagem. Sobre a sala de aula, Souza (2005) expõe as múltiplas dimensões da prática pedagógica: “professor, aluno, metodologia, avaliação, relação professor e alunos, concepção de educação e de escola” (p. 3).

Para Veiga (1992, p. 16) essa prática pode ser entendida enquanto “uma prática social orientada por objetivos, finalidades e conhecimentos, e inserida no contexto da prática social. A prática pedagógica é uma dimensão da prática social”. Assim, em ambos os aspectos destacados por Souza (2005) a prática pedagógica do professor reflete uma postura social.

Ao nosso entender, os aspectos destacados pela autora indicam dois tipos de práticas. O primeiro, que envolve as dimensões sociais de um processo social, constitui a prática docente, aquela desenvolvida pelo professor fora da sala de aula e não está relacionada diretamente com os processos de ensino e de aprendizagem. Desse modo, a prática docente reflete o conjunto de práticas político-sociais do professor.

O segundo aspecto constitui a prática pedagógica, relacionada com as atividades que envolvem o professor e os processos de ensino e de aprendizagem. Desse modo, algumas das atividades que caracterizam a prática pedagógica do professor são: a seleção, a organização e o desenvolvimento de conteúdos curriculares mais adequados à classe; a escolha pelo material didático que mais atenda às necessidades dos alunos e aos objetivos do ensino; a elaboração de instrumentos avaliativos; a metodologia desenvolvida; o tratamento dado aos conteúdos de ensino; enfim, todo o conjunto de trabalho realizado em sala de aula – esta Monografia concebe esse conceito de prática pedagógica.

Nessa percepção, a prática pedagógica do professor de Matemática é um ato social, uma vez que os objetivos que permeiam esse conjunto de ações estão estreitamente relacionados com uma formação transformadora, preparando os educandos para posicionarem-se de forma crítica e reflexiva frente às situações política-econômico-social.

Ao ensinar/mediar processos de aprendizagem matemática, o professor apoia-se em estratégias pautadas em sua construção enquanto educador, ou seja, em seu repertório de vida, pautado em suas experiências, e de formação docente, elaborado em sua preparação para o exercício da profissão.

Refletindo um pouco sobre o processo de formação inicial, em que os futuros professores têm os primeiros contatos com esta percepção da prática pedagógica, D'Ambrosio (2005, p. 23) alerta para os desafios emergentes desta prática sob a ótica do professor formador, ressaltando a necessidade de

[...] explorar e investigar atividades que levem o futuro professor a se dispor a analisar o trabalho dos alunos e, ao mesmo tempo, estimulá-lo a desenvolver seu conhecimento matemático de maneira mais complexa.

Neste sentido, ao considerarmos que os alunos dos cursos de licenciatura veem em seus professores e nas experiências vivenciadas ao longo da formação inicial as condições de sustentação e legitimação da identidade profissional, podemos dizer que a aprendizagem desta prática pedagógica acontece em um cenário propício, ou seja, em que há participação de todos os envolvidos promovendo a cooperação profissional.

Assim, cada professor constitui sua própria prática. Possivelmente, as experiências vivenciadas na graduação serão marcantes, influentes e exemplares.

Podemos perceber ainda a influência da prática pedagógica de seus formadores, talvez ele faça em sua sala de aula, basicamente, o que viu seu formador fazer e achou certo.

Entretanto, vale ressaltar que, a prática pedagógica pode ser remodelada, reconstituída, resignificada inúmeras vezes, de acordo com o interesse e a necessidade do público a que se destina.

Na apresentação dos PCN (Brasil, 1998) é possível identificar que um dos objetivos desse documento é ajudar o professor na reflexão acerca de sua prática pedagógica, tendo em vista uma coerência com os objetivos propostos para a disciplina. Considerando que a Matemática por muitos anos foi ensinada de forma mecânica e descontextualizada, acreditamos que (re)pensar a prática pedagógica em Matemática é algo fundamental para que se promova os avanços científicos e tecnológicos que desencadeiem numa educação de qualidade.

Nesse sentido, dentre as ações que compõem a prática pedagógica docente em Matemática, destacamos, também, a escolha do livro didático que melhor promova situações investigativas e problematizadoras de modo a despertar a curiosidade e o interesse por parte dos alunos. A escolha do livro didático e a reflexão crítica sobre o modo que os autores desses materiais abordam os conteúdos se constituem atividades que requer rigor do professor, pois é a partir da seleção de conteúdos que o docente fará uma transposição do currículo prescrito, portanto oficial, para o currículo praticado, aquele efetivamente desenvolvido.

Todavia o aspecto social da prática pedagógica não reflete apenas na preocupação de cumprir ou não o currículo, mas, sobretudo, na qualidade dos conteúdos a serem trabalhados. Por isso, acreditamos que a partir de critérios definidos, os docentes podem realizar análise sobre os conteúdos apresentados nos livros didáticos. Nessa perspectiva, temos nos questionado sobre as contribuições dessa atividade para a prática pedagógica, especificamente aquela direcionada para a sala de aula de Matemática.

## **1.2. Problemática**

O estudo da Matemática requer o contato com diversos conceitos que a constituem e alguns deles são pré-requisitos para outros. Ao citarem os objetivos de

Matemática para o 4º ciclo, referindo-se ao pensamento algébrico, os autores dos PCN (Brasil, 1998) evidenciam que pode ser concebido um processo de ensino visando ao desenvolvimento, dentre outros, do raciocínio por meio da observação de “regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis” (p. 81). Com isso, o documento prescreve o tratamento do conceito de Função, trabalhado a partir do 9º ano, embora em qualquer idade escolar os alunos tenham contato com situações que podem ser modeladas por expressões algébricas desse conceito.

Os PCN (Brasil, 1998) orientam que o trabalho com álgebra pode ser concebido por situações-problema que possibilite ao aluno dar significado à linguagem e às ideias matemáticas, pois no entender dos autores desse documento,

**no trabalho com a Álgebra é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função;** a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da sintaxe (regras para resolução) de uma equação. (p. 84) (grifos nossos)

Apropriar-se do conceito de Função é essencial para o aluno do 9º ano, pois no ensino médio ele passará a trabalhar com suas variações e aplicações nas múltiplas disciplinas, por exemplo, Matemática, Física, Química, Biologia e Geografia. Desse modo, embora seja um conceito matemático, a aplicação de Função é um tratamento multidisciplinar.

Ao escrever sobre a história do conceito de Função ao longo de sua construção em diversos momentos e contextos históricos, Eves (2008), evidencia que:

O conceito de função permeia grande parte da matemática e desde as primeiras décadas do século presente, muitos matemáticos vêm advogando seu uso como princípio central e unificador na organização dos cursos elementares da matemática. (p. 661).

Essa afirmação revela a importância do conceito de Função no desenvolvimento da Matemática e sua aplicação nas diversas áreas do saber. Por isso, requer do professor uma prática que permita um trabalho metodológico a fim de favorecer a construção de significados, por seus alunos, frente à essa temática.

Nesse entender, ao analisar conteúdos matemáticos abordados por autores de livros didáticos, o professor se torna um investigador do material a ser utilizado por ele e por seus alunos nos processos de ensino e de aprendizagem. Nessa perspectiva, temos por objetivo verificar *quais as contribuições da organização praxeológica ao abordarem a introdução ao conceito de Função, presente nos livros didáticos de Matemática para o 9º ano do Ensino Fundamental, à prática do professor de Matemática*, o que constitui a questão-diretriz da investigação.

### 1.3. Justificativa

Algumas pesquisas têm focado suas problemáticas acerca do tema Função. A partir de um estudo histórico, epistemológico e da transposição didática do conceito dessa temática, Oliveira (1997) constatou que há dificuldades em seu campo conceitual, o que a levou a trabalhar com alunos do primeiro ano do curso de Engenharia por meio de sequências didáticas objetivando a conceituação de Função, propiciando para esses discentes a construção de significados frente a tal conceito.

A investigação realizada por Rossini (2006) consistiu em um trabalho colaborativo com professores para identificar as concepções e as dificuldades desses docentes frente ao conceito dessa temática. O estudo foi desenvolvido a partir da construção de uma sequência didática que tratava do ensino de Função para turmas de 9º ano do ensino fundamental, procurando identificar quais organizações matemáticas são mobilizadas pelos professores para tal construção. A pesquisa revelou que conforme constroem as organizações didáticas, eles reconstróem seus saberes sobre Função.

Maia (2007) realizou um estudo sobre o ensino de Funções Quadráticas e do uso de *softwares* no processo de aprendizagem do conceito de Função. Após realizar análise em alguns livros didáticos, o trabalho de campo foi constituído por grupos de alunos do 9º ano que realizaram sequência didática solicitando o tratamento gráfico e algébrico de Funções Quadráticas com o auxílio do *Winplot*, papel e lápis. A pesquisadora expõe que houve um avanço por parte desses alunos frente à construção do conceito desse tipo de Função.

Os trabalhos de Oliveira (1997), Rossini (2006) e Maia (2007) evidenciam a relevância de se realizar estudos frente aos conteúdos abordados pelos livros didáticos e adotados pelos professores, para que estes possam se posicionar de forma crítica ao selecionarem as obras didáticas e, conseqüentemente, ao organizarem e escolherem as situações-problema a serem trabalhadas com os alunos em sala de aula.

A postura do docente influencia não somente sua atuação com a classe, mas, também, no momento de escolha de atividades que propiciem um ambiente favorável para que o aluno possa investigar, tentar, errar, construir, averiguar e socializar o que está trabalhando. Assim, a escolha por conteúdos que propiciem esse ambiente é um fator que promoverá a aprendizagem significativa.

Em relação aos conteúdos, percebemos, em nossa prática enquanto professores que ensinam/mediam processos de aprendizagem matemática, que os alunos apresentam dificuldades ao trabalhar com o tema Função. Desse modo, a análise de conteúdo possivelmente permita ao professor mobilizar saberes, mudar posturas, (re)constituir sua prática pedagógica e promover novas propostas de aprendizagem para seus discentes.

## CAPÍTULO 2

### UM RESUMO HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

---

---

A respeito do conceito de Função, é relevante discorrer sobre o histórico de seu desenvolvimento, identificando suas definições no decorrer do tempo e os principais estudiosos que desenvolveram essas definições; suas aplicações e implicações nas diversas áreas do saber e quais outros objetos matemáticos necessitam do conceito de Função. Todavia, ressaltamos que este capítulo objetiva apresentar um breve panorama histórico, para que possamos nos situar em relação ao desenvolvimento de seu conceito, não tendo a intenção de tratar da totalidade do assunto.

A construção do conceito de Função sofreu várias evoluções, passando pela antiguidade. Youschkevitch (*apud* Maia, 2007) revela não ser possível saber onde surgiu esse conceito e que diversos autores têm opiniões divergentes sobre a época em que apareceu efetivamente o conceito de Função. O autor apresenta três períodos históricos que permeiam o desenvolvimento desse conceito até a metade do século XIX:

- *A Antiguidade*: etapa ao longo da qual o estudo dos diferentes casos de dependência entre duas quantidades ainda não isolou as noções gerais de quantidades variáveis e de Funções.
- *A Idade Média*: etapa ao longo da qual, na ciência europeia do século XIV, a noção de dependência é expressa pela primeira vez de uma maneira precisa, de uma forma ao mesmo tempo geométrica e mecânica. A dependência entre duas quantidades era definida por uma descrição verbal ou por um gráfico mais que por uma fórmula.
- *O período moderno*: etapa ao longo da qual, a partir do fim do século XVI e especialmente durante o século XVII, as expressões analíticas de Funções começam a prevalecer, a classe das Funções Analíticas tornou-se a principal classe utilizada.

Entendemos ser relevante destacar outros aspectos referentes a esses três momentos históricos, procurando identificar elementos que possam contribuir para a nossa compreensão sobre a constituição do conceito dessa temática.

## 2.1. Antiguidade

O trabalho de Eves (2008) evidencia que os babilônios já possuíam um instinto de funcionalidade, apesar de que cada problema era uma nova situação que exigia nova análise, pois esse povo não desenvolveu procedimentos ou regras gerais para resolverem problemas semelhantes. Assim como os babilônios, os egípcios construíram tabelas para apresentar correspondências.

O autor ressalta que na Grécia Antiga existiam novas formas de conceito de Função tanto na Matemática, como nas ciências naturais, por métodos práticos não formulados, os quais eram transmitidos de mestre para aprendiz. Eves (2008) revela, ainda, que entre os pitagóricos, apareceu a ideia de Função no estudo entre a Matemática e a música, estudando a de interdependência quantitativa de diferentes quantidades físicas, revelando uma interdependência entre número, espaço e a altura da nota emitida por cordas da mesma espécie pinçadas com tensões iguais. A mais antiga tabela de cordas se encontra em *Almajesto*, de Ptolomeu que viveu por volta de 150 d.C., que expõem tabelas astronômicas de quantidades que equivalem às funções e também as funções irracionais e seno.

Os egípcios também construíram tabelas para apresentar correspondências, quando da elaboração de um amplo corpo de conhecimento frente às relações numéricas e espaciais.

## 2.2. Idade Média

Na Idade Média, Nicole Oresme descreveu graficamente a ilustração da velocidade em diferentes tempos, objetivando a compreensão mais rápida e fácil da natureza das mudanças, representando um passo à frente em direção ao conceito de Função e a variável dependente. Porém jamais utilizou medidas (OLIVEIRA, 1997; ROSSINI, 2006; MAIA, 2007).

Eves (2008) afirma ser no século XVII que Galileu Galilei proporcionou grande contribuição com relação à evolução da noção de Função, introduzindo o quantitativo nas suas representações gráficas, quando antes se falava, apenas, do qualitativo. Assim, os seus gráficos resultam da experiência e da medida; as associações de causa e efeito são expressas de forma quantitativas, verificáveis e

verificadas. Oliveira (1997) destaca uma frase de Fermat corroborando com os pressupostos de Galileu: “tão logo duas quantidades desconhecidas aparecem em uma igualdade há um lugar geométrico e o ponto terminal de uma das duas quantidades descreve uma reta ou curva” (p. 18).

Eves (2008) evidencia que no século XVII René Descartes desenvolveu pela primeira vez, de modo claro, a noção de Função, utilizando-se da equação em  $x$  e  $y$  para introduzir uma dependência de quantidades variáveis, de modo a permitir o cálculo dos valores de uma delas, a partir dos valores da outra. A introdução das Funções sob a forma de equações produziu o efeito de uma revolução no desenvolvimento da Matemática. Posteriormente, Isaac Newton deu uma interpretação cinemático-geométrica das concepções básicas da Análise Matemática.

### 2.3. Período Moderno

O conceito de Função aparece com clareza quando surge a teoria do Cálculo Infinitesimal, conforme apontado por Eves (2008). Com o aparecimento desta nova teoria foram encontrados outros conceitos. Entre eles, o de Função, mas mesmo com esse conceito só sendo enunciado por Gottfried Leibniz, esses conhecimentos já tinham sido usados em épocas anteriores nas mais diversas operações de contagem, sendo elas por agrupamento. Além disso, antes de Leibniz utilizar o termo Função, o físico Isaac Newton também já demonstrava o conhecimento de Função quando veio a utilizar os termos *relatia quantias* para designar variável dependente, e *genita* para designar uma quantidade obtida a partir de outras por intermédio das quatro operações aritméticas fundamentais.

Para Oliveira (1997), Leibniz, em 1694, utilizou pela primeira vez o termo Função para expressar qualquer quantidade associada a uma curva, ou seja, qualquer objeto que aparecesse em uma curva já era associado a uma Função, neste caso as coordenadas de um ponto na curva, a inclinação da curva e o raio de curvatura da curva eram chamados de Função.

A partir de então, inicia-se um processo de generalização com o objeto Função. Nessa perspectiva, vários outros objetos estavam associados ao objeto

Função. Por volta de 1718, Johann Bernoulli considerou Função enquanto uma expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes.

Tempo depois, Leonard Euler considerou Função enquanto uma equação ou fórmula envolvendo variáveis e constantes. Esse conceito formulado por Euler, conforme expõem Eves (2008), Oliveira (1997), Maia (2006) e Rossini (2007), corresponde ao conceito de função que a maior parte dos alunos aprendem hoje nas escolas, ou seja,  $f(x) = a.x+b$ .

O conceito de Euler se manteve até que Joseph Fourier ao levar em conta suas pesquisas observou que certas Funções dependiam mais que apenas uma variável, desta maneira ele chegou a séries conhecidas Séries de Fourier ou Séries Trigonométricas.

Eves (2008) acrescenta que pouco tempo após a definição de Fourier, Lejeune Dirichlet tentando dar uma definição mais ampla a Função chegou à formulação que “variável é um símbolo que representa qualquer elemento do conjunto dos números reais”. Mas em seu estudo, chegou a duas variáveis  $X$  e  $Y$ , em que uma varia dependente da outra. Com isso, o autor afirma que desta maneira ele deu nomes a essas variáveis, sendo que:

- $X$  era uma variável independente, pois se pode atribuir a essa variável qualquer valor.
- $Y$  era uma variável dependente, pois ela apenas mudava seu valor quando a outra variável também mudava.

#### **2.4. Um breve histórico no cenário brasileiro**

Entendemos ser relevante compreendermos de que modo os conceitos de Função perpassou os diversos momentos históricos e quais fatores contribuíram para a construção desses. Antes de começarmos a discorrer sobre seu conceito no contexto do Brasil, acreditamos ser relevante identificarmos em que momento a Matemática ganha evidência no cenário educacional brasileiro.

Valente (2000) nos esclarece que a estruturação dessa disciplina, a partir do Decreto n. 981 de 8 de novembro de 1890, teve uma autonomia relativa de sua organização devido às transformações políticas mais amplas ocorridas na vida brasileira e às influências do positivismo comteano.

O autor ressalta que as discussões sobre a Matemática no Brasil só ganharam importância a partir de 1920, quando a economia brasileira estava em crescimento, paralelo aos interesses de grupos diversos da sociedade. A industrialização que estava sendo iniciada criou necessidade de mão de obra especializada. Por este motivo, os empresários idealizavam uma educação preparatória para o mercado de trabalho.

Segundo Barbosa (2008) a modernização da Matemática no Brasil tem seu marco, já no século XX, mais precisamente a partir dos anos trinta com a Reforma de Francisco Campos para a escola secundária, a qual fundamentou a primeira tentativa de estruturar todo o curso secundário nacional e de introduzir nele os princípios modernizadores da educação, explicitando todos os pontos defendidos pelo Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática.

Em sua pesquisa, Silva (2008) expõe que a disciplina Matemática, conforme é estruturada atualmente no currículo escolar da educação básica, foi constituída com a Reforma Francisco Campos, e o tema Função constava do programa curricular do ensino secundário, mas “por não haver consenso sobre sua implantação, sua efetivação não se deu de forma satisfatória” (p. 30). Esse pesquisador evidencia que no período de 1931 a 1970 os autores incluíam a temática Função ao final dos livros didáticos, procurando atender as especificações da referida Reforma.

Valente (2000) e Barbosa (2008) ressaltam que a proposta trazia uma visão mais moderna dos conteúdos matemáticos, sugerindo a eliminação de assuntos de interesse puramente formalístico, de processo de cálculos desprovidos de interesse didático e introduzindo o conceito de Função e noções do Cálculo Infinitesimal. Também, propunha a descompatibilização das várias áreas da Matemática, enfatizando a importância de suas aplicações.

Miorim (1998) expõe que nesse período os livros existentes não apresentavam esse tipo de proposta e que os professores não aderiram ao pensamento de Francisco Campos.

Com o Movimento da Matemática Moderna, o elenco de temas a serem abordados em Matemática sofre alterações, quando se enfatiza o uso da linguagem da Teoria dos Conjuntos. Posteriormente, em 1975 e 1978, no Estado de São Paulo, a Secretaria da Educação publicou os Guias Curriculares. Silva (2008) aponta que nos documentos para o ensino de Matemática no 1º grau há a prescrição do tratamento de Relações e Funções para o ensino na 1ª a 5ª série e de Aplicações ou

Funções para o ensino nas 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries.

Posteriormente, em 1986 a Secretaria de Estado da Educação do Estado de São Paulo publicou a Proposta Curricular para o 1º grau, reeditada em 1988, 1991 e 1997, porém sem nenhuma referência ao ensino de Função, sendo apenas recomendada nos documentos do 2º grau. (SILVA, 2008).

O ensino do conceito de Função é abordado posteriormente nos documentos oficiais que norteiam e orientam a Proposta Curricular de Matemática (PCN, PCNEM<sup>2</sup>, PCN+<sup>3</sup> e OCNEM<sup>4</sup>), prescrevendo seu ensino para os níveis fundamental e médio, contemplando uma abordagem diversificada nos diferentes blocos de conteúdos matemáticos e a partir de um tratamento que vise à contextualização e interdisciplinaridade, especificamente nos anos finais da educação básica.

---

<sup>2</sup> Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, publicados em 1999.

<sup>3</sup> PCN+ Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados em 2002.

<sup>4</sup> Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, publicadas em 2006.

## CAPÍTULO 3

### REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLOGIA

---

---

Neste capítulo objetivamos evidenciar os fundamentos teóricos que nortearão a análise da introdução ao conceito de Função conforme abordados em três livros selecionados, a partir da Organização Praxeológica. Inicialmente, apresentaremos um panorama do conceito de Função. Após discorrermos sobre esse tópico, apresentaremos a Teoria Antropológica do Didático e a Organização Praxeológica; em seguida apontaremos outras contribuições da didática francesa para o ensino da Matemática. Por fim, abordaremos a metodologia a ser utilizada para a análise e os livros selecionados para o estudo.

#### 3.1. Conceito de Função

No capítulo anterior foi possível identificar de que modo aconteceu a evolução histórica do conceito de Função, porém, não foi apresentado as diferentes definições para esse conceito. O significado do vocábulo *conceito* é apresentado pelo dicionário<sup>5</sup> enquanto uma “representação mental e linguística de qualquer objeto concreto ou abstrato, que para a mente significa o próprio objeto no processo de sua identificação, descrição e classificação”; *definição* é o ato de atribuir significado ao conceito a partir de uma “operação que procura determinar de maneira clara um conceito, um objeto”.

Ambos os vocábulos estão relacionados a objetos, concretos ou não, que fazem parte do fenômeno da natureza ou das relações sociais do ser humano. Caraça (2005) expõe que ao observar os fenômenos da natureza e ao procurar compreendê-los, o ser humano procurou acumular, sistematizar e modelar o produto de suas observações o que resultou, ao longo dos tempos, na Ciência. Para esse autor, há uma relação de interdependência entre os fenômenos e, para que se possa observar um determinado fenômeno, é preciso “isolar” um conjunto de

---

<sup>5</sup> iDicionário Aulete. Disponível em <http://aulete.uol.com.br>; acesso em 02 set. 2010.

elementos incidentes sobre este, considerando os aspectos qualitativos. Nesse sentido, Caraça (2005, p. 106) evidencia:

Sejam A e B dois componentes de um isolado; entre eles existem relações de interdependência. Consideremos uma dessas relações; nelas podemos distinguir dois sentidos: um de A para B, e outro de B para A; diremos, do primeiro sentido, que tem antecedente A e conseqüente B, do segundo, que tem antecedente B e conseqüente A; distingui-los-emos respectivamente pelas notações: sentido de relação  $A \rightarrow B$  e sentido de relação  $B \rightarrow A$ .

O autor não rejeita os aspectos quantitativos, não apenas no sentido de medir, mas de comparar independentemente da possibilidade de se modelar essa comparação por números. Por exemplo, quando olhamos duas ou mais pessoas geralmente comparamos suas alturas e/ou tamanhos de determinadas partes do corpo (orelha, sobrancelha, nariz, cabelos), sem atribuir valor numérico. Assim, no entender de Caraça (2005, p. 109) “consideramos a quantidade como um atributo da qualidade e não como um objeto; nem sequer exigimos que haja possibilidade para falarmos em quantidade”.

A Ciência, por meio de seu estudo, procura identificar regularidades, sistematizando, modelando e reproduzindo o fenômeno. As regularidades com que um fenômeno ocorre, permitem afirmações a seu respeito, chamadas de leis naturais. Caraça (2005) afirma que a tarefa de maior relevância na investigação da natureza é a identificação das regularidades dos fenômenos naturais e chama de lei natural “a toda a regularidade dum isolado” (p. 112).

Há, portanto, dois tipos de leis: a qualitativa e a quantitativa. As leis quantitativas possibilitam modelar e analisar relações entre quantidades envolvidas de um fenômeno. Modelar relações sugere a criação de um instrumento, conforme salienta Caraça (2005, p. 119) ao afirmar que “se, por consequência, queremos estudar leis quantitativas, temos que criar um instrumento matemático cuja essência seja a correspondência de dois conjuntos”. Para nosso estudo, a partir deste ponto, conceberemos os conjuntos numéricos.

Nesses conjuntos há a necessidade de se adotar um símbolo para representar uma quantidade qualquer, já que nem todos os dados de um fenômeno quantitativo podem ser quantificados. Surge, então, a noção de variável, normalmente representada por uma letra que significa um número dentro de um conjunto pré-definido. No entender de Silva (2008, p. 38), a variável é “um símbolo

que representa um valor, sem que seja confundida com o mesmo”. Para Queiroz (*apud* Silva, 2008) houve o desenvolvimento do conceito de variável ao longo da história.

Em sua pesquisa, Silva (2008, p. 39) apresenta três estágios do desenvolvimento da representação de valores por meio de letras:

o primeiro estágio deste processo foi a representação de equações por meio da escrita em língua natural, chamado retórica. O segundo estágio, considerado de transição, em que se utilizavam abreviações no registro, é chamado sincopado. É o terceiro e último que culminou na escrita algébrica moderna, utilizada até os dias atuais, é chamado simbólico.

De posse do significado de variável e seus estágios, apresentamos a definição de Função segundo Caraça (2005):

Sejam  $x$  e  $y$  duas variáveis representativas de conjuntos numéricos, diz-se que  $y$  é função de  $x$  e escreve-se  $y = f(x)$ , se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido  $x \rightarrow y$ . A  $x$  chama-se variável independente, a  $y$  variável dependente.

Foi constatado nas pesquisas de Oliveira (1997) e Silva (2008) que, com o Movimento da Matemática Moderna, o conceito de Função foi ampliado a partir da estruturação do currículo escolar da Matemática pela Teoria dos Conjuntos.

[...] com a Teoria dos Conjuntos foi possível ampliar tal conceito para relações entre conjuntos de elementos quaisquer, de natureza diferente da numérica [...] veio também a estruturação e a formalização simbólica do conceito de função, bem como a inserção dos termos *produto cartesiano*, *domínio* e *imagem de uma função*. Tal formalização consequentemente deixou os alunos muito presos ao diagrama de Venn para sua representação.

(OLIVEIRA, 1997, p. 41)

Os professores de Matemática do Estado de São Paulo, conforme concluiu Oliveira (1997) em seu trabalho de análise de livros didáticos, atualmente utilizam as definições contempladas pela Teoria dos Conjuntos, destacada por Silva (2008). No conjunto de livros didáticos analisados, Oliveira (1997) identificou cinco definições para Função, a partir de definições contemporâneas ao Movimento da Matemática Moderna.

1. Sejam A e B dois conjuntos não vazios. Chama-se função de A em B, qualquer relação de A em B que associa a cada elemento de A um único elemento de B<sup>6</sup>.
2. Uma relação de A em B é uma função se e somente se todo elemento de A tem imagem em B, a imagem de cada elemento A é única. Indica-se:  $f: A \rightarrow B$   $x \mapsto y = f(x)$  (lê-se: f é uma função de A em B, que associa a cada x de A um único y em B, dado pela lei  $y = f(x)$ )<sup>7</sup>.
3. Uma relação R: A B é uma função ou aplicação de A em B se, e somente se, para todo qualquer  $x \in A$  existe um único  $y \in B$ , tal que  $(x,y) \in R$ <sup>8</sup>.
4. Dados dois conjuntos, A e B, não vazios, dizemos que a relação f de A em B é uma função se, e somente se, para qualquer x pertencente ao conjunto A, existe em correspondência, um único y pertencente a B, tal que o par ordenado (x, y) pertença a f. Simbolicamente: f é uma função de A em B  $(x \in A, y \in B \mid (x, y) \in f)$ <sup>9</sup>.
5. Sempre que duas grandezas, x e y, estão relacionadas entre si de modo que:
  - x pode assumir qualquer valor em um conjunto A;
  - a cada valor de x corresponde um único valor de y em conjunto B;
 dizemos que a grandeza que assume valores y é uma função da grandeza que assume valores x, isto é, que y é uma função de x<sup>10</sup>. (OLIVEIRA, 1997, p. 31-32).

### 3.2. Teoria Antropológica do Didático

A interação do ser humano com os saberes matemáticos implica em uma relação marcada pelo comportamento por meio das diferentes situações presentes nesse processo. Ao estudar sobre esse conjunto de comportamentos, Yves Chevallard desenvolveu a Teoria Antropológica do Didático, tomando por postulado básico a existência de um modelo único – a praxeologia – segundo a qual se estuda as ações e condutas humanas (CHEVALLARD, 1999).

O termo antropologia foi adotado por Chevallard (1999) em referência a área do saber que estuda o homem no que concerne origem, evolução, desenvolvimentos físico, material e cultural, fisiologia, psicologia, características raciais, costumes sociais, crenças, entre outras características.

<sup>6</sup> BEZERRA, Manoel Jairo; JOTA, Jose Carlos Putnoki. *Novo Bezerra Matemática*, 2º Grau, v. único. São Paulo: Scipione, 1994.

<sup>7</sup> NETTO, Scipione Di Pierro; ALMEIDA, Nilze Silvestre de. *Matemática – curso fundamental*, v. 1, 2º Grau. São Paulo: Scipione, 1990.

<sup>8</sup> SIGORELLI, Carlos Francisco. *Matemática*, 2º Grau, v. 1. São Paulo: Ática, 1992.

<sup>9</sup> GENTIL; MARCONDES; GRECCO; SÉRGIO; BELOTTO. *Matemática para o 2º Grau*, v. 1. São Paulo: Ática: 1990.

<sup>10</sup> BONGIOVANNI, Vincenzo; VISSOTO, Olímpio Rudinin; LAUREANO, Jose Luiz Tavares. *Matemática e Vida*, 2º Grau, v. 1. São Paulo: Ática [s.d.].

Conforme concebe a Antropologia, todo ser humano ao se relacionar com seus pares e as culturas que o cerca, se relaciona, também, com as ciências e com as diversas áreas do saber, dentre elas a Matemática. Almouloud (2007) evidencia que dessa forma “a antropologia dos saberes é como ‘a antropologia didática da matemática’ é um sub-campo da ‘antropologia da matemática’, estudo do homem frente a situações matemáticas” (p. 113).

Rossini (2006, p. 26), ao falar sobre a Teoria Antropológica do Didático, diferencia os tipos de atividades desenvolvidas pelos seres humanos, expondo que

o que distingue a atividade matemática das outras atividades humanas é que, diante de uma tarefa, é preciso saber como resolvê-la. O “como resolver a tarefa” é o motor gerador de uma praxeologia: é preciso ter (ou construir) uma técnica, que deve ser justificada por uma tecnologia, a qual, por sua vez, precisa ser justificada por uma teoria.

Nessa perspectiva, Chevallard, Bosch e Gascón (2001) ressaltam que

na atividade matemática, como em qualquer outra atividade, existem duas partes, que não podem viver uma sem a outra. De um lado estão as tarefas e as técnicas e, de outro, as tecnologias e teorias. A primeira parte é o que podemos chamar de “prática”, ou em grego, a práxis. A segunda é composta por elementos que permitem justificar e entender o que é feito, é o âmbito do discurso fundamentado – implícito ou explícito – sobre a prática, que os gregos chamam de logos (p. 251).

Essas partes interdependentes e inseparáveis – a prática (*práxis*) e o saber (*logos*) – constituem a praxeologia, concebida pelos conceitos de tarefa, tipos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria (CHEVALLARD, 1999).

O significado de *tarefa* reflete o sentido antropológico da teoria, entendidas pelas ações dos seres humanos, logo, são planejadas e possíveis de realização. As *técnicas* são as diversas maneiras de realizar e de cumprir a tarefa.

Chevallard (1999) esclarece que na organização praxeológica um determinado tipo de tarefa (T) e suas tarefas (t) correspondentes se expressam por um verbo e seu objeto, porém, são conceitos diferentes, embora estejam intimamente relacionados, dessa forma, “[...] *calcular el valor de una función en un punto* es un tipo de tareas, pero *calcular*, simplemente, es lo que se llamará un *género* de tareas, que pide un determinativo” (CHEVALLARD, 1999, p. 2).

O tipo de tarefa (T) e sua técnica ( $\tau$ ) correspondem à parte da prática, *práxis*, da praxeologia. Quanto à parte do saber, *logos*, tem-se um discurso racional

denominado tecnologia ( $\theta$ ), que apresenta três funções principais: (i) justificação – garantir que uma dada técnica permita realizar as tarefas  $t \in T$ ; (ii) explicação – tornar inteligível a técnica, expondo porque a técnica é correta; e (iii) produção de novas técnicas – a partir de tecnologias que estão associadas a poucas ou a nenhuma técnica (CHEVALLARD, 1999).

Um outro componente do *logos* é a teoria ( $\Theta$ ), entendida, também, pela tecnologia da tecnologia. Nessa perspectiva, toda tecnologia está atrelada a uma explicação teórica e ambas “são compostas de elementos que permitem justificar e entender o que é feito, isto é uma reflexão sobre a prática” (MAIA, 2007, p, 28). Com os componentes da *práxis* e do *logos*, obtém-se a praxeologia, representada pela notação  $[T, \tau, \theta, \Theta]$ .

Almouloud (2007) evidencia que nos pressupostos da Teoria Antropológica do Didático, Chevallard estuda “as condições de possibilidade e funcionamento de sistemas didáticos, entendido como relações sujeito-instituição-saber” (p. 111), em referência ao modelo didático professor-aluno-saber desenvolvido por Guy Brousseau. O autor destaca, ainda, que a Teoria pode ser concebida enquanto uma evolução do conceito de Transposição Didática<sup>11</sup>.

### 3.3. Outras contribuições da Didática Francesa para o ensino da Matemática

As contribuições de Yves Chevallard, por meio da Teoria Antropológica do Didático, sustenta a análise realizada nos três livros escolhidos. Porém, ao analisar um livro didático é possível identificar outras inúmeras teorias influenciando o modo com que os autores abordam os conteúdos matemáticos. Nesse sentido, apresentaremos, de forma resumida, outras três teorias – da didática francesa da Matemática – as quais pretendemos fazer referência na análise.

---

<sup>11</sup> A forma que se processa a transmissão do saber e a aquisição deste foi ponto de partida para os estudos de Michel Verret, que em 1975 introduziu o conceito de Transposição Didática, objetivando um tratamento didático possível de tornar o saber acessível aos alunos. Yves Chevallard trouxe esse conceito para o ensino de Matemática, concebendo-o por um conjunto de transformações. Conforme o conceito, há um saber matemático que se faz necessário passar por um conjunto de transformações objetivando ser acessível ao trabalho do professor e à construção da aprendizagem do aluno. (ALMOULOU, 2007).

### 3.3.1. Teoria das Situações Didáticas

Ao buscarmos referenciais na Didática da Matemática para compreendermos as relações estabelecidas nos processos de ensino e de aprendizagem, deparamo-nos com um campo das ciências do saber que não objetiva apenas à elaboração de instrumentos a serem utilizados em aula, mas de um corpo de conhecimento que nos dê fundamentação e sustentação do processo ensino-aprendizagem da Matemática, visando identificar os problemas desse processo e propor alternativas.

Nessa perspectiva, buscamos identificar o que nos contribui algumas teorias francesas da Didática da Matemática. Nossa opção pela linha francesa de pensamento didático se dá pelo entendimento que temos dos pontos de convergência dessas diferentes contribuições – somos cientes que outras linhas teóricas também apresentam pontos de convergência, mas não as explicitamos neste estudo.

Almouloud (2007) revela que a Didática da Matemática é uma área nova na Educação, tendo suas origens na Europa, mais especificamente na França, a partir dos estudos de Guy Brousseau.

Ao refletir sobre a problematização matemática e a hipótese que se aprende a partir de um meio que possibilita conflito e desequilíbrio, baseado nos estudos de Jean Piaget, e com análise crítica nos efeitos da Matemática Moderna, décadas de 1960 e 1970, Guy Brousseau passou a desenvolver uma teoria que discordasse com a forma clássica de se trabalhar a Matemática, na qual o professor era o cerne da ação pedagógica e o aluno constituía-se de um ser passivo.

O conjunto de ações que contempla determinadas situações-problema, postura do professor, postura dos alunos e o ambiente em que se articula esse conjunto, é o que compõe a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008). Para o teórico, as situações-problema constituem o *jogo*, conjunto de situações elaboradas pelos autores de livros didáticos que visam adequar-se a um meio propício no qual o aluno encontra subsídios para construir sua aprendizagem a partir de uma zona de conflito; o *professor* assume a postura de um mediador no processo, é ele quem faz a devolutiva, visando subsidiar o aluno a partir de questionamentos que o façam refletir sobre sua produção frente ao jogo; o *aluno* é aquele que age, comunica-se com os demais colegas e valida o que foi construído; o *meio* é o espaço pedagógico onde ocorre a interação professor-aluno-jogo.

O meio (*milieu* ou *milieux*, em francês) caracteriza-se por possibilitar uma atmosfera de contradição e desequilíbrio; é uma zona de conflito entre o que o aluno já sabe (conhecimentos prévios) e o que ele construirá (conhecimentos a serem trabalhados).

A Teoria das Situações Didáticas é composta por duas fases: *adidática* e *didática*. Na *fase adidática* a ação é centrada no aluno, que passa a ser o ator principal e tem a liberdade para agir, falar/formular e validar suas descobertas; o professor torna-se o mediador, isto é, aquele que faz a devolução da situação de aprendizagem, é ele também quem vai elaborar as situações propícias para que haja a aprendizagem e propor um *milieu* favorável às descobertas; sempre que solicitado, o docente intervém sem anunciar respostas, por meio de questionamentos que favoreçam e encorajem o raciocínio do aluno e o levem às conclusões.

Almouloud (2007) e Brousseau (2008) ressaltam que essa fase é constituída por três dialéticas:

- *dialética da ação*: ao desenvolver uma situação-problema, o aluno realiza uma ação de natureza experimental, apresentando resultados rápidos e acatando-os por verdadeiros, sem preocupação de uma análise teórica do processo de resolução, que justifique e valide sua resposta;
- *dialética da formulação*: os alunos trocam informações entre si e, a partir desses dados, procuram estruturar, na linguagem natural ou matemática, sua resolução por meio de esquemas ou respostas mais elaboradas; a troca de informações é essencial nessa dialética, uma vez que irá favorecer as conclusões;
- *dialética da validação*: os modelos e/ou esquemas desenvolvidos pelo aluno devem ser submetidos a um interlocutor, que poderá ser o docente ou outro aluno, para apreciação e julgamento de validade, este pode solicitar mais explicações ou refutar o trabalho do aluno, justificando sua ação; assim, essa dialética favorece, também, a habilidade de argumentação de quem resolve o problema e desenvolve os esquemas.

Na *fase didática* o professor torna-se o ator principal, quando propicia a socialização e a institucionalização do saber a ser aprendido. Nessa fase, o professor tem o controle do jogo, pois é ele quem organiza, promove e valida o conhecimento a ser aprendido, a qual concebe a *dialética da institucionalização*.

Nessa dialética, o professor formaliza o conteúdo proposto sem fazer referência ao jogo, ou seja, o conteúdo matemático é institucionalizado de forma descontextualizado do jogo, todavia, contextualizado no que tange os postulados matemáticos. Almouloud (2007) expõe ser nessa fase que se dá a validação do novo conhecimento aos alunos, constituindo-se enquanto oficial e fazendo parte dos esquemas mentais desses, tornando-se disponível na resolução de outras situações-problema.

Acreditamos que a Teoria das Situações Didáticas pode nos ajudar a realizar a análise da introdução do conceito de Função. Ao olharmos para as atividades propostas pelos autores em livros didáticos, objetivamos identificar a organização praxeológica presentes nas apresentações de tais conceitos. Porém, conforme já anunciamos no início desse subtítulo, acreditamos que há pontos de convergência entre a Teoria Antropológica do Didático e outras na abordagem epistemológica da didática francesa para o ensino da Matemática.

Nessa perspectiva, entendemos que ao identificar a *práxis* e o *logos* constantes nos livros didáticos, é relevante situarmos em que a Teoria das Situações Didáticas pode contribuir. Porém, o estudo de Função, a partir de sua praxeologia, pode se tornar mais significativa ao olharmos, também, em que nos contribui os estudos de Duval (2003) e Douady (*apud* Almouloud, 2007).

### 3.3.2. Registro de Representação Semiótica

O conceito que visa estudar a relação dos objetos matemáticos com suas representações foi desenvolvido por Raymond Duval, sob a denominação de Registro de Representação Semiótica. Em busca de entender o significado dos vocábulos, recorreremos ao iDicionário Aulete<sup>12</sup> para o qual, em uma concepção filosófica, representação é o “processo por meio do qual a mente presentifica a imagem, ideia ou conceito de um objeto apreendido pelos sentidos, imaginação, memória, ou concebido pelo pensamento”. Já o dicionário Michaelis<sup>13</sup> define semiótica enquanto uma “doutrina filosófica geral dos sinais e símbolos, especialmente das funções destes, tanto nas línguas naturais quanto nas

---

<sup>12</sup> Disponível em <http://aulete.uol.com.br>; acesso em 22 maio. 2010, às 10h52.

<sup>13</sup> Michaelis: dicionário escolar língua portuguesa. São Paulo: Melhoramentos, 2002.

artificialmente construídas; compreende três ramos: sintaxe, semântica e pragmática”.

Ao nos depararmos com as contribuições de Duval (2003) para analisarmos o conceito de Função, podemos identificar alguns equívocos quanto as suas representações. O objeto matemático, nesse caso, é a Função, já suas representações podem ser o gráfico, a lei de formação, o diagrama de Venn e a tabela. Para exemplificar os registros de representações, temos a situação  $\frac{1}{2}$  e 0,5, que são números equivalentes, porém, diferentes representações do mesmo objeto, número racional.

Almouloud (2007) esclarece que as representações permitem o acesso ao objeto de estudo. No caso da Função, os gráficos, a tabela, o diagrama e a lei são registros diferentes da representação do objeto Função. Quando há mudança de um registro ao outro, tem-se a *conversão*.

Nos exemplos abaixo, figuras 1 e 2, as situações elaboradas por nós tem o propósito de exemplificar os elementos do Registro de Representação Semiótica.

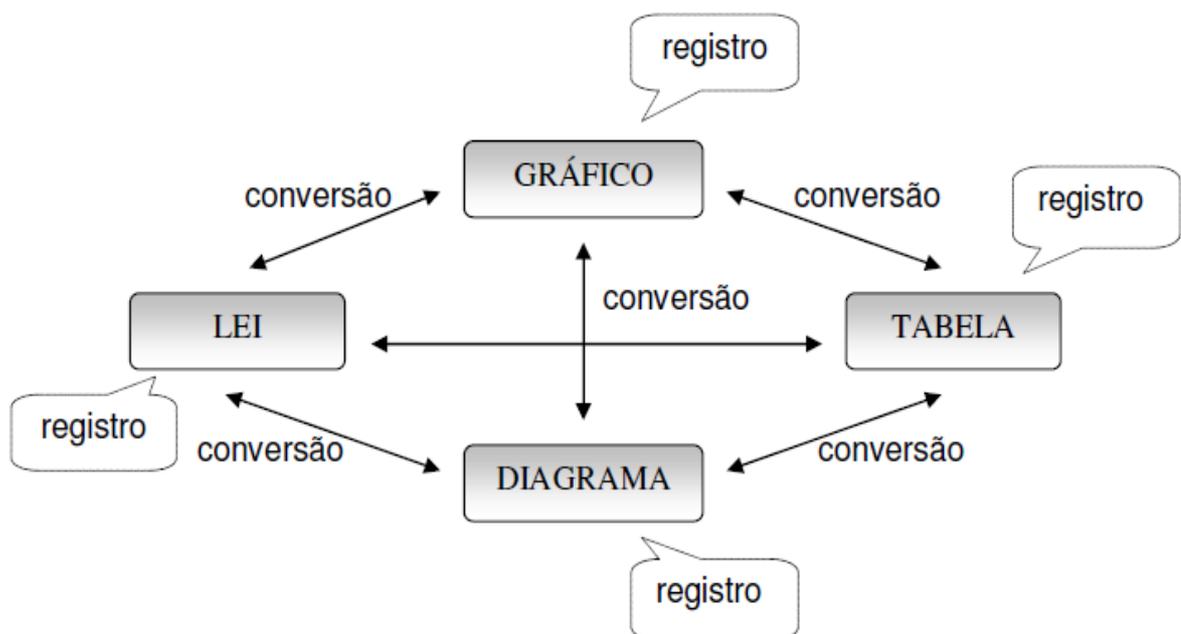


Figura 1: exemplo de registro e conversão

Quando temos a representação A de um objeto e passamos à representação B desse mesmo objeto matemático, temos a conversão de um Registro de

Representação Semiótica. O esquema seguinte representa um exemplo de um número racional.

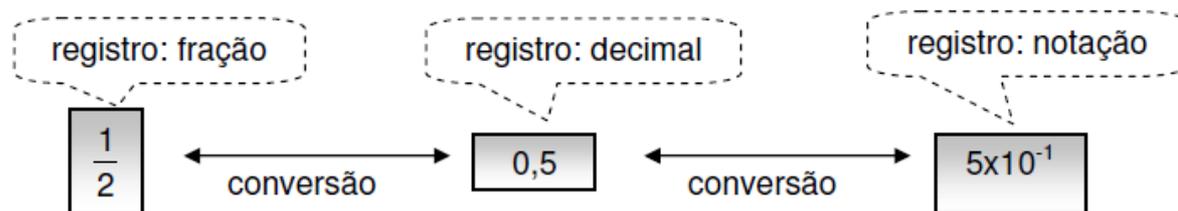


Figura 2: exemplo de registro e conversão

### 3.3.3. Dialética Ferramenta-Objeto

Na concepção de Douady (*apud* Almouloud, 2007), ao selecionar um repertório de conteúdos a ser trabalhados nas aulas de Matemática – em nosso caso, a Introdução do Conceito de Função –, o professor está em meio a aspectos teóricos da Dialética Ferramenta-Objeto, Quadros, Mudanças e Jogos de Quadros.

Almouloud (2007) esclarece que *ferramenta* são os conceitos, estratégias e conhecimentos que utilizamos para resolver alguma situação-problema e *objeto* é o conteúdo matemático a ser trabalhado, ao qual é atribuído um significado no processo de aprendizagem. Para construir esses conceitos, Douady (*apud* Almouloud, 2007) se inspirou em um pesquisador de Matemática pura, que parte do que é sabido para criar/inventar o novo. Assim, o objetivo da Dialética Ferramenta-Objeto é propiciar ao aluno desenvolver atitudes de um pesquisador frente à resolução de uma situação-problema, tomando a postura de um investigador que, a partir de seus conhecimentos já adquiridos, procura criar/construir um novo saber/significado.

Maranhão (2008) evidencia as cinco fases que compõem a Dialética Ferramenta-Objeto, a saber:

- *antigo* – fase em que os alunos mobilizam conhecimentos já adquiridos para resolverem, pelo menos, parte da situação proposta. Para Douady (*apud* Maranhão, 2008), esses conhecimentos que o aluno utiliza na nova resolução são objetos matemáticos que tiveram seus significados atribuídos em situações anteriores;

- *pesquisas* – fase em que os alunos se deparam com as dificuldades para resolver o problema proposto e para isso, ele utiliza conhecimentos construídos implicitamente. Nesse momento, os alunos têm uma noção sobre um conhecimento que está sendo construído, porém, não o identifica, ensaiando, apenas, hipóteses;
- *explicitação* – fase em que os alunos explicitam suas dúvidas, resultados e o que estão obtendo. Nesse momento, o professor pode favorecer o debate do aluno com os demais colegas, quando estes colocam em conflito as ferramentas – conhecimentos já adquiridos – com o conhecimento que está sendo construído. O professor pode, se perceber que há a necessidade para promover a aprendizagem, fazer intervenções de forma que não anuncie o saber a ser construído;
- *novo implícito* – é quando os conhecimentos construídos pelo aluno podem ser tomados por objetos do saber, o que pode validar ou refutar seus conceitos e hipóteses;
- *institucionalização* – é quando há o anúncio de um conhecimento construído, porém, de forma correto, o que constitui um novo objeto do saber matemático para os alunos. A decisão de passar da fase anterior para essa nova é tomada pelo professor. Nessa fase, são trabalhados conceitos, teoremas, definições, enunciados, exemplos do objeto construído. Posteriormente, esse novo objeto autônomo será antigo em uma próxima situação-problema, renovando-se assim um ciclo...

As três primeiras fases (antigo, pesquisa e explicitação) caracterizam a fase adidática e as duas últimas (novo implícito e institucionalização), a fase didática, nos postulados da Teoria da Situação Didática (ALMOULOU, 2007).

### 3.4. Metodologia

Entendemos que Pesquisar é dedicar-se na investigação mediados pelo trabalho disciplinado, sistemático e metódico visando encontrar informações que possam responder nossas inquietações, enquanto jovens pesquisadores. Assim, conforme Gatti (2002) o fruto de nossa investigação é a produção de um corpo de conhecimento que transcenda o “entendimento imediato na explicação ou na

compreensão da realidade que observamos”, visando produzir um conhecimento científico (p. 9).

Essa pesquisadora evidencia a importância de critérios de escolhas dos procedimentos que subsidiarão a análise e a interpretação das informações coletadas no processo da pesquisa, uma vez que os resultados vão ao encontro não só de quem pesquisa, mas de um grupo que compartilha as mesmas inquietações, além de outros pesquisadores que poderão tomar esses resultados enquanto ponto de partida para novas investigações (GATTI, 2002).

Atentos às orientações e às evidências de Gatti (2002) e em busca de responder nossa pergunta-diretriz – *QUAIS AS CONTRIBUIÇÕES DA ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA AO ABORDAREM A INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE FUNÇÃO, PRESENTE NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, À PRÁTICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA* –, escolhemos três livros didáticos do 9º ano objetivando identificar de que modo os autores introduzem o conceito de Função. O livro didático, enquanto um dos intervenientes do currículo, influencia de forma acentuada a prática do professor. Essas obras são, na maioria das vezes, as principais fontes para elaboração das aulas, a partir do que os autores desses materiais propõem. Por outro lado, o professor toma conhecimento do currículo prescrito a partir do elenco de conteúdos abordados pelos autores dos livros didáticos. (SACRISTAN, 2000).

Para a escolha, nos pautamos nos critérios: (i) um dos livros apresente proposta inovadora; (ii) os outros dois livros apresente uma proposta mais “tradicional”; e (iii) os três livros tenham sido usados por nós, na condição de estudantes e/ou professores.

Realizamos a análise de conteúdo pela perspectiva da pesquisa do tipo qualitativa conforme concebem Lüdke e André (1986) e Bogdan e Biklen (1994). Esses autores evidenciam que esse tipo de pesquisa propicia aos investigadores encontrar respostas muito particulares, com um nível de realidade e fidedignidade que não pode ser quantificada, mas analisada, interpretada a luz de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, correspondendo a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Bogdan e Biklen (1994) caracterizam a pesquisa qualitativa enquanto uma “[...] metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria

fundamentada e o estudo das percepções pessoais” (p. 11) em que “as questões a investigar [são formuladas] com objectivo de investigar os fenómenos em toda sua complexidade e em contexto natural” (p. 16).

Para a análise crítica das estratégias utilizadas pelos autores nos pautamos na Organização Praxeológica presente na Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), referente às *Tarefas, Técnicas, Tecnologias e Teorias*.

Na análise dos tipos de tarefas propostas nos livros escolhidos, observamos:

- se apresentam abordagem histórica do conceito de Função;
- se possibilitam favorecer a fase adidática, conforme a Teoria das Situações Didática (BROUSSEAU, 2008); e
- se apresentam diferentes tipos de registros e suas devidas conversões, presentes na teoria de Registro de Representação Semióticas (DUVAL, 2003).

### 3.5. Material a ser analisado

A partir dos critérios de escolha, selecionamos três livros didáticos, para identificarmos, por meio da análise, a organização praxeológica presente na introdução ao conceito de Função. Os livros adotados foram: *A conquista da Matemática*; *Matemática*; e *Projeto Araribá: Matemática*.

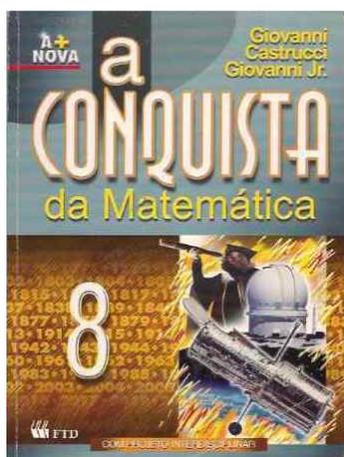


Figura 3: Capa do livro *A conquista da Matemática*



Figura 4: Capa do livro *Matemática*

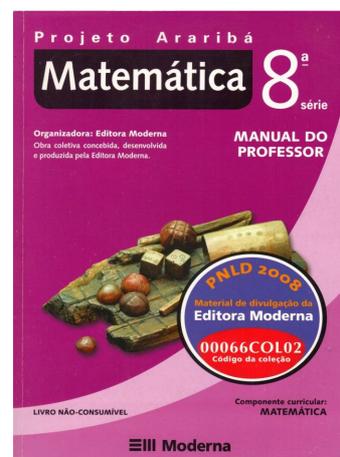


Figura 5: Capa do livro *Projeto Araribá Matemática*

O livro *A conquista da Matemática* é de autoria de Jose Ruy Giovanni, bacharel e licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo; Benedito Castrucci, bacharel e licenciado em Ciências Matemáticas pela Universidade de São Paulo; e José Ruy Giovanni Junior, licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Trata-se de uma coleção da editora F.T.D. composta por livros para todos os anos do ensino fundamental.

O livro analisado foi publicado em 2002 e trata-se do exemplar do professor; é composto por doze capítulos, indicação de leituras, bibliografia, respostas de exercícios, glossário e por projeto de intervenção pedagógica. Ao final do livro, constam setenta e uma páginas de orientações para o professor de Matemática.

O livro *Matemática* faz parte de uma coleção publicada pela editora Scipione, composta de livros para o ensino fundamental, de autoria de Luiz Marcio Imenes, mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho e de Marcelo Cestari Terra Lellis, mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

O livro escolhido foi publicado em 1997 e constou do catálogo do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2001; trata-se do exemplar do professor e é composto por doze capítulos, seguidos de cem testes, questões de vestibular e dicionário ilustrado. Por fim, os autores propõem um manual pedagógico ao professor com plano de curso, sugestões didáticas, observações, bibliografias, respostas e comentários dos exercícios.

O terceiro livro escolhido faz parte de uma coleção denominada *Projeto Araribá*, organizado e publicado pela editora Moderna. Esse Projeto é composto por livros das disciplinas que constitui o currículo do ensino fundamental.

O livro escolhido é da disciplina Matemática, publicado em 2006 e fez parte do catálogo do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2008. Trata-se de uma obra coletiva, elaborada por Juliane Matsubara Barroso, Fabio Martins de Leonardo, Mara Regina Garcia Gay, Maria Cecília da Silva, Aline dos Reis Matheus, Carlos Augusto Rodrigues Lima, Carlos Eduardo Bambini Bentivegna, Cíntia Alessandra Valle Burkert Machado, Flávia Renata Pereira de Almeida, Lenir Morgado da Silva, Luciana Graziela de Godoi, Rita de Cássia Laselca e Oscar João Abdounur. Essa obra está organizada em oito unidades temáticas, seguidas das respostas dos exercícios, da bibliografia consultada e de um guia e recursos didáticos para o professor.

## CAPÍTULO 4

### ANÁLISE DE CONTEÚDO DOS LIVROS DIDÁTICOS

---

---

A análise dos três livros adotados a partir dos critérios de escolha objetiva identificar de que modo os autores introduzem o conceito de Função para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Para facilitar a compreensão das citações desses materiais didáticos, utilizaremos as letras A, B e C para nomear, respectivamente, os livros *A conquista da Matemática*, *Matemática* e *Projeto Araribá: Matemática*.

#### 4.1. A Organização Praxeológica

Inicialmente apresentaremos de que forma está estruturado o capítulo que apresenta a noção de Função nos três livros escolhidos. Seleccionamos algumas situações de cada livro para apresentarmos as *tarefas* e *técnicas* abordadas, bem como as justificativas para o uso da técnica, ou seja, as *tecnologias* e *teorias* (CHEVALLARD, 1999) apresentadas pelos autores. Em seguida mostraremos um quadro que contém os tipos de tarefas apresentados pelos livros e sua análise.

O título do capítulo proposto pelos autores do livro A é *Função polinomial do 1º grau*, porém, nossa análise será feita apenas nas partes referentes à introdução ao conceito de Função. Os autores iniciam o capítulo mostrando que a ideia de Função está presente nas mais diversas situações da atividade humana e citam alguns exemplos. A primeira menção à Função que os autores fazem, está na relação entre duas grandezas. Eles apresentam a seguinte situação:

*Uma caneta custa 30 reais. Se apresentarmos por  $x$  o número dessas canetas que queremos comprar e por  $y$  o preço correspondente a pagar, em reais, podemos organizar a seguinte tabela.*

Então os autores atribuem valores a  $x$  e encontram os valores de  $y$  a partir dos valores atribuídos a  $x$ , por meio de uma tabela.

Número de canetas (x)	Preço a pagar (y)
1	$1 \cdot 30 = 30$
2	$2 \cdot 30 = 60$
3	$3 \cdot 30 = 90$
4	$4 \cdot 30 = 120$
...	...
10	$10 \cdot 30 = 300$
11	$11 \cdot 30 = 330$
...	...

Figura 6: Tabela do livro A

Depois, fazem a seguinte afirmação:

*Olhando a tabela você pode perceber que o preço y a pagar vai depender do número x de canetas que forem compradas.*

Entre as grandezas y e x existe uma relação expressa pela sentença matemática  $y = 30 \cdot x$ . Com isso, concluem:

*O número x de canetas é uma grandeza variável; o preço y a pagar é uma grandeza variável; a todos os valores de x estão associados valores de y; para cada valor de x está associado um único valor de y. E que por isso o preço y a pagar é dado em função do número x de canetas e a expressão  $y = 30x$  é chamada lei de formação da função.*

Os autores do livro C intitulam o capítulo de *Funções*, e também trazem essa mesma abordagem, diferenciando apenas nos termos das grandezas. Os autores do livro A usam números de canetas e preço a pagar, enquanto os autores do livro C usam número de pães e preço a pagar.

Na padaria em que Marcelo trabalha, o preço do pão francês é R\$ 0,35. Perto do balcão há uma placa com os preços:

Número de pães	1	2	3	4	5	6
Preço	R\$ 0,35	R\$ 0,70	R\$ 1,05	R\$ 1,40	R\$ 1,75	R\$ 2,10

- *Que grandezas estão relacionadas nessa situação?*
- *Que fórmula poderia ser usada para calcular o preço de uma quantidade qualquer de pão?*

Figura 7: Tabela do livro C

A partir desses exemplos podemos identificar as tarefas, técnicas, tecnologias e teorias envolvidas (CHEVALLARD, 1999).

- *Tarefa*: Escrever uma fórmula a partir de um texto e de uma tabela.
- *Técnica*: Construir uma tabela. Atribuir valores a  $x$  e encontrar seus respectivos valores em  $y$ .
- *Discurso Teórico-Tecnológico*: Definição de Função a partir da dependência entre duas variáveis.

O livro A traz dois exemplos com essa mesma proposta, e o livro C, trás um único exemplo e em seguida propõem alguns exercícios. Vejamos:

(i) Exercício do livro A:

*A área de um quadrado é dada em função da medida do seu lado. Sendo  $y$  a área e sendo  $x$  a medida do lado, qual é a lei de formação dessa função?*

- *Tarefa*: Determinar a lei de formação da Função a partir do texto.
- *Técnica*: Construir uma tabela. Atribuir valores a  $x$  e encontrar seus respectivos valores em  $y$ .
- *Discurso Teórico-Tecnológico*: Definição de Função a partir da dependência entre duas variáveis.

## (ii) Exercício do livro C:

Responda às questões no caderno.

Alessandra presta serviço numa loja de acessórios de informática. Ela recebe por hora trabalhada.



- Podemos dizer que o que Alessandra recebe dessa empresa é função do número de horas trabalhadas?
- Sabendo que Alessandra ganha R\$ 8,00 por hora trabalhada, que sentença matemática podemos escrever relacionando o valor  $y$  recebido por Alessandra em função do número de horas  $x$  trabalhado?
- No mês de dezembro, Alessandra ganhou R\$ 352,00. Quantas horas ela trabalhou nesse mês?

Figura 8: Exercício do livro C

- *Tarefas:* (i) identificar se uma grandeza é Função da outra; (ii) escrever uma sentença matemática a partir do texto; (iii) calcular o valor de uma grandeza dada o valor da outra.
- *Técnica:* a partir do texto, descobrir a fórmula e substituir o  $y$  da fórmula pelo valor dado.
- *Discurso Teórico-Tecnológico:* definição de Função a partir da dependência entre duas variáveis.

Observamos que para introduzir a noção de Função os autores abordam a relação entre duas grandezas, conforme proposto pelos PCN (BRASIL, 1998).

Todavia percebemos que os autores do livro *A* usam apenas um tipo de tarefa e propõem uma única técnica enquanto os autores do livro *C* apresentam diversas tarefas. Entretanto, como eles propõem isso nos exemplos que iniciam o capítulo, essa metodologia faz com que o aluno siga o modelo para resolver os exercícios propostos. Apesar de tratar da relação entre duas grandezas, os autores de ambos os livros não abordam as variações das grandezas, não apresentam um enfoque sobre as grandezas dependentes ou independentes, nem usam gráficos nessa situação.

Outra ideia apresentada pelos livros *A* e *C* é a de Função enquanto relação entre dois conjuntos. Para essa abordagem os autores do livro *A* apresentam uma série de quadrados e os autores do livro *C*, uma série de triângulos, ambos com as respectivas medidas de seus lados.

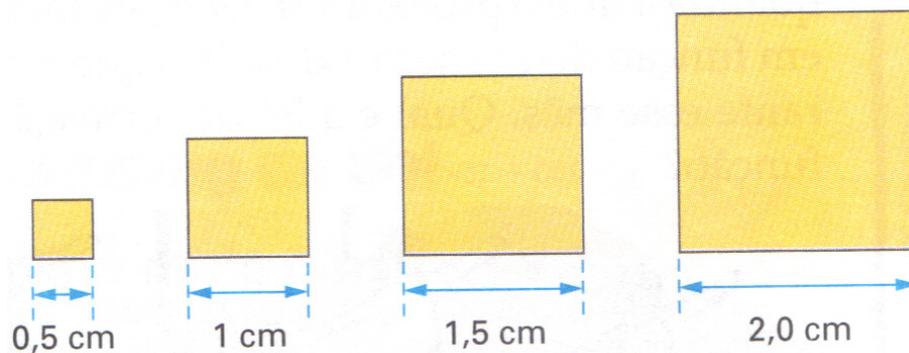


Figura 9: Sequência de quadrados apresentados no livro *A*

Esses autores constroem uma tabela relacionando as medidas dos lados das figuras com as medidas dos perímetros.

Medida do lado (em cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Perímetro (em cm)	2	4	6	8	10	12

Figura 10: Tabela apresentada no livro *A*

Depois, passam os dados da tabela para um diagrama e relaciona o conjunto *A* enquanto conjunto formado pelas medidas dos lados, e *B*, conjunto formado pelos perímetros. Assim eles informam que:

*Todos os elementos do conjunto  $A$  estão associados a um valor do conjunto  $B$ ; cada elemento do conjunto  $A$  está associado a um único valor do conjunto  $B$ .*

Nessas condições os autores concluem que essa relação entre esses conjuntos é uma Função de  $A$  em  $B$  e pode ser indicada por  $f : A \rightarrow B$ .

O livro *A* apresenta dois novos exemplos em que são dados dois conjuntos  $A$  e  $B$  e uma fórmula que expressa a relação entre os elementos desses conjuntos. Depois, os autores trazem essa relação por meio de uma tabela e por um diagrama. Em seguida, fazem as mesmas inferências apresentadas no primeiro exemplo e concluem com a definição de Função.

*Sendo  $A$  e  $B$  dois conjuntos não-vazios, uma relação entre  $A$  e  $B$  é chamada função quando a cada elemento  $x$  do conjunto  $A$  está associado um único elemento  $y$  do conjunto  $B$ .*

Os autores do livro *C* também apresentam a definição de Função:

*Considerando dois conjuntos  $A$  e  $B$ , não-vazios, dizemos que  $f$  é função de  $A$  em  $B$  (ou que  $y$  é função de  $x$ ) quando a cada elemento  $x$  de  $A$  está associado um único elemento  $y$  do conjunto  $B$ . Indicamos  $f: A \rightarrow B$ .*

Após a definição, os autores do livro *A* trazem diversos diagramas e indicam quais deles representam uma Função. Percebemos, dessa forma, que os livros *A* e *C* abordam o conceito de Função enquanto relação entre dois conjuntos de forma muito parecida. O que diferencia são os exercícios propostos, uma vez que o livro *C* apresenta mais tipos de tarefas. Vejamos agora a organização praxeológica apresentadas nessa discussão.

(iii) Situação 1, livro *A*:

*Análise os diagramas que representam relações e assinale as que são funções de  $A$  em  $B$ .*

- *Tarefa*: analisar os diagramas que representam Função.
- *Técnica*: comparar os diagramas.
- *Discurso Teórico-Tecnológico*: Função a partir da correspondência entre elemento de dois conjuntos.

Esse tipo de tarefa foi encontrado nos dois livros (A e C). Entendemos ser importante destacar que nessa proposta os autores não fazem referências aos números que estão no diagrama, não explicitam se trata de grandezas nem trazem explicações que justifiquem os elementos dos conjuntos A e B apresentados.

(iv) Situação 2, livro A:

*Sejam os conjuntos  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  e  $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  e uma relação entre A e B dada pela fórmula  $y = -x+7$ , onde  $x \in A$  e  $y \in B$ . Represente essa relação por meio de um diagrama e verifique se ela é ou não uma função.*

- *Tarefas*: (i) representar a relação, por meio de diagramas de flechas; (ii) verificar se a relação dada é Função.
- *Técnica*: substituir x da relação pelos elementos de A e encontrar os possíveis valores em B e comparar com o conceito dado.
- *Discurso Teórico-Tecnológico*: definição de Função a partir da correspondência entre dois conjuntos. Nesse caso se todo elemento do conjunto A tem correspondente em B, e cada elemento tem um único correspondente em B a relação é caracterizada como uma Função.

Percebemos que os autores enfatizam bem a relação de correspondência entre elementos de dois conjuntos, mas não trazem o conceito de grandezas, nem as variações e relação de dependência entre elas. Conforme já descrevemos anteriormente, os autores trazem a noção de Função a partir da relação entre duas grandezas, e nesta outra abordagem eles deixam de lado essa noção e apresentam apenas o conceito de Função enquanto relação entre dois conjuntos.

Encontramos no livro A os conceitos de domínio (D) e imagem (Im) de uma Função.

*O conjunto de valores que a variável  $x$  pode assumir chama-se domínio da função. Vamos indicá-lo por  $D$ .*

*O valor da variável  $y$  corresponde a um determinado valor de  $x$  chamado imagem do número  $x$  pela função. O conjunto formado por todos os valores de  $y$  é chamado conjunto imagem da função. Vamos indicá-lo por  $Im$ .*

Nesse sentido, os dois livros apresentam os conceitos e a seguir propõem exercícios. Vejamos a praxeologia presente nessa abordagem:

(v) Situação do livro C:

*O perímetro  $y$  de um quadrado é dado em função da medida  $x$  do lado. Essa função é definida pela fórmula matemática  $y = 4x$ . Nessas condições responda: Qual é o domínio da função? Qual é a imagem do número 21 pela função? Qual é o número real  $x$  cuja imagem pela função é 28?*

- *Tarefas:* (i) determinar o domínio da Função; (ii) determinar a imagem de um número conhecida a lei de formação da Função;
- *Técnica:* substituir o  $x$  da lei de formação pelo valor dado e encontrar o  $y$ .
- *Discurso Teórico-Tecnológico:* domínio e Imagem de uma Função.

Observamos nesse contexto que os autores retomam a ideia de dependência entre as variáveis e trazem o conceito de domínio e imagem. Nesses casos, a imagem é obtida a partir da substituição do valor de  $x$ . Para essa abordagem, os autores não fazem mais referências aos diagramas de flechas nem apresentam gráficos.

O livro C, diferentemente do livro A, apresenta o registro gráfico na abordagem de Função, mas este aparece no final do capítulo. Primeiro os autores apresentam um gráfico que relaciona o Índice de Massa Corporal com a massa e a partir desse gráfico evidenciam o sistema de coordenadas cartesianas. Em seguida,

mostram de que modo pode-se representar Funções por meio de um gráfico. Vejamos dois tipos de tarefas e a técnica utilizada por este livro para a representação gráfica:

- *Tarefa 1*: representar funções por meio de um gráfico
- *Técnica*: atribuir valores à variável  $x$  da Função e encontrar o respectivo valor de  $y$ ; obter o par ordenado; organizar os valores em uma tabela; marcar os pontos em um plano e a linha que passa por esses pontos é o gráfico da Função.
- *Tarefa 2*: identificar qual dos gráficos apresentados representa uma Função.
- *Técnica*: traçar retas paralelas ao eixo  $Oy$ . Se cada uma dessas retas interceptar o gráfico em um único ponto o gráfico representará uma Função.

Não faremos a análise dessas duas situações agora, pois esta será feita após a apresentação do quadro com os tipos de tarefas.

O título do capítulo do livro *B* é *Funções* e o subtítulo é *Funções, suas tabelas e suas fórmulas*. Os autores iniciam o capítulo apresentando a importância do conceito de Função na Matemática e nas outras áreas do saber, como na Biologia, na Economia, na Física e na Química. Eles afirmam que para termos uma ideia do que é Função, podemos pensar em duas grandezas que variam, uma dependendo da outra. Para mostrar essa ideia de Função enquanto relação entre duas grandezas, os autores mostram a seguinte situação:

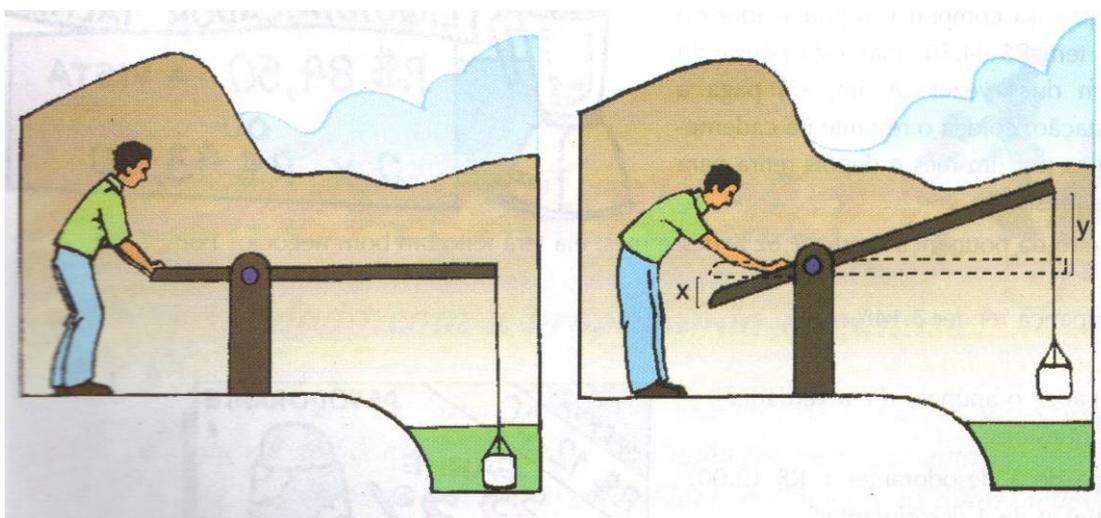


Figura 11: Situação apresentada no livro B

*Quando uma ponta da barra de madeira desce  $x$  metros, a outra ponta sobe  $y$  metros. O comprimento  $y$  depende do comprimento  $x$  e, por isso, temos aqui uma função. Dizemos que  $y$  é função de  $x$ . No exemplo, vimos um equipamento (a barra giratória). Nesse caso, não basta saber que  $y$  é função de  $x$ . É preciso saber de que maneira  $y$  varia quando  $x$  varia. Por exemplo, se  $x = 10$  cm, quanto valerá  $y$ ? E se  $x = 18$  cm?*

Com esse exemplo os autores indagam:

*Como se pode conhecer a variação de uma função?*

E propõem dois recursos. O primeiro é por meio de uma tabela que relaciona número  $n$ , de pãezinhos com o preço  $p$  desses pãezinhos. O segundo é por meio da fórmula desenvolvida por Galileu Galilei que relaciona a distancia  $d$  percorrida por um corpo que cai e o tempo  $t$  de queda. Nesse contexto podemos destacar a seguinte organização praxeológica:

(vi) Situação1:

*Vamos considerar uma barra giratória como a do exemplo 1 do texto.*

*Os desenhos estão na escala 1 : 100.*

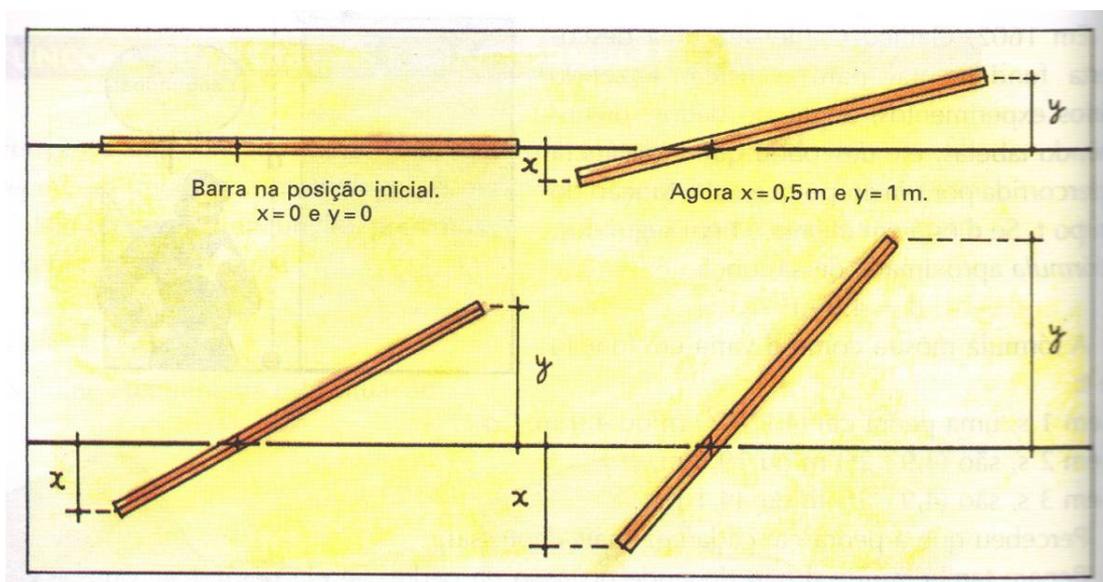


Figura 12: Situação apresentada no livro B

a) Meça os comprimentos  $x$  e  $y$  em cada situação. Depois, copie e complete a tabela com as medidas corretas.

<b>x</b> (em metros)	0	0,5	??????	??????
<b>y</b> (em metros)	0	1,0	??????	??????

Figura 13: Tabela apresentada no livro B

b) A variável  $y$  é diretamente proporcional a  $x$ ? Ou a variação é de algum outro tipo?

c) A fórmula dessa função é  $y = x + 0,5$ ? É  $y = \frac{x}{2}$ ? Qual é a fórmula?

- *Tarefas:* (i) completar a tabela; (ii) verificar se uma grandeza é diretamente proporcional a outra; (iii) descobrir a fórmula a partir da tabela;
- *Técnicas:* (i) medir os comprimentos  $x$  e  $y$  na figura; (ii) uso da tabela para verificar de que forma as duas grandezas variam e descobrir a fórmula;
- *Discurso Teórico-Tecnológico:* (i) grandezas diretamente proporcionais; (ii) Função a partir da relação entre duas grandezas.

Outro tipo de tarefa encontrada dentro desse discurso teórico-tecnológico foi escrever a fórmula a partir de uma tabela.

Percebemos aqui a preocupação dos autores em abordar o conceito de Função a partir da relação entre duas grandezas. Nesse sentido eles preocupam-se com as variações entre essas grandezas, o modo que variam e se são direta ou inversamente proporcionais. Porém, não se preocupam em identificar que grandeza depende da outra, não definindo, assim, a variável dependente e independente. Na tarefa que consiste em verificar se uma grandeza é diretamente proporcional à outra, não é bem definidas as possíveis técnicas que serão utilizadas pelos alunos. Por isso, concluímos que o professor pode intervir nesse processo se o aluno encontrar dificuldade em resolver o problema e até mesmo retomar a definição de grandezas direta e inversamente proporcionais, pois este conteúdo é uma proposta do 7º ano do ensino fundamental. Salientamos que esta é nossa observação, pois o livro não faz nenhuma referência ao tratamento a ser dado neste caso.

Nessa perspectiva, os autores trabalham com conhecimentos da Geometria para a resolução de alguns problemas, por exemplo, a semelhança de triângulos e o Teorema de Pitágoras. Vejamos agora outro tipo de problema proposto pelos autores para a abordagem de Função, composto de quatro situações com sequências de figuras.

(vii) Situação 2:

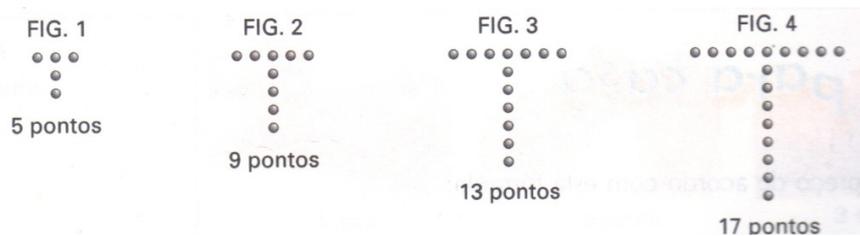


Figura 14: Situação apresentada no livro B

*A quantidade  $Q$  de bolinhas, de cada figura, é função do número  $n$ . Temos  $n = 1$  na primeira figura,  $n = 2$  na segunda, etc. A fórmula dessa função é  $Q = 4n + 1$ .*

Em seguida, propõem mais três situações e solicitam que os alunos expressem a fórmula que dá a quantidade  $Q$  de bolinhas de cada figura em função de  $n$ .

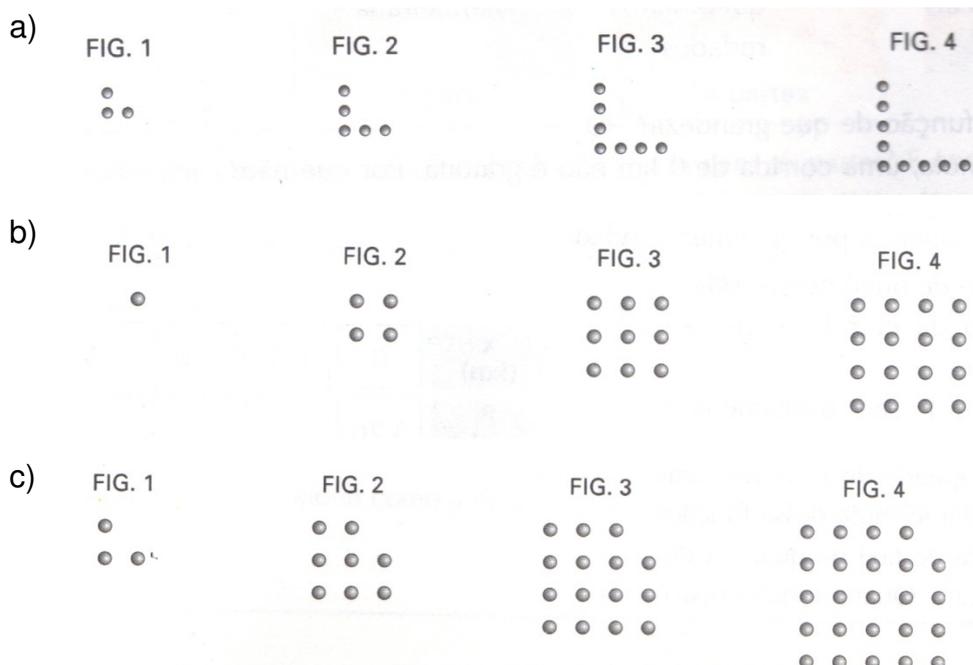


Figura 15: Situações apresentadas no livro B

- *Tarefa*: determinar a expressão que fornece a quantidade  $Q$  de bolinhas em Função de  $n$ .
- *Técnica*: não é definida uma técnica para essa tarefa.
- *Discurso Teórico-Tecnológico*: generalizações a partir de padrões de regularidades de sequências.

Nesta situação observamos a intenção dos autores em conceituar Função a partir de padrões de regularidades de sequências. Percebemos neste problema que não há uma técnica definida, pois a intenção dos autores é que o aluno descubra a fórmula observando as regularidades, sendo assim é provável que haja diferentes respostas apresentadas pelos alunos, ou seja, as técnicas poderão ser elaboradas e explicitadas pelos discentes. Os autores trazem outra situação com o mesmo tipo de tarefa citada anteriormente, mas agora eles propõem uma atividade lúdica a partir da dobradura de uma folha de papel para que se possa contar a quantidade de partes em que ela foi dividida. O discurso teórico-metodológico também é o mesmo citado.

Após essas abordagens, numa outra subseção os autores trabalham a construção de gráficos e abordam que para saber a forma que uma Função varia, pode-se ler sua tabela ou fazer cálculos usando a fórmula. Além disso, pode-se analisar o gráfico da Função. Então, eles ensinam a construção, assinalando que o primeiro passo é construir a tabela a partir da substituição de uma variável e encontrando a outra, depois, formar os pares ordenados e localizá-los no plano cartesiano. Eles trazem as construções gráficas, mas no intuito de introduzir a noção de Função de 1º grau e Função de 2º grau<sup>14</sup> e, por nosso trabalho objetivar analisar o modo que é apresentado o conceito, não faremos a análise dessa subseção.

## 4.2. A análise

Organizamos em uma tabela (página 51) os tipos de tarefas apresentadas nos três livros analisados, o número de vezes que elas ocorrem nos exemplos (EX) e nos exercícios propostos (EP).

---

<sup>14</sup> Embora as nomenclaturas corretas sejam, respectivamente, *Função polinomial do 1º grau* e *Função polinomial do 2º grau*, os autores não as adotam.

Essa forma de estruturar a organização praxeológica é utilizada, também, por Rossini (2006) e Maia (2007), em quem nos fundamentamos para organizar os tipos de tarefas identificadas por nós.

Entendemos que esse modo de tabular os dados auxilia a compreensão do leitor e facilita a análise e até mesmo a comparação da organização praxeológica presente nas três obras estudadas.

Ao observarmos os dados dispostos na tabela – tarefas apresentadas nos livros analisados – podemos perceber que os autores dos livros *A* e *C* conceituam Função a partir da relação entre duas grandezas e a partir da relação entre dois conjuntos. Já os autores do livro *B* apontam para uma preocupação maior em conceituar Função a partir da relação entre duas grandezas, assim eles enfatizam a interdependência dessas grandezas e se preocupam com as questões voltadas para o modo que essas grandezas variam, se são direta ou inversamente proporcionais. Enquanto nos outros dois livros, *A* e *C*, a única expressão que aparece nesse sentido é de que uma grandeza depende da outra.

Analisando a quantidade de tarefas que aparecem nos exemplos e nos exercícios destacados na tabela, bem como as técnicas utilizadas para resolver tais tarefas, podemos verificar se os livros possibilitam o favorecimento à fase adidática, conforme a Teoria das Situações Didáticas, TSD, (BROUSSEAU, 2008). Nesse caso percebemos que as propostas dos livros *A* e *C* não favorecem esta fase, pois, esses materiais apresentam os exemplos bem como a forma de resolvê-los e introduz o conceito do objeto de estudo. Nesse caso, os exercícios propostos são muito parecidos com as situações-problema que abordam o conceito de Função. Assim, entendemos que os alunos têm uma participação passiva, pois irão seguir os exemplos dados para resolver as tarefas propostas.

O livro *B*, a depender da metodologia de trabalho do professor ao conduzir sua aula, pode propiciar aos alunos à construção do conhecimento. Apesar do livro apresentar dois exemplos iniciais, os exercícios que seguem não são apenas cópias desses exemplos. Portanto, o aluno pode criar suas estratégias para responder, pelo menos em boa parte dos exercícios. O que caracterizaria a fase da adidática, conforme a TSD (BROUSSEAU, 2008). O aluno pode, também, a partir desses exercícios, passar pelas outras fases presentes nessa Teoria, mas tudo depende da postura do docente ao conduzir a aula.

Tipos de Tarefas	Livro A		Livro B		Livro C	
	EX	EP	EX	EP	EX	EP
Completar Tabela	2		1	5	3	3
Descobrir a fórmula a partir de uma tabela	2			5	3	4
Determinar a lei de formação de uma Função a partir de um texto.	2	9	1	6	3	12
Verificar se uma grandeza é diretamente proporcional a outra.				4		
Identificar qual grandeza é Função da outra ou se uma é Função da outra.			1	2	2	4
Analisar a variação das grandezas.			3	3		
Calcular o valor de uma grandeza dada o valor da outra.	4	3	2	6	4	10
Representar a relação por meio do diagrama de flechas	3	3			1	1
Identificar os diagramas que representam Função	1	1			1	1
Verificar se a relação dada é uma Função.	3	3				
Determinar o Domínio da Função	3	2			1	3
Determinar o conjunto imagem da Função					1	2
Determinar a imagem de um número conhecida a lei de formação da Função.	3	9			2	
Determinar o valor de x dada a sua imagem		9			1	1
Identificar os gráficos que representam Função.					1	1
Construir o gráfico de uma Função			1	2	1	3
Representar pontos no plano cartesiano.				1		1
Determinar a expressão que fornece o número Q de bolinhas em função de n (ordem da figura, 1ª fig. n=1)			1	3		
Escrever a fórmula que fornece o número de partes obtidas em função do número de dobras de uma folha de papel.				1		

Tabela 1: Tipos de tarefas identificadas nos livros A, B e C.

Quanto à abordagem histórica do conceito de Função, apenas os livros *B* e *C* fazem alguma referência. O livro *C* faz apenas uma citação, porém, de forma descontextualizada: “acredita-se que Leibniz (1646-1716) foi o primeiro a utilizar a palavra função na Matemática”. O livro *B* traz três abordagens incluídas nos exercícios. O livro *A* não faz menção alguma a respeito da história da Função, nem aos matemáticos que dedicaram boa parte de seus estudos e pesquisas com a construção de definições e dos conceitos ao longo da história, conforme vimos no capítulo 2. Percebemos, então, que os autores pouco se preocupam com a abordagem histórica do conteúdo; os que ainda fazem referências, apresentam de uma forma muito superficial e pronta, não permitindo que os alunos percebam a importância de sua evolução histórica.

Quanto aos Registros de Representações (DUVAL, 2003) podemos perceber que os três livros enfatizam mais o registro algébrico.

Percebemos que para o objeto de estudo, Função, os livros apresentam leis, tabelas, diagramas e gráficos, constituindo diferentes registros de representação. No livro *A* são encontrados as diferentes formas de registro como as tabelas, diagramas e as leis, mas não o registro gráfico. Quanto à conversão de registros, percebemos que na primeira subseção que trata da Função enquanto relação entre duas grandezas, os autores apresentam nos exemplos a conversão da *linguagem natural* → *tabela* → *lei* e em todos os exercícios a proposta é escrever, a partir de um texto, a lei. Portanto, a conversão é *linguagem natural* → *lei*.

Na subseção que trata da Função enquanto relação entre dois conjuntos, as conversões que existem são *tabela* → *diagrama* e *lei* → *diagrama*, essas conversões aparecem nos exemplos e, da mesma forma, nos exercícios. Nessa abordagem os autores privilegiam o uso de diagramas. Outro ponto que vale ser ressaltado é que o livro *A* não apresenta os gráficos na apresentação do conceito, ele só traz esse tipo de registro ao definir Função polinomial do 1º grau e Função polinomial do 2º grau.

O livro *C* apresenta todos esses registros e no final do capítulo os autores apresentam o registro gráfico. A conversão que mais aparece neste livro é *linguagem natural* → *lei*, mas também são utilizadas as conversões *tabela* → *lei* e *lei* → *tabela* → *gráfico*.

Os registros de representações apresentados no livro *B* são as tabelas, leis, e posteriormente os gráficos; os autores não fazem uso dos diagramas. As

conversões mais utilizadas são *linguagem natural* → *lei* e *linguagem natural* → *tabela*. Outra conversão que aparece é a *tabela* → *lei* e o sentido oposto *lei* → *tabela*. Por último é apresentada a conversão *lei* → *tabela* → *gráfico*.

Percebemos que os autores apresentam diferentes registros para representarem o objeto, bem como as transformações dessas representações, mas pouco favorecem a articulação entre esses registros e apenas valorizam a conversão em um único sentido. Somente o livro *B* fez a conversão em dois sentidos, mesmo assim em poucos exercícios.

O que nos chamou a atenção, também, é que em nenhum dos três livros analisados os autores propõem situações que favoreçam conversões para a linguagem natural. Nesse caso, as situações-problema explicitadas favorecem a percepção do aluno frente à relação situação do cotidiano para uma representação matemática, mas não possibilitam atividades que os encaminhem a fazer relações das representações matemáticas (leis, gráficos, tabelas, diagramas) para uma situação-problema que, possivelmente, possa ser vivenciada por eles.

Concordamos com Duval (2003, p. 16) ao afirmar que “é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e não o inverso”. Ele complementa, ainda, evidenciando que “do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (p. 16).

Essa forma de conversão de registro em um único sentido, conforme é priorizado nos três livros, pode apresentar dificuldades ao aluno e segundo Duval (2003, p.20) “pode conduzir a contrastes muito fortes de acerto quando se inverte o sentido de conversão”. Nessa perspectiva podemos identificar essa situação também nas questões voltadas para construção de gráficos, em que as técnicas favorecidas pelos livros consistem em encontrar pares ordenados a partir da expressão e localizá-los no plano cartesiano, não fazendo o sentido inverso. Essa técnica constitui, segundo o autor, uma codificação e essa “regra de codificação permite somente uma leitura pontual das representações gráficas e não permite uma apreensão global e qualitativa”. (DUVAL, 2003, p. 17)

Referente ao uso das variáveis  $x$  e  $y$ , percebemos, principalmente dos livros *A* e *C*, fator em relação à abordagem que pode causar dificuldade ao aluno. Os autores do livro *A* fazem a seguinte observação: “Utilizamos, em geral, as letras  $x$  e  $y$

para representar as variáveis que estamos relacionando, sendo  $y$  dada em função de  $x$ ". Essa observação bem como o uso dessas letras em todos os exemplos e exercícios pode provocar dificuldades, pois quando utilizadas outras letras, para a construção de uma tabela ou de um gráfico, por exemplo, os alunos não saberão identificar em qual delas serão atribuídos valores. Ou seja, não saberão qual é a variável dependente e independente, já que o livro propõe um modelo a ser seguido.

Acreditamos que a Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999) constituiu um critério bastante significativo para a análise dos livros didáticos, pois a partir da organização praxeológica e do quadro apresentado com os tipos de tarefas que continham no material analisado, permitiu fazermos a análise da organização praxeológica, bem como algumas considerações a respeito da Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008), a história da matemática e os Registros de Representações Semiótica (DUVAL, 2003).

### **4.3. Contribuições à prática do professor de Matemática**

Ao ensinar/mediar processos de aprendizagem matemática, o professor precisa ter critérios para escolher os materiais com os quais vai trabalhar; para elaborar atividades, instrumentos avaliativos, situações problematizadoras e de investigação; e para criar um ambiente que promova a construção dos significados e a apropriação dos conceitos matemáticos.

Esses critérios não emergem simplesmente do saber-fazer docente, mas de teorias que fundamentam as ações do professor no cenário escolar. Os critérios são os elementos chaves que nortearão o olhar investigativo do docente para os instrumentos de seu trabalho pedagógico. Nessa perspectiva, ao selecionar os conteúdos que mais promova nos alunos o alcance dos objetivos é fundamental que o professor tenha critérios ao pesquisar os conteúdos abordados pelos autores de livros didáticos.

Nossa análise mostrou que a organização praxeológica apresenta elementos que norteia a postura do docente frente ao repertório de conteúdos e atividades ao abordarem a introdução ao conceito de Função. Desse modo, ao identificar nas atividades propostas pelos autores dos materiais didáticos os tipos de tarefas, as possibilidades de técnicas e o discurso teórico-tecnológico, o docente assume uma

postura crítica, pois esses elementos promovem a reflexão do professor ao escolher as atividades. Escolher atividades de forma crítico-reflexivo é vislumbrar suas potencialidades na construção dos significados e na apropriação dos conceitos que estão sendo trabalhados.

Também, identificar nos conteúdos se há ou não diferentes quadros, registros e mudanças de quadros permite ao docente selecionar, descartar ou complementar as atividades que possibilitem aos alunos trabalharem os conceitos a partir de diferentes pontos de vista no contexto matemático. Em relação ao contexto matemático, os diferentes pontos de vista revelam ao aluno a riqueza da estrutura e das teorias matemáticas, tornando-a mais atrativa.

A prática de analisar livros didáticos contribui, também, para que o docente possa vislumbrar sua postura em sala de aula, ao conceber ações que promovam situações didáticas e adidáticas para promover um ambiente favorável à aprendizagem do aluno.

Assim, a análise realizada a partir da organização praxeológica evidencia que analisar conteúdos de livros didáticos traz contribuições à postura pedagógica do professor de Matemática, uma vez que o conjunto de ações relacionadas ao processo ensino-aprendizagem passa a ser concebido a partir de uma postura crítica e reflexiva do docente que ensina/media processos de aprendizagem matemática.

A prática da identificação da organização praxeológica nas situações propostas pelos autores de livros didáticos possibilita ao docente também identificar a praxeologia presente nas resoluções dos alunos. Ao identificar as diferentes técnicas mobilizadas pelos discentes permite ao professor entender de que modo esse aluno desenvolveu seu raciocínio para chegar à solução dos problemas.

Identificar as técnicas mobilizadas pelos alunos permite, também, ao docente fazer intervenções no processo de aprendizagem, mediando as relações entre o aluno e o saber matemático que está sendo construído. Desse modo, analisar conteúdos de livros didáticos auxilia ao docente selecionar, organizar e desenvolver o currículo apresentado e, ao identificar as técnicas mobilizadas pelos alunos, permite que esse professor desenvolva a avaliação no processo em que ocorre a aprendizagem, diferente de modelos avaliativos realizados ao final de um determinado período letivo e que objetiva apenas verificar se houve ou não a apropriação dos conceitos trabalhados.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

---

Ao buscar responder nossa questão-diretriz – *QUAIS AS CONTRIBUIÇÕES DA ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA AO ABORDAREM A INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE FUNÇÃO, PRESENTE NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, À PRÁTICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA*, – e nos depararmos com alguns achados, foi possível tecermos algumas conclusões. Entendemos que essas conclusões são iniciais, pois ao (re)visitarmos o trabalho desenvolvido abrangemos novas percepções, outras conclusões. Isso não empobrece o trabalho científico, mas o enriquece, uma vez que possibilita múltiplos olhares.

Ao organizar uma praxeologia matemática para trabalhar a construção de significados do conceito de Função, é relevante que o docente desenvolva essa organização na perspectiva de situações didática e adidática, em que a *práxis* e o *logos* são concebidos a partir das diferentes dialéticas; por outro lado, é importante que autores de livros didáticos se preocupem em contemplar as situações-problema propostas em uma perspectiva em que o aluno possa trabalhar de forma autônoma e, aos poucos, construir seu aprendizado por meio da investigação, de tentativas e de descobertas.

O trabalho e, principalmente, a análise realizada nos revelou que as situações-problema apresentadas nos três livros escolhidos para a realização do estudo pouco contemplam situações problematizadoras e investigativas por meio da organização praxeológica, ou ainda, pouco favorecem situações que encaminhem o aluno à reflexão e às descobertas, conforme indica a Teoria das Situações Didáticas. Embora o livro C apresente uma quantidade razoável de *tipos de tarefa*, os livros A e B apresentam um número insatisfatório.

Em relação às situações apresentadas nos materiais, apenas os autores do livro B apontam preocupação em propor atividades que possibilitem um trabalho na perspectiva da *fase adidática*; os autores dos livros A e C procuraram desenvolver uma série de exemplos e exercícios em que promove o uso de modelos e a repetição por parte dos alunos, o que entendemos poder caracterizar a *fase didática*, uma vez que os discentes não formulam hipóteses, não testam e não socializam suas dúvidas e aprendizados com os demais colegas. Entretanto, ressaltamos a

postura do docente frente às atividades propostas por esses livros, pois é a prática do professor e a forma que ele conduz sua aula e se relaciona com o aluno e o saber que caracterizará se o processo ensino-aprendizagem de um determinado conteúdo poderá contemplar a *fase didática* e/ou a *fase adidática*.

Nesse sentido, entendemos a importância do profissional em educação em entender e compreender os conceitos que estão relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem. Assim, cabe ao professor de Matemática conhecer os objetos matemáticos e trabalhar com estes de modo significativo para o aluno. O contato com as teorias e as contribuições de pesquisas em Educação Matemática pode constituir-se um fator relevante para a mudança de posturas na prática pedagógica do docente. Saber diferenciar conversão e tratamento pode ser um passo inicial, dentre outras alternativas do professor, para dar sentido ao ensino de Matemática e contextualizar o seu saber.

Entendemos contextualizar não apenas no sentido de buscar as aplicações dos saberes nas práticas cotidianas dos alunos, mas, principalmente, buscar significar o saber matemático pelo saber matemático, ou seja, realizar uma contextualização matemática. Usar diferentes representações, e realizar variados tratamentos e variadas conversões do objeto matemático podem constituir de metodologia que favoreça a aprendizagem significativa ao aluno.

Porém, é fundamental que o docente reconheça que, dentro de uma abordagem da didática francesa, dentre outras contribuições, um conceito está entrelaçado ao outro. Assim, a prática pedagógica do professor poderá ser concebida de forma interdisciplinar, não apenas no sentido de buscar referenciais em diversas áreas do conhecimento, mas realizar suas atividades por meio de situações-problema que visem conceber o saber a partir de diversas perspectivas dos conceitos e teorias.

O contato com as teorias da didática francesa para o ensino da Matemática, em especial a *Teria Antropológica do Didático* de Chevallard (1999), despertou em nós um olhar crítico e investigativo no processo de seleção de material didático, situações-problema e elaboração de atividades; possibilitou o despertar de nosso interesse pelas questões didático-pedagógicas à luz dessas teorias, não de forma teórica, mas procurando colocá-las em prática nas nossas atividades enquanto docentes.

Ao longo do processo de construção deste trabalho munimo-nos de elementos que promoveram, em nós, o desejo e a prática de esmiuçar o repertório de conteúdos, materiais e atividades, instigando a prática da análise prévia do conjunto de situações-problema sugeridas para a sala de aula, antes de propormos aos nossos alunos. Também intensificou nossas inquietações em relação ao currículo de Matemática, não apenas para o 9º ano do ensino fundamental, mas para os diferentes níveis e modalidades de ensino.

Pensar o currículo de Matemática é vislumbrar os elementos que o compõem e de que forma ele se manifesta no cenário educacional: prescrito, apresentado, em ação, moldado pelo docente, praticado e avaliado, conforme esclarece Sacristán (2000).

Acreditamos que o estudo realizado nos coloca diante de possibilidades de intervenção, a partir da prática pedagógica, na transposição do currículo apresentado para o currículo praticado.

Pensar em possibilidades é vislumbrar certezas, objetivos alcançados, é realizar um trabalho que permita que os sonhos e os desejos se tornem em realidade, afinal...

*Tenho uma espécie de dever de sonhar sempre, pois, não  
sendo mais, nem querendo ser mais, que um espectador  
de mim mesmo, tenho que ter o melhor espetáculo que  
posso.  
Assim me construo a ouro e sedas, em salas supostas,  
palco falso, cenário antigo, sonho criado entre jogos de luzes  
brandas e músicas invisíveis.*

*Fernando Pessoa (Livro do Desassossego)*

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

---

ALMOULOUD, Saddo Ag. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BARBOSA, Edson Pereira. O conceito de função como unificador da Matemática Elementar no Brasil: da Reforma Francisco Campos aos PCN. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I; ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VIII; ENCONTRO REGIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, III, 2008, Ijuí/RS. Anais: I CNEM, VIII EREM e III ENEF. Ijuí/RS: Unijuí, 2008. v. único. p. 1-11.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sári Knopp. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática*. MEC/SEB, 1998.

BROUSSEAU, Guy. *Introdução ao estudo das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. 6. ed. Lisboa: Gradiva, 2005.

CHEVALLARD, Yves. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n. 2, p. 221-266. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf>; acesso em 21 maio. 2010, às 22h.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. *Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

D'AMBROSIO, Beatriz. Cultura e metodologia na formação de professores. In: FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes. (Org.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática*. São Paulo: Musa, 2005, p. 20-32.

DUVAL, Raymond. Registros de Representação Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão da Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003, p. 11-33.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. 3ª reimpressão. Tradução: Higino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2008.

FREIRE, Paulo. *A educação na cidade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1991.

GATTI, Bernadete Angelina. *A construção da pesquisa em educação no Brasil*. Brasília: Editora Plano, 2002.

GIOVANNI, Jose Ruy; CASTRUCI, Benedito; GIOVANNI JUNIOR, Jose Ruy. *A conquista da Matemática: 8ª série*. São Paulo: FTD, 2002.

IMENES, Luis Marcio Pereira; LELLIS, Marcelo Cestari Terra. *Matemática: 8ª série*. São Paulo: Scipione, 2004.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MAIA, Diana. *Função Quadrática: Um estudo didático de uma abordagem computacional*. 2007. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC/SP, São Paulo.

MARANHÃO, Maria Cristina S. A. Dialética Ferramenta-Objeto. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). *Educação matemática: uma (nova) introdução*. 3. ed. (revisada). São Paulo: EDUC, 2008, p. 143-166.

MIORIN, Maria Ângela. *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual Editora, 1998.

OLIVEIRA, Nanci. *Conceito de Função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*. 1997. 174f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC/SP, São Paulo.

PAIS, Luis Carlos. Transposição Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. 3. ed. (revisada). São Paulo: EDUC, 2008. p. 11-48.

PIMENTA, Selma Garrido. A Didática como mediação na construção da identidade do professor – uma experiência de ensino e pesquisa na licenciatura. In: ANDRÉ, Marli. E. D. A.; OLIVEIRA, Maria Rita N. S. (Org.). *Alternativas no Ensino de Didática*. 9. ed. Campinas: Papirus, 2008.

PROJETO ARARIBÁ: Matemática 8ª série (obra coletiva). São Paulo: Moderna, 2006.

ROCHA, Alexandra; PONTE, João Pedro da. Aprender matemática investigando. In: *Zetetikè*. Cempem – FE-Unicamp. v. 14. n. 26, p. 30-54, 2006.

ROSSINI, Renata. *Saberes docentes sobre o tema Função: uma investigação das praxeologias*. 2006. 384f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC/SP, São Paulo.

SACRISTÁN, Jose Gimeno. *O currículo: uma reflexão sobre a prática*. 3ª ed. Tradução: Ernani F. da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SILVA, Alexandre de Paula. *Conceito de função: atividades introdutórias propostas no material de Matemática do ensino fundamental da rede pública estadual de São Paulo*. 2008. 93f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC/SP, São Paulo.

SOUZA, Maria Antônia de. Prática Pedagógica: conceito, características e inquietações. In: IV ENCONTRO IBERO-AMERICANO DE COLETIVOS ESCOLARES E REDES DE PROFESSORES QUE FAZEM INVESTIGAÇÃO NA SUA ESCOLA, 2005, Lajeado. Anais do IV EIACERP. Lajeado: UNIVATES, p. 1-7.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *Positivismo e Matemática Escolar dos Livros Didáticos no Advento da República*. São Paulo: Fundação Carlos Chagas – Cadernos de Pesquisa nº. 109, p. 201-212, março/2000.

VEIGA, Ilma Passos Alencastro. *A prática pedagógica do professor de Didática*. 2. ed. Campinas: Papirus, 1992.