

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS



TESE DE DOUTORADO

**UM ESTUDO EXPLORATÓRIO DAS RELAÇÕES ENTRE MEMÓRIA,
DESEMPENHO E OS PROCEDIMENTOS UTILIZADOS NA SOLUÇÃO DE
PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

ÉRICA VALERIA ALVES

ORIENTADORA: PROF^a DR^a MÁRCIA REGINA FERREIRA DE BRITO

2005

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO



TESE DE DOUTORADO

**UM ESTUDO EXPLORATÓRIO DAS RELAÇÕES ENTRE MEMÓRIA,
DESEMPENHO E OS PROCEDIMENTOS UTILIZADOS NA SOLUÇÃO DE
PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

ÉRICA VALERIA ALVES

ORIENTADORA: PROF^a DR^a MÁRCIA REGINA FERREIRA DE BRITO

**Este exemplar corresponde à redação final da Tese de
Doutorado defendida por Érica Valeria Alves e
aprovada pela Comissão Julgadora.**

Data: ____ / ____ / ____

**Assinatura: _____
(orientadora)**

Comissão Julgadora:

2005



*Ao meu avô Guerino,
meu exemplo de sabedoria.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, acima de tudo.

Aos meus familiares, pelo apoio, incentivo e compreensão em minhas ausências.

À professora doutora Márcia Regina Ferreira de Brito pela orientação e incentivo para meu crescimento acadêmico e pessoal.

Aos meus amigos que, pacientemente, me apoiaram nesta difícil tarefa.

Aos colegas do PSIEM, que se tornaram grandes amigos e muito me ensinaram da vida acadêmica: Prof^ª Dr^ª Valéria S.de Lima, Prof^ª Dr^ª Miriam C. Utsumi, Prof^ª Dr^ª Maria Helena C. Gonzalez, Prof^ª Dr^ª Clayde R. Mendes, Prof^ª Dr^ª Claudette M. Vendramini, Prof^ª Dr^ª Irene M. Cazorla, Prof Dr Nelson A. Pirola, Prof^ª Ms Viviane Rezi, Prof^ª Ms Liliane F. das Neves, Prof Ms Marcos A. S. Jesus, Prof^ª Ms Odaléa A. Viana.

Aos professores doutores Lucila T. D. Fini e José Dias Sobrinho que transformaram conversas informais em grandes lições profissionais.

Às professoras doutoras Circe Dinnikov e Soely Polidoro pela atenciosa leitura e relevantes sugestões para este trabalho, em virtude do exame de qualificação.

Aos colegas docentes do Centro Universitário São Camilo pelas contribuições nas discussões sobre este trabalho.

À direção e professores de Matemática do complexo educacional Santa Cecília e à Diretoria Regional de Ensino de Santos, pela colaboração na realização deste estudo.

RESUMO

O presente estudo teve o objetivo de compreender e analisar as relações entre a memória, os conhecimentos declarativo e de procedimento e o desempenho na solução de problemas matemáticos. Para tanto, 177 estudantes do primeiro e último ano do ciclo II do Ensino Fundamental e último ano do Ensino Médio provenientes de uma escola pública e uma escola privada foram solicitados a responder um questionário informativo, uma prova matemática para avaliar o domínio dos conhecimentos declarativo e de procedimento e o desempenho na solução de problemas matemáticos, e uma prova para avaliar a memória matemática. A partir do desempenho obtido nesses instrumentos trinta e dois sujeitos foram selecionados e submetidos ao teste de Cópia e Reprodução de Figuras Complexas de Rey. Os resultados indicaram que a memória matemática está intimamente relacionada com o desempenho na solução de problemas e que a capacidade de perceber os elementos de forma analítica e sintética favorecem a representação do problema influenciando o desempenho na solução. Também foi verificado que a percepção desempenha um papel fundamental nos processos cognitivos superiores, uma vez que constitui a mais imediata das reações humanas diante de uma situação inédita, pois, antes de representar, reter, ou recuperar uma informação na memória, o sujeito a percebe.

Palavras-chave: Memória, Solução de Problemas, Psicologia da Educação Matemática, Habilidades Matemáticas.

ABSTRACT

The objective of this investigation was to understand and to analyze the relationship between memory, performance and procedural and declarative knowledge memory in problem solving. Subjects were 177 elementary and high school students from two private and public schools. Instruments were a questionnaire, a mathematical test to evaluate procedural and declarative knowledge and a mathematical memory test. After this, 32 subjects was selected and submitted to Rey Complex Figures Test. The results indicated that were relationships between mathematical memory and problem solving performance, and synthetic and analytic problem perception improves representation and problem solving performance. It was found, also, that perception performs a primordial role in the higher cognitive processes therefore constitutes the most immediate of the human reactions in front of an uncommon situation, because before recall, retention or representation an information, the person perceives that.

Key-words: Memory, Problem Solving, Psychology of Mathematical Education, Mathematical abilities.

SUMÁRIO

Introdução	1
CAPÍTULO 1	
Fundamentação Teórica	7
Estudos clássicos sobre memória	7
Memórias de longo prazo e de curto prazo	15
Outros processos cognitivos superiores	21
A memória matemática, enquanto componente da estrutura geral das habilidades matemáticas	33
CAPÍTULO 2	
Revisão Bibliográfica	36
Estudos sobre memória realizados por John Anderson	60
Considerações	64
CAPÍTULO 3	
Problema, sujeitos, materiais e métodos	66
Problema de pesquisa e objetivos	66
Sujeitos e procedimentos para a seleção das escolas	68
Instrumentos	68
Procedimento para a coleta dos dados	70
Plano de análise dos dados	71
CAPÍTULO 4	
Análise de dados e resultados	74
Características dos sujeitos	74
Análise de confiabilidade dos instrumentos utilizados na primeira etapa do estudo	82
Resultados da prova matemática	92

Resultados obtidos na prova para avaliar a memória matemática	103
Segunda etapa do estudo: Teste das figuras complexas de Rey	108
Critérios para a seleção dos sujeitos	108
Resultados	109
CAPÍTULO 5	
Conclusões e considerações finais	131
	138
REFERÊNCIAS	
	145
DEFINIÇÃO DE TERMOS	

Introdução

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação, constitui objetivo do Ensino Fundamental, dentre outros, “o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores” (Lei nº 9394/96, Art. 32, Inc. III) e, do Ensino Médio, “a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento nos estudos” (Lei nº 9394/96, Art. 35, Inc. I).

Assim, embora o caráter da instrução escolar venha sendo modificado a partir das reformas propostas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, o papel central da escola ainda é o de responsável pelas principais aprendizagens formais dos indivíduos.

A aprendizagem tem sido tema central de leis, reflexões e estudos realizados atualmente, principalmente nos ambientes escolares. E uma das formas pela qual a aprendizagem tem sido freqüentemente inferida é através do desempenho, que é um evento observável, através do qual se analisa o resultado obtido ao final dos processos de ensino. Com isso, analisa-se o produto e não o processo de aprendizagem.

Desde 1990, quando ocorreu a Conferência Mundial de Educação para Todos, na Tailândia, algumas mudanças estão sendo propostas no sistema educacional, particularmente no ensino de Matemática. A elaboração de Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino fundamental e o ensino médio propõe mudanças nas maneiras de se conceber a Matemática escolar e, conseqüentemente, na organização dos conteúdos. Segundo a Secretaria de Educação Fundamental (1997) essas reformas no ensino propõem e explicitam algumas alternativas para que se desenvolva um ensino de Matemática que permita aos educandos a compreensão da realidade em que estão inseridos, desenvolvendo capacidades cognitivas e confiança, ampliando os recursos necessários para o exercício da cidadania, durante o processo de aprendizagem. Assim, é proposto que os conteúdos programáticos deixem de se constituir em uma lista de conceitos abordados de forma linear,

passando a ser tratados de maneira integrada e inter-relacionada, envolvendo conteúdos conceituais, de procedimento e atitudinais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais também enfatizam a relevância do estudo dos recursos estatísticos desde as séries iniciais do ensino fundamental; os novos aspectos a serem abordados no ensino dos números e operações, sugerindo que seja dada ênfase aos significados e não apenas aos algoritmos; a incorporação da álgebra aos demais blocos de conteúdos, favorecendo o desenvolvimento do pensamento algébrico; a exploração do espaço e sua representação, através da articulação entre a geometria plana e a geometria espacial; o desenvolvimento de raciocínios indutivo e dedutivo e, especial recomendação quanto ao uso das novas tecnologias para o ensino de Matemática.

No entanto, a Secretaria de Educação Fundamental (1997) salienta que ainda hoje se observa, por exemplo, a insistência no trabalho com os conjuntos nas séries iniciais, o predomínio absoluto da Álgebra nas séries finais, a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação entre os conteúdos da Matemática e suas aplicações práticas:

O que também se observa em termos escolares é que, muitas vezes, os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento. Quando acontece de serem retomados (geralmente num mesmo nível de aprofundamento, apoiando-se nos mesmos recursos), é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos. (Secretaria de Educação Fundamental, 1998, p. 22)

Outro aspecto discutido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais é o papel que a solução de problemas deve desempenhar no ensino de Matemática. Frequentemente, essas atividades são realizadas ao final do ensino de um novo conteúdo como forma de aplicação de conhecimentos já formalizados. Essa prática, segundo as orientações curriculares, não é a mais eficiente, uma vez que não favorece a contextualização do ensino, tampouco o desenvolvimento da criatividade. Durante a solução de problemas, são mobilizados e evidenciados diversos processos

cognitivos. Para solucionar corretamente um problema escolar, é necessário que o aluno compreenda o enunciado (freqüentemente verbal) do problema, elabore uma representação do mesmo, relacione a situação envolvida na questão a um conceito já conhecido, disponibilize, na memória, estratégias adequadas para a solução, execute os procedimentos requeridos pela estratégia e verifique a validade de seus resultados. Ou seja, o desempenho, que é um aspecto observável da solução de um problema, muitas vezes, não é capaz de fornecer indícios das operações mentais nas quais o sujeito apresenta dificuldades. Segundo Resnick e Ford (1990, p. 261), para que um indivíduo alcance a solução corretamente, ele precisa ter, na memória, o conjunto de procedimentos adequados que permitam a ele ter êxito na solução.

Este aspecto já evidencia o papel exercido pela memória na realização de atividades escolares, pois os conhecimentos previamente aprendidos, sejam estes declarativos ou de procedimentos, são requeridos com freqüência durante o período de escolarização para que o estudante seja capaz de construir novos conhecimentos. É impossível estudar aspectos da aprendizagem desconsiderando o papel da memória nesse processo. Norman (1982) relacionou de modo sintético a relação entre a aprendizagem, a memória e o desempenho:

Aprendizagem, memória e desempenho são conceitos inter-relacionados. O estudo da memória enfatiza como se retém a informação e como mais tarde essa informação é recuperada para sua utilização. O estudo da aprendizagem se concentra na aquisição da informação e o do desempenho em como se utiliza dessa informação.(Norman, 1982, p. 93)

A memória já era tema de preocupação desde o século V a. C., quando o poeta Simônides de Ceos inventou a primeira técnica de memória. *Mnemósine*, que é a “*deusa da memória na mitologia grega, é a mãe das nove musas que presidem o conhecimento*” (Lieury, 1997). Essa concepção de memória atual, no entanto, não é tão antiga. Aristóteles, autor da única obra grega sobre memória, “*Da memória à reminiscência*”, trazia uma idéia de reminiscência muito próxima da atual, mas considerava que a memória era um processo controlado pelo coração. A idéia

contemporânea de memória foi desenvolvida a partir da comparação dos processos cognitivos ao computador.

Nos últimos anos, as teorias computacionais têm contribuído para o desenvolvimento das pesquisas sobre os processos e características da memória. Uma das teorias que melhor descreve o processamento humano da informação é a teoria do Controle Adaptativo do Pensamento¹ (Anderson, 1983-b). Esta teoria combina as formas de representação do conhecimento declarativo e de procedimento, buscando descrever a representação e o processamento da informação, durante a execução de atividades cognitivas. Essa teoria é considerada a mais adequada, neste estudo, por considerar todos os processos cognitivos superiores – memória, linguagem, solução de problemas, imagem, dedução e indução – manifestações distintas de um único sistema.

A teoria ACT baseia-se em um modelo de sistema cognitivo composto de uma *memória de trabalho*, de curto prazo, que relaciona os estímulos externos com o sistema e, dois tipos de memória de longo prazo: a *memória declarativa* e a *memória de procedimento*, sendo que a distinção entre essas duas memórias se dá através da natureza dos conhecimentos armazenados, declarativos (ou conceituais) e de procedimentos, respectivamente. Uma das características fundamentais dessa teoria que é relevante para o presente estudo é que, de acordo com Anderson (1983-b), o conhecimento declarativo nunca desencadeia ações diretas sobre o ambiente externo ao sistema, mas ativa o conhecimento de procedimento, responsável pelas ações. Então, durante a solução de um problema, a partir da percepção da situação-problema são elaboradas as representações e alguns conhecimentos declarativos são ativados na memória de trabalho e, emparelhados com algum conhecimento de procedimento, que é executado imediatamente.

Através da revisão da literatura, elaborada neste estudo, foi possível verificar que diversas pesquisas têm sido elaboradas buscando indícios dos processos que envolvem a memória, tais como retenção, recuperação e transferência de conhecimentos entre tarefas. Foi possível verificar que a solução de problemas é a

¹ A sigla utilizada para a teoria do Controle Adaptativo do Pensamento é ACT – *Adaptive Control of Thought*.

principal atividade utilizada quando se tem intenção de evidenciar alguns processos cognitivos superiores. Outro aspecto levantado pela revisão bibliográfica foi a crescente produção de estudos relacionados à necessidade de conhecimentos declarativos prévios para o sucesso nas atividades escolares.

A partir das evidências apresentadas por pesquisas recentes que tratam das relações entre a memória e o desempenho na solução de problemas, buscou-se o modelo teórico que pudesse fundamentar o presente estudo. Em um primeiro momento, foi elaborada uma contextualização histórica dos estudos clássicos sobre a memória, seguida da descrição de estudos sobre a memória dentro da perspectiva das teorias do processamento de informação; em seguida, foram estudados os processos cognitivos envolvidos na solução de um problema, dentre eles foram destacadas a atenção, a percepção, a representação e a aprendizagem, concluindo a fundamentação do presente estudo com a memória matemática enquanto componente da estrutura da habilidade matemática.

Com base nas evidências empíricas que têm sido apresentadas por diferentes autores, foi formulado o seguinte problema de pesquisa, que busca aprofundar o conhecimento a respeito de alguns processos cognitivos envolvidos na solução de problemas relacionados com a memória e o desempenho na solução de problemas:

Existe relação entre o desempenho, o conhecimento declarativo e de procedimento e a capacidade de recuperar, durante a solução de problemas matemáticos, os conhecimentos (declarativo e de procedimento) previamente aprendidos?

Este trabalho baseia-se na teoria ACT de Jonh Anderson (1983-b) ao descrever a relação entre as memórias de trabalho, declarativa e de procedimento, durante a solução de um problema matemático. Além disso, considera as contribuições de Bartlett (1932) sobre as relações entre percepção, representação, retenção e recuperação dos conhecimentos.

Trata-se de uma pesquisa *ex-pos-facto*, de caráter exploratório que buscou verificar relações entre três elementos básicos: os conhecimentos declarativo e de procedimento, o desempenho na solução de problemas e a memória matemática.

CAPÍTULO 1

Fundamentação Teórica

“Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse, mas a aquisição, não é a presença, mas o ato de atingir a meta”.
(Carl Friederich Gauss)

Estudos clássicos sobre a memória

A palavra *memória*, de origem grega, provém de *Mnemósine* (mesmo radical de mnêmico e mnemotécnica), que significa a “deusa da memória”, mãe das nove musas que presidem o conhecimento (Lieury,1997). A invenção da primeira técnica relacionada à memória conhecida atualmente, datada de 264 a.C., é atribuída a *Simônides de Ceos*, um poeta da época. Essa técnica, conhecida como “método dos locais”, consistia em memorizar objetos em forma de imagens e associar essas imagens a locais específicos. A idéia de associação de imagens foi a concepção mais popular de memória até o Renascimento.

A obra de Aristóteles, *“Da memória e da Reminiscência”*, apresentava a memória de forma muito parecida às noções contemporâneas. A grande discrepância entre sua obra e as teorias atuais era que Aristóteles considerava que a memória situava-se no coração e seria esse órgão do corpo humano que comandava a memória (Lieury,1997).

Os estudos sobre memória humana são relativamente recentes, sendo que o primeiro trabalho, em Psicologia, sobre a memória foi publicado por Hermann Ebbinghaus em 1885, com o título *“On Memory”*. Ebbinghaus foi o primeiro psicólogo a pesquisar experimentalmente a aprendizagem e a memória. Seu estudo tinha

como ponto de partida o desenvolvimento das associações e foi influenciado pelos trabalhos de Fechner publicados na obra "*Elementos da Psicofísica*", que é o primeiro trabalho formal de Psicologia. Ebbinghaus utilizou-se de medidas rígidas e sistemáticas para o estudo dos processos mentais superiores, em particular, da memória.

Durante cinco anos esse pesquisador realizou estudos independentes (sem estar vinculado a nenhuma instituição científica), sendo ele o próprio sujeito e pesquisador. Contava o número de tentativas ou repetições necessárias à aprendizagem das "sílabas sem sentido", que era o material que utilizava. Eram listas compostas de sílabas semelhantes, mas não idênticas, geralmente com uma vogal entre duas consoantes (algumas possuíam quatro, cinco ou seis letras). O material era homogêneo e desconhecido (as sílabas eram semelhantes, mas não idênticas), com o qual o sujeito tivesse bem poucas associações passadas. As sílabas eram escritas em 2300 cartões individuais, sendo selecionados ao acaso. O objetivo do estudo era determinar a influência de várias condições sobre a aprendizagem e a retenção, tais como a diferença entre a velocidade para memorizar uma lista de sílabas sem sentido para o sujeito e um material mais significativo; ou para um material mais extenso. Ebbinghaus verificou que para memorizar estrofes da obra "*Don Juan*", de Byron, com 80 sílabas, eram necessárias nove leituras, enquanto para uma lista de 80 sílabas sem sentido eram necessárias quase 80 leituras (Schultz & Schultz, 1996).

Segundo Brito e Neumann (2001), uma das características fundamentais dos experimentos de Ebbinghaus foi a orientação da introspecção mais para as recordações do que para a descrição de experiências internas. Segundo os autores, na obra de Ebbinghaus,

... a introspecção seria direcionada a uma tarefa que a mente pode realizar, devendo ser analisada de acordo com as diferentes circunstâncias nas quais ocorre ou de acordo com as diferentes variáveis sob as quais ocorre. (Brito e Neumann, 2001, p. 32)

O trabalho não apresentava formulações sistemáticas sobre a estrutura da memória, sobre como as informações eram armazenadas e recuperadas, mas uma visão da memória em si e sua acessibilidade através de sensações de consciência, sentimentos e idéias. Por isso, a obra “*On Memory*” (Sobre a Memória) consiste em uma das mais relevantes referências para o estudo da memória:

Além de dar início a um novo campo de estudo, ainda vital hoje, a obra dá um exemplo de habilidade técnica, perseverança e engenhosidade. É impossível encontrar na história da psicologia qualquer outro pesquisador isolado que tenha se submetido a um regime tão rigoroso de experimentação. Sua pesquisa foi tão exigente, exaustiva e sistemática que é citada, mais de cem anos depois, em manuais contemporâneos. (Schultz & Schultz, 1996, p. 92).

Apesar de alguns pontos falhos serem apontados no trabalho desenvolvido por Ebbinghaus, o autor continua tendo grande relevância na história das pesquisas em psicologia experimental, particularmente nos estudos acerca da memória, devido à objetividade, quantificação e método utilizados na experimentação.

A partir dos resultados obtidos pelo autor, William James, na obra “*The Principles of Psychology*” (1890), propôs, através de um experimento com sílabas sem sentido, uma estrutura dualista de memória: a memória primária (imediate) e a memória secundária (indireta). Este conceito de uma estrutura dualista de memória serve como base para as teorias modernas sobre memória (Solso, 1991).

Baddeley (1999) descreveu o estudo de Ebbinghaus como uma “aplicação dos métodos experimentais recentemente desenvolvidos (na época da publicação de Ebbinghaus) para o estudo da percepção a outros processos mentais superiores, em particular à memória”. No entanto, falhou ao desprezar a complexidade da memória na vida cotidiana, utilizando-se de materiais artificiais. Embora tenha simplificado um processo cognitivo extremamente complexo, o trabalho de Ebbinghaus muito contribuiu para análises posteriores, pois demonstrou a possibilidade de aplicar o método experimental ao estudo dos processos cognitivos superiores.

Outro importante psicólogo, com destaque nos estudos realizados sobre alguns processos cognitivos superiores, dentre eles memória, percepção e imagem,

é Frederic Charles Bartlett, que publicou em 1932 a obra "*Remembering: A Study in Experimental and Social Psychology*". Nesta obra, o autor estava interessado, principalmente, nas condições de percepção, imagem e recordação individuais. Para tanto, utilizou-se de experimentos que puderam apontar fatores sociais interferindo nessas condições (Bartlett, 1932).

O autor considerava que os aspectos experimentais eram fundamentais para a Psicologia. Assim, o problema central do estudo foi referente às condições e variações dessas condições na percepção, imagem e recordação dos indivíduos. As considerações sobre as características descritivas de "o que é" percebido, imaginado ou recordado ficaram em um segundo plano.

O primeiro capítulo da obra abordava a relevância do método científico para a Psicologia, considerando que é esse método que dá suporte ao delineamento filosófico dessa ciência, fazendo referência à importância dos trabalhos de Fechner, Weber, Volkman, Wundt, Stumpf e Muller para o desenvolvimento da Psicologia Experimental.

Bartlett (1932) relatou que na mesma época em que Wundt fundava o primeiro laboratório de psicologia experimental (1879), Ebbinghaus tentava encontrar uma forma de aplicar os métodos experimentais de Fechner para o estudo de "processos mentais superiores", e particularmente, para a memória. Este trabalho tinha como ideal a simplificação dos estímulos e o isolamento da resposta. Para assegurar-se da simplificação dos estímulos usava "sílabas sem sentido", e considerava que a resposta seguiria imediatamente o estímulo que a originava.

No entanto, este tipo de experimento não era fácil de ser levado a termo. Primeiro porque não existem sílabas absolutamente sem sentido para todas as pessoas e, segundo, porque a uniformidade e simplicidade da estrutura dos estímulos não são garantias de uniformidade e simplicidade da estrutura da resposta, particularmente nos humanos. Frente ao estímulo, cada sujeito seleciona, a cada instante, diferentes pontos do que lhe foi apresentado e, conseqüentemente, se recorda de diferentes aspectos do estímulo que foi percebido.

Para Bartlett (1932), o trabalho de Ebbinghaus (1885, citado por Bartlett, 1932) pode ser contestado nos seguintes aspectos: a) não existem estímulos sem

significados; b) os esforços para criar uma atmosfera de artificialidade para todos os experimentos de memória consistiram em mais um estudo sobre a estabilidade e a manutenção da repetição de hábitos; c) a formulação de uma explicação para a variedade de respostas recordadas foi baseada, principalmente, na frequência e variações dos estímulos, no modo e na ordem de apresentação, ignorando, “perigosamente”, condições igualmente importantes da resposta, relacionadas às atitudes dos sujeitos e tendências de reação predeterminadas.

Recordar não é uma função completamente independente; totalmente distinta da percepção, imagem, ou de qualquer outro pensamento construtivo; mas tem íntima relação com todos eles.(Bartlett, 1932, p.13)

Buscando estudar essas relações entre percepção, imagem e memória, Bartlett, desenvolveu alguns experimentos descritos no livro “*Remembering*” (1932). Os experimentos sobre a percepção desenvolvidos pelo autor eram justificados pelo fato de muito do que é recordado ser determinado pela experiência prévia e pelo grau de definição com o qual o sujeito seleciona e submete o estímulo a métodos mais intensivos de estudo.

Os experimentos sobre a percepção consistiam em expor sujeitos adultos, em condições controladas, a objetos comuns do cotidiano, solicitando que os indivíduos reproduzissem os objetos tal como eram percebidos pela audição e pelo tato. Os materiais utilizados nos experimentos eram organizados por grau de dificuldade, iniciando com formas mais simples e passando às formas mais complexas. O material era exposto durante breves intervalos de tempo, aproximadamente $\frac{1}{15}$ a $\frac{1}{4}$ de segundo. Quando se tratava de formas mais simples os sujeitos desenhavam o que viam imediatamente após a exposição; em alguns casos, complementavam a reprodução gráfica com uma descrição oral sobre o objeto.

A partir destes estudos sobre a percepção, Bartlett (1932) concluiu que **“perceber alguma coisa é a mais simples, imediata e mais fundamental, das reações cognitivas humanas”**. Além disso, concluiu que:

- a. existe um predomínio de detalhes, isto é, não existe uma situação perceptual na qual algum detalhe não sobressaia e influencie o que é percebido em detrimento do restante;
- b. existe a necessidade de fundamentar a percepção, utilizando-se de um nome associado ao material, um material análogo conhecido, um plano de ordem de ações, ou uma fundamentação da representação na própria imagem sensorial, ou seja, é o *esquema* que torna a percepção possível;
- c. fatores atitudinais, tais como temperamento, interesses e atitudes freqüentemente direcionam e determinam o conteúdo da percepção;
- d. grande parte do que se diz perceber é, na verdade, inferido pelo sujeito através de processos inferenciais.

De acordo com Sternberg (2000), Bartlett (1932) foi o primeiro autor a utilizar o termo “esquema” na Psicologia, referindo-se a *uma organização de atividades de reações ou experiências passadas que precisam sempre estar presentes para operar alguma reação orgânica bem adaptada* (Bartlett, 1932, p.201). Ou seja, sempre que houver alguma ordem ou regularidade de comportamento, uma reação particular é possível somente porque está relacionada a outras reações similares, que são periodicamente organizadas, ainda que operem, não simplesmente como membros individuais vindo um após o outro, mas como uma massa unitária. Analisando o trabalho de Bartlett, Sternberg (2000) apontou que o constructo de esquemas seria relativo a *estruturas mentais necessárias para representar o conhecimento, abrangendo uma série de conceitos inter-relacionados em uma organização significativa* (Sternberg, 2000, p.185).

Através de estudos desenvolvidos na década de setenta Sternberg (2000) coletou evidências empíricas suficientes para supor que a memória semântica continha estruturas mais amplas que os conceitos. A noção de esquemas, proposta por Bartlett (1932), relativa a estruturas já existentes que permitiam ao sujeito a recordação de novas informações foi bastante utilizada e é fundamental para a compreensão da memória humana.

Um esquema fazia referência a uma estrutura organizada que captura nosso conhecimento e expectativas sobre o mundo. Em outras palavras, é um modelo de alguma parte de nosso meio e experiência. (Baddeley, 1999, p. 286)

As teorias contemporâneas que tratam dos esquemas enfatizam as seguintes características comuns nos esquemas: 1) são pacotes de informação que contêm um núcleo fixo e um aspecto variável; 2) podem relacionar-se entre si; 3) representam conhecimentos em todos os níveis de abstração, ou seja, podem ser aplicados desde ideologia e conceitos abstratos a conceitos muito concretos; 4) representam conhecimentos em vez de definições, isto é, constam dos conhecimentos e experiências que os sujeitos têm sobre o mundo, não constituindo regras abstratas; 5) são mecanismos de reconhecimento ativo, enfatizando primeiro o esforço e depois o significado.

Além dos estudos sobre percepção, que permitiu a Bartlett (1932) propor a estrutura de esquemas, o autor realizou experimentos sobre imagem, utilizando cartões com trinta e seis borrões diferentes, com a seguinte instrução aos sujeitos: *Aqui tem uma quantidade de borrões impressos. Eles não representam nada em particular, mas podem quase lembrar alguma coisa. Veja o que você pode fazer com isso, como algumas vezes você encontra formas nas nuvens, ou vê rostos no fogo.*

Os sujeitos então voltavam os cartões para si. O tempo entre a apresentação do estímulo e o surgimento da resposta era registrado e o cartão recolhido no momento em que o sujeito começava a registrar a imagem que tinha formado daquele borrão.

Os resultados experimentais demonstraram uma grande variedade de imagens formadas, sendo predominantemente encontradas características dinâmicas das sugestões: a maioria das imagens formadas era de seres vivos, tais como homens, animais e plantas. Foi verificado também que os interesses pessoais dos sujeitos direcionavam as imagens formadas e que ocorria uma tendência à repetição sucessiva de imagens formadas de diferentes borrões, indicando uma persistência das ações dos sujeitos.

Para a realização dos experimentos sobre recordação (remembering) foram utilizados cinco métodos distintos:

- a. o método da descrição (com rostos de soldados da Grande Guerra, em serviço);
- b. o método da reprodução repetida (com a estória da Guerra dos Fantasma);
- c. o método da descrição da figura (com cartões com figuras impressas de olho, boca, cabeça, etc.);
- d. o primeiro método da reprodução em série (com a estória da Guerra dos Fantasma sendo reproduzida por cada sujeito a partir da reprodução feita pelo sujeito anterior); e
- e. o segundo método da reprodução repetida (com material pictórico, em que cada sujeito construía sua reprodução a partir da reprodução elaborada pelo sujeito anterior).

Em todos os casos os sujeitos tiveram contato com o material durante um período suficiente para atentar aos detalhes. Após um período de 15 a 30 minutos, foram solicitados a reproduzir o material que haviam analisado.

Os experimentos em recordação permitiram ao autor concluir que percepção, reconhecimento e recordação são funções que pertencem às mesmas séries gerais, isto é, **nada pode ser reconhecido ou recordado, sem antes ter sido percebido.**

O autor concluiu que o ato de recordar pressupõe um padrão sensorial de origem, uma atitude ou orientação psicológica original, persistência dessa orientação ou postura em algumas situações e organização do material psicológico:

...o material recordado precisa, usualmente, ser classificado em relação a outros materiais e, nos casos mais completos, ele precisa ser datado, localizado e marcado de modo pessoal (Bartlett, 1932, p.195).

Ressaltando que esses experimentos sobre percepção, imagem e recordação foram realizados em laboratórios, com tarefas bem definidas e sob condições controladas, o autor concluiu que a percepção não é simplesmente uma recepção passiva de estímulos e a recordação não é uma simples replicação de padrões formados. Para perceber um estímulo apresentado, o sujeito precisa conectá-lo ativamente a algo mais, que ele já havia assimilado anteriormente. E recordar

envolve determinações do passado, ou seja, é influenciado pelos esquemas que o sujeito possui:

Recordar pode então ser definido como uma reconstrução imaginativa, ou como uma construção, fora da relação ou de nossos propósitos em relação a toda massa ativa de organização de reações passadas ou experiências, e com um proeminente detalhe que comumente aparece em imagem visual ou em forma de linguagem (Bartlett, 1932, p.213).

Memórias de longo prazo e de curto prazo

Embora a palavra memória sugira a existência de um termo unitário, trata-se de um sistema múltiplo, pois não existe um único sistema, mas muitos, e estes *variam em armazenamento desde pequenos armazenamentos momentâneos ao sistema de memória de longo prazo, que parece exceder extensamente em capacidade e flexibilidade ao maior ordenador disponível (Baddeley, 1999)*. Segundo o autor, a memória humana é um sistema de armazenamento e recuperação de informação, obtida através dos sentidos.

Durante a década de 60 houve muita controvérsia sobre considerar ou não a memória de curto prazo e a memória de longo prazo como sistemas independentes. De acordo com Baddeley (1999), as principais evidências sobre a existência de dois sistemas eram as seguintes:

1. As tarefas de livre recordação indicavam a existência de componentes independentes de curto prazo e de longo prazo.
2. O armazenamento de curto prazo demonstrava uma capacidade limitada, mas a recuperação desse armazenamento era muito rápida.
3. O armazenamento de curto prazo mostrava-se baseado em codificações fonológicas ou acústicas, enquanto os armazenamentos de longo prazo eram baseados em códigos semânticos.

4. As diferenças entre os armazenamentos de curto prazo e de longo prazo foram demonstradas empiricamente pelos estudos das neurociências.

As teorias de memória de curto prazo e atenção sempre estiveram próximas, uma vez que o componente de controle da memória de trabalho funciona como um componente supervisor da atenção. Através das conclusões de diversos estudos que buscavam verificar as relações entre a memória de trabalho e alguns processos cognitivos, tais como aprendizagem, compreensão e raciocínio, Baddeley (1999) afirmou que a memória de trabalho possui múltiplos componentes, sendo constituída de um sistema executivo central subsidiado por vários sistemas subordinados. Segundo esse autor, o sistema executivo central funciona mais como um sistema de atenção que de armazenamento de informação, pois a *memória humana é um sistema para o armazenamento e a recuperação de informação, que é, supostamente, obtida mediante nossos sentidos.*

Baddeley (1999) iniciou seu trabalho, fazendo uma breve exploração da memória humana, revisando os diversos tipos de memória visual e auditiva; afirmando a existência de sistemas similares relacionados aos demais sentidos, que, até então, não tinham sido muito explorados nas pesquisas.

As teorias contemporâneas de memória utilizam diferentes nomenclaturas para designar aquilo que, segundo Silver (1987) é o depósito permanente de conhecimentos e destrezas. Diferentemente da memória de trabalho que apresenta uma capacidade limitada, a memória de longo prazo é aparentemente ilimitada e, na memória de longo prazo os conhecimentos são armazenados e estruturados segundo um padrão, e essa memória configura-se como uma estrutura de nós interconectados, semelhantes a uma rede. Cada nó representa um item de informação, ou um feixe de pontos (*chunk*). Algumas teorias, segundo o autor, consideravam que o conhecimento conceitual é representado por nós (que representam o conceito, em si) e linhas que conectam esses nós (representando a associação significativa entre esses conceitos).

Segundo Arroyo (1992), trata-se de um mecanismo capaz de realizar a retenção de conhecimentos de qualquer tipo, que em algum momento o sujeito possuiu. São suas características fundamentais, além da capacidade aparentemente

ilimitada, a persistência duradoura de seus conteúdos e a pluralidade de códigos (devido à capacidade de retenção de conhecimentos de naturezas distintas, por diferentes meios para a aquisição), ainda que exista um predomínio de codificações semânticas.

Norman (1969) sugeriu que a organização do material armazenado é um aspecto crucial nas operações envolvendo a memória. A recuperação eficiente do material armazenado na memória de longo prazo pressupõe um procedimento de retenção, isto é a integração do novo material ao já existente na estrutura cognitiva requer a ordenação e a correspondência do material anteriormente retido.

Segundo Goldaracena (1992), existem dois tipos de memória de longo prazo complementares: a *memória* episódica e a *memória* semântica. A memória episódica representa nossa memória sobre os eventos e as experiências e é a partir dos elementos armazenados nessa memória que se pode reconstruir os eventos reais que ocorreram no passado. A memória episódica retém as informações sobre acontecimentos contextualizados, associados de forma espacial e temporal. Devido às informações da memória episódica estarem sempre associadas às circunstâncias em que cada informação foi retida, é considerada uma memória autobiográfica.

A memória semântica é um registro estruturado das habilidades, dos fatos, dos conceitos e das competências que nós desenvolvemos ou adquirimos. A informação na memória semântica é derivada daquelas contidas na memória episódica, de tal modo que se pode aprender fatos ou conceitos novos a partir da experiência.

A memória semântica refere-se ao conhecimento das palavras e seu significado, dos conceitos, de suas relações, das regras para a sua utilização, assim como ao conhecimento geral sobre o mundo quando tal conhecimento está relacionado ao contexto espaço-temporal de sua aquisição. (Goldaracena, 1992, p. 85)

Segundo Silver (1987), as teorias modernas, embora difiram na terminologia utilizada, admitem que os conhecimentos armazenados na memória semântica distinguem-se entre os conhecimentos proposicionais e de procedimento.

Embora exista interação entre os pontos armazenados nas duas memórias, uma das principais diferenças entre a memória semântica e a memória episódica é na maneira como os conhecimentos são representados. Essa diferença é vista por Silver (1987) do seguinte modo:

... a memória semântica é a memória para os sistemas simbólicos. Por outro lado, a memória episódica 'recebe e armazena informação de episódios ou eventos datados temporalmente e relações temporais-espaciais entre esses eventos; informações episódicas são sempre armazenadas em termos de sua referência autobiográfica para sempre existir conteúdos armazenados na memória episódica.
(Silver, 1987, p. 36)

Os conhecimentos são armazenados na memória através de redes semânticas. Norman (1982) afirmou, fundamentado na teoria das redes semânticas, que essas redes são estruturas em que os fragmentos de informação pertinentes estão relacionados de modo apropriado. As redes propiciam uma forma de representar as relações entre os conceitos e fatos de um sistema de memória, constituindo uma descrição apropriada do processo de raciocínio humano. Os elementos fundamentais de uma rede semântica são os *nós* e as relações. Uma das propriedades mais importantes das redes é a hereditariedade e de acordo com este princípio, em uma rede semântica, os nós descendentes, ou subconjuntos de um conceito, herdam as propriedades do conceito. Esses blocos de informação que formam conjuntos organizados de conhecimentos são chamados esquemas. Os esquemas representam um nível mais avançado de conhecimento que as simples estruturas das redes semânticas, pois *formam blocos de conhecimento que consistem em estruturas de conhecimento muito inter-relacionadas, talvez com os conteúdos representados, em parte, por uma pequena rede semântica* (Norman, 1982).

As teorias de memória de curto prazo e atenção sempre estão próximas, uma vez que o componente de controle da memória de trabalho funciona como um componente supervisor da atenção. Através de diversos estudos buscando verificar relações entre a memória de trabalho e alguns processos cognitivos (aprendizagem,

compreensão, raciocínio), concluiu-se que a memória de trabalho possui múltiplos componentes: um sistema executivo central (o mais importante, que, segundo Baddeley (1999), funciona mais como um sistema de atenção que de armazenamento de informação), um circuito articulatório (que retém a informação verbalmente) e uma “tábua de rascunho viso-espacial” (para a codificação visual ou espacial dos estímulos externos) que, é subsidiada por vários sistemas subordinados (Eysenk e Keane,1994).

O circuito articulatório é composto de um armazenador fonológico passivo, relacionado à percepção da fala e um processo articulatório, relacionado à produção da linguagem. O acesso das palavras ao armazenador fonológico pode ocorrer mediante palavras provenientes do meio externo ou da fala externa ou, ainda, de uma informação fonológica retida na memória de longo prazo.

Os estudos realizados em relação à memória de curto prazo buscam, basicamente, evidências da limitação desse recurso cognitivo. Segundo Arroyo (1992), as pessoas adultas são capazes de manter aproximadamente sete pontos ativos na memória de curto prazo, enquanto as crianças apresentam uma capacidade reduzida, variando em função das características das informações manipuladas.

Norman (1969) afirmou que a capacidade limitada da memória de curto prazo pode desempenhar um papel decisivo na determinação da organização da extensa capacidade da memória de longo prazo. Segundo o autor, a memória de curto prazo serve como um armazenamento de trabalho que manipula as informações que chegam através dos sentidos, até que sejam integradas com sucesso à memória de longo prazo.

Segundo Merkle (1988), a memória constitui uma parte do sistema humano de processamento de informação, que pode ser subdividida em três tipos a saber: a *memória sensorial*², a *memória de curto prazo* e a *memória de longo prazo*. O autor representou a relação entre esses três tipos de memória através do seguinte modelo.

² A memória sensorial armazena informações dos sistemas perceptivos para análise posterior. Pode ser classificada em memória icônica (memória visual de curto prazo) ou memória ecóica (memória de curto prazo para informações auditivas).

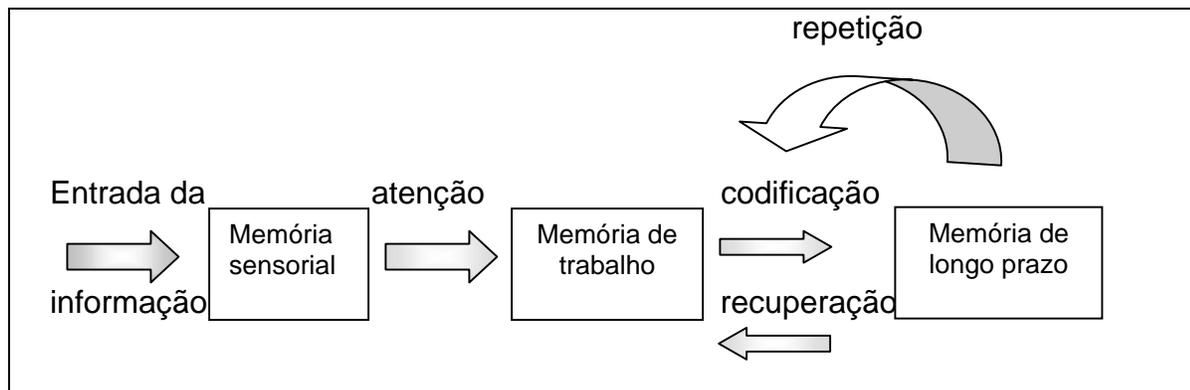


Figura 01: Modelo dos componentes da memória humana e processos relacionados (Merkle, 1988).

De acordo com esse modelo, a memória sensorial funciona como um amortecedor para os estímulos recebidos através dos sentidos. Essa memória sensorial diferencia-se de acordo com o tipo de estímulo recebido, em memória icônica, para estímulos visuais, memória ecóica, para estímulos auditivos e, memória tátil, para estímulos provenientes do tato. O acesso da informação da memória sensorial à memória de trabalho ocorre através da atenção, que funciona como um filtro para os estímulos que são realmente relevantes ao sujeito. A memória de trabalho funciona como ponto de partida para a recordação provisória da informação em questão. Pontos ativados na memória de curto prazo enfraquecem muito rapidamente, em média após 200 milésimos de segundo, além da capacidade limitada dessa memória. Um *chunk* da informação recebida pode conduzir a um aumento na capacidade de memória de curto prazo. Porém, a interferência de outros estímulos provoca, com freqüência, distúrbios na retenção de informações, na memória de curto prazo.

A memória de longo prazo é requerida no armazenamento de informações durante longos períodos de tempo. A informação ativada na memória de trabalho é transferida para a memória de longo prazo após alguns segundos. Diferentemente do que ocorre com as informações na memória de trabalho, na memória de longo prazo o declínio da informação é reduzido. Segundo o autor, existem dois tipos de memória de longo prazo: a memória episódica (que representa nossa memória dos eventos e

das experiências) e a *memória* semântica (que constitui um registro estruturado de fatos, conceitos e habilidades adquiridas) sendo que a informação contida na memória semântica é derivada de informações contidas na memória episódica. De acordo com o modelo proposto pelo autor, existem três processos relacionados à memória de longo prazo: o armazenamento, o esquecimento e a recuperação. Uma informação da memória de trabalho é armazenada na memória de longo prazo pela repetição, ou exposição repetida ao estímulo, e o esquecimento, segundo Merkle (1988) é causado, principalmente, pelo declínio e pela interferência. O autor não desprezou a influência de fatores emocionais nos processos relacionados à memória, embora tenha questionado se as informações contidas na memória de trabalho são realmente esquecidas, ou se existe uma maior dificuldade em recuperá-las. Uma informação contida na memória de longo prazo pode ser recuperada de duas formas distintas: através da recordação (quando a informação pode ser reproduzida na memória), ou através do reconhecimento (quando diante de uma informação, o sistema sugere que o sujeito já teve contato anterior com a informação). Embora pouco complexo, uma vez que o sistema apenas sugere ao sujeito que já houve um contato anterior, o reconhecimento auxilia a recuperação à medida que permite ao sistema localizar mais rapidamente a informação na memória de longo prazo.

Outros processos cognitivos superiores

A atividade de solução de problemas pode evidenciar diversas reações e processos cognitivos superiores a ela subjacentes, dentre eles, a percepção, a representação, a imagem, a retenção e a recuperação de informações contidas na memória. Ao elaborar a representação de um problema, os sujeitos habilidosos são capazes de diferenciar claramente três elementos em um problema: as relações que possuem significado matemático básico; as quantidades não essenciais para aquele tipo de problema, mas que são essenciais naquela variante e as quantidades

supérfluas para aquele problema específico. Assim, os sujeitos percebem o material matemático contido no enunciado verbal de um problema de forma analítica (isolando diferentes elementos da estrutura, acessando-os de maneira diferenciada, sistematizando-os e determinando sua hierarquia) e de forma sintética (combinando os elementos, estabelecendo relações matemáticas e funções de dependência entre eles), simultaneamente. Dentre os determinantes da representação de um problema estão os conhecimentos prévios que o sujeito possui. Ao formar a representação de um problema, o sujeito recupera na memória, os procedimentos adequados aplicáveis àquela situação e, é exatamente essa representação que vai orientar a recordação de tais procedimentos (Chi & Glaser, 1992).

De acordo com a afirmação anterior, durante a solução de problemas alguns processos cognitivos superiores podem ser evidenciados, dentre eles a atenção, a percepção, a representação, a imagem e a memória.

A atenção é um processo cognitivo superior que abrange toda informação que a pessoa está manipulando – uma parte da informação disponível na memória de trabalho, da sensação e de outros processos cognitivos. Ela possibilita a utilização criteriosa dos recursos cognitivos ativos limitados da memória de trabalho, para responder rápida e corretamente aos estímulos que interessam para recordar a informação importante:

Atenção é a relação cognitiva entre a quantidade limitada de informação que é efetivamente controlada mentalmente e a enorme quantidade de informação disponível através de nossos sentidos, memórias armazenadas e outros processos cognitivos. (Sternberg, 2000, p.107)

Norman (1969) definiu atenção como capacidade para extrair uma mensagem de um contexto mais amplo. Trata-se, portanto, de uma característica seletiva, ou ainda, de uma limitação, uma vez que os seres humanos só podem realizar um número limitado de atividades complexas de forma simultânea.

Enquanto processo cognitivo, a atenção permite ao sujeito monitorar suas interações com o meio, mantendo a consciência do quão bem está se adaptando à situação. Permite ainda relacionar a memória e as sensações, dando sentido de

continuidade às experiências passadas e presentes. É a atenção que favorece o controle e o planejamento de situações futuras, através do monitoramento de informações passadas, que estão armazenadas na memória e as presentes, expressas pelas sensações.

Segundo Eysenk e Keane (1994) as pesquisas e teorias sobre atenção têm apresentado limitações, pois a maioria delas tem se ocupado em descrever os aspectos externos da atenção, em detrimento dos componentes internos que, segundo os autores, relacionam-se aos pensamentos do sujeito e às informações contidas na memória de longo prazo. Ainda assim, o espectro de problemas a serem estudados em relação à atenção é bastante amplo, e as pesquisas, de modo geral, ocupam-se das diferenças entre os processos de *atenção focada* (quando o sujeito processa um único *input*) e *atenção dividida* (quando o sujeito processa simultaneamente vários *inputs* provenientes do meio externo). Diferentemente da consciência³, a atenção é a tomada de posse, pela mente, de um ou mais objetos de pensamento. Isso implica, muitas vezes, em abandonar algumas coisas, para ocupar-se efetivamente de outras. Os processos automatizados e controlados são exemplos disso. Neumann (1995, p. 51-52), a partir de estudos sobre as principais diferenças entre os processos, apresentou as características sintetizadas na tabela a seguir:

³ Consciência, de acordo com Sternberg (2000), pode ser considerada a realidade mental criada pelo sujeito a fim de adaptar-se ao mundo.

Tabela 1: Comparação entre as principais características dos processos automatizados e controlados (Neumann, 1995, p. 51-52)

<p>Processamento de informação automático</p> <p><i>Sistema de ativação de uma seqüência de nós</i></p>	<p>Processamento de informação controlado</p> <p><i>Seqüência de nós temporariamente ativada sob controle do sujeito</i></p>
<p><i>Características:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. O sistema é quase sempre ativado em função de uma seqüência particular de inputs. 2. A seqüência é ativada sem necessidade de controle ativo ou atenção por parte do sujeito. 3. Um elemento qualquer pode fazer parte de diferentes processos ou seqüências automáticas. 4. O processamento de informação automático requer extenso treinamento para ser desenvolvido e, uma vez estabelecido, é bastante resistente, sendo difícil de ser modificado, suprimido ou ignorado. 	<p><i>Características:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Só pode ser executada uma seqüência controlada por vez, sem que sofra interferência. Duas seqüências só podem ser ativadas nos casos de processos vagarosos, onde a atenção pode alternar de forma sucessiva, de um processo para outro, sem prejudicar o desenvolvimento das seqüências. 2. Os processos controlados podem ser configurados, alterados, aplicados a situações novas e inter-relacionados com outros processos. 3. Esses processos controlados ocupam a capacidade de armazenamento da memória de curto prazo, o que limita a quantidade de elementos que podem ser processados de forma simultânea.

Os processos controlados são sempre acessíveis ao controle consciente; são processos que requerem controle consciente do sujeito, e por isso, são processos atencionais, sendo realizados em série, um após o outro, demandando tempo e esforço por parte do sujeito.

Já os processos automatizados não envolvem controle consciente por parte do sujeito, ou seja, são processos não-atencionais. São paralelos, sendo freqüentemente realizados simultaneamente a outras atividades, sendo relativamente rápidos e não exigindo muito esforço ou intencionalidade por parte do sujeito.

O automatismo de um processo ocorre com a consolidação de várias etapas separadas em uma única operação que exige pouco ou nenhum recurso cognitivo, tais como atenção ou memória de trabalho, pois *quando um dado estímulo é emparelhado reiteradamente com a mesma resposta, parece que utiliza progressivamente menos recursos da atenção, interferindo cada vez menos em outras tarefas concorrentes, adquirindo o que por regra geral denomina-se automaticidade* (Baddeley, 1999, p. 107)

O automatismo de um processo pode ser entendido como a recuperação, na memória, de uma etapa simples que permite o acesso direto a todas as etapas necessárias à solução de um problema. Os processos automatizados se caracterizam pela ausência de interferência entre as tarefas automatizadas e as outras atividades concorrentes, além de uma tendência involuntária de o estímulo evocar a resposta. Esses processos dirigem atividades relativamente fáceis, enquanto os processos controlados realizam as tarefas mais difíceis; porém, com prática suficiente, as tarefas complexas também podem ser automatizadas.

Schneider e Schiffrin (citados por Eysenk e Keane, 1994) diferenciam claramente as características dos processos automatizados e controlados, de acordo com os recursos da atenção, pois, segundo eles, os *processos controlados têm uma capacidade limitada, necessitam de atenção e podem ser utilizados de forma flexível sob diferentes circunstâncias; os processos automáticos não sofrem de limitações da capacidade, não necessitam de atenção e são muito difíceis de modificar uma vez aprendidos*. (Eysenk e Keane, 1994, p. 107)

De acordo com Norman (1982), o automatismo de procedimentos pode ser facilmente visualizado quando um sujeito, considerado *expert*, realiza determinadas atividades. Os *experts* não necessitam de concentração em suas ações, pois possuem habilidades para realizá-las com o mínimo de atenção despendida na tarefa realizada: o desempenho parece automatizado. Além disso, cinco características diferenciam o desempenho do *expert* em uma tarefa do desempenho normal. São elas: a fluidez (facilidade para transformar as tarefas em algo muito fácil, passando de uma ação a outra com “elegância”); os automatismos (ao realizar as tarefas com fluidez e menos esforço, é requerido cada vez menos controle consciente da

atividade); o esforço mental (à medida que a destreza aumenta o controle mental diminui: à medida que ocorrem os automatismos, as demandas de recursos conscientes são reduzidas e, conseqüentemente, ocorre a redução da fadiga mental); a tensão (a tensão inerente à tarefa subtrai recursos mentais do sujeito novato, deteriorando o desempenho) e; o ponto de vista (o *expert* sempre tem consciência dos objetivos que deseja atingir na execução de uma tarefa, voltando suas ações para a consecução desses objetivos).

A habituação, um processo paralelo à automatização, permite ao sujeito prestar cada vez menos atenção a um estímulo à medida que vai se acostumando ao mesmo. A habituação está intimamente relacionada à quantidade, à duração e ao caráter recente das exposições anteriores ao estímulo, não estando relacionada a sua intensidade e sendo acessível ao controle consciente. Esse processo permite ao sujeito desviar a atenção de estímulos relativamente estáveis e conhecidos para estímulos novos e variáveis. Com isso, permite ao sistema de atenção algumas funções importantes, tais como a *atenção seletiva* (escolha de um estímulo para prestar atenção, ignorando os demais), a *vigilância* (espera atenta pela manifestação de um estímulo específico), a *sondagem* (procura ativa de estímulos específicos) e a *atenção dividida* (distribuição de recursos atencionais para coordenar o desempenho de duas ou mais tarefas simultâneas).

Além da atenção, outro processo cognitivo relevante para o presente estudo é a aprendizagem. De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977), a aprendizagem é *um processo ou operação, inferida a partir de mudanças permanentes no comportamento*. Ou seja, a aprendizagem não pode ser diretamente observada, mas é inferida mediante o desempenho.

A aprendizagem, segundo Baddeley (1999), é uma modificação de um comportamento que ocorre através da experiência. Segundo o autor, os livros sobre memória, quando se referem à aprendizagem, consideram-na como situações em que o sujeito apresenta uma recordação de um incidente pessoal ou a aquisição de uma nova informação. Essas situações são consideradas exemplos de “aprender o que”.

Por outro lado, outros livros de psicologia concentram-se na aprendizagem como o domínio de uma nova técnica, o “aprender como”, ou na aquisição de um novo hábito, foco da psicologia clínica e modificação de comportamento. Segundo Baddeley (1999), a aprendizagem só ocorre mediante a experiência, com a influência da atenção e da motivação; mas a prática é geralmente requerida na assimilação de novas informações e produz melhores efeitos quando efetivada durante longo período de tempo.

Craik e Lockhart (citados por Baddeley, 1999) sugeriram a possibilidade da aprendizagem ser uma função do nível de processamento:

...primero, que el procesamiento semántico más rico y más profundo produce normalmente mejor aprendizaje y, em segundo lugar, que el repaso activo puede tener dos características generales: el mantenimiento de la información durante um periodo de tiempo breve o la incorporación de nueva información a la antigua... (Baddeley, 1999, pp.144).⁴

A indissociabilidade entre a aprendizagem e a memória humana pode ser percebida pela importância da organização dos conhecimentos em três níveis:

- a organização que já existe na memória de longo prazo,
- a organização que pode ser percebida ou gerada a partir do material a ser aprendido e,
- a organização (que engloba as duas anteriores), que permite acesso ao novo material, como e quando se queira.

A percepção consiste de um conjunto de processos psicológicos, pelos quais as pessoas reconhecem, organizam, sintetizam e fornecem significação, em nível cognitivo, às sensações recebidas dos estímulos ambientais, através dos órgãos dos sentidos humanos. A percepção pode ser tratada de acordo com duas perspectivas e pode ser vista como *percepção construtiva* ou *percepção direta*. A percepção construtiva, ou inteligente, admite que o sujeito cria a percepção (a compreensão

⁴ ...primeiro, que o processamento semântico mais rico e mais profundo produz normalmente uma melhor aprendizagem e, em segundo lugar, que o repasse ativo pode ter duas características gerais: a manutenção da informação durante um breve período de tempo ou a incorporação da nova informação à antiga.

cognitiva) usando, a partir do estímulo, a informação sensorial, vista como fundamento da estrutura perceptual, além de utilizar outras fontes de informação. Nesta teoria, o pensamento de ordem superior é relevante na construção da percepção e, durante essa construção, várias hipóteses são testadas. Existe, portanto, uma interação entre a inteligência e os processos perceptivos, sendo por isso também chamada percepção inteligente. Na teoria da percepção direta, as informações e o contexto são necessários e suficientes para a formação da percepção e os indícios necessários à construção da percepção são estritamente inerentes ao estímulo (Sternberg, 2000).

A representação do conhecimento, segundo Sternberg (2000) é a forma pela qual o sujeito conhece objetos, eventos e idéias que são externos a sua estrutura cognitiva. A representação compreende várias formas do pensamento e permite criar e modificar as estruturas do conhecimento declarativo e de procedimento que o sujeito possui.

A imagem, intimamente relacionada à representação, pode envolver qualquer sentido humano, mas é predominantemente visual. Imagem refere-se à representação mental de objetos, eventos, ambientes ou de outros estímulos que não são imediatamente perceptíveis aos receptores sensoriais (não estão imediatamente disponíveis para a percepção através dos sentidos).

A representação difere de acordo com a natureza do conhecimento e pode ser classificado em declarativo (corpo organizado de informações factuais), ou de procedimentos (algoritmos de execução de uma tarefa). Essa distinção entre duas classes de estrutura do conhecimento é baseada na epistemologia clássica e, tem como fundamento a diferença entre “*saber o que*” e “*saber como*”. Hiebert e Lefevre (1986) afirmaram que essa distinção entre duas classes de conhecimento ocorre nos campos da psicologia e filosofia há aproximadamente um século, mudando a nomenclatura de acordo com a época.

Thorndike (1922) apresentou o caso da aprendizagem de destrezas e descreveu em detalhes como as destrezas podem ser ensinadas para maximizar a retenção. Brownell (1935) opôs-se à ênfase na aprendizagem de destrezas isoladas e argumentou vigorosamente por uma maior ênfase na compreensão. Essencialmente o mesmo debate foi trazido de volta periodicamente através da ênfase de Gagné (1977) na aprendizagem de destrezas em contraste com o caso de Bruner (1960) pela compreensão. (Hiebert e Lefevre, 1986, p.2)

A representação do conhecimento declarativo é baseada no constructo de esquemas (estruturas mentais que representam o conhecimento, abrangendo uma série de conceitos inter-relacionados em uma organização significativa). Os esquemas caracterizam-se pela inclusão de outros esquemas, pela abrangência de fatos típicos gerais, pela variação em graus de abstração, pela inclusão de informações sobre relações entre conceitos e pela inclusão de informações que podem ser usadas para extrair inferências (Pozo, 1994).

A organização dos esquemas pode ocorrer em *redes semânticas* que são modelos alternativos para representar o conhecimento declarativo. Uma rede semântica é um conjunto de elementos interconectados, sendo que as conexões entre os elementos são baseadas nos significados. As conexões entre os “nós” da rede semântica ocorrem por meio de relações classificadas, envolvendo qualidades, atributos ou outras relações semânticas entre os conceitos. Essas relações classificadas são responsáveis por vínculos na memória que permitem conectar vários “nós” significativamente.

Uma forma bastante utilizada de representar o conhecimento de procedimento é através de um conjunto de regras de produção, do tipo “se-então”. A cláusula “se” da regra inclui um conjunto de condições que devem ser atendidas a fim de levar o sistema a executar a cláusula “então”. A cláusula “então” corresponde a uma ação, ou um conjunto de ações. Quando as regras de produção são descritas com exatidão, apenas as ações relevantes são observadas.

As regras de produção são organizadas em estruturas de *rotinas* (instruções para a realização de uma tarefa) e *sub-rotinas* (instruções para a realização de uma

sub-tarefa dentro de uma tarefa mais ampla, coordenada por uma rotina), muitas vezes iterativas.

Assim, de acordo com Sternberg (2000, p. 189) quando o sujeito precisa desempenhar uma determinada tarefa ou usar uma habilidade específica, a representação do conhecimento vai envolver um sistema de produção que compreende todo o conjunto de regras (produções) para realizar a tarefa ou usar a habilidade.

A teoria ACT (Anderson, 1983-b) combina formas de representação mental do conhecimento declarativo e de procedimento, descrevendo a representação e o processamento da informação. Dentre as teorias computacionais modernas, esta teoria é considerada uma teoria unitária do processamento de informação pois considera todos os processos cognitivos superiores (memória, linguagem, solução de problemas, imagens, dedução e indução) como manifestações diferentes de um mesmo sistema subjacente.

O sistema é baseado na existência de uma **memória de trabalho**, de curto prazo, requerida nos processos de codificação, atuação, comparação, execução, armazenamento e recuperação; e dois tipos de memória de longo prazo: **a memória declarativa** (que contém o conhecimento declarativo sobre o mundo) e uma **memória de procedimento** (contém informações das destrezas que possui o sistema). A divisão da memória de longo prazo em duas memórias é uma distinção filosófica entre o “saber o que” e o “saber como”.

De acordo com a teoria ACT, a ativação do sistema ocorre por meio de um processo de codificação de um estímulo proveniente do mundo exterior na memória de trabalho. A memória de trabalho, por sua vez, busca conhecimentos declarativos relacionados à situação, através de um processo de armazenamento. Os conhecimentos da memória declarativa são ativados na memória de trabalho mediante um processo de recuperação. A seguir, ocorre a comparação, ou seja, os conhecimentos declarativos ativados na memória de trabalho orientam a seleção de pontos aplicáveis à situação na memória de procedimento. Caso nenhum ponto retido na memória de procedimento seja totalmente aplicável à situação, através de um processo de aplicação, são verificados os conhecimentos de procedimento que

satisfazem parcialmente as condições do problema. Este processo é chamado aplicação. Mediante a identificação dos conhecimentos de procedimento selecionados, ocorre o processo de execução, em que são realizados os procedimentos ativados na memória de trabalho. Para concluir a execução da atividade, o sistema, através de um processo de atuação, retorna ao mundo exterior a resposta ao problema solucionado.

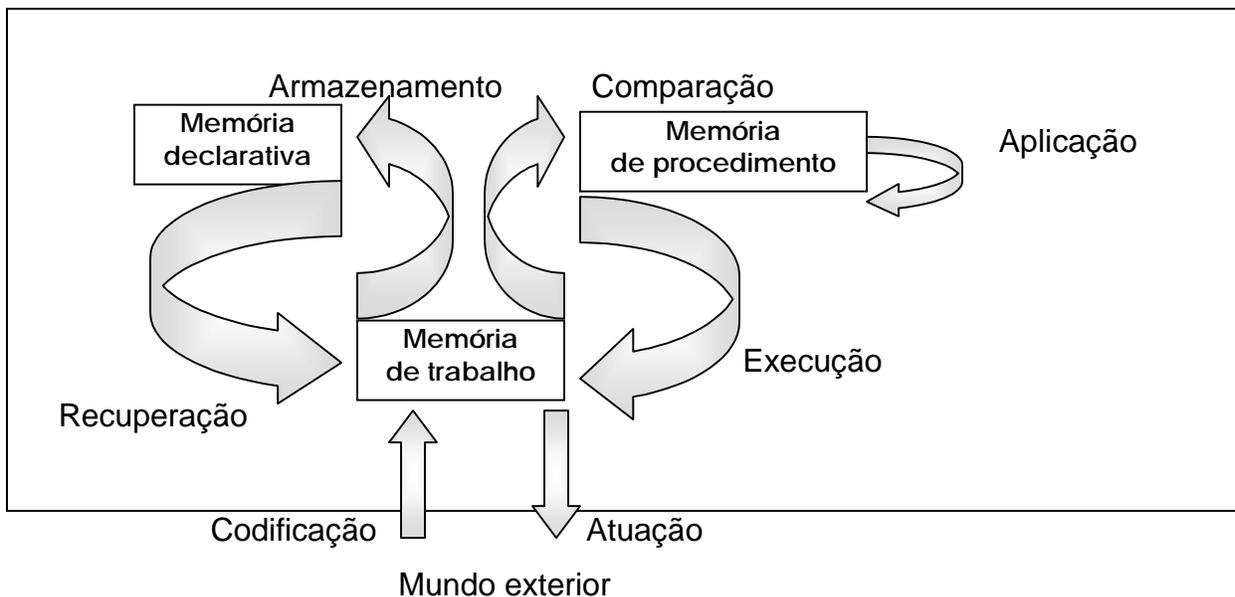


Figura 02: Modelo dos principais componentes, estruturas e processos relacionados, na teoria ACT (Traduzido de Anderson, 1983-b, p.19).

O conhecimento declarativo nunca desencadeia ações diretamente sobre o mundo, mas pode ativar o conhecimento de procedimento que é responsável pelas ações. As unidades cognitivas, ou “nós”, na memória declarativa podem ser classificados em três tipos:

1. as cadeias temporais, que codificam a ordem de um conjunto de itens;
2. as imagens espaciais, que codificam a configuração espacial; e,
3. as proposições abstratas, que codificam os significados.

Esse conhecimento é estável e normalmente permanece inativo; apenas quando os nós são ativados eles vão ter influência sobre determinados pontos da memória de procedimento.

Os nós da memória declarativa podem ser ativados na memória de trabalho em decorrência de estímulos externos ou do próprio sistema, em consequência da execução de uma ação. A ativação de um ponto depende da frequência com que é requerido na memória de trabalho e de seu emparelhamento (correspondência com a informação contida na memória de trabalho).

O conhecimento declarativo é organizado em redes hierárquicas e tem uma força associada em função da frequência de uso. Por essa razão, a ativação se propaga na rede. Quanto mais forte for o nó, maior a quantidade de ativações se propagando. Extinguindo a fonte, a ativação desaparecerá paulatinamente.

Na memória de procedimento, o conhecimento é armazenado na forma de produções ou pares “condição-ação”. As produções adotam a forma condicional “se...então...”. Assim, quando um conhecimento declarativo é ativado na memória de trabalho, é emparelhado com a condição de um procedimento e a ação correspondente é executada imediatamente. Pode acontecer de a informação, na memória, não satisfazer plenamente nenhum nó da memória de procedimento. Neste caso podem ser ativados procedimentos cujas condições estejam parcialmente satisfeitas. Assim como na memória declarativa, a força dos procedimentos está associada à frequência de ativação.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) a frequência de ativação de pontos das memórias declarativa e de procedimento, considerada pelos autores como repetição deve ser levada em consideração quando se está interessado na ocorrência de uma aprendizagem significativa. De acordo com os autores *o efeito mais imediato da prática é o aumento da estabilidade e da clareza* dos novos elementos incorporados à estrutura cognitiva. Assim, a prática e o treino, que muitas vezes são considerados pouco relevantes para a aprendizagem significativa, são, segundo os autores, uma variável muito importante para a retenção de longo prazo e a transferência de conteúdos entre tarefas. Os autores afirmaram que a prática influencia a estrutura cognitiva de quatro maneiras distintas, a saber: aumentando a força dissociativa dos significados (o que favorece a retenção); aumentando a receptividade do sujeito para novas apresentações do mesmo conteúdo; capacitando

o sujeito a utilizar o esquecimento para fortalecer o ponto na estrutura cognitiva e; facilitando a aprendizagem e retenção de novos conhecimentos relacionados.

A memória matemática, enquanto componente da estrutura geral das habilidades matemáticas

Para obter sucesso na solução de um problema matemático é necessário que indivíduo apresente alguns fatores, denominado por Krutetskii (1976) de *prontidão*. Segundo o autor, esses fatores são divididos em dois grandes grupos: primeiro, a habilidade para realizar a atividade com êxito, e segundo algumas condições psicológicas necessárias para a realização da atividade com sucesso. Essas condições seriam uma atitude positiva em relação à atividade (interesses, inclinações), alguns traços da personalidade, o estado mental do sujeito e os conhecimentos, hábitos e destrezas prévios do sujeito.

Habilidades, segundo Krutetskii (1976), são características psicológicas específicas e complexas, sendo que existe uma estrutura de componentes básicos das habilidades matemáticas. Esses componentes combinam-se de diversas maneiras possíveis, formando diferentes habilidades matemáticas.

De forma bastante clara e resumida, Krutetskii (1976) apresentou o perfil geral da estrutura das habilidades matemáticas durante a idade escolar, sendo essa estrutura relacionada aos três estágios básicos de atividade mental de um sujeito durante a solução de um problema.

Dentre esse componentes da estrutura geral das habilidades matemáticas, a memória matemática, que é um componente relacionado ao terceiro estágio do processo de solução de problemas, refere-se à *“existência de uma memória generalizada para relações matemáticas, características típicas, esquemas de argumentos e provas, métodos de resolução de problemas e princípios de abordagem”* (Krutetskii, 1976).

A memória matemática não é um determinante de existência ou ausência de habilidade. Sua essência está na recordação generalizada de esquemas típicos de raciocínios e operações. A memória matemática é caracterizada nos sujeitos

habilidosos como uma retenção “generalizada e operante” e uma rápida elaboração de representações de problemas e relações, no domínio dos símbolos numéricos e verbais. A memória matemática é notavelmente seletiva, ou seja, a estrutura cognitiva não retém toda a informação matemática disponível na situação, mas “refina” os dados concretos que representam estruturas abreviadas e generalizadas. Esse tipo de retenção torna o método mais econômico e conveniente, pois ao reter a informação deste modo, não sobrecarrega a estrutura cognitiva com informações desnecessárias, permitindo que mais informações sejam retidas e, conseqüentemente, que sejam acessadas mais facilmente (Krutetskii, 1976).

Para acessar a memória matemática, o autor propôs algumas séries de problemas. Dentre estas, a série XXII é composta por problemas com termos difíceis de recordar. Nesta série, a *“complexidade é introduzida deliberadamente, a fim de que o sujeito não tenha a possibilidade de memorizar o problema completo após uma leitura”*. De acordo com o autor, sob essas condições experimentais, podem ser reveladas *“não apenas características da função mnemônica, mas também algumas características da percepção e generalização”* (Krutetskii, 1976, p.155).

Baseando-se nas evidências empíricas apresentadas pelos diferentes autores sobre os processos cognitivos anteriormente apresentados este estudo admite que um sujeito, ao deparar-se com um problema, inicialmente percebe a situação. Após a percepção, o sujeito elabora uma representação da situação e a partir dessa representação ativa os pontos da memória declarativa que contêm os conceitos envolvidos no problema. Mediante a ativação desses pontos na memória de trabalho, os pontos da memória de procedimento que contêm os procedimentos aplicáveis à situação são executados.

Considerando-se um problema uma situação a ser solucionada sem que se disponha de uma estratégia imediata (Alves, 1999), esse tipo de atividade é considerado um processo controlado, ou seja, que requer recursos da atenção. Além disso, todos esses processos envolvidos na solução de um problema diferenciam-se nos sujeitos de acordo com a complexidade de seus esquemas. Após solucionar um problema matemático ocorre a retenção de informações matemáticas: a memória

matemática. Os sujeitos mais habilidosos retêm as informações de modo generalizado, favorecendo a percepção do problema (ao direcionar a atenção aos elementos relevantes do problema), a representação (ao estabelecer as relações entre os elementos de forma eficiente), a ativação dos conceitos e procedimentos envolvidos no problema (mediante a representação adequada da situação) e, conseqüentemente, o sucesso na solução do problema.

CAPÍTULO 2

Revisão Bibliográfica

“Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino”.
(Paulo Freire)

Buscando contextualizar o problema proposto foi realizada uma revisão da literatura relacionada ao assunto. Como o presente estudo tem como objetivo estudar relações entre a memória, o desempenho, o conhecimento declarativo e de procedimento e o tipo de procedimentos empregados na solução de problemas, estas foram as palavras-chave utilizadas.

A solução de problemas e, em particular, a solução de problemas matemáticos é uma atividade através da qual são evidenciados diversos processos cognitivos. A literatura relativa a esse tema é vasta. Com o objetivo de analisar as relações entre a solução de problemas e a aptidão verbal, Brito, Fini e Neumann (1994) analisaram os protocolos de sessenta e quatro estudantes de primeiro e segundo anos de um curso de licenciatura em Matemática. Os sujeitos foram solicitados a resolver uma prova matemática com doze problemas de estruturas algébrica, aritmética e geométrica, onde eram apresentados apenas os dados e relações entre eles sem que as perguntas dos problemas estivessem formuladas. Durante a coleta de dados, os sujeitos eram solicitados a elaborar uma pergunta correspondente a cada enunciado de problema para depois solucioná-lo. Outro instrumento utilizado foi o teste de raciocínio verbal do DAT- *Differential Aptitude Tests*, que possibilitava avaliar a habilidade de abstrair e generalizar conceitos expressos em palavras. Através de análise de correlações e dos componentes principais, os autores concluíram que as habilidades: flexibilidade de pensamento matemático, habilidade de abreviar passos e a memória matemática, envolvidas nas atividades de solução de problemas são as

mais relevantes dentre os componentes da habilidade matemática. Além disso, foi fundamental para a solução que o sujeito compreendesse a natureza do problema, mesmo que essa compreensão não fosse determinante para o sucesso na solução.

A análise dos resultados permitiu aos autores concluir que o raciocínio verbal não é um elemento de primeira importância dentro da estrutura das habilidades matemáticas, mas apresenta alta relação com o fator matemático geral, mas a habilidade verbal foi fundamental para a compreensão do enunciado do problema. A partir dos resultados obtidos, os autores apresentaram um modelo da relação entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático durante a solução de problemas (Brito, Fini, Neumann, 1994), apresentado na figura 03:

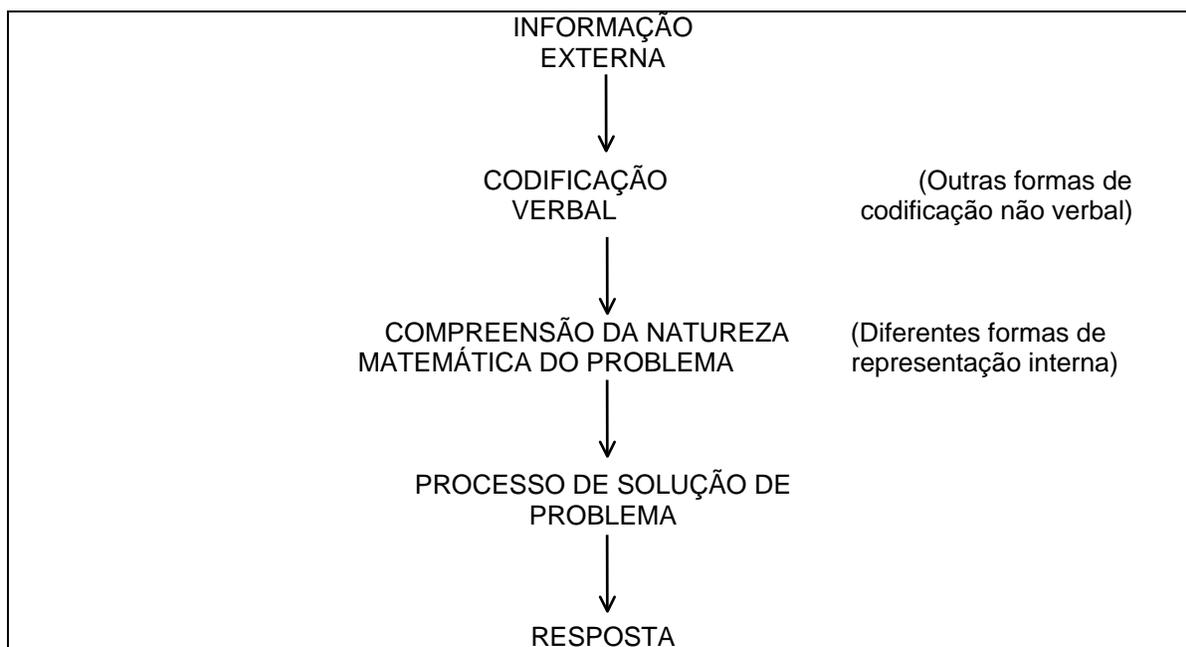


Figura 03: Modelo da relação entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático durante a solução de problemas com enunciados verbais (Brito, Fini, Neumann, 1994)

Os resultados obtidos pelos autores contribuíram para o presente estudo devido à relevância atribuída ao raciocínio verbal na execução de atividades matemáticas. Durante a codificação verbal do problema estão envolvidos processos

cognitivos de percepção e representação, que são anteriores ao processamento da informação durante a solução de um problema.

Com o objetivo de verificar o estágio de pensamento, durante a solução de problemas, no qual os estudantes apresentavam maior dificuldade e que os levava ao fracasso na tarefa, Alves e Brito (1999) elaboraram uma investigação tendo como sujeitos 53 estudantes concluintes do Ensino Médio de uma escola pública e uma escola privada. O instrumento usado foi uma prova contendo cinco problemas de estrutura aritmética e os sujeitos foram instruídos a deixar registrados, na folha, os cálculos utilizados para atingir a solução. Os protocolos foram analisados, atribuindo diferentes pontuações aos diferentes níveis que os estudantes atingiram na solução.

A análise dos resultados mostrou que o estágio de pensamento durante a solução de problemas em que os estudantes apresentaram maior dificuldade foi a obtenção da informação matemática. Esta constitui a primeira etapa da solução, quando o sujeito, a partir da leitura de um enunciado, obtém informações sobre a estrutura matemática do problema. Em geral, os sujeitos, que eram capazes de realizar corretamente esta etapa da solução dos problemas, atingiam sem maiores dificuldades as etapas posteriores relativas ao processamento matemático da informação. Nesse estudo, não foi analisado o terceiro estágio do pensamento durante a solução de problemas, a retenção da informação matemática, que se refere às informações sobre as estratégias de solução retidas na memória dos indivíduos, sendo posteriormente transferidas ou aplicadas em situações similares.

As conclusões apresentadas pelas autoras reforçaram indícios teóricos e resultados de outras pesquisas de que a percepção e a representação da informação estão intimamente relacionados aos demais processos cognitivos superiores, sendo precedentes à ativação dos pontos requeridos para a solução, nas memórias declarativa e de procedimento.

Outro estudo que buscava evidências de que as dificuldades na compreensão dos enunciados verbais de problemas influenciavam a transformação destes em relações matemáticas, influenciando o desempenho na atividade foi o realizado por Stern (1993). Esta autora usou o modelo que supõe dois níveis de representação para problemas que envolvem comparações entre conjuntos, a saber, um nível

proposicional, baseado na compreensão da linguagem e, um nível situacional, caracterizado pela construção de um modelo mental da situação. Dentro deste segundo nível aparecem diferentes etapas da construção destes modelos mentais e permitem ao sujeito compreender e solucionar os problemas. Em primeiro lugar surge a construção de modelos episódicos da situação; a seguir, vem a modelagem do problema, sendo esta a etapa na qual são abstraídas as características específicas da situação e, finalmente o sujeito seleciona um modelo matemático apropriado àquele problema. O uso de palavras-chave foi um aspecto considerado por Stern (1993), pois esta é uma estratégia bastante utilizada por solucionadores, por não requerer a compreensão da situação problema. Através dessa estratégia de pensamento o sujeito dirige a atenção a expressões verbais que fazem alusão a operações matemáticas.

No estudo de Stern (1993) eram usados problemas envolvendo comparação de conjuntos, a saber: problemas nos quais a comparação entre conjuntos era desconhecida e problemas onde a referência a um conjunto era desconhecida. Foi verificado que a solução de problemas do segundo tipo era a mais difícil para as crianças. A autora apontou que a compreensão da informação sobre o sujeito agente da situação problema poderia ser facilitada quando o agente fosse mencionado, utilizando-se nomes, ou pronomes pessoais.

O estudo realizado foi composto por seis experimentos, tendo como sujeitos crianças do jardim da infância e da primeira e segunda séries, de duas escolas alemãs, cuja finalidade era evidenciar as relações existentes entre a tradução de um problema para a linguagem matemática e o desempenho na solução do problema.

No primeiro experimento, quarenta e duas crianças do jardim de infância foram submetidas a uma prova contendo quatro problemas com um conjunto desconhecido, sendo dois deles de subtração e dois de adição. Para cada uma das operações, um dos problemas fazia referência ao sujeito do problema, utilizando pronome pessoal. Os sujeitos foram testados individualmente por uma examinadora em duas sessões, com uma semana de intervalo entre as mesmas. Os problemas eram lidos uma vez em voz alta pela examinadora e, se a criança solicitasse, a leitura era repetida. Era pedido à criança que desse uma resposta numérica ao

problema. As sessões eram gravadas. As respostas foram categorizadas em “número correto”, “erro no número dado”, “erro na operação utilizada”, “erro por utilizar outro número”, “não respondeu” ou “não apresentou nenhum número”. A análise de variância mostrou que não existiam diferenças significativas entre os grupos, em relação ao uso do pronome pessoal, sendo que apenas um pequeno grupo de sujeitos apresentou maior facilidade em compreender a relação quantitativa entre os elementos do problema com o uso desses pronomes.

O segundo experimento analisou os resultados de quarenta e oito crianças, com idade média de sete anos de duas classes diferentes de uma mesma escola, em uma prova contendo dois problemas de comparação entre conjuntos e quatro problemas com referência a um conjunto desconhecido, similares aos utilizados no primeiro experimento. As crianças recebiam um caderno com dois a quatro problemas em cada página e eram solicitadas a acompanhar a leitura da examinadora em voz alta e, a seguir, escrever o número que correspondesse à resposta do problema em um lugar determinado, além de apontar as operações utilizadas para chegar àquela conclusão. Após noventa segundos, a examinadora iniciava a leitura do problema seguinte. Foram estabelecidas sete categorias de resposta: “completamente correta”, “apenas resposta correta”, “erro aritmético”, “operação errada”, “erro por admitir como resposta um número dado no problema”, “outro tipo de erro” e “não respondeu”. A ANOVA foi utilizada para comparar o desempenho em relação ao tipo de problema e foram encontradas diferenças significativas, sendo que o teste de *Tukey (Post hoc)* indicou que a média do desempenho em problemas de comparação era superior às demais e que a utilização dos pronomes pessoais não interferia no desempenho.

No terceiro experimento, quarenta crianças de primeira série, provenientes de duas pré-escolas diferentes, com idade média de sete anos foram submetidas a uma prova contendo quatro problemas, sendo dois problemas de comparação entre conjuntos e dois de referência desconhecida a um conjunto. Para cada tipo de problema havia um caso em que o maior conjunto era desconhecido e outro em que o menor conjunto era desconhecido. Os sujeitos foram testados individualmente por uma examinadora. Os problemas eram apresentados impressos em um cartão e

eram lidos pela examinadora em voz alta. As crianças eram solicitadas a emitir uma resposta completa e não apenas um número. A examinadora anotou as respostas dos sujeitos. A correção dos problemas seguiu três critérios: se o sujeito respondeu à pergunta do problema ou alguma outra coisa relacionada ao problema, se a operação matemática escolhida estava adequada e, se o número obtido estava correto. A análise dos dados mostrou um predomínio do conhecimento do procedimento influenciando o desempenho em detrimento do conteúdo do problema. Outras análises mais simples mostraram que os problemas em que uma referência a conjunto era desconhecida eram mais difíceis para os sujeitos.

O quarto experimento teve como sujeitos trinta e nove estudantes de primeira série, com idade média de sete anos. As crianças foram solicitadas a responder, individualmente, a uma prova contendo quatro problemas de comparação e quatro problemas em que a referência a um conjunto era desconhecida, sendo que metade deles apresentava como desconhecido o conjunto maior e a outra metade o conjunto menor. Os alunos ouviam uma gravação com os problemas matemáticos e, a seguir, eram solicitados a reproduzi-los em voz alta e as falas dos estudantes eram gravadas. A reprodução dos problemas foi categorizada em cinco grupos: “recuperação correta”, “estrutura correta” e “linguagem do problema mantida”, “estrutura correta e linguagem do problema modificada”, “reprodução de outro problema com significado”, “reprodução de problema sem significado”. A análise de variância indicou que recuperar corretamente um problema foi um indício de que o sujeito compreendeu os problemas de comparação.

Foram sujeitos do quinto experimento quarenta e sete estudantes de primeira série, com idade média de sete anos. Eles foram testados individualmente, recebendo duas histórias ilustradas curtas, contendo várias perguntas de um problema. Cada sujeito recebia o texto para acompanhar a leitura em voz alta feita pelo examinador. Os sujeitos eram solicitados a responder às perguntas do texto imediatamente. Os resultados não evidenciaram as razões pelas quais as crianças fracassavam na solução dos problemas nos quais a referência a um conjunto era desconhecida.

Finalmente, no último experimento, vinte e seis estudantes de primeira série e quinze estudantes de segunda série realizaram individualmente as mesmas tarefas do quinto experimento além de uma prova contendo dois problemas de referência e dois problemas de comparação desconhecida, utilizados no terceiro e quarto experimentos. Metade deles solucionaram os problemas primeiro e depois tiveram contato com as histórias, e a outra metade dos sujeitos foram submetidos aos instrumentos na ordem inversa. Foram utilizados os critérios e categorias do terceiro, quarto e quinto experimentos. Os resultados indicaram que os problemas de comparação de conjuntos com referência desconhecida eram mais difíceis, devido às crianças não terem conhecimento sobre a simetria em comparações.

Em estudo anterior Stern (1993) havia concluído que as crianças fracassavam nas atividades de solução de problemas devido à inflexibilidade em *matematizar* problemas com enunciados verbais. Nesse estudo foi constatado que se as crianças desenvolvessem essa flexibilidade no uso da linguagem formal para descrever fatos matemáticos, seriam mais flexíveis também para descrever relações quantitativas com a ajuda da linguagem cotidiana, favorecendo a compreensão do problema.

Um dos fatores que pode dificultar a compreensão do enunciado verbal de problemas matemáticos pode ser o uso de palavras-chave indicando o uso de uma operação incorreta. Muitos sujeitos, tanto crianças como adultos, apresentam dificuldades para solucionar problemas nos quais aparecem frases expressando uma relação entre duas variáveis. Alguns problemas, no entanto, chamados de versões inconsistentes, apresentam palavras-chave que indicam uma operação aritmética imprópria à solução do problema. Além disso, o processo de compreensão do problema desempenha um importante papel na solução de problemas aritméticos com enunciado verbal.

Hegarty, Mayer e Monk (1995) realizaram um estudo com o objetivo de comparar o processo de compreensão da leitura dos problemas entre sujeitos que apresentavam ou não erros na solução de problemas inconsistentes. A hipótese era que frente a um problema aritmético com enunciado verbal, os sujeitos que fracassam iniciam selecionando números e palavras-chave do problema e baseiam seu plano de solução nesses dados, enquanto os sujeitos que apresentam sucesso,

iniciam tentando elaborar um modelo mental da situação, baseando o problema e o plano de execução nesse modelo, usando a estratégia do modelo do problema.

Em um primeiro experimento, trinta e oito estudantes universitários, selecionados dentre os alunos matriculados em uma disciplina básica de Psicologia de uma universidade americana, foram solicitados a solucionar quatro conjuntos, cada qual com doze problemas aritméticos com enunciado verbal. Em cada conjunto de problemas, a estrutura externa se repetia enquanto variava a estrutura interna do problema. Foram comparadas as diferenças, no padrão de fixação dos olhos, apresentadas pelos sujeitos com bom e mau desempenho. Os resultados mostraram diferenças qualitativas no processo de solução dos problemas, sendo que os sujeitos com pior desempenho necessitavam, com maior frequência regressar às palavras e quantidades expressas no enunciado. Já o segundo experimento teve como sujeitos trinta e sete estudantes com as mesmas características daqueles do experimento anterior, classificados pelo desempenho, tendo como critério a quantidade de erros cometidos ao utilizar a operação inversa à apropriada na solução dos problemas aritméticos inconsistentes. Esses sujeitos receberam doze cartões contendo problemas verbais, de adição e subtração, consistentes e inconsistentes. A finalidade era verificar o grau com que os sujeitos com bom e mau desempenho na solução de problemas recordavam do significado exato das palavras nos problemas examinados. Após a solução dos problemas aritméticos, eram apresentados aos sujeitos, conjuntos com diversos problemas semelhantes, alguns consistentes, outros inconsistentes, com mesma operação ou com a operação inversa e era solicitado ao sujeito que identificasse o problema que tinha solucionado minutos antes. Foi verificado que os sujeitos com melhor desempenho mostraram perceber mais facilmente o significado do enunciado do problema. O desempenho dos grupos foi comparado em relação aos testes de recuperação e reconhecimento. Os sujeitos com pior desempenho cometiam significativamente mais erros na recuperação e reconhecimento, que os demais.

Os resultados não evidenciaram um padrão único de solução para os sujeitos com bom desempenho. Em geral, as estratégias utilizadas na solução eram selecionadas baseadas em fatores relacionados à situação apresentada no

enunciado do problema. No entanto, os sujeitos com bom desempenho diferiam dos demais ao construir o modelo do problema, prestando relativamente mais atenção às variáveis na releitura do problema, facilitando a compreensão da estrutura do problema.

As características que favorecem o desempenho na solução de problemas também foram analisadas por Alves (1999). A autora baseou-se na pesquisa de Krutetskii (1976) que apresentou um modelo de prontidão para a tarefa, isto é, um conjunto de elementos que podem favorecer o sucesso do sujeito na atividade. Dentro desse modelo estão as habilidades para a tarefa e, em particular a habilidade matemática na solução de problemas acadêmicos. A habilidade matemática, segundo Krutetskii (1976), é caracterizada por um conjunto de componentes, que são evidenciados pelos diferentes estágios de pensamento durante a solução de um dado problema. Foram analisados os componentes relacionados a cada um dos três estágios da solução de problemas; estes componentes são a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema, a habilidade para formar generalizações e a habilidade para reter a informação matemática. Em uma primeira etapa do estudo cinquenta e três estudantes concluintes do Ensino Médio, provenientes de uma escola pública e uma escola privada foram solicitados a solucionar cinco problemas de estrutura aritmética e responder a um teste para avaliar a auto-percepção do desempenho em Matemática. A partir do desempenho, foram selecionados nove sujeitos, sendo três com bom desempenho, três com mau desempenho e três com desempenho médio. Os sujeitos selecionados responderam testes elaborados com a finalidade de avaliar os três componentes da habilidade matemática, um teste de aptidão verbal e uma escala de atitudes em relação à Matemática. Os resultados não indicaram relações entre o desempenho dos sujeitos analisados e os componentes da habilidade matemática. A análise dos resultados permitiu à autora concluir que as habilidades matemáticas e as condições gerais psicológicas, sugeridas pelo modelo teórico em que se baseou, não são os únicos fatores que podem favorecer o sucesso na solução de problemas.

Além de levar ao fracasso na solução de um problema matemático, a falta de compreensão da estrutura pode ocasionar dificuldade na realização de transferência

de conhecimentos e destrezas para a solução de outros problemas. Bernardo (2001) afirmou que a estratégia de “construção de um problema por analogia”, consiste em permitir aos sujeitos, a partir de um problema dado, elaborar outro problema com mesma estrutura, pois isto permite aos sujeitos explorar mais ativamente a estrutura do problema. Através dessa estratégia o sujeito dirige a atenção para os elementos que são mais relevantes para a solução. Isto ocorre porque, para construir um problema análogo, é requerido do sujeito o mapeamento dos objetos e relações do problema original, a fim de criar novos objetos e relações no problema a ser construído.

Ao realizar a transferência de conhecimentos e destrezas na solução de problemas por analogia dois aspectos são relevantes: a recuperação de um problema pertinente que possa ser usado como guia para a solução de novos problemas; e a aplicação da informação da solução ao problema em questão (se o problema em questão e o problema recuperado não forem completamente similares é requerida uma adaptação da informação da solução).

Para analisar a eficiência da estratégia da construção de um problema por analogia, Bernardo (2001) realizou três experimentos usando um grupo experimental e grupo controle tendo como sujeitos quarenta e oito alunos de uma escola privada de Manila, com idades entre quatorze e dezesseis anos. Aos sujeitos do grupo experimental era solicitado que elaborassem problemas análogos ao problema em questão antes de realizar as tarefas, enquanto os sujeitos do grupo controle eram simplesmente solicitados a realizar as tarefas. O primeiro experimento teve o objetivo de verificar a hipótese de que sujeitos que constroem problemas por analogia são mais habilidosos ao transferir as informações de solução para os novos problemas. Os sujeitos foram submetidos a uma prova contendo quatro tipos de problemas básicos de probabilidade. Os resultados sugeriram que esses sujeitos que construíram problemas por analogia não apresentaram desempenho satisfatório na tarefa por não terem explorado suficientemente a estrutura do problema. O segundo experimento visava determinar quanto a construção de problemas por analogia facilitava a recuperação de informações retidas na memória durante a transferência. Isso foi possível porque a recordação dos conceitos envolvidos nos problemas

utilizados nesses experimentos não era uma tarefa rotineira para os cinquenta e nove estudantes sujeitos que foram submetidos aos mesmos problemas do primeiro grupo, sendo que as instruções da tarefa foram modificadas, sugerindo aos sujeitos do grupo experimental que prestassem atenção às características de similaridade entre os problemas elaborados. Os resultados mostraram que o procedimento de construção do problema por analogia permitia ao sujeito destacar, mentalmente, a informação da estrutura do problema, levando-o a recuperar mais facilmente o procedimento de solução adequado. No terceiro experimento foi estudado o efeito da construção de problemas por analogia na aplicação da informação da solução análoga que era recuperada da memória de procedimento. Outros cinquenta e um estudantes foram os sujeitos e receberam os mesmos problemas dos experimentos anteriores, sendo que a equação de solução estava impressa embaixo de cada problema e o sujeito poderia utilizá-la ou não. Foi verificado que os sujeitos do grupo experimental utilizaram a informação com maior frequência. Os resultados evidenciaram que, ao construir problemas por analogia, os sujeitos exploram e relacionam melhor os elementos da estrutura do problema, permitindo uma compreensão mais profunda da mesma e um melhor desempenho na transferência de conhecimentos e destrezas.

Os resultados obtidos pelo autor contribuem para o presente estudo devido à influência da percepção no processo de solução de um problema. Ao solicitar que os sujeitos elaborassem problemas análogos, era requerido dos sujeitos que tivessem percebido a estrutura do problema de forma analítica e sintética. Um procedimento semelhante foi utilizado por Alves (1999) na avaliação da habilidade de perceber um tipo generalizado de problema usando problemas da série VIII dos testes para avaliar a habilidade matemática (Krutetskii, 1976). Através desse tipo de procedimento de pesquisa foi possível avaliar como o sujeito percebe o problema matemático a ser solucionado.

A aquisição, retenção e transferência de conteúdo matemático foram analisadas por Oyedeji (1994), partindo da idéia de que uma estratégia de avaliação formativa pode ser utilizada como parte do processo do ensino de Matemática, pois esta favorece um aumento nos níveis de aquisição, retenção e transferência dos

conteúdos matemáticos aprendidos, além de favorecer o desenvolvimento de atitudes mais favoráveis em relação à Matemática escolar. Os itens da prova utilizada para realizar a avaliação formativa foram validados para determinar as inter-relações e organizar o desenvolvimento da habilidade de solucionar problemas. Nessa estratégia de avaliação, os estudantes tinham acesso aos resultados na prova e aos tipos de erros cometidos, visando possíveis correções. Para analisar a influência da avaliação formativa no desenvolvimento dos processos cognitivos anteriormente referidos, o autor realizou um estudo experimental com sessenta estudantes de duas escolas secundárias, sendo vinte e nove no grupo experimental e trinta e um no grupo controle. Os sujeitos foram submetidos a avaliações formativas, provas de aquisição, retenção e transferência de conhecimentos matemáticos e uma escala de atitudes em relação à Matemática. A avaliação formativa foi baseada no conteúdo ministrado em aula três semanas antes da coleta de dados. As provas de aquisição, retenção e transferência foram aplicadas aos dois grupos ao final do ensino de cada tópico e a avaliação formativa foi aplicada ao grupo experimental em intervalos que dependiam da conclusão do conteúdo. Foram encontradas diferenças significativas entre os grupos experimental e controle em relação à aquisição, retenção e transferência do conhecimento matemático. Os estudantes do grupo experimental apresentaram uma mudança positiva de atitudes em relação à Matemática mas não houve mudanças significativas nas atitudes dos estudantes do grupo controle. A análise dos resultados mostrou que as mudanças de atitudes e o melhor desempenho dos estudantes do grupo experimental poderiam ser explicadas pelo potencial das provas formativas que diagnosticaram problemas e dificuldades dos estudantes, fornecendo a eles “*feedback*” imediato e auxiliando na recuperação dessas dificuldades. O autor sugeriu que as avaliações formativas deveriam ser usadas com mais frequência no ensino de Matemática, pois são capazes de integrar mais facilmente o cotidiano escolar aos objetivos desejados pelo ensino da disciplina.

Outro autor que pesquisou a compreensão da transferência de conhecimento entre tarefas foi Phye (1990). Segundo o autor, as tarefas de transferência de conhecimento geralmente requerem a aplicação de conhecimentos prévios a

diferentes problemas no mesmo contexto ou, a diferentes problemas em contextos distintos. Essas tarefas de transferência de conhecimentos podem ser realizadas imediatamente após o treinamento de uma nova estratégia de solução de problemas ou após um intervalo de dias ou semanas. Na revisão da literatura, o autor constatou que não eram freqüentes os estudos sobre transferência não imediata de conhecimento. Ao realizar a transferência de conhecimento, quando a tarefa não é proposta imediatamente após o treino e os problemas são inéditos para o sujeito que soluciona, o processo adequado de solução requer a recuperação de conhecimentos prévios na memória visando a identificação e seleção de estratégias. O desempenho na solução de problemas, quando é requerida a transferência posterior de um conteúdo para outro pode ser atribuído aos processamentos, retidos na memória, que enfatizam a recuperação de procedimentos adequados.

Baseado nessas afirmações, Phye (1990) desenvolveu um estudo com o objetivo de analisar questões relacionadas aos processamentos retidos na memória, quando a transferência de conhecimentos entre as tarefas não é imediata. O autor tentou identificar dois níveis de esquemas como base para a transferência de estratégias de raciocínio por analogia na solução de problemas retidos na memória: uma estratégia heurística geral para a solução de problemas verbais com analogias e uma estratégia de procedimentos para solução de uma classe específica de problemas análogos de causa-efeito. Os sujeitos foram 181 estudantes universitários divididos em grupo experimental e grupo controle. Os sujeitos do grupo experimental receberam treinamento em dois tipos de estratégias de solução de problemas: analogias verbais para problemas com relações de causa-efeito e dedução condicional. Cada treinamento consistiu de três tentativas, seguidas de uma tarefa de transferência realizada dois dias depois. A mesma tarefa de transferência foi aplicada aos sujeitos do grupo controle sem a realização de treinamento. Os resultados indicaram que são requeridos esquemas gerais e específicos para a recuperação de processamentos retidos na memória, para a realização da transferência de conteúdos relacionados ao domínio de um problema. Os dados também permitiram identificar esquemas de indução como parte de uma arquitetura básica para a transferência de conhecimentos. Nesse estudo, não foram encontradas evidências

de diferenças entre esquemas de indução gerais e específicos nas tarefas de transferência de conhecimentos entre problemas de um mesmo domínio.

Outro aspecto do conhecimento que tem sido analisado é a natureza do conhecimento requerido durante a solução de problemas. Segundo a teoria do Controle Adaptativo do Pensamento (ACT), proposta por Anderson (1983) para descrever os processos cognitivos envolvidos na execução de tarefas de solução de problemas, através da representação da situação, o conhecimento declarativo, envolvido no problema é ativado e orienta o procedimento aplicável àquela situação.

Alves (2003), com o objetivo de verificar se estudantes de sexta série do ensino fundamental possuíam domínio do conhecimento declarativo e dos procedimentos envolvidos na solução de problemas com frações e também se eram capazes de transferir esses conhecimentos para problemas semelhantes, pesquisou o desempenho de 66 estudantes de sexta série do ensino fundamental de uma escola pública, que já haviam sido ensinados sobre frações e operações com frações. Esses sujeitos foram solicitados a responder um instrumento, contendo quatro questões, sendo a primeira sobre o conceito de multiplicação de frações, a segunda sobre uma aplicação simples do algoritmo de multiplicação, a terceira, um problema com uma estória, cuja estrutura matemática era sobre multiplicação de frações e, a última, sobre a transferência do conceito escolar para contextos não escolares. Os resultados indicaram que os sujeitos que apresentaram bom desempenho apenas na prova que avaliava o domínio dos procedimentos obtiveram notas mais baixas na solução de problemas. Foi verificado também um uso excessivo de procedimentos viso-pictóricos na solução das questões, que muitas vezes levava ao fracasso na atividade. Os resultados obtidos permitiram à autora concluir que o fracasso na solução de problemas pode estar relacionado ao domínio precário de conhecimentos declarativos implicando em maior dificuldade para selecionar o procedimento adequado.

Outro autor que pesquisou a relevância dos conhecimentos declarativos na solução de problemas foi Pirola (2000), com base no pressuposto de Mayer (1992) de que alguns tipos de conhecimento são relevantes à solução de um problema. São eles: o conhecimento lingüístico (compreensão da linguagem para a análise de

sentenças ou significados das palavras); o conhecimento de esquema (conhecimento da estrutura do problema); o conhecimento de estratégias (conhecimento sobre como desenvolver e monitorar um plano de solução) e; o conhecimento de algoritmo (algoritmos empregados em uma operação planejada).

Echeverría e Pozo (1998, citados por Pirola, 2000) afirmaram que quando um aluno não consegue solucionar um determinado problema, essa dificuldade é atribuída ao desconhecimento dos procedimentos adequados. Porém, muitas vezes, a falha pode não estar no procedimento utilizado, mas na formação conceitual inadequada.

Pirola (2000), tendo como sujeitos 124 estudantes do curso de Magistério e 90 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática investigou os modos de solução de problemas geométricos com o objetivo de verificar a possível existência de diferenças significativas entre o desempenho de alunos da Licenciatura em Matemática e de alunos do Magistério, na utilização de conceitos e princípios de área, perímetro e volume, contidos em problemas com informações completas, incompletas e supérfluas. Para tanto, utilizou um questionário informativo acerca da vida escolar dos sujeitos e uma prova contendo dez problemas elaborados a partir dos problemas de Krutetskii (1976). Os resultados não apontaram diferenças significativas entre os grupos em relação à utilização dos conceitos e dos princípios selecionados para o estudo. Os problemas em que os sujeitos apresentaram mais dificuldade foram aqueles com informações incompletas e supérfluas. O desempenho dos dois grupos foi considerado insatisfatório, pois as médias foram 2,0 (Licenciatura) e 0,68 (Magistério) em uma amplitude de zero a dez.

Em um estudo desenvolvido no mesmo grupo de pesquisa relativo às habilidades matemáticas, baseado no modelo de Krutetskii (1976), Vendramini (2000), tratou da relação do conhecimento do conceito, considerando que algumas habilidades básicas são necessárias a um bom desempenho acadêmico, dentre elas a compreensão em leitura, argumentação verbal e escrita, raciocínio lógico, e outras específicas, como a habilidade matemática. Buscando verificar as relações entre o desempenho na solução de problemas estatísticos, a aprendizagem de conceitos estatísticos, as atitudes em relação a essa disciplina, e a obtenção da informação

Matemática (um dos componentes da habilidade matemática) a autora realizou um estudo com 319 estudantes matriculados em cursos superiores das áreas de Humanas, Exatas e Saúde, de uma universidade privada, com idade média de vinte e dois anos. Esses sujeitos foram solicitados a responder um questionário informativo, uma escala de atitudes em relação à Estatística, uma prova de Estatística (para evidenciar habilidades quantitativas e analíticas envolvendo conteúdos matemáticos e estatísticos) e um conjunto de problemas matemáticos. Os resultados indicaram que os estudantes da área de Saúde apresentaram desempenho superior aos sujeitos da área de humanas, pois 24,5% dos sujeitos tinham conhecimento do conceito de Estatística. Considerando que a percepção das informações e das relações torna a aprendizagem mais eficiente, a autora utilizou a solução de problemas para analisar a obtenção da informação matemática. Foi constatado que esses sujeitos apresentavam maior dificuldade em problemas com informações incompletas ou supérfluas, de modo semelhante aos sujeitos do estudo de Pirola (2000) que também apresentaram uma tendência maior em utilizar o procedimento aritmético e não utilizavam procedimentos algébricos, além de não terem compreendido as relações básicas na solução desse tipo de problema.

Baseada na teoria de compreensão gráfica de Pinker e na teoria das habilidades Matemáticas de Krutetskii, Cazorla (2002) desenvolveu um estudo sobre os fatores que interferem na leitura de gráficos estatísticos. A autora partiu do pressuposto que esses fatores podem estar ligados ao sujeito (em aspectos cognitivos, afetivos e de percepção visual) ou, ao gráfico (através do tipo de gráfico, complexidade matemática, ou conceitos estatísticos subjacentes ao gráfico). A teoria das habilidades matemática foi utilizada para modelar esses fatores através do que a autora nomeou “prontidão estatística”. Essa prontidão seria composta pela habilidade matemática e outras condições gerais para um desempenho bem sucedido na tarefa, que podem ser de domínio afetivo (atitudes em relação à Estatística) e cognitivo (conhecimentos, destrezas e hábitos). A hipótese central do estudo era que a habilidade para extrair informação de gráficos estatísticos estava relacionada ao “domínio do conceito estatístico, às atitudes em relação à Estatística e à habilidade viso-pictórica”.

Foram sujeitos do estudo 814 estudantes de ensino superior, de diferentes cursos, matriculados em disciplinas de Estatística. Os sujeitos foram submetidos a seis instrumentos: um questionário informativo, uma Escala de Atitudes em relação à Estatística, uma prova estatística (envolvendo o conceito de média e a leitura de gráficos), uma escala de atitudes em relação à Matemática, uma prova matemática (para avaliar a habilidade viso-pictórica) e uma prova de raciocínio verbal).

Os resultados mostraram que os sujeitos conseguiam extrair informações dos gráficos em um nível elementar. Foi encontrada uma relação significativa entre a habilidade viso-pictórica e o nível de leitura de gráficos. A autora também verificou que os sujeitos tinham conhecimento do algoritmo para cálculo de médias e eram capazes de solucionar problemas no sentido reverso, mas não apresentavam domínio do conceito de média ponderada e de algumas propriedades da média. Com isso, os sujeitos não eram capazes de estabelecer relação entre a média e outras medidas. A análise dos resultados evidenciou que as dificuldades para o entendimento de conceitos estatísticos, em estudantes do ensino fundamental e médio, persistem no ensino superior.

A importância da memória de trabalho foi ressaltada em várias pesquisas e, segundo Reuhkala (2001), é a responsável pelo processamento e armazenamento de informação por períodos curtos, sendo composta por um executivo central e, pelo menos, dois subsistemas: um fonológico e um viso-espacial. A memória de trabalho fonológica é necessária em atividades tal como fazer uma conferência e a memória de trabalho viso-espacial em atividades que envolvem, por exemplo, o planejamento de movimentos. A memória de trabalho viso-espacial inclui dois componentes: um estático, com informações sobre cor, forma, tamanho, e outro dinâmico, com informações sobre seqüências de movimentos.

Reuhkala (2001) realizou dois experimentos tentando buscar indícios da memória de trabalho viso-espacial (estática e dinâmica), da habilidade de rotação mental⁵ e da capacidade de retenção da memória de trabalho, relacionado-os com o desempenho em Matemática. No primeiro experimento, sessenta e dois estudantes, com idades variando entre quinze e dezesseis anos, foram submetidos a três

⁵ Capacidade de mover uma figura representada mentalmente.

instrumentos: um teste de memória de trabalho viso-espacial estática, um teste de memória de trabalho viso-espacial dinâmica e uma tarefa de rotação mental. No teste de memória de trabalho viso-espacial estática era projetada em uma tela uma matriz em que metade das células, aleatoriamente, estava preenchida e os sujeitos eram solicitados a reproduzir em outra matriz quais eram as células preenchidas. No teste de memória de trabalho viso-espacial dinâmica, uma transparência com 15 quadrados em ordem assimétrica era projetada e o examinador apontava um quadrado de cada vez. Era solicitado que os sujeitos reproduzissem em uma folha com o mesmo desenho, a ordem em que os quadrados haviam sido apontados. Na tarefa de rotação mental eram projetadas bidimensionalmente doze transparências em uma tela com projeções bidimensionais e figuras tridimensionais e, abaixo, quatro projeções rotacionadas, sendo duas corretas e duas incorretas. A análise mostrou que não havia correlação entre os resultados do teste de memória de trabalho viso-espacial dinâmica e a tarefa de rotação mental. Foi verificado que a memória de trabalho viso-espacial dinâmica era controlada pela memória de trabalho viso-espacial estática e pela rotação mental. A análise dos dados mostrou que a memória de trabalho viso-espacial e a rotação mental explicavam 39% da variância no desempenho em Matemática em uma prova oficial. A análise dos resultados permitiu ao autor concluir que as habilidades matemáticas estão relacionadas às capacidades viso-espacial estática e dinâmica de retenção da memória de trabalho viso-espacial e à capacidade de rotação mental.

Para o segundo experimento Reuhkala (2001) selecionou cinquenta e três estudantes com idades de quinze a dezesseis anos, que não haviam participado do primeiro experimento. Os sujeitos foram submetidos aos mesmos instrumentos utilizados anteriormente e também a um teste para medir a memória de trabalho fonológica e outro para definir a capacidade da memória de trabalho. Neste primeiro teste, os sujeitos ouviam grupos variando de três a seis palavras com cinco letras e, a seguir, eram solicitados a escrever as palavras agrupadas. No teste para definir a capacidade da memória de trabalho, os sujeitos ouviam frases com três a cinco palavras, algumas verdadeiras e outras falsas e, imediatamente após ouvi-las,

marcavam em um papel se a frase era verdadeira ou falsa e, simultaneamente, memorizavam a última palavra.

Os resultados indicaram que não existia correlação entre memória de trabalho viso-espacial estática e o desempenho em Matemática, mas existia correlação entre a rotação mental e o desempenho na disciplina. A rotação mental e a memória de trabalho explicavam 38% da variância no desempenho em uma prova matemática oficial. Separados em dois grupos, denominados pelo autor como “baixa habilidade” e “alta habilidade”, os sujeitos diferiam significativamente na tarefa que exigia rotação mental, mas não diferiam nos testes de memória de trabalho fonológica e na capacidade da memória de trabalho. Analisando o conjunto dos resultados, Reuhkala (2001) concluiu que o desempenho era relacionado às habilidades viso-espaciais, à capacidade da memória de trabalho e à rotação mental. Outros componentes da memória de trabalho, o executivo central e a memória de trabalho fonológica, não se mostraram relacionados às destrezas matemáticas.

As características da memória de curto prazo também foram estudadas por Roth e Milkent (1991), utilizando como fundamento as teorias neo-Piagetianas, que consideram que a integração de esquemas depende do número de esquemas que podem ser ativados simultaneamente. Assim, essa capacidade está relacionada à quantidade de esquemas que podem ser ativados na memória de curto prazo. As teorias neo-Piagetianas de Pascual-Leone e Case (citados por Roth e Milkent, 1991) conceituam uma habilidade individual em termos da memória de curto prazo. Na teoria de Pascual-Leone é proposto o constructo relativo ao desenvolvimento M (também chamado *M-space*, ou *M-capacity*) que é medido pelo número máximo de *chunks* de informação que um sujeito pode desempenhar ao mesmo tempo. Roth e Milkent (1991), realizaram um estudo com o objetivo de investigar as relações entre a quantidade de prática necessária para o desenvolvimento do esquema de razão e as variáveis cognitivas do *M-space*, o grau de dependência⁶ entre elas e a capacidade de armazenamento de curto-prazo. Tinham também o objetivo de investigar as relações entre essas variáveis cognitivas e a habilidade para transferir esquemas de procedimentos de solução de problemas para novos contextos, tão bem quanto a

⁶ Relações semânticas entre os chunks de informação desempenhados simultaneamente pelo sujeito.

escolha de esquemas após a resposta. Os sujeitos foram trinta e quatro estudantes universitários, matriculados na disciplina Física I, com idade média de 25 anos. A partir dos resultados de uma prova os sujeitos foram divididos em “raciocínio formal” (onze sujeitos) ou “raciocínio operatório concreto” (vinte e três sujeitos). Os instrumentos utilizados foram um teste de interseção de figuras, um teste de recordação do último dígito, um teste do grupo de figuras encaixantes e um teste de recordação do conceito matemático de razão. Também foi utilizado um pós-teste para acessar o efeito do tratamento e da transferência, aplicado duas semanas após a última sessão individual. O tratamento foi aplicado apenas aos sujeitos que foram considerados no nível de raciocínio operacional concreto. Todos os sujeitos foram treinados a pensar em voz alta (“*thinking aloud*”) e era solicitado a eles que verbalizassem seus progressos. O tratamento consistiu em apresentar cinco níveis de problemas de proporção que os sujeitos solucionavam pensando em voz alta. Um computador era programado para considerar a resposta dada pelo sujeito, mas não a estratégia de solução. A análise dos dados mostrou que nem o *M-space* nem o grau de dependência das variáveis cognitivas do *M-space*, sozinhos, ou combinados, nem o armazenamento de curto-prazo prediziam o número de problemas que os sujeitos necessitavam até atingir uma estratégia apropriada de solução. Contudo, havia diferenças significativas no espaço do armazenamento de curto prazo daqueles sujeitos que dominavam os problemas de razão no nível mais elevado que os demais. O grau de dependência dos sujeitos não foi sinônimo de prognóstico da habilidade de transferência de estratégias de solução de problemas. Segundo os autores, os resultados apontaram que a capacidade de armazenamento da memória de curto-prazo é uma variável altamente correlacionada ao número de aspectos de aprendizagem tais como transferência e escolha de estratégia.

A memória de curto prazo é supervisionada pela atenção e uma das funções da atenção mais comuns na realização de tarefas matemáticas é a automatização de processamentos de informação. Segundo Neumann (1995), a automatização do processamento da informação na teoria de Sternberg é “um processo não controlado, de nível inferior, que não utiliza recursos de memória e de atenção seletiva do sujeito e que se realiza de forma automática”, permitindo uma seqüência

rápida e fluída das atividades durante a solução de problemas. Com características semelhantes, Krutetskii (1976), definiu a habilidade para pensar de forma resumida. Esse componente da habilidade matemática é caracterizado por “uma forma abreviada de raciocínio de alto nível”. Com o objetivo de comparar os dois constructos, Neumann (1995) realizou um estudo com sessenta e nove estudantes de licenciatura (em cursos eminentemente matemáticos e em cursos eminentemente verbais). Os sujeitos foram submetidos a uma prova de raciocínio verbal, uma prova de raciocínio matemático, um teste para avaliar a habilidade de abreviar o pensamento matemático e um teste para avaliar a automatização do processamento da informação.

A análise dos resultados mostrou que a “automatização” e a “habilidade para resumir o pensamento” são dois fenômenos distintos. Também não foi evidenciada uma relação entre a automatização e o raciocínio verbal. O autor concluiu que a automatização não estava associada, de forma específica, ao raciocínio verbal e ao raciocínio matemático; já a habilidade para resumir o pensamento estava associada ao raciocínio matemático.

Outro aspecto da aprendizagem a ser considerado nas pesquisas é a interação do sujeito na construção do conhecimento. Duren e Cherrington (1992) afirmaram que diversas pesquisas têm indicado a aprendizagem cooperativa como um meio de melhorar o desenvolvimento de habilidades de pensamento e a solução de problemas. Além disso, reduz a ansiedade e o sentimento de competição entre os estudantes, favorecendo a aprendizagem a partir da análise dos próprios erros. Esse tipo de estratégia de ensino parece ser mais apropriada para o favorecimento da codificação e das estratégias de solução de problemas recentemente aprendidas na memória de longo prazo, e isso ocorre devido à prática após o ensino inicial. Os autores realizaram um estudo com o objetivo de analisar os efeitos relativos, relacionados aos grupos cooperativos, em detrimento da prática individual, a partir de um período de ensino inicial de estratégias de solução de problemas matemáticos. Os 126 sujeitos do estudo, de sexta e oitava séries, foram randomicamente divididos em dois grupos: solução de problemas em grupos cooperativos, e solução individual de problemas. As aulas introdutórias sobre as estratégias de solução de problemas

foram as mesmas para os dois grupos e os sujeitos eram treinados em diferentes formas de solução. Na primeira estratégia era necessário elaborar uma tabela para organizar a solução do problema. Na segunda era necessária a construção de um desenho ou diagrama para representar os vários componentes do problema ou visualizar o que estava acontecendo. A terceira estratégia indicava ser necessário iniciar a solução com números pequenos ou algumas partes das informações contidas no problema. Na quarta estratégia era necessário que o sujeito reconstruísse o que acontecia com uma parte da informação dada no problema desde o início até o final; neste caso era permitido o auxílio de uma tabela ou diagrama. Todos os grupos foram submetidos a uma prova final, que era composta por oito problemas, sendo que cada uma das estratégias aprendidas era mais adequada à solução de apenas dois problemas. O estudo foi realizado em um período de quatro semanas. Era apresentada aos sujeitos uma nova estratégia de solução dos mesmos problemas através de vários exemplos, e nos dias seguintes o sujeito era solicitado a solucionar outros problemas, em grupo, ou individualmente, de acordo com a distribuição inicial. No final da semana, os sujeitos eram testados em relação à estratégia aprendida na semana. A prova final, individual, elaborada com o objetivo de aferir a memória, abordava as quatro estratégias e foi aplicada três meses depois. Os resultados apontaram que os estudantes que trabalharam em grupos cooperativos apresentaram maior habilidade em lembrar e aplicaram melhor as estratégias aprendidas que aqueles que solucionaram individualmente os problemas. Os grupos diferiram significativamente ($p < 0.05$) na média de desempenho na segunda e quarta estratégias. Outro resultado observado foi que os sujeitos administravam melhor as estratégias mais difíceis quando trabalhavam cooperativamente. Foram também encontradas diferenças significativas na retenção das estratégias de solução quando era considerada a prática de solução independente ou em grupos comparativos. Duren e Cherrington (1992) concluíram que os estudantes mostraram-se mais persistentes na busca de solução quando trabalhavam cooperativamente. De acordo com os autores, o trabalho cooperativo favorecia a verbalização de aspectos do problema e possíveis estratégias e justificativas da solução. Além disso, os sujeitos que trabalharam em grupos

cooperativos pareciam mais abertos a estratégias alternativas de solução. Tais resultados levaram os autores a concluir que essa estratégia de ensino favorecia a retenção do conhecimento de procedimentos.

Além da estratégia de ensino, uma outra variável importante na retenção, na formação de esquemas e na transferência de conhecimentos entre tarefas é a organização curricular. Woodward (1994), considerou que as ciências são ensinadas aos alunos como disciplinas formais, e os conceitos são apresentados de forma fragmentada. Quando é requerida dos sujeitos a compreensão de idéias novas e/ou complexas verifica-se que a retenção dos detalhes permanece fragmentada e esquemas acabam sendo esquecidos, provocando o fracasso na solução de problemas desse domínio. O autor realizou um estudo com quarenta e seis estudantes de oitava série (vinte meninas e vinte e seis meninos) de duas turmas distintas, com o objetivo de investigar os efeitos de dois tipos de currículos de ciências: um organizado em tópicos, em que os conteúdos eram abordados como uma coleção de conceitos ou descrições, e outro chamado ocasional, no qual os princípios eram superordenados diretamente e relacionados aos conceitos subjacentes. Os sujeitos foram ensinados quarenta minutos por dia, durante dez semanas. Nas primeiras quatro semanas, todos os sujeitos, dos dois grupos tiveram o mesmo conteúdo. Nas seis semanas seguintes foi variado o estilo do discurso utilizado para relacionar esses princípios aos fenômenos terrestres: ocasional para os sujeitos do grupo experimental e, tópicos para os sujeitos do grupo controle. Após esse período, os sujeitos foram submetidos ao pós-teste (provas de Física e Ciências). Os resultados indicaram que o grupo experimental apresentou desempenho significativamente superior ao grupo controle nos instrumentos. A análise de variância mostrou que o método de ensino influenciava o desempenho dos sujeitos no pós-teste. Além disso, sujeitos ensinados através do método ocasional apresentaram indícios de melhor retenção dos conceitos e fatos.

Este estudo foi considerado relevante devido à influência da organização curricular na aprendizagem e retenção de conhecimentos dos estudantes. Embora existam Parâmetros Curriculares Nacionais (Secretaria de Educação Fundamental, 1998) desde 1997, que orientam a organização dos conteúdos matemáticos de forma

não-linear, ainda pode ser observado, na prática escolar, que o ensino de Matemática ocorre através de tópicos, o que, de acordo com os resultados obtidos por Woodward (1994) não favorece a aprendizagem.

Alguns aspectos da retenção e da recuperação de conhecimentos também têm sido estudados dentro da perspectiva piagetiana e de acordo com Bispo (2000), neste referencial teórico, a memória é uma forma de organização, sobretudo figurativa, distinta da inteligência, mas apoiada ou subordinada a ela. Segundo a autora, ao realizar estudos sobre memória, Piaget buscava verificar relações entre as imagens e os esquemas das ações. A autora afirma ainda que a memória é semelhante a uma conservação do passado, localizada no tempo, enquanto uma imagem da organização interna do sujeito e do dinamismo do seu comportamento; isto é, dos esquemas. A memória pode manifestar-se em duas situações: primeiro como uma memória de reconhecimento, que se efetua na presença do objeto e consiste em percebê-lo como conhecido anteriormente e; segundo como uma memória de evocação onde o sujeito busca lembrar do objeto, em sua ausência, por meio de uma imagem-lembrança. Bispo (2000), realizou um estudo com 100 alunos da segunda série do ensino fundamental de uma escola pública, com o objetivo de verificar as possíveis relações entre a memória, as imagens mentais e o desempenho escolar em escrita. Foram usadas as provas de antecipação dos níveis e conservação da quantidade dos líquidos, a prova de recordação de correspondências numéricas e espaciais antagônicas, além de uma prova de leitura e escrita. A prova de recordação de correspondências espaciais numéricas e antagônicas foi utilizada em dois aspectos: memória de evocação pelo desenho e memória de reconstituição do material. Esta prova consiste de um cartão com desenhos de duas seqüências de palitos de fósforos, uma na frente da outra, sendo na primeira seqüência quatro palitos alinhados horizontalmente e na segunda seqüência quatro palitos colocados na forma de W aberto e começados da extremidade inicial à esquerda. Os resultados indicaram que o desempenho na escrita foi mais bem explicado pelas provas de antecipação dos níveis de conservação da quantidade dos líquidos e da memória de reconstituição. A autora

concluiu que a imagem mental independia da memória de evocação, pelo desenho e era altamente dependente da memória de reconstituição do material.

Estudos sobre memória realizados por John Anderson

Com a finalidade de descrever de modo cada vez mais acurado o sistema cognitivo humano, John Anderson publicou desde a década de 70 mais de uma centena de artigos. Os primeiros discutiam a relevância de alguns fatores nos processos cognitivos, culminado com a teoria ACT (Controle Adaptativo do Pensamento). A permanente análise da teoria levou o autor a aprimorar o modelo teórico propondo a ACT-R (Caráter Adaptativo do Pensamento) (Anderson , 1996). Atualmente, os estudos do autor têm se concentrado nos aspectos computacionais da cognição humana e na abordagem da cognição dentro da perspectiva da neurociência.

Segundo Anderson (1981), muitas vezes a aquisição de um novo conceito pode ser dificultada pela interferência que aumenta à medida que novos fatos sobre o conceito são adquiridos. Essa interferência pode ocorrer de três maneiras distintas a saber: quando um novo fato é influenciado negativamente por fatos anteriores; de maneira pró-ativa, quando os novos fatos influenciam fatos previamente aprendidos e; de maneira retroativa quando a aprendizagem de novos fatos sobre o conceito é influenciada por fatos previamente aprendidos. Segundo Anderson (1981), de acordo com a teoria ACT, os conhecimentos prévios do sujeito sobre um conceito influenciam a aprendizagem e a recuperação do novo conhecimento sobre o mesmo conceito. Para verificar esta hipótese, sessenta e um estudantes universitários foram sujeitos de um estudo dividido em quatro etapas.

Na primeira etapa, denominada *aprendizagem inicial*, eram apresentadas aos sujeitos, através de um programa computacional, cinco frases afirmativas, cinco frases condicionais e cinco parágrafos contendo nomes de pessoas completos (com primeiro nome e sobrenome). Após a familiarização com as frases eram feitas perguntas sobre as frases estudadas.

Na segunda etapa do estudo, denominada *familiarização com os nomes*, os nomes utilizados nas frases e parágrafos da primeira etapa eram misturados a outros nomes nos quais foram permutados aleatoriamente o primeiro nome e o sobrenome. Os nomes desse novo conjunto eram apresentados aos sujeitos, que deveriam julgar se cada um deles havia sido estudado ou não na primeira etapa.

Na terceira etapa, denominada *aprendizagem de locais*, eram apresentadas aos sujeitos asserções contendo uma combinação entre um nome e um local. Após uma rápida leitura, era solicitado aos sujeitos que escrevessem o nome e o local onde ocorreu o fato expresso pela frase.

No *reconhecimento da combinação nome-local*, que constituiu a última etapa do estudo, eram apresentadas aos sujeitos grupos de frases contendo combinações nome-local, sendo que metade delas haviam sido estudadas na etapa anterior e a outra metade foi elaborada a partir da permutação entre os nomes e os locais. O sujeito, após uma rápida leitura, era solicitado a julgar se a frase havia sido estudada na etapa anterior ou não. Os resultados indicaram que não existia diferença significativa na recordação de frases ou parágrafos mas, nas frases em que era expressa uma condição familiar aos sujeitos a média de recordação foi significativamente superior a média de recordação de condições não-familiares. Este resultado confirmou a hipótese do estudo de que os conhecimentos prévios sobre as condições expressas nas frases e parágrafos possibilitou aos sujeitos o estabelecimento de caminhos para codificar a informação sobre o local expresso nas frases.

Os resultados sugeriram que os sujeitos obtinham sucesso ao filtrar os efeitos da interferência de conhecimentos prévios, usando uma estrutura denominada por Anderson (1981) de *sub-nós*. Essa estrutura envolvia a criação de sub-nós de um nó individual da memória, procedendo inicialmente à seleção do sub-nó correto anexado ao nó e, depois, buscando o fato anexado ao sub-nó.

Além da interferência de conhecimentos prévios, o tempo é outra variável que influencia os processos que envolvem a memória humana, sendo que Anderson (1983-a) estudou alguns mecanismos que determinam as propriedades temporais da recuperação de informações contidas na memória de longo prazo. Segundo o autor,

ao deparar-se com algumas afirmações, as pessoas, em geral, são rápidas para julgá-las verdadeiras ou falsas, mas têm dificuldade em explicitar como o fizeram. Essa aparente automatização é uma característica fundamental da recuperação.

Com a finalidade de analisar a recuperação de informações contidas na memória, Anderson (1983-a) apresentou a alguns sujeitos⁷ vinte e seis frases expressando fatos do tipo “uma pessoa está em um local”. Sendo que dentre essas vinte e seis frases, cada pessoa e cada local estavam envolvidos em um a três fatos. Os sujeitos estudaram as frases e foram solicitados, a seguir, a identificar em um conjunto composto pelas frases estudadas e outras similares não estudadas, julgar se tinham tido contato anterior com a frase. Segundo o autor, na psicologia cognitiva, o conhecimento envolvido nas frases podia ser representado em termos de redes proposicionais, que são nós interconectados pelos significados através de proposições e conceitos. A análise dos resultados permitiu ao autor sugerir que quando um sujeito se depara com uma afirmação pode reconhecer um fato particular, mediante a ativação de vários conceitos envolvidos no fato e a força de ativação (determinada pela frequência que esse nó é ativado) determina o tempo necessário para que o sujeito elabore um juízo de reconhecimento.

Além da frequência de ativação do nó, Anderson (1983-a) também analisou o efeito da prática no tempo necessário para o reconhecimento de fatos. Para isso, repetiu durante vinte e cinco sessões, a exposição de algumas afirmações aos sujeitos. **A análise dos resultados permitiu ao autor estabelecer uma relação matemática que exprimia o tempo necessário ao reconhecimento de um fato (T) em função da frequência de prática (P):**

$$T = 0,36 + 1,15 (P - 0,5)^{-0,36}$$

De acordo com o autor, a partir da relação estabelecida entre a frequência de prática e o tempo necessário ao reconhecimento, é possível sugerir que a prática aumenta a capacidade de ativação dos nós evidenciando o impacto da prática no aumento da eficiência da transmissão neural.

Outro aspecto enfatizado por Anderson (1989) é o princípio da racionalidade aplicado ao estudo da memória humana. Segundo o autor, *a memória humana é*

⁷ O autor não mencionou as características dos sujeitos do estudo.

racionalmente projetada para produzir um desempenho otimizado nas tarefas de recuperação de informação. Para isso, considerou como pressupostos básicos da análise racional da memória:

- os itens a serem recuperados são elementos retidos na memória humana: proposições, produções, imagens, associações, esquemas ou outros tipos de *chunks*;
- o repertório de elementos retidos na memória de um sujeito é constituído de um conjunto de elementos contextualizados espaço-temporalmente;
- durante o processo de recuperação de uma informação, em algum momento, o sistema identifica um subconjunto da estrutura de memórias que é o objetivo da busca;
- existe um custo para o sistema cognitivo ao recuperar a informação incorreta ou ao associar informações irrelevantes entre si no sistema.

Com base nesses pressupostos, o autor buscou estimar, através de uma relação matemática, a probabilidade de uma estrutura do sistema cognitivo ser encontrada, considerando os fatores espaço-temporais. Após o desenvolvimento de alguns cálculos, o autor alertou que o princípio da racionalidade não pode ser aplicado à memória, desvinculado de uma fundamentação sobre a natureza do conhecimento a ser recuperado. Mesmo assim, os resultados permitiram ao autor sugerir a possibilidade de prever fenômenos da memória ao assumir que ela opera de maneira racional.

Atualmente, os estudos do autor têm sido dedicados a descrever e analisar como as pessoas escrevem programas recursivos e, para testar essa compreensão, Anderson (1996) desenvolveu simulações computacionais capazes de escrever programas recursivos, tal como o fazem os humanos. Os estudos sobre esses processos estão fundamentados na teoria ACT-R, que busca analisar como as unidades de conhecimento são adquiridas e representadas e qual o seu papel na cognição humana. A teoria distingue duas categorias de unidades de conhecimento: declarativa (representada no sistema cognitivo através de *chunks*) e de procedimento (representadas através de regras de produção).

De acordo com a teoria ACT-R (Anderson, 1996), as regras de produção incorporam conhecimentos de procedimento e suas condições e ações são definidas em termos de estruturas declarativas, ou seja, existe grande relação entre as unidades de conhecimento declarativas e de procedimento:

- *chunks* podem ser criados através de ações das regras de produção;
- regras de produção podem ser originadas a partir da codificação de *chunks*.

Anderson (1996) ilustrou essa relação entre os chunks e as regras de produção através da codificação de um conhecimento de modalidade visual. Segundo o autor, mediante o reconhecimento do objeto, o sistema pode sintetizar suas características. Esses objetos são avaliados na memória de trabalho para estabelecer relações com outros processamentos. Nesse momento, a atenção é requerida na memória de trabalho para controlar as regras de produção. O sistema avalia, então, os elementos componentes do objeto e reconhece suas partes, estabelecendo um padrão característico do objeto.

Considerações

A revisão da literatura permitiu verificar as principais conclusões a partir das pesquisas realizadas nos últimos quinze anos sobre memória, desempenho e conhecimentos de procedimentos empregados na solução de problemas. Foi verificado que sujeitos que percebem mais facilmente as relações entre os elementos de um problema têm maior facilidade na solução. Além disso, a complexidade dos procedimentos retidos na memória favorece a compreensão do problema, influenciando a recuperação correta da estratégia de solução.

Dentre as estratégias empregadas para solucionar um problema foi verificado que a elaboração de problemas por analogia e o trabalho cooperativo podem favorecer o desempenho, uma vez que influenciam a retenção e transferência de conhecimentos de procedimentos. Outras estratégias de ensino também podem influenciar o desempenho, dentre elas a organização dos conteúdos através de relações superordenadas entre os conceitos e fatos e o “*feedback*” dos erros e

acertos cometidos na realização das tarefas, através de avaliações formativas, melhorando a aquisição, retenção e transferência de conteúdos.

CAPÍTULO 3

Problema, sujeitos, materiais e métodos

*“Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino...
Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e
me indago. Pesquiso para constatar, constatando,
intervenho, intervindo educo e me educo”.*
(Paulo Freire)

Problema de pesquisa e objetivos

O presente estudo foi elaborado visando responder ao seguinte problema de pesquisa:

Existe relação entre o desempenho, o conhecimento declarativo e de procedimento e a capacidade de recuperar, durante a solução de problemas matemáticos, os conhecimentos (declarativo e de procedimento) previamente aprendidos?

Do problema de pesquisa decorreram as seguintes questões:

1. Existe relação entre a retenção da informação matemática (memória matemática) e os procedimentos utilizados na solução dos problemas?
2. O conhecimento declarativo sobre os conteúdos envolvidos na prova matemática pode favorecer o desempenho na solução dos problemas?

3. Existe relação entre o desempenho e o tipo de procedimento (aritmético, algébrico ou geométrico) utilizado na solução dos problemas matemáticos?
4. Existe relação entre o nível de escolaridade (ensino fundamental ou médio) e os procedimentos empregados na solução dos problemas matemáticos?
5. Existe relação entre os procedimentos empregados na solução dos problemas matemáticos e o gênero?

A partir dessas questões, o presente estudo, através de testes de hipóteses, buscou evidenciar possíveis relações entre o desempenho na solução de problemas matemáticos, o domínio dos conhecimentos declarativo e de procedimento e a memória matemática (enquanto componente da estrutura da habilidade matemática), conforme ilustra o modelo de trabalho a seguir:

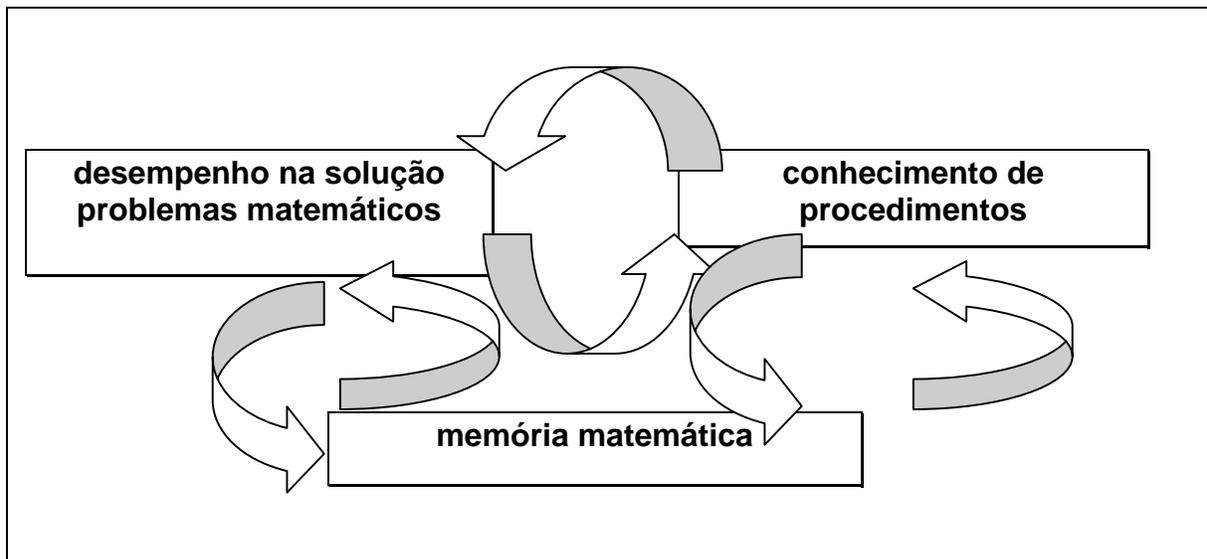


Figura 04: modelo da pesquisa

Sujeitos e procedimentos para a seleção das escolas

Foram sujeitos da pesquisa 177 alunos de uma escola da rede pública estadual de ensino e de uma escola privada da cidade de Santos – SP. As escolas foram selecionadas por conveniência, considerando-se a localização de ambas na mesma cidade e a quantidade aproximada de alunos matriculados nas séries estudadas. Os sujeitos estavam distribuídos entre o primeiro e o quarto ano do Ciclo II do Ensino Fundamental (quinta e oitava séries, respectivamente) e o terceiro ano do Ensino Médio. Essas séries foram escolhidas levando-se em consideração que os primeiros nunca haviam tido contato com a Álgebra durante o ensino escolar; os estudantes de oitava série já passaram pelo ensino de equações de primeiro e segundo graus e; os estudantes do último ano do ensino médio estão concluindo o nível básico de escolarização e, portanto, espera-se que dominem estratégias geométricas, algébricas e aritméticas para a solução de problemas.

A coleta dos dados foi realizada em dois momentos distintos, após a apresentação dos objetivos da pesquisa e dos instrumentos a serem utilizados para a direção da unidade escolar e para os professores de Matemática das respectivas classes.

Instrumentos

Foram utilizados quatro instrumentos para a obtenção das informações do presente estudo:

- 1. Questionário informativo** sobre a vida escolar dos sujeitos, elaborado e validado por Brito (1997). Este instrumento contém questões abordando os hábitos de estudo dos sujeitos, suas preferências pelas disciplinas escolares e atividades desenvolvidas nas aulas de Matemática (Anexo 1).
- 2. Prova matemática** para avaliar o desempenho e os procedimentos empregados na solução de problemas matemáticos (Anexo 2). Essa prova

foi elaborada para o presente estudo. O instrumento é composto por três itens, abordando os seguintes conteúdos matemáticos:

- multiplicação de frações;
- divisão de frações;
- divisão de números naturais;
- multiplicação de números naturais;
- divisão entre números naturais e decimais.

Os conteúdos abordados neste instrumento são comuns a todos os níveis de escolaridade dos sujeitos deste estudo.

O primeiro item apresentava perguntas sobre o conhecimento declarativo dos conteúdos envolvidos. No segundo item era solicitado aos sujeitos que aplicassem os algoritmos de solução das operações aritméticas dos conteúdos abordados no instrumento. No terceiro item eram apresentados problemas com enunciado verbal, adaptados de livros didáticos, envolvendo os mesmos conteúdos.

Este instrumento teve o objetivo de verificar se os sujeitos possuíam o conhecimento declarativo e de procedimento das operações anteriormente citadas, bem como, verificar os procedimentos utilizados na solução de problemas.

- 3. Prova para avaliar a memória matemática** (Anexo 3). Este instrumento, elaborado a partir dos testes aritméticos da série XXII (problemas com termos que são difíceis de se recordar) de Krutetskii (1976), teve o objetivo de avaliar a memória matemática, componente da habilidade matemática relacionada ao terceiro estágio da solução de problemas, que é a retenção da informação matemática. Os problemas eram apresentados aos sujeitos, um a um e era solicitado que, após a leitura atenta reproduzissem imediatamente o problema lido.
- 4. Teste das figuras complexas de Rey** (Rey, 1999). Trata-se de um teste de cópia e de reprodução de memória de figuras geométricas complexas. Cada sujeito, em sessão individual, recebia uma folha de papel em branco e era solicitado a copiar uma figura impressa em um cartão, trocando

periodicamente a cor do lápis, de forma intencional, a fim de verificar a ordem de sucessão dos elementos da figura percebidos pelo sujeito. Após a conclusão da cópia, eram recolhidos o cartão com a figura original e a folha. Após um intervalo, não superior a três minutos, o sujeito recebia outra folha em branco e era solicitado a reproduzir a figura anteriormente vista. Novamente eram modificadas as cores dos lápis a fim de constatar se houve melhora em relação à cópia.

Este teste foi utilizado por permitir a ordem em que os elementos (gerais e específicos) de uma figura complexa são observados e, comparar com a ordem em que os elementos do enunciado de um problema matemático (estrutura do problema e dados numéricos) são percebidos.

Procedimento para a coleta dos dados

Os dados foram coletados em duas etapas distintas. Na primeira etapa foram aplicados o questionário informativo (anexo 1), a prova matemática (anexo 2) e a prova para avaliar a memória matemática (anexo 3). Os instrumentos foram aplicados em horário de aula a todos os alunos presentes em cada uma das salas de aula, na ausência do professor. Inicialmente os alunos eram orientados a responder o questionário informativo, sendo solicitado que as dúvidas fossem esclarecidas com o examinador. A seguir, eram solicitados a resolver a prova matemática, sem comunicação com os demais colegas e sem qualquer tipo de consulta ou auxílio de calculadora.

Quando todos os sujeitos de cada sala concluíram a prova matemática, era iniciada a aplicação da prova para avaliar a memória matemática. Usando um aparelho retroprojeter, cada um dos problemas era projetado em um anteparo, de forma que todos os alunos pudessem visualizá-lo. O examinador realizava uma primeira leitura do problema em voz alta e solicitava aos alunos que relessem atentamente o problema. Após um intervalo, não superior a trinta segundos, o problema era retirado e os sujeitos eram solicitados a reproduzi-lo. Caso não se

recordassem integralmente do enunciado do problema, eram solicitados a reproduzir apenas aquilo que recordavam.

Após a análise dos dados obtidos a partir desses instrumentos, foram selecionados sujeitos de cada série, de ambos os gêneros, com maior e menor nota na prova matemática (anexo 1) e na prova para avaliar a memória matemática (anexo 2), para participar da segunda etapa do estudo. Nessa etapa, os sujeitos foram submetidos, individualmente, ao teste das figuras complexas de Rey, com a finalidade de comparar a ordem em que percebiam os elementos dos problemas matemáticos e das figuras complexas, tendo em vista que a percepção é a primeira das reações cognitivas durante a solução de um problema. Para tanto, todos os sujeitos, nos testes de cópia e reprodução, utilizaram os lápis na seguinte ordem de cores: vermelho, verde, marrom, azul claro, laranja, rosa, azul escuro, preto e amarelo, permitindo observar a ordem em que os elementos da figura eram percebidos e recordados.

Plano de análise dos dados

Os dados obtidos na primeira etapa do estudo foram analisados estatisticamente, sendo realizada inicialmente uma análise descritiva, a seguir uma análise da confiabilidade dos instrumentos (no caso das provas) e posteriormente, uma análise buscando evidenciar correlações entre as variáveis. Foi considerado, em toda a análise, o nível de significância de 0,05.

Através do questionário informativo foram obtidas algumas variáveis qualitativas, descritas no anexo 4.

Na prova matemática cada uma das questões recebeu pontuação conforme a tabela a seguir:

Tabela 02: Variáveis obtidas na prova matemática

Questões	Pontuação	Características observadas na resposta
1a / 1b	0	Definição incorreta
	0,5	Definição redundante
	1,0	Definição correta
1c / 1d/ 1e / 1f / 1g	0	Totalmente errado
	0,5	Operação correta/ cálculo errado
	1,0	Totalmente correto
2a / 2b / 2c / 2d / 2e / 2f / 2g / 2h	0	Erro no algoritmo
	0,5	Erro de cálculo
	1,0	Correto
3a / 3b / 3c / 3d / 3e	0	Operação errada
	0,5	Operação correta / erro no algoritmo
	1,0	Operação correta / erro de cálculo
	1,5	Operação e cálculo corretos / erro na resposta
	2,0	Totalmente correto

A partir da pontuação em cada uma das partes da prova (anexo 2) foi obtida a somatória dos pontos e padronizada em um intervalo de 0 a 10,0, fornecendo as variáveis nota1, nota2 e nota3, que representavam, respectivamente, o desempenho do sujeito em cada uma das três partes da prova. Também foi obtida a variável nota através da soma da pontuação obtida no instrumento completo, sendo também padronizada no intervalo de 0 a 10,0.

Finalmente, em cada um dos seis problemas da prova feita para avaliar a memória matemática (anexo 3) foram atribuídos de 1 a 4 pontos, conforme a tabela a seguir:

Tabela 03: Critérios para pontuação da prova de memória matemática

Pontos	Características observadas
0	Não foi capaz de reproduzir nenhuma informação.
1	Reproduziu parcialmente (estrutura do problema, relações entre fatos, dados numéricos, etc) cometendo erros.
2	Reproduziu o problema parcialmente: apenas dados numéricos.
3	Reproduziu o problema parcialmente: apenas estrutura do problema ou relação entre os fatos.
4	Reproduziu o problema integral e corretamente.

Na segunda etapa do estudo, em que os sujeitos foram submetidos aos testes de cópia e reprodução de uma figura complexa, foram inicialmente pontuadas a cópia e a reprodução elaborada por cada sujeito, de acordo com as orientações do manual de aplicação (Rey, 1999). Para tanto, a figura era decomposta em dezoito elementos e, para cada elemento eram consideradas a precisão e a localização, atribuindo a cada elemento de zero a 2,0 pontos. Desse modo, cada sujeito recebia uma pontuação variando entre zero e 36,0 no teste de cópia e no teste de reprodução.

Através da utilização de cores distintas e sucessivas durante a cópia e a reprodução, os sujeitos também foram classificados de acordo com o tipo de cópia. Os tipos de cópia são classificados no manual de aplicação *dos mais aos menos racionais*, conforme hierarquia apresentada a seguir:

- I. *Construção a partir da armação.*
- II. *Detalhes incluídos na armação.*
- III. *Contorno geral.*
- IV. *Justaposição de detalhes.*
- V. *Detalhes sobre fundo confuso.*
- VI. *Redução a um esquema familiar.*
- VII. *Garatuja.*

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

Características dos sujeitos

Os sujeitos da pesquisa foram 177 alunos de uma escola da rede pública estadual de ensino e de uma escola privada da cidade de Santos – SP. Os sujeitos distribuíam-se entre as séries investigadas conforme a tabela a seguir.

Tabela 04: Distribuição dos sujeitos de acordo com a escola e a série

Escola	Série			Total
	5 ^a	8 ^a	3 ^o	
Pública	30 (16,9%)	20 (11,3%)	33 (18,6%)	83 (46,9%)
Privada	34 (19,2%)	24 (13,6%)	36 (20,3%)	94 (53,1%)
Total	64 (36,2%)	44 (24,9%)	69 (39,0%)	177 (100%)

Dos sujeitos analisados, 90 eram do gênero masculino e 87 do gênero feminino. Em relação à idade, os sujeitos distribuíam-se conforme a figura a seguir.

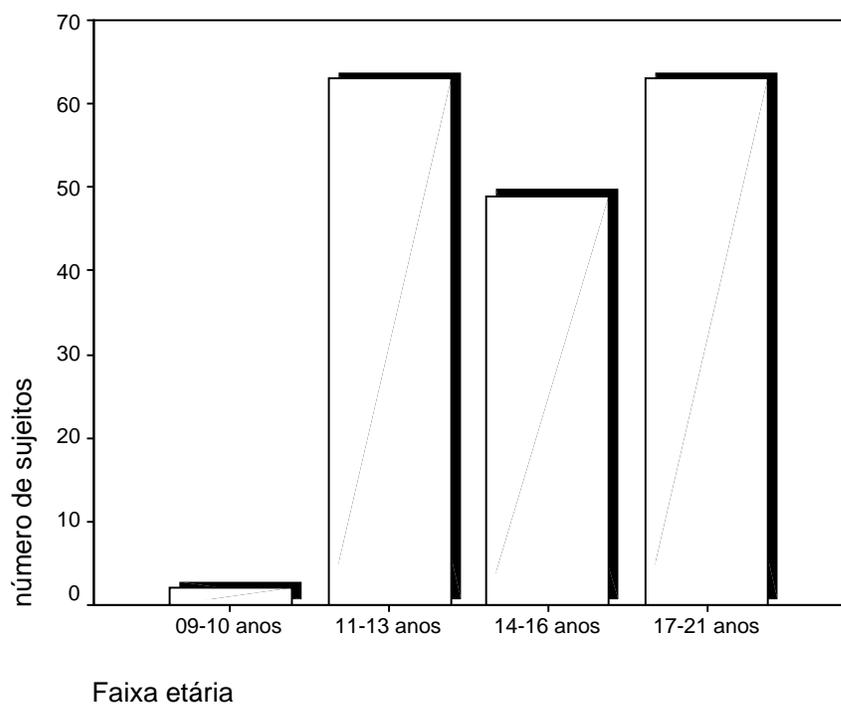


Figura 05: Distribuição dos sujeitos de acordo com a faixa etária

Quando perguntados sobre a escolaridade dos pais foi verificado que a maioria concluiu o nível básico de educação: 62,2% dos pais e 63,9% das mães apresentavam no mínimo o ensino médio completo, conforme se pode observar na tabela 05.

Tabela 05: Distribuição do nível de escolaridade dos pais

	Escolaridade do pai	Escolaridade da mãe
nunca estudou	3 (1,7%)	1 (0,6%)
ensino fundamental	27 (15,3%)	39 (22,0%)
ensino médio	44 (24,9%)	47 (26,6%)
ensino superior	41 (23,2%)	48 (27,1%)
pós-graduação	25 (14,1%)	18 (10,2%)
não sabe responder	37 (20,9%)	24 (13,6%)
Total	177 (100%)	177 (100%)

Em relação à idade em que iniciaram a vida escolar, verificou-se que 69,9% dos sujeitos começaram a freqüentar escola antes dos cinco anos de idade e, apenas treze sujeitos iniciaram a vida escolar aos sete anos de idade, não tendo, portanto, freqüentado escola no nível de educação infantil.

Do total, 17 sujeitos já haviam tido experiências de retenção em alguma série escolar. A distribuição da série em que ocorreu a retenção de acordo com o componente curricular estava distribuída conforme a tabela 06. As maiores incidências de retenção em Matemática ocorreram em séries iniciais de ciclos de escolaridade.

Tabela 06: Distribuição dos sujeitos de acordo com a série e o componente curricular da retenção escolar

Série em que ficou retido	não lembra	Componente curricular			Total
		Matemática	Geografia	Outra	
1ª série	3	2	1		6
2ª série	1	1		1	3
4ª série	1	1			2
5ª série	1	2			3
7ª série				1	1
2ª série EM	1			1	2
Total	7	6	1	3	17

Com a finalidade de investigar os hábitos de estudo dos sujeitos estes foram questionados, inicialmente, sobre a ajuda recebida nas tarefas de Matemática realizadas em casa. Dentre os estudantes da escola pública, 51,8% dos sujeitos afirmaram receber ajuda; na escola privada, a porcentagem de sujeitos que afirmaram receber ajuda nas tarefas de Matemática era de 58,4%. Pode-se inferir que à medida que os sujeitos avançam nas séries escolares a frequência com que recebem ajuda dos pais nas tarefas escolares diminui, como mostra a tabela a seguir.

Tabela 07: Distribuição da frequência de ajuda nas tarefas de Matemática de acordo com a série

	Série			Total
	5 ^a	8 ^a	3 ^o	
Recebe ajuda nas tarefas	49 (27,7%)	25 (14,1%)	24 (13,6%)	98 (55,4%)
Não recebe ajuda nas tarefas	15 (8,5%)	19 (10,7%)	45 (25,4%)	79 (44,6%)
Total	64 (36,2%)	44 (24,9%)	69 (39,0%)	177 (100%)

Quando questionados sobre os dias da semana em que estudam Matemática, 30,5% afirmaram que não estudam nenhum dia da semana e apenas doze sujeitos afirmaram que estudam todos os dias. Do total de sujeitos, 38,5% afirmaram destinar menos de uma hora diária ao estudo de Matemática. Em relação à ocasião, 61,6% dos sujeitos afirmaram que apenas estudam Matemática na véspera da prova, como pode ser observado na figura 6.

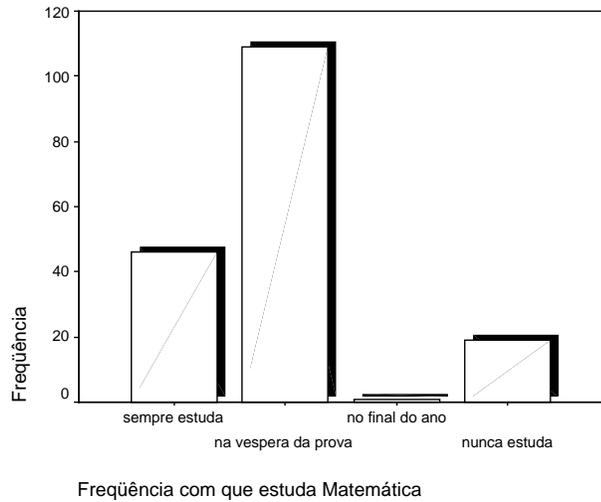


Figura 06: Distribuição dos sujeitos de acordo com a ocasião em que estuda Matemática

Quando questionados sobre a compreensão dos conteúdos e problemas abordados nas aulas de Matemática, 22,3% dos 175 sujeitos que responderam a questão afirmaram que isso ocorre sempre. É interessante observar que também foi investigado se os sujeitos já haviam recorrido a aulas particulares de Matemática. A tabela 08 indica que esse tem sido um recurso para complementar a compreensão dos conteúdos escolares de Matemática.

Tabela 08: Distribuição da compreensão dos conteúdos matemáticos de acordo com o recurso as aulas particulares

Compreende os conteúdos matemáticos	Frequência de resposta		Total
	Recorreu a aulas particulares	Não recorreu a aulas particulares	
Sempre	5 (2,9%)	34 (19,4%)	39 (22,3%)
Quase sempre	25 (14,3%)	86 (49,1%)	111 (63,4%)
Quase nunca	8 (4,6%)	13 (7,4%)	21 (12,0%)
Nunca	2 (1,1%)	2 (1,1%)	4 (2,3%)
Total	40 (22,9%)	135 (77,1%)	175 (100%)

Também foi questionado sobre a atenção nas aulas de Matemática. Do total de sujeitos, 19,2% afirmaram não se distrair nas aulas de Matemática, enquanto 10,7% dos sujeitos afirmaram que não conseguem prestar atenção.

Em relação à percepção que têm de seu desempenho em Matemática, comparado ao desempenho dos colegas, a maioria afirmou apresentar notas iguais à maioria da classe, conforme pode ser observado na figura a seguir.

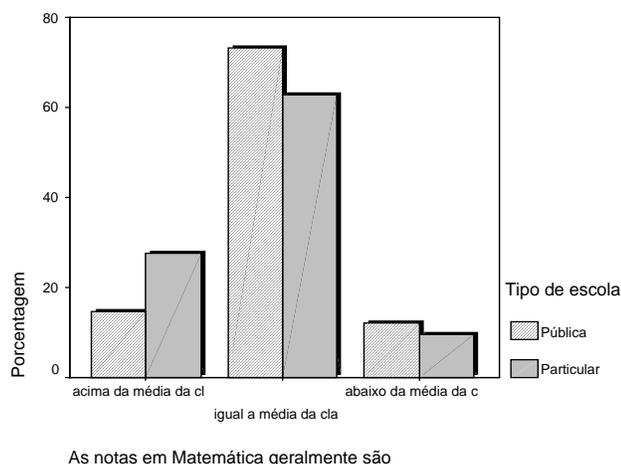


Figura 07: Distribuição dos sujeitos de acordo com a percepção do desempenho em Matemática e o tipo de escola

Também foi questionado sobre a preferência pelos componentes curriculares. Dos 177 sujeitos 21,5% afirmaram que a disciplina que mais gostam é Matemática (sendo a disciplina com maior frequência de resposta) e 12,4% afirmaram ser a disciplina que menos gostam. No entanto, a ordem de preferência diferenciava-se entre as séries, conforme pode ser observado na tabela do anexo 5.

As respostas sobre os conteúdos escolares que mais gostaram e que menos gostaram em Matemática foram agrupadas nas categorias: Geometria, Aritmética, Álgebra, Probabilidade e Estatística, Trigonometria e Matemática Financeira. Dentre os sujeitos do primeiro ano do ciclo II do Ensino Fundamental a maioria afirmou que o conteúdo que mais gostou e que menos gostou era aritmético. Nas outras séries ocorreu o mesmo com conteúdos algébricos, conforme pode ser observado nas figuras a seguir.

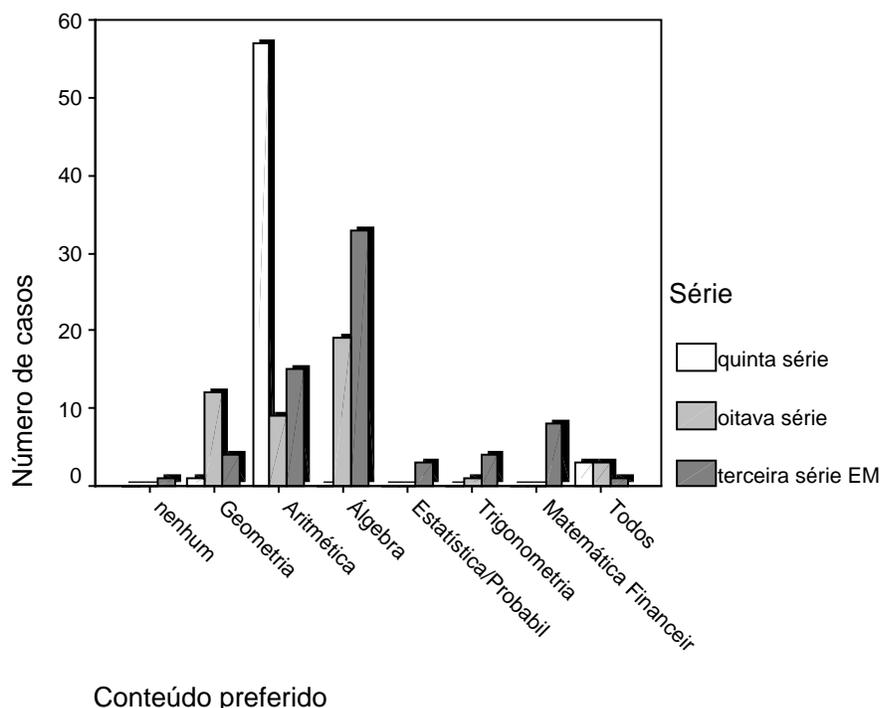
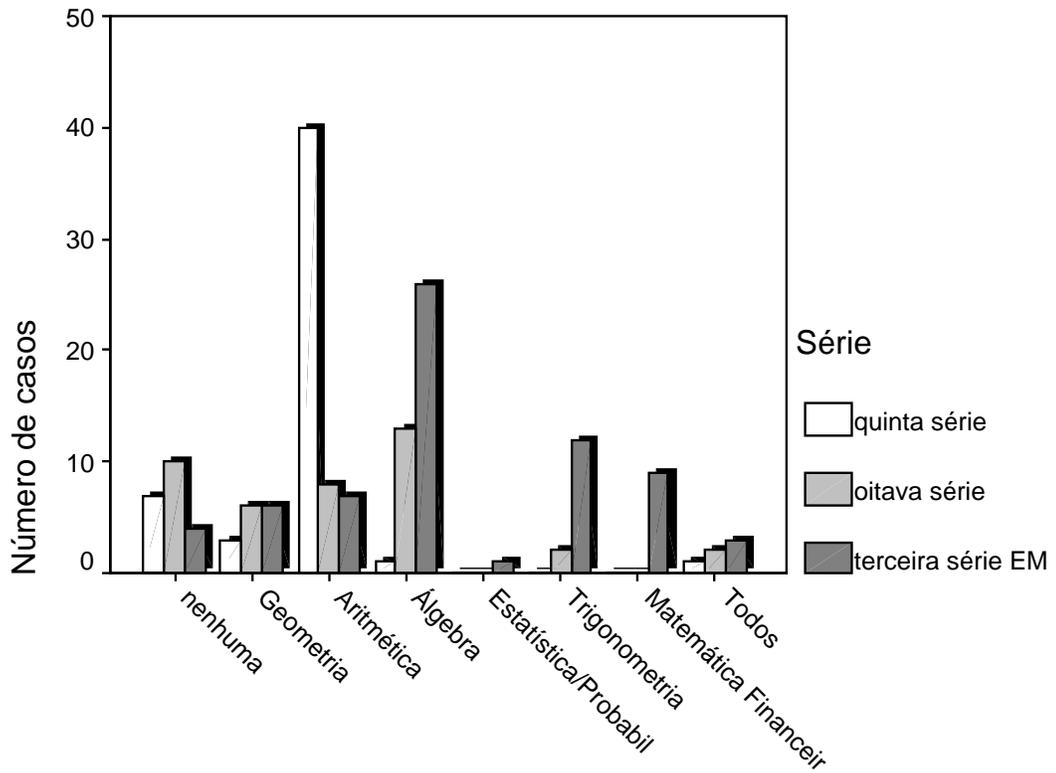


Figura 08: Distribuição dos sujeitos de acordo com o conteúdo que mais gostou em Matemática e a série



Conteúdo menos apreciado

Figura 09: Distribuição dos sujeitos de acordo com o conteúdo que menos gostou em Matemática e a série

Análise de confiabilidade dos instrumentos utilizados na primeira etapa do estudo

A análise de confiabilidade permite examinar as propriedades de medida de um instrumento e a responsabilidade de cada item do instrumento na medida. O procedimento consiste na repetição da medida e comparação dos resultados obtidos (Cazorla, 2002), fornecendo informações sobre as relações entre os itens individuais do instrumento. Neste estudo foi utilizado o coeficiente alfa de Cronbach que indica a consistência interna, baseado na correlação inter-item.

Segundo Pasquali (1997), o coeficiente alfa (α) *reflete o grau de covariância dos itens entre si, servindo assim de indicador de consistência interna do próprio teste* (p. 139). Para a obtenção do coeficiente α são necessários três parâmetros: a variância total do teste (s_T^2), a variância de cada item individualmente (s_i^2) e a soma das variâncias desses itens ($\sum s_i^2$). O coeficiente α de Cronbach é obtido através da fórmula:

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_T^2} \right)$$

Como se trata de um coeficiente, α pode variar entre 0 e 1, sendo que o 0 *indica a ausência de total de consistência interna dos itens*, e o 1, *presença de consistência de 100%* (Pasquali, 1997, p.139).

Inicialmente foi avaliada a confiabilidade da prova para avaliar a memória matemática (anexo 3), sendo que todos os sujeitos foram considerados, pois nenhum deles deixou de responder todos os itens do instrumento. Cada item poderia receber uma pontuação variando entre 0 e 4. A média e o desvio padrão de cada item são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 09: Distribuição de médias e desvio padrão dos itens da prova para avaliar a memória matemática

Item	Média	Desvio padrão	Nº de casos
1	1,5141	1,1032	177
2	1,5650	0,9520	177
3	2,3503	1,3864	177
4	1,8927	1,1989	177
5	2,2373	1,4223	177
6	1,5424	1,1964	177

A correlação entre duas variáveis permite evidenciar como ambas estão relacionadas, através de um coeficiente ρ . Para obter o coeficiente de correlação entre dois itens do instrumento é necessário considerar a covariância entre os itens ($\sigma_{x,y}$) e o desvio-padrão de cada um dos itens individualmente (σ_x e σ_y). Assim, o coeficiente de correlação entre dois itens do instrumento é dado por (Moretin, 1999, p. 64):

$$\rho = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Esse coeficiente varia entre -1 e 1 , sendo que, *quanto mais próximo for ρ de 1 e -1 , maior o grau de dependência entre as duas variáveis* (Moretin, 1999, p.65).

Através da matriz de correlação é possível verificar a relação entre os itens do instrumento, dois a dois. Essa matriz é apresentada na tabela 10.

Tabela 10: Matriz de correlação entre os itens da prova para avaliar a memória matemática

Item/item	1	2	3	4	5	6
1	1,0000					
2	0,4955	1,0000				
3	0,3534	0,2237	1,0000			
4	0,5102	0,4666	0,4706	1,0000		
5	0,4758	0,5299	0,3437	0,6581	1,0000	
6	0,4203	0,5476	0,2308	0,4845	0,4949	1,0000

Através da tabela anterior é possível observar que dentre os itens da prova para avaliar a memória matemática (anexo 3), os problemas 2 e 3 e, os problemas 3 e 6 foram os que apresentaram menor coeficiente de correlação. Provavelmente, isso pode ser atribuído à extensão dos enunciados dos problemas, uma vez que o problema 3 apresentava um enunciado conciso e os problemas 2 e 6 apresentavam enunciados extensos, com grande quantidade de informações numéricas. Considerando-se que a análise de correlação foi realizada com 177 sujeitos e que o nível de significância adotado no presente estudo foi 0,05, todas as correlações obtidas na matriz, expressa na tabela anterior, foram consideradas significativas, segundo Snedecor e Cochran (1989).

Para o instrumento, com seis variáveis, a média obtida foi 11,10, a variância 28,35 e o desvio padrão 5,32. Na análise de item-total, quando são calculados a média, a correlação e o alfa de Cronbach, considerando a supressão de cada um dos itens do instrumento, foram obtidos os seguintes resultados, expressos na tabela 11:

Tabela 11: Resultado da análise item-total da prova para avaliar a memória matemática

Item	Média do instrumento se o item for suprimido	Variância do instrumento se o item for suprimido	Alfa se o item for suprimido
1	9,5876	21,0619	0,7918
2	9,5367	22,0682	0,7951
3	8,7514	21,0742	0,8339
4	9,2090	19,3026	0,7643
5	8,8644	18,1179	0,7730
6	9,5593	20,7252	0,7973

É possível observar que se o item 3 do instrumento fosse suprimido o coeficiente alfa do instrumento seria superior a 0,8. Isso ocorre porque esse item foi o que apresentou menor índice de correlação com todos os demais itens do instrumento. Provavelmente, isso ocorreu por se tratar de um problema mais curto e portanto mais fácil de reter, como pode ser observado a seguir:

*Isto e aquilo, e metade disto e daquilo é que
porcentagem de $\frac{3}{4}$ disto e daquilo?*

Finalmente, o coeficiente alfa encontrado para esse instrumento foi 0,8218, permitindo considerar o instrumento adequado para o presente estudo.

Para analisar a confiabilidade da prova matemática, o instrumento foi subdividido em três partes, de acordo com o objetivo de cada uma das partes a saber: domínio de conhecimentos declarativos, domínio de conhecimentos de procedimento, desempenho na solução de problemas, respectivamente. Na primeira parte, que era composta por sete itens, aos quais foram atribuídos de 0 a 1 pontos, a distribuição das médias e desvio padrão dos itens são apresentadas na tabela 12. Para a realização desta análise foram considerados apenas setenta e oito sujeitos que responderam a todos os itens do instrumento.

Tabela 12: Distribuição de médias e desvio padrão dos itens da parte 1 da prova matemática

Item	Média	Desvio padrão	Nº de casos
a	0,4936	0,3172	78
b	0,3654	0,3388	78
c	0,3462	0,4729	78
d	0,1282	0,3365	78
e	0,5897	0,4750	78
f	0,6538	0,4720	78
g	0,7115	0,4524	78

Através da matriz de correlação é possível verificar a relação entre os itens da parte 1 do instrumento, dois a dois. Essa matriz é apresentada na tabela 13. Por se tratar de um instrumento para medir o domínio do conteúdo conceitual, os itens foram elaborados com o objetivo de verificar se os sujeitos são capazes de enunciar a definição dos conceitos matemáticos de multiplicação e divisão e se os identifica em algumas situações. Assim, os itens *a* e *b* solicitavam a definição de divisão e multiplicação respectivamente. Os itens *c* e *f* requeriam a identificação de que consistia em uma situação multiplicativa e, os itens *d*, *e* e *g* em uma situação de divisão. No entanto, o maior índice de correlação encontrado entre os

itens do instrumento relacionava os itens *f* e *g*, que abordavam multiplicação de números naturais e divisão de um número natural por um número decimal, respectivamente, conforme pode ser observado a seguir:

- a) *O que é divisão?*
- b) *O que é multiplicação?*
- c) *Quanto é dois terços de três quartos?*
- d) *Quantas vezes $\frac{1}{2}$ cabe em $\frac{1}{6}$?*
- e) *Quantas vezes 18 cabe em 500?*
- f) *Quantos elementos existem em 24 grupos de 12?*
- g) *Quantas vezes 0,6 cabe em 3?*

Tabela 13: Matriz de correlação entre os itens da parte 1 da prova matemática

Item/item	a	b	c	d	e	f	g
a	1,0000						
b	0,2336	1,0000					
c	0,1018	0,0312	1,0000				
d	0,0078	0,2103	0,0849	1,0000			
e	-0,1470	0,0155	-0,1983	0,1709	1,0000		
f	0,1151	0,1921	0,1076	0,2013	0,1983	1,0000	
g	0,0775	-0,1719	0,2152	-0,0525	0,1674	0,3474	1,0000

Considerando-se que a análise de correlação desta parte do instrumento foi realizada com 78 sujeitos, uma correlação é considerada significativa no nível de 0,05, com coeficientes de correlação maiores que 0,24 (Snedecor e Cochran, 1989). Assim, os únicos itens desta parte do instrumento que estavam correlacionados eram as questões *f* e *g*, que abordavam as operações de multiplicação e divisão. Para a parte 1 do instrumento, com sete itens, a média obtida foi 3,2885, a variância 1,8605 e o desvio padrão 1,3640. Na análise de item-total, quando são calculadas a média, a correlação e o alfa, se cada um dos itens for suprimido, obteve-se os seguintes resultados, expressos na tabela 14.

Tabela 14: Análise item-total da parte 1 da prova matemática

Item	Média do instrumento se o item for suprimido	Variância do instrumento se o item for suprimido	Alfa se o item for suprimido
a	2,7949	1,6652	0,4945
b	2,9231	1,6239	0,3948
c	2,9423	1,5194	0,4247
d	3,1603	1,5681	0,3650
e	2,6987	1,5477	0,4411
f	2,6346	1,1927	0,2123
g	2,5769	1,3901	0,3370

Nesta parte da prova matemática (anexo 2) os valores obtidos para o coeficiente alfa, caso cada um dos itens fosse suprimido foram considerados baixos. Provavelmente, isso pode ser atribuído à natureza dos conhecimentos que se pretende avaliar. A primeira parte do instrumento tinha o objetivo de avaliar o conhecimento declarativo dos sujeitos em relação às operações aritméticas com números naturais e racionais. No entanto, as atividades escolares não enfatizam esse aspecto do conhecimento, privilegiando o domínio dos procedimentos ao abordar as operações aritméticas. O coeficiente alfa de Cronbach na primeira parte do instrumento foi 0,4114.

A segunda parte da prova tinha o objetivo de avaliar o domínio do conhecimento de procedimento dos sujeitos, através de oito itens, aos quais foram atribuídos de 0 a 1 ponto. Para essa análise foram considerados oitenta sujeitos que responderam todos os itens da segunda parte da prova. As distribuições das médias e desvio padrão dos itens são apresentadas na tabela 15:

Tabela 15: Distribuição de médias e desvio padrão dos itens da parte 2 da prova matemática

Item	Média	Desvio padrão	Nº de casos
a	0,8375	0,3538	80
b	0,8750	0,3132	80
c	0,7188	0,4346	80
d	0,7938	0,4033	80
e	0,6813	0,4587	80
f	0,4875	0,4705	80
g	0,6688	0,4496	80
h	0,8813	0,2895	80

Através da observação da tabela anterior verifica-se que o item *g* foi o que apresentou a menor média de desempenho, seguido do item *e*. Em ambos os casos, tratam-se de operações de divisão, sendo que no item *e* são envolvidas duas frações e, no item *g*, um número decimal. Isso pode ser atribuído a dificuldade encontrada pelos alunos na execução dos algoritmos, pois, segundo Brito (2003), dentre as operações aritméticas, a divisão consiste na mais difícil das operações para os estudantes. Os itens em que os sujeitos tiveram melhor desempenho (*b* e *h*) abordavam a multiplicação de números naturais, como pode ser observado a seguir:

a) $800 : 15$

b) $250 . 12$

c) $6 : 0,4$

d) $\frac{3}{2} . \frac{4}{5}$

e) $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5}$

f) $605 : 12$

g) $16,9 : 13$

h) $127 . 34$

Através da matriz de correlação é possível verificar a relação entre os itens da parte 2 do instrumento, dois a dois. Essa matriz é apresentada na tabela 16.

Tabela 16: Matriz de correlação entre os itens da parte 2 da prova matemática

Item/ítem	a	b	c	d	e	f	g	h
a	1,0000							
b	0,2428	1,0000						
c	0,1518	0,1569	1,0000					
d	0,2501	0,3445	0,0982	1,0000				
e	0,2228	0,1597	0,2272	0,4271	1,0000			
f	0,2158	0,1181	0,2147	0,0363	0,1279	1,0000		
g	-0,0244	0,3090	0,3107	0,1071	0,1567	0,0251	1,0000	
h	0,0564	0,1134	0,0330	-0,0498	-0,0503	0,1516	0,1073	1,0000

É possível observar que, embora os itens *b* e *h* refiram-se ao mesmo conhecimento de procedimento, o coeficiente de correlação entre ambos não foi o maior obtido. No entanto, o maior coeficiente encontrado foi entre os itens *d* e *e*,

que abordavam, respectivamente, a multiplicação e a divisão das mesmas frações.

Para a segunda parte do instrumento, com oito itens, a média obtida foi 5,9438, a variância 2,6582 e o desvio padrão 1,6304. Na análise de item-total, quando são calculadas a média, correlação e alfa, se cada um dos itens for suprimido, obteve-se os seguintes resultados, expressos na tabela 17:

Tabela 17: Análise item-total da parte 2 da prova matemática

Item	Média do instrumento se o item for suprimido	Variância do instrumento se o item for suprimido	Alfa se o item for suprimido
a	5,1062	2,2133	0,5513
b	5,0688	2,1883	0,5299
c	5,2250	2,0373	0,5347
d	5,1500	2,1038	0,5401
e	5,2625	1,9745	0,5273
f	5,4563	2,1215	0,5776
g	5,2750	2,1133	0,5647
h	5,0625	2,4897	0,6003

O coeficiente alfa de confiabilidade foi 0,5872, nessa parte do instrumento. Observando a tabela anterior é possível observar que suprimindo qualquer um dos itens do instrumento o coeficiente alfa seria muito próximo do coeficiente do instrumento completo.

Na terceira parte da prova, que continha cinco itens, aos quais foram atribuídos de 0 a 2 pontos, a distribuição das médias e desvio padrão dos itens são apresentadas na tabela 18. Nessa análise foram considerados apenas cinquenta e oito sujeito que solucionaram todos os problemas.

Tabela 18: Distribuição de médias e desvio padrão dos itens da parte 3 da prova matemática

Item	Média	Desvio padrão	Nº de casos
a	0,7931	0,9367	58
b	1,6810	0,7952	58
c	1,0000	1,0087	58
d	0,3966	0,7934	58
e	0,2069	0,6144	58

É possível observar na tabela anterior que as médias dos sujeitos na solução dos problemas foi baixa, uma vez que as notas nessa parte do instrumento variava entre 0 e 10.

Através da matriz de correlação é possível verificar a relação entre os itens da parte 3 do instrumento, dois a dois. Essa matriz é apresentada na tabela 19.

Tabela 19: Matriz de correlação entre os itens da parte 3 da prova matemática

Item/item	a	b	c	d	e
a	1,0000				
b	-0,0286	1,0000			
c	0,1114	0,2589	1,0000		
d	0,4900	0,1046	0,5042	1,0000	
e	0,1671	0,1550	0,1132	0,4046	1,0000

Através da tabela anterior, verificou-se que o maior coeficiente de correlação foi entre os problemas *c* e *d*. Provavelmente, isto pode ser atribuído à estrutura dos problemas, pois ambos envolvem operações com números racionais, na forma fracionária e decimal. Por outro lado, o menor coeficiente de correlação foi entre os problemas *a* e *b*. O problema *a* exigia do sujeito, após a realização da operação aritmética, uma reflexão sobre o resultado, enquanto no problema *b*, a resposta do problema era o resultado da operação. Possivelmente esta seja a razão da baixa correlação entre os dois itens do instrumento. Para a terceira parte do instrumento, com cinco variáveis, a média obtida foi 4,0776, a variância 6,4544 e o desvio padrão 2,5406. Na análise de item-total, quando são

calculadas a média, correlação e alfa, se cada um dos itens for suprimido, obteve-se os seguintes resultados, expressos na tabela 20:

Tabela 20: Análise inter-item da parte 3 da prova matemática

Item	Média do instrumento se o item for suprimido	Variância do instrumento se o item for suprimido	Alfa se o item for suprimido
a	3,2845	4,4834	0,5834
b	2,3966	5,3751	0,6135
c	3,0776	3,9105	0,5212
d	3,6810	3,7781	0,3558
e	3,8707	5,2154	0,5608

Na tabela anterior é possível observar que o instrumento sem o problema *b* apresentava um coeficiente alfa superior ao instrumento completo, e que o instrumento sem o problema *d* apresentava um alfa bastante inferior. Isso sugere que o problema *d*, que abordava uma multiplicação de frações, teve muita relevância na medida do desempenho na solução dos problemas. Finalmente, o coeficiente alfa encontrado para essa parte do instrumento foi 0,5917.

Mediante os resultados encontrados na análise de confiabilidade dos instrumentos e, considerando-se a natureza do estudo a ser desenvolvido, os instrumentos analisados foram considerados adequados para a consecução dos objetivos propostos para a presente pesquisa.

Resultados da prova matemática

Este instrumento foi composto por três partes que abordavam os conteúdos de multiplicação e divisão com números naturais, decimais e fracionários. A primeira parte avaliou o domínio do conhecimento declarativo, a segunda, o domínio do conhecimento de procedimento e a terceira, o desempenho na solução de problemas envolvendo tais conceitos e procedimentos. Este teste foi feito com a finalidade de verificar a consistência interna de cada uma das três partes do instrumento e do instrumento global. Foram obtidos os valores do alfa de Cronbach obtidos são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 21: Coeficientes α para os itens da prova matemática

Item da prova	Alfa
Parte I	0,4114
Parte II	0,5872
Parte III	0,5917
Instrumento completo	0,8211

O desempenho em cada uma das partes da prova e no total da mesma foi padronizado em intervalos de zero a dez. As notas obtidas pela amostra em cada uma das partes e na prova completa são apresentadas na tabela a seguir. A maior média foi obtida na parte II, que avaliou o domínio dos conhecimentos de procedimento, que é mais freqüentemente enfatizado nas atividades escolares e, a menor média encontrada foi na parte III, que avaliou o desempenho na solução dos problemas envolvendo as operações tratadas nos itens anteriores. É importante ressaltar que nenhum dos sujeitos deixou a prova matemática completamente em branco.

Tabela 22: Desempenho na prova matemática

Desempenho	Número de sujeitos	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão
Parte I	177	0,00	10,00	3,6489	2,1848
Parte II	177	0,00	10,00	5,6003	2,7384
Parte III	177	0,00	10,00	2,2119	2,3510
Instrumento completo	177	0,00	8,86	3,8204	1,9944

Comparando as médias obtidas pelos sujeitos em relação ao tipo de escola em que estavam matriculados (pública ou privada), verificou-se que os sujeitos da escola privada obtiveram notas mais elevadas em todos os itens do instrumento. Foi utilizado o teste t para amostras independentes para verificar se essa diferença era estatisticamente significativa.

O teste t é um teste de hipótese para a comparação de médias de dois grupos. Neste teste, a hipótese nula é a de igualdade de médias entre os dois grupos ($\mu_1 = \mu_2$) e a hipótese alternativa de que existe uma superioridade de média de um dos grupos ($\mu_1 \neq \mu_2$). Para realizar o teste t é feito, inicialmente um teste de Levene, para verificar a homogeneidade de variâncias entre os grupos. O teste de Levene é também um teste de hipótese no qual a hipótese nula é a de que as variância dos dois grupos são iguais ($Var_1 = Var_2$) e a hipótese alternativa é a de que as variâncias dos dois grupos não são homogêneas ($Var_1 \neq Var_2$).

Através do teste t para amostras independentes verificou-se que as médias não diferiam estatisticamente nas três partes do instrumento sendo obtidos, respectivamente, os seguintes valores de p: 0,055; 0,147 e; 0,096. No instrumento completo, o mesmo teste indicou que a média dos sujeitos da escola provada foi superior à média dos sujeitos da escola pública ($p = 0,05$).

Tabela 23: Comparação das médias na prova matemática de acordo com o tipo de escola

Tipo de escola		Parte I	Parte II	Parte III	Instrumento completo
Pública	Média	3,1859	5,1431	2,0602	3,4631
	Número de sujeitos	83	83	83	83
	Desvio Padrão	2,3003	2,9353	2,0973	2,1282
Privada	Média	4,0578	6,0040	2,3457	4,1358
	Número de sujeitos	94	94	94	94
	Desvio Padrão	2,0018	2,4987	2,5580	1,8220
Total	Média	3,6489	5,6003	2,2119	3,8204
	Número de sujeitos	177	177	177	177
	Desvio Padrão	2,1848	2,7384	2,3510	1,9944

Em relação ao nível de escolaridade, foi observado que o desempenho era superior à medida que o sujeito estudava em séries mais avançadas, conforme pode ser observado na figura a seguir:

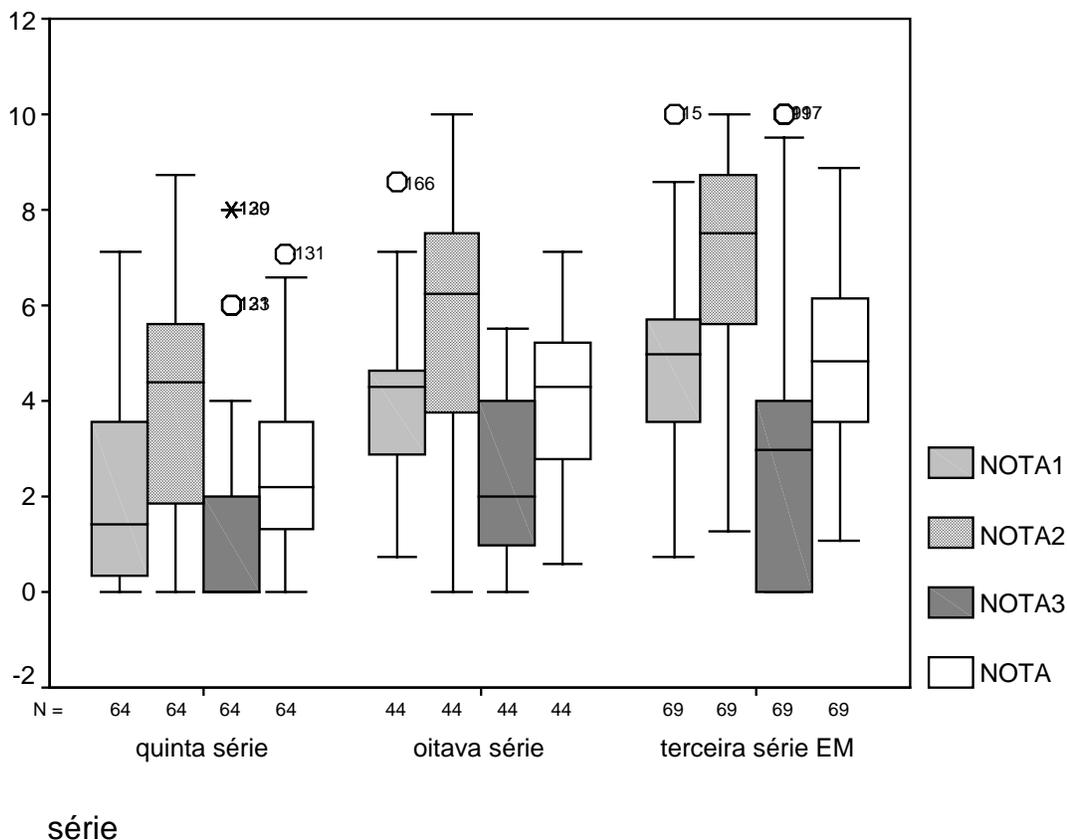


Figura 10: Boxplot das médias na prova matemática de acordo com a série

Ao realizar a análise de variância, com nível de significância de 0,05, verificou-se que nas partes I, II e no instrumento completo os sujeitos da quinta série obtiveram médias inferiores aos demais sujeitos ($p=0,000$). Na parte III os sujeitos da quinta série não apresentaram diferenças em relação aos sujeitos da oitava série ($p=0,112$), mas obtiveram média inferior aos sujeitos do terceiro ano do ensino médio ($p=0,000$). Na terceira parte da prova os sujeitos da oitava série e do terceiro ano não apresentavam diferenças estatisticamente significativas entre as médias ($p=0,345$). No instrumento completo, foram encontradas diferenças significativas entre a quinta e as demais séries, com valores de $p=0,000$. Entre a oitava série e o terceiro ano do ensino médio, a ANOVA não indicou diferença

significativa ($p=0,08$). Esses resultados confirmam parcialmente a hipótese de que os sujeitos de séries mais avançadas apresentam melhor desempenho nas atividades matemáticas.

Em relação as variáveis qualitativas obtidas a partir do questionário (Anexo 1) foram comparadas as médias na prova matemática (Anexo 2), sem realizar nenhum teste de hipótese para verificar superioridade de médias. Os resultados da comparação das médias podem ser observado na tabela 24.

Tabela 24: Desempenho na prova matemática em relação aos hábitos de estudo

Variável	Média	N	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	
Dias da semana em que estuda Matemática	um dia por semana	3,7060	52	1,6859	0,21	6,55
	entre 2 e 5 dias por semana	3,6891	57	2,1539	0,00	8,86
	todos os dias, exceto fim de semana	3,1493	12	2,0831	0,42	7,09
	nenhum dia da semana	4,2828	54	2,0491	0,00	8,63
Quando estuda Matemática	sempre estuda na véspera da prova	3,4363	46	2,1131	0,00	8,86
	no final do ano	4,8333	1	,	4,83	4,83
	nunca estuda	4,6278	19	2,6248	0,00	8,63
Horas do dia destinadas ao estudo de Matemática	nunca estuda	4,5798	17	2,6910	0,00	8,63
	menos de 1 hora	3,6913	69	1,7842	0,42	8,86
	exatamente 1 hora	3,7788	25	2,1232	0,00	7,34
	entre 1 e 2 horas	3,9551	44	2,0058	0,21	8,67
Já teve aulas particulares de Matemática	mais de 2 horas	3,2971	21	1,7977	0,48	7,09
	sim	3,5343	41	1,6528	0,00	6,10
Entende a matéria e os problemas nas aulas de	não	3,9240	135	2,0821	0,00	8,86
	sempre	4,3143	39	2,3335	0,48	8,86
	nunca	3,5789	4	2,2662	0,57	5,74
	quase sempre	3,6218	111	1,9083	0,00	8,67
Entende o assunto através das explicações professor	quase nunca	4,0154	22	1,7172	1,56	7,34
	sempre	4,2098	46	2,2083	0,00	8,67
	nunca	4,4756	10	1,3663	2,83	7,24
	na maioria das vezes	3,7157	95	1,9410	0,21	8,86
	poucas vezes	3,2243	25	1,9189	0,00	6,55

Quando foram comparadas as médias segundo a retenção em séries anteriores, os sujeitos que sempre foram promovidos nas séries escolares obtiveram média 3,95 e os demais obtiveram média 2,92 na prova matemática. Devido à diferença de tamanho dos grupos não foi realizado nenhum teste de hipótese para verificar se a diferença entre os grupos era significativa.

Comparando as médias em relação às afirmações dos sujeitos sobre distrair-se nas aulas de Matemática, observou-se que aqueles que afirmaram prestar atenção às vezes obtiveram a maior média (4,38) e aqueles que afirmaram que não conseguem prestar atenção às aulas de Matemática obtiveram a menor média (3,01), conforme pode ser observado na figura 11.

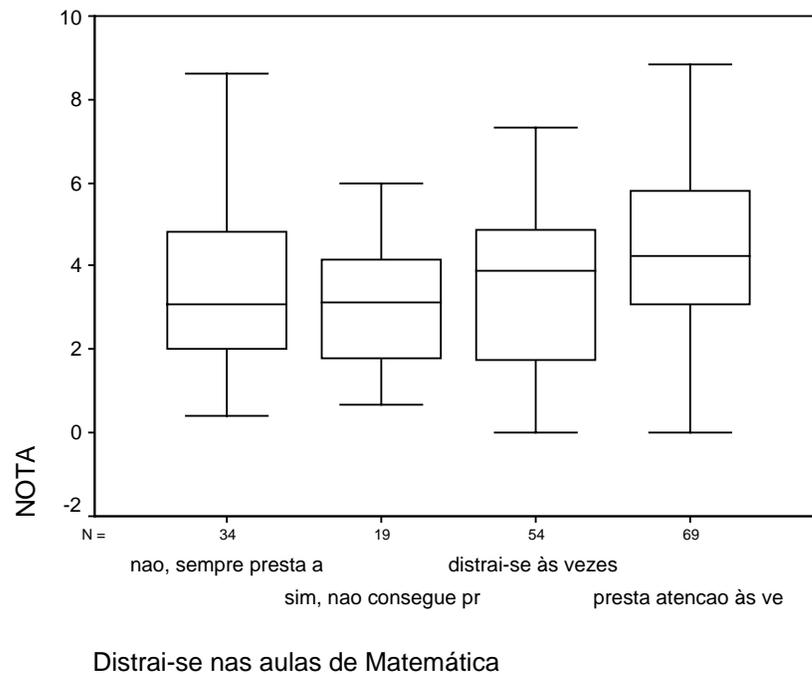


Figura 11: Boxplot das médias de acordo com a atenção nas aulas de Matemática

Ao comparar a percepção que os sujeitos tinham do próprio desempenho escolar com o desempenho na prova matemática verificou-se que aqueles que consideram suas notas escolares acima da média obtiveram média superior (5,26) às médias dos sujeitos que consideravam suas notas iguais à média da classe

(3,51) e as médias dos sujeitos que consideravam suas notas abaixo da média da classe (2,73).

Com a finalidade de analisar as relações entre o domínio do conhecimento declarativo e o desempenho na solução de problemas foi realizada uma análise de correlação entre o desempenho na parte I da prova matemática (conhecimento declarativo) e a parte III (solução de problemas). Foi obtido um coeficiente de Pearson entre as duas variáveis de 0,465, considerado altamente significativo ($p=0,000$). As demais correlações entre o desempenho em cada uma das três partes da prova matemática é apresentada na tabela 25:

Tabela 25: Correlações entre o desempenho nas partes I, II e III da prova matemática

		Nota 1	Nota 2	Nota 3
Nota 1	Coeficiente de Pearson	1,000	0,614**	0,465**
	Sig.		0,000	0,000
	N	177	177	177
Nota 2	Coeficiente de Pearson	0,614**	1,000	0,456**
	Sig.	0,000		0,000
	N	177	177	177
Nota3	Coeficiente de Pearson	0,465**	0,456**	1,000
	Sig.	0,000	0,000	
	N	177	177	177

** Significativo no nível 0,01.

Foi realizada uma análise do desempenho em cada um dos cinco problemas da parte III da prova matemática, de acordo com os procedimentos utilizados. No problema 3a a maioria dos sujeitos utilizou procedimentos aritméticos para solucioná-lo, sendo que a média de pontuação nesse problema obtida pelos sujeitos que utilizaram tal procedimento foi 0,881. O procedimento em que houve melhor média de desempenho neste problema foi o classificado como não convencional, com média 1,667 ($n=3$). A figura a seguir apresenta uma solução através desse tipo de procedimento, apesar de não ter apresentado solução correta:

a) Um confeitheiro faz pacotinhos contendo uma dúzia de doces cada um. Qual é o menor número de doces, acima de 500, que ele deve fazer para que todos os pacotes fiquem completos e não sobre doce algum fora deles? Nesse caso, quantos pacotes ele terá?

12 doces cada um

1-12	10-120	O menor nº de doces é 600 com 50 pacotes.
2-24	20-240	
3-36	30-360	
4-48	40-480	
5-60	50-600	
6-72		
7-84		
8-96		
9-108		

Figura 12: Procedimento não-convencional utilizado na solução do problema 3a (sujeito 101)

O problema 3b foi solucionado através de procedimento aritmético por 87 dos 108 sujeitos que o solucionaram. A média dos sujeitos que utilizaram procedimento aritmético nesse problema foi 1,707, que só foi superada pela média dos nove sujeitos que utilizaram procedimento algébrico (1,778). Um exemplo de procedimento algébrico utilizado na solução desse problema pelo mesmo sujeito anteriormente citado pode ser observado na figura 13:

b) Quando chove e cai um raio, primeiro é visto o relâmpago e depois é ouvido o trovão. A luz do relâmpago chega até nós quase instantaneamente, mas o som (que é o trovão) se propaga a uma velocidade de 340 metros por segundo até ser ouvido. Imagine que passaram 4 segundos entre a luz do relâmpago e o som do trovão. A que distância esse raio caiu?

$1 \Delta - 340 \text{ metros}$
 $4 \Delta - x$
 $x = 340 \cdot 4$
 $x = 1360 \text{ metros}$

Figura 13: Procedimento algébrico utilizado na solução do problema 3b (sujeito 101)

O problema 3c foi o que teve menor número de soluções: apenas 73 sujeitos o fizeram. Destes, 33 utilizaram procedimento aritmético, obtendo média 0,727 no problema. Sete sujeitos utilizaram procedimento algébrico neste problema, apresentando média 1,00 no problema. Um exemplo de procedimento algébrico pode ser observado na figura 14:

c) Assistindo a uma corrida de Fórmula 1, reparei que o primeiro colocado fazia cada volta em 1 minuto e 13,22 segundos, enquanto o segundo colocado gastava 1 minuto e 13,72 segundos. Continuando assim, depois de quantas voltas o primeiro colocado aumentaria sua vantagem em 4 segundos?

$1 - 1' 13,22''$
 $2 - 1' 13,72''$
 50

4
 $\frac{100}{400}$

$50x = 400$
 $x = \frac{400}{50}$
 $x = 8$

resp. : 8 voltas

Figura 14: Procedimento algébrico utilizado na solução do problema 3c (sujeito 15)

No problema 3d, que foi solucionado por 105 sujeitos, sessenta e quatro deles não explicitaram o procedimento utilizado para solucionar. Daqueles que explicitaram o procedimento, trinta e um utilizaram procedimento viso-pictórico (com média 0,468) e dez sujeitos utilizaram procedimento aritmético, com média 0,8. Na figura 15 pode ser observado um exemplo de procedimento aritmético de solução:

d) Ontem quando meu irmão chegou da escola ele comeu a metade da barra de chocolate que minha mãe tinha comprado. Depois que eu almocei, dividi o pedaço que sobrou em quatro pedaços iguais e comi três deles. Qual fração representa a quantidade de chocolate que eu comi?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

Figura 15: Procedimento aritmético utilizado na solução do problema 3d
(sujeito 86)

O problema 3e foi solucionado por 105 sujeitos. Desses sujeitos, vinte e seis utilizaram procedimento viso-pictórico, no entanto, nenhum deles chegou a resposta correta. Provavelmente, isto ocorreu devido aos sujeitos não terem sido capazes de reconhecer que se tratava de uma divisão de frações. Em geral, ao ensinar divisão de frações, são enfatizados os procedimentos em detrimento do significado da operação e isto pode acarretar dificuldade na interpretação de problemas que envolvam este conteúdo. Um exemplo de solução viso-pictórica para esse problema é apresentado na figura 16:

e) Peguei dois pedaços de barbante de mesmo comprimento. O primeiro pinte de azul e dividi em três partes iguais. O segundo pinte de vermelho e dividi em seis partes iguais. Quantas vezes cada pedaço azul cabe em cada pedaço vermelho?

02 pedaços de barbante vermelho em cada 01 pedaço de barbante azul

Figura 16: Procedimento viso-pictórico utilizado na solução do problema 3e
(sujeito 10)

Com a finalidade de verificar qual o tipo de procedimento que ocorreu com maior frequência em cada uma das séries, foram agrupados todos os procedimentos utilizados na solução dos cinco problemas, desconsiderando os problemas que não foram solucionados. Assim, os 177 sujeitos solucionaram 512 problemas. Verificou-se que o procedimento aritmético foi o mais freqüente em todas as séries e que os sujeitos do ensino médio recorreram aos procedimentos viso-pictóricos com maior frequência que os demais sujeitos. Também foi observado que nenhum sujeito do ensino fundamental recorreu a procedimentos algébricos. Estes resultados ratificam a hipótese de que os procedimentos algébricos, por requerer maior abstração, são utilizados com menor frequência nas séries iniciais e, aparecem com maior frequência nas séries mais avançadas, por serem utilizados nas atividades escolares rotineiras.

Tabela 26: Distribuição de freqüências dos procedimentos utilizados na solução dos problemas da parte III da prova matemática de acordo com a série

	Não explicitou procedimento	Aritmético	Algébrico	Viso-Pictórico	Procedimento Não-convencional	Total
5ª série	68	85	0	13	0	166
	40,96%	51,21%	0,00%	7,83%	0,00%	100%
8ª série	58	60	0	17	2	137
	42,34%	43,80%	0,00%	12,40%	1,46%	100%
3º ano	70	81	20	31	7	209
EM	33,49%	38,76%	9,57%	14,83%	3,35%	100%
Total	196	226	20	61	9	512
	38,28%	44,14%	3,91%	11,91%	1,76%	100%

Comparando-se os procedimentos utilizados na solução dos problemas de acordo com o gênero, verificou-se que os procedimentos aritméticos foram utilizados com maior frequência por sujeitos do gênero masculino, enquanto os procedimentos viso-pictóricos foram utilizados com maior frequência por sujeitos do gênero feminino. Observa-se a grande frequência de sujeitos do gênero masculino que não explicitou o procedimento utilizado, registrando apenas a resposta final, correta ou não, como pode ser observado na tabela 27.

Provavelmente, essa diferença entre os procedimentos de solução de problemas em relação ao gênero pode ser atribuída a diferenças nos tipos de mentes matemáticas.

Tabela 27: Distribuição de frequências dos procedimentos utilizados na solução dos problemas da parte III da prova matemática de acordo com o gênero

	Não explicitou procedimento	Aritmético	Algébrico	Viso-Pictórico	Procedimento Não-convencional	Total
masculino	114 42,07%	130 47,97%	9 3,32%	16 5,9%	2 0,74%	271 100%
feminino	82 34,02%	96 39,83%	10 4,15%	46 19,09%	7 2,91%	241 100%
Total	196 38,28%	226 44,14%	20 3,91%	61 11,91%	9 1,76%	512 100%

Resultados obtidos na prova para avaliar a memória matemática

Na prova para avaliar a memória matemática a nota mínima obtida pelos sujeitos foi 0, a máxima foi 24 e a média da amostra foi 11,10, com desvio padrão 5,32. O teste de Lilliefors indicou que a variável não apresentava distribuição normal ($p = 0,000$). No entanto, como a amostra tinha mais que trinta sujeitos, a convergência para a realização de testes de hipóteses foi garantida (Spiegel, 1985, p. 233).

Analisando as médias dos sujeitos em relação às variáveis “tipo de escola”, “gênero” e “série”, verificou-se que nos dois últimos casos haviam diferenças significativas entre as médias (respectivamente, $p = 0,06$, $p = 0,031$ e $p = 0,000$):

Tabela 28: Médias obtidas na prova para avaliar a memória matemática em relação ao tipo de escola, gênero e série

Variável		Média	Desvio Padrão
Tipo de escola	Pública	9,94	5,13
	Privada	12,13	5,31
Gênero	Masculino	10,26	5,62
	Feminino	11,98	4,88
Série	5ª série	8,42	3,94
	8ª série	10,48	4,79
	3º ano EM	13,99	5,39

Tendo em vista a relação entre a atenção e a memória, explicitada na fundamentação teórica do presente estudo, foram verificadas as médias na prova para avaliar a memória matemática em relação às respostas dos sujeitos sobre a atenção às aulas de Matemática. Os resultados na tabela a seguir indicam que os sujeitos que afirmaram prestar atenção às vezes obtiveram média mais elevada que os demais sujeitos.

Tabela 29: Médias na prova para avaliar a memória matemática de acordo com a atenção às aulas de Matemática

Você se distrai nas aulas de Matemática	N	Média	Desvio Padrão
Não, sempre presta atenção	34	10,09	4,96
Sim, não consegue prestar atenção	19	8,63	4,61
Distrai-se às vezes	54	11,37	5,57
Presta atenção às vezes	69	12,04	5,33
Total	176	11,09	5,34

Quando comparados em relação a autopercepção, verificou-se que os sujeitos que afirmaram ter notas acima da média da classe tiveram média mais elevada que os sujeitos que afirmaram ter notas iguais ou abaixo da média da classe: 14,34, 10,57 e 7,95, respectivamente.

Ao comparar o desempenho dos sujeitos na prova matemática e na prova para avaliar a memória matemática através de um teste de correlação, obteve-se um coeficiente de Pearson de 0,610, considerado significativo. Através de um diagrama de dispersão (figura 17) entre as duas variáveis foi possível observar uma maior concentração de sujeitos do ensino médio com alto desempenho nos dois instrumentos (sujeitos localizados no quadrante superior direito) e uma maior concentração de sujeitos da quinta série com baixo desempenho em ambos os instrumentos (sujeitos no quadrante inferior esquerdo).

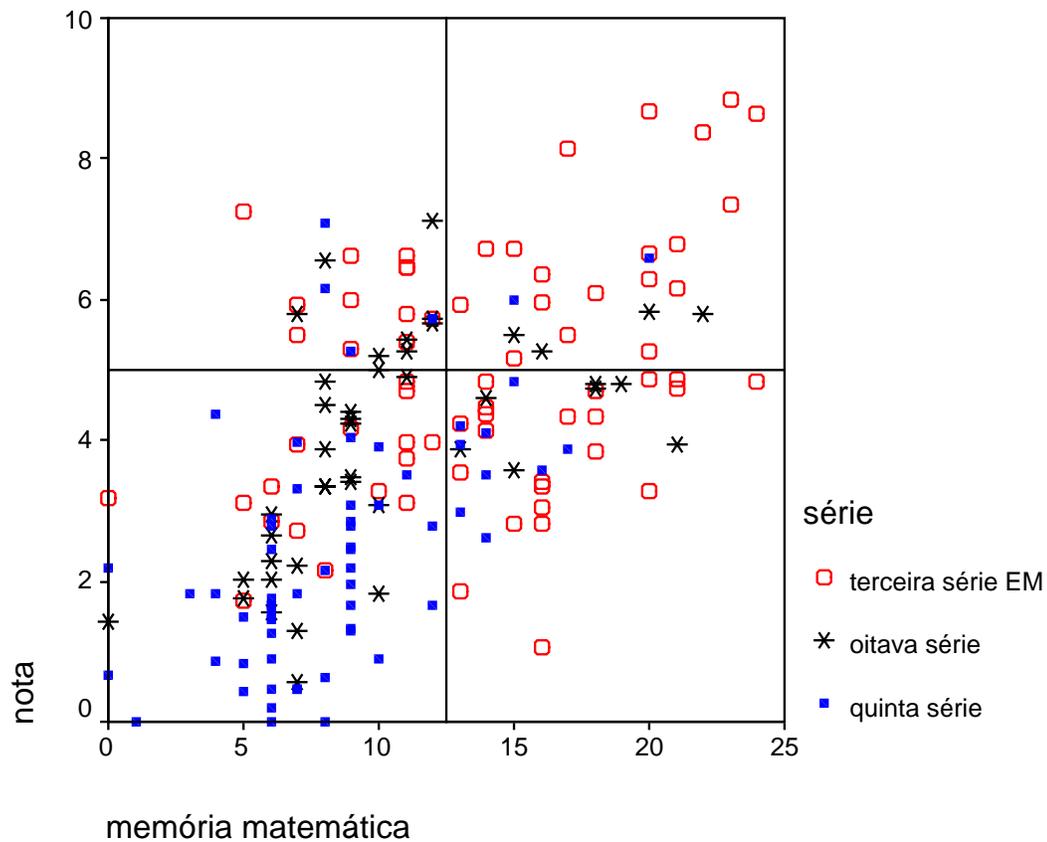


Figura 17: Diagrama de dispersão do desempenho na prova matemática em relação ao desempenho para avaliar a memória matemática

Também foram verificadas as médias dos sujeitos na prova para avaliar a memória matemática de acordo com os procedimentos empregados na solução dos problemas da parte III da prova matemática. Verificou-se que os sujeitos que recorreram a procedimentos algébricos nos três primeiros problemas tiveram média mais elevada que os demais, conforme pode ser observado na tabela 30:

Tabela 30: Comparação das médias na prova para avaliar a memória matemática de acordo com os procedimentos utilizados na solução dos problemas da prova matemática

Procedimentos de solução de problemas		Problema 3a	Problema 3b	Problema 3c	Problema 3d	Problema 3e
Não explicitou procedimento	Média	10,45	10,17	12,63	11,27	11,76
	Desvio padrão	2,30	2,29	5,24	4,60	5,06
	N	20	12	30	64	70
Aritmético	Média	12,19	11,75	11,36	14,70	10,30
	Desvio padrão	5,33	5,21	5,88	6,25	4,06
	N	85	88	33	10	10
Algébrico	Média	18,50	16,67	17,00	-	-
	Desvio padrão	2,38	5,57	2,53	-	-
	N	4	9	6	-	-
Viso-pictórico	Média	16,00	-	20,00	13,76	14,42
	Desvio padrão	0,00	-	0,00	5,29	5,56
	N	2	-	1	33	26
Procedimento não-convencional	Média	16,00	-	17,75	-	9,00
	Desvio padrão	6,25	-	5,38	-	0,00
	N	3	-	4	-	2
Total	Média	12,27	11,98	12,80	12,36	12,21
	Desvio padrão	5,11	5,19	5,67	5,12	5,20
	N	114	109	74	107	108

Finalmente, foram verificados os coeficientes de correlação do desempenho em cada uma das três partes da prova matemática com o desempenho na prova para avaliar a memória matemática. Os resultados apresentados na tabela a seguir indicam que as três partes da prova matemática (Anexo 2) e a prova para avaliar a memória matemática (Anexo 3) estão correlacionadas, indicando uma forte associação entre as variáveis analisadas.

Tabela 31: Análise de correlação bivariada dos resultados obtidos na prova matemática e na prova para avaliar a memória matemática

		Nota 1	Nota 2	Nota 3	Memória matemática
Nota 1	Coeficiente de correlação	1,000	0,614**	0,465**	0,505**
	Sig.	-	0,000	0,000	0,000
	N	177	177	177	177
Nota 2	Coeficiente de correlação	0,614**	1,000	0,456**	0,530**
	Sig.	0,000	-	0,000	0,000
	N	177	177	177	177
Nota 3	Coeficiente de correlação	0,465**	0,456**	1,000	0,466**
	Sig.	0,000	0,000	-	0,000
	N	177	177	177	177
Memória matemática	Coeficiente de correlação	0,505**	0,530**	0,466**	1,000
	Sig.	0,000	0,000	0,000	-
	N	177	177	177	177

** Correlação é significativa no nível de 0,01

Estes resultados estão em concordância com o modelo de prontidão para uma atividade matemática de Krutetskii (1976), que considera as habilidades matemáticas como fator para o sucesso na solução de um problema. Tendo em vista que a memória matemática constitui um componente da habilidade matemática, esta esteve correlacionada com o desempenho em todas as partes da prova matemática.

SEGUNDA ETAPA DO ESTUDO: TESTE DAS FIGURAS COMPLEXAS DE REY

Critérios para a seleção dos sujeitos

Com base nos resultados obtidos na primeira etapa do estudo foram selecionados, em cada série e em cada escola, os sujeitos com nota mais alta e mais baixa na prova matemática e na prova para avaliar a memória matemática, de ambos os gêneros. Foram trinta e dois sujeitos com notas na prova matemática variando entre 0,0 e 8,8 e pontuação na prova para avaliar a memória matemática variando entre 0 e 24, distribuídos conforme a figura 18:

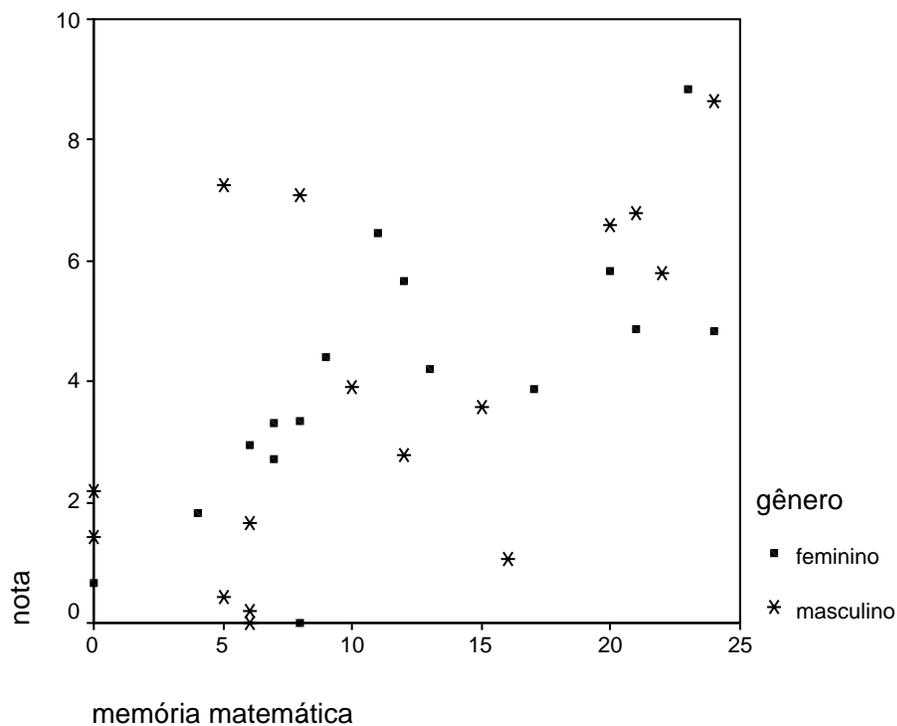


Figura 18: Diagrama de dispersão do desempenho na prova matemática em relação ao desempenho para avaliar a memória matemática dos sujeitos da segunda etapa do estudo

Resultados

No teste de Rey (1999) que mede a reprodução de memória de figuras geométricas complexas, a pontuação de cada sujeito podia variar entre zero e 36,0, nos testes de cópia e de reprodução. Quando foram analisados os dados dos sujeitos da segunda etapa do estudo, no teste de cópia, a média da pontuação foi superior a média dos sujeitos no teste de reprodução, conforme pode ser observado na tabela a seguir.

Tabela 32: Análise descritiva da pontuação nos testes de cópia e reprodução.

	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio Padrão</i>
Teste de cópia	17,0	36,0	28,48	4,37
Teste de reprodução	5,0	33,0	17,39	6,93

Tomando para análise a variável escola e comparando as médias dos sujeitos nos dois testes em relação a pertencer à escola pública ou privada foi verificado que os sujeitos da escola privada apresentaram média ligeiramente superior aos sujeitos da escola pública (29,67 e 26,96, respectivamente no teste de cópia e, 18,69 e 15,71, respectivamente, no teste de reprodução), porém o teste t indicou que essa superioridade não era significativa ($p = 0,231$).

Em relação ao gênero também não foram encontradas diferenças significativas nas médias. Comparando as médias de acordo com o nível de escolaridade dos sujeitos obteve-se os resultados mostrados na tabela 33, sendo que o teste t não indicou superioridade de médias em nenhum dos grupos.

Tabela 33: Comparação das medias obtidas nos teste de cópia e reprodução de figura em relação à série.

	N		Teste de cópia	Teste de reprodução
5ª série	15	Média	27,00	14,97
		Desvio Padrão	3,14	6,80
8ª série	8	Média	30,81	18,56
		Desvio Padrão	3,46	5,70
3º ano	9	Média	28,90	20,39
		Desvio Padrão	6,03	7,37
Total	32	Média	28,48	17,39
		Desvio Padrão	4,37	6,93

Foi realizada uma comparação entre as pontuações obtidas pelos sujeitos do presente estudo e os resultados apresentados nas tabelas normativas brasileiras, no manual de aplicação do teste (Rey, 1999). A tabela a seguir apresenta a comparação entre os resultados. A análise da tabela a seguir permite verificar que todas as medidas de tendência central da pontuação dos sujeitos no teste de cópia foram inferiores às normas brasileiras, indicando menor capacidade de perceber a estrutura da figura.

Tabela 34: Comparação entre os resultados obtidos no teste de cópia e as normas brasileiras

Idades	Normas brasileiras							Resultados obtidos		
	10	11	12	13	14	15	adultos	11-13	14-16	Acima de 17
Média	31,7	31,5	32,2	31,2	33,4	33,4	33,3	26,81	31,79	28,89
Desvio Padrão	3,3	3,8	2,1	2,6	3,5	3,5	2,8	3,13	2,27	6,03
Mediana	32,2	32,0	32,0	32,0	35,0	35,0	35,0	26,0	32,0	27,5
Moda	29,5	32,0/ 35,0	31,0	32,0	36,0	36,0	35,0	26,0	31,0	17,0

No teste de reprodução os sujeitos com idade acima de 17 anos obtiveram média de pontuação superior às normas brasileiras, no entanto, outras medidas de tendência central nas diferentes faixas etárias também foram inferiores às apresentadas por Rey (1999), conforme pode ser observado na tabela 35, indicando menor capacidade de recuperar as informações retidas na memória. Provavelmente, essa dificuldade está relacionada à dificuldade de perceber os elementos da figura, constatada no teste de cópia.

Tabela 35: Comparação entre os resultados obtidos no teste de reprodução e as normas brasileiras

Idades	Normas brasileiras							Resultados obtidos		
	10	11	12	13	14	15	adultos	11-13	14-16	Acima de 17
Média	18,2	18,8	21,1	17,4	20,6	20,1	18,8	15,34	18,21	20,39
Desvio Padrão	4,5	6,7	6,0	7,4	7,5	8,2	7,2	6,73	6,06	7,37
Mediana	18,9	20,0	20,0	15,6	21,0	17,0	18,0	15,75	17,0	17,0
Moda	14,7/ 21,7	14,0/ 24,0	20,0	6,5/ 13,5	13,0	27,0	20,0	12,5	11,5	15,5

Para analisar as relações entre os resultados obtidos na primeira e segunda etapa do estudo foram realizadas análises de correlação para verificar as possíveis associações entre as variáveis. Inicialmente, entre a pontuação obtida no teste de cópia e no teste de reprodução, o coeficiente de correlação de Pearson obtido foi 0,54, indicando uma alta correlação entre as variáveis. Este resultado ratifica alguns elementos apresentados na fundamentação teórica do presente estudo de que a percepção, a representação e a recuperação são processos cognitivos intimamente relacionados. O diagrama de dispersão a seguir, permite a visualização do comportamento conjunto das duas variáveis:

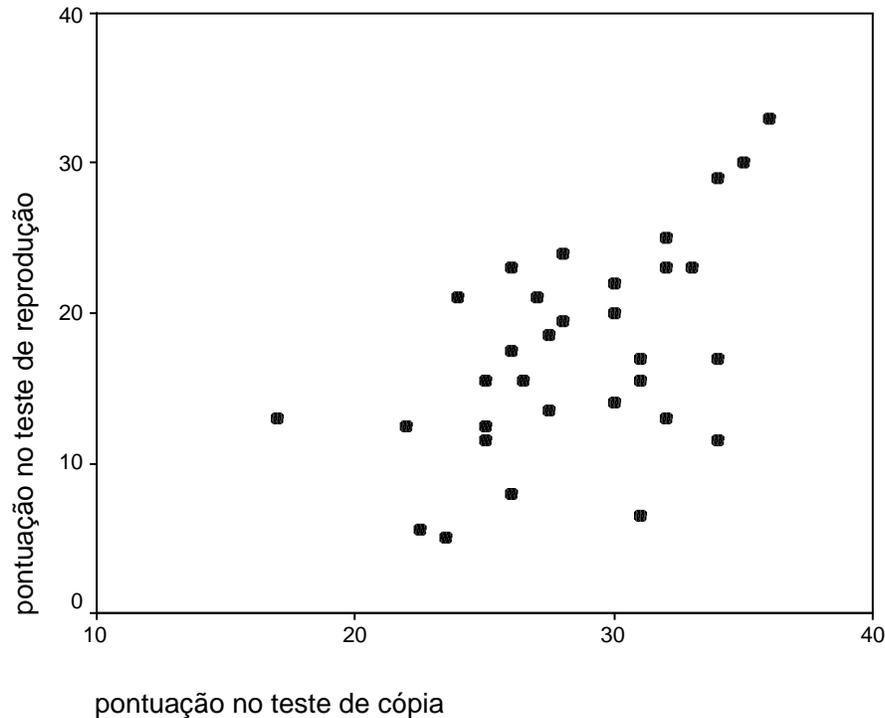


Figura 19: Diagrama de dispersão da pontuação obtida no teste de reprodução em relação ao teste de cópia

Ao comparar a pontuação nos testes de cópia e reprodução com desempenho na prova matemática foi verificado que essas variáveis não estavam correlacionadas. Ao realizar o teste de correlação entre a nota obtida na prova para avaliar a memória matemática e a pontuação no teste de reprodução obteve-se um coeficiente de correlação de Pearson de 0,43, considerado significativo. Esse resultado forneceu indícios de que existia relação entre a memória matemática e a riqueza de detalhes na reprodução da figura complexa.

Através da mudança de cores dos lápis utilizados durante o teste foi possível classificar as cópias realizadas pelos sujeitos, com base nos critérios estabelecidos por Osterrieth (citado por Rey, 1999). Esses critérios diferenciavam a cópia de um nível mais racional a um nível menos racional. Os trinta e dois sujeitos da segunda etapa do estudo distribuíram-se entre os sete tipos de cópia conforme mostra a tabela a seguir.

Tabela 36: Distribuição de freqüências do tipo de cópia em relação à faixa etária

Tipos de cópia	Faixa etária			Total
	11-13 anos	14-16 anos	17-21 anos	
I	0	1	2	3
II	0	1	0	1
III	4	1	3	8
IV	9	4	4	17
V	3	0	0	3
VI	0	0	0	0
VII	0	0	0	0
Total	16	7	9	32

É possível observar que o tipo de cópia que ocorreu mais freqüentemente foi o IV: *justaposição de detalhes*. De acordo com Osterrieth (citado por Rey, 1999) a característica fundamental desta categoria é a ausência de um traçado de base, culminando em um conjunto razoavelmente coerente. De acordo com o autor esta é uma “*reação dominante de 5 a 10 anos. Sua freqüência cresce dos 4 aos 7 anos, atinge seu máximo aos 8 anos (70%), para diminuir em seguida de maneira bastante regular até a idade adulta, quando atinge seu mínimo.*” De acordo com o manual de aplicação do teste era esperado, para as três faixas etárias, maior freqüência dos tipos I e II, uma vez que são categorias mais elaboradas, caracterizando uma percepção mais completa da figura.

A partir dessa estratégia de análise das cópias foram selecionados os sujeitos com maior e menor pontuação nos testes de cópia e reprodução, de ambos os gêneros. Dentre os sujeitos do gênero feminino, o sujeito 91 apresentou maior pontuação nos dois testes (36,0 na cópia e 33,0 na reprodução). O sujeito 30 (17,0 na cópia e 13,0 na reprodução) e o sujeito 35 (23,5 na cópia e 5,0 na reprodução) apresentaram as menores pontuações. Dentre os sujeitos do gênero masculino, o sujeito 103 apresentou maior pontuação em ambos os testes (35,0 na cópia e 30,0 na reprodução) e o sujeito 40 apresentou a menor pontuação (22,5 na cópia e 5,5 na reprodução). Foi realizada uma análise qualitativa das relações entre os resultados obtidos para cada um dos cinco sujeitos a partir de todos os instrumentos utilizados no presente estudo e comparados os resultados obtidos pelos sujeitos na prova para avaliar a memória matemática e no teste das

figuras complexas de Rey, com a finalidade de relacionar a percepção e a memória com a memória matemática.

Sujeito 91

O sujeito 91 era estudante do terceiro ano do ensino médio da escola privada. Afirmou que recebe ajuda de todas as pessoas da casa na realização das tarefas de Matemática, sendo que estuda todos os dias da semana, entre uma e duas horas diárias. Seus pais tinham concluído o ensino superior. A estudante afirmou já ter recorrido a aulas particulares de Matemática, ainda que sempre entenda o conteúdo e os problemas matemáticos abordados em classe. Afirmou também que na maioria das vezes presta atenção às aulas e entende as explicações do professor. Considera suas notas acima das notas da classe e se pudesse tirar um componente curricular, escolheria Física. Quando questionada sobre os conteúdos que mais gostou, respondeu: “sistemas lineares e equações do 2º grau, pois são importantes e envolvem outras técnicas matemáticas” e o que menos gostou “polinômios, números complexos e funções, muito chatos”. É interessante observar que os conteúdos mencionados como mais interessantes foram aqueles que foram abordados dentro de um contexto dentro da própria Matemática, como citado pelo sujeito e, os conteúdos menos interessantes eram todos algébricos. O sujeito ainda mencionou que a atividade que mais gosta de realizar nas aulas de matemática é “atividade em duplas porque estimula o trabalho em conjunto” e a atividade que menos gosta é a “prova individual”. Essas afirmações indicam a relevância atribuída pelo sujeito à interação com os demais colegas na aprendizagem de Matemática.

Na prova matemática, embora tenha apresentado dificuldade na definição dos conceitos de multiplicação e divisão, a estudante foi capaz de reconhecer na maioria dos itens qual a operação aritmética era abordada. Não reconheceu apenas a situação que tratava de uma multiplicação de frações. Na parte do instrumento que avaliava o conhecimento de procedimentos, a estudante não foi capaz de solucionar corretamente os itens que requeriam a realização do

algoritmo de divisão envolvendo números decimais, conforme pode ser observado na figura a seguir.

The image shows two handwritten mathematical problems. Problem c) is $6 : 0,4$. The student has written $6,0$ and $0,4$ and performed a long division that results in 15 , which is crossed out with a double slash. Problem f) is $605 : 12$. The student has written 605 and 12 and performed a long division that results in $50,4$, which is also crossed out with a double slash.

Figura 20: Representação escrita dos procedimentos utilizados pelo sujeito 91 nas divisões envolvendo números decimais

Em ambas tentativas de solução a aluna fracassou e isto pode provavelmente ser atribuído ao fato de não ter domínio do significado dos procedimentos envolvidos no algoritmo de divisão. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Secretaria de Educação Fundamental, 1998) enfatizam a necessidade de ensinar os algoritmos das operações aritméticas a partir do significado visando à aprendizagem significativa dos mesmos. Caso a estudante tivesse domínio do significado da vírgula ou dos zeros no quociente da divisão, não teria fracassado na atividade.

Na terceira parte da prova matemática o sujeito não solucionou nenhum dos cinco problemas. Na prova para avaliar a memória matemática, dos seis problemas, em apenas um deles a estudante não foi capaz de reproduzir o problema integralmente, sendo que sua pontuação nessa prova foi 21 (o máximo era 24 pontos).

No teste de riqueza e exatidão de detalhes de cópia o sujeito 91 foi classificado pelo tipo de cópia na categoria I: *construção a partir da armação*. É

possível observar na figura¹ a seguir que o sujeito percebe inicialmente o retângulo grande central e todos os demais elementos são associados posteriormente a ele. Ou seja, primeiramente o sujeito percebeu a estrutura da figura e, a seguir, foi atentando para os detalhes.

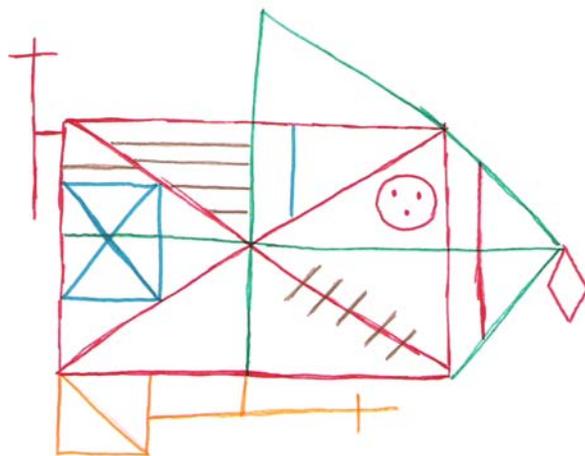


Figura 21: Riqueza e exatidão da Cópia- sujeito 91

Nesta etapa do teste o sujeito obteve 36 pontos, uma vez que foi capaz de copiar todos os elementos da figura, com precisão e localização consideradas boas. Na reprodução da figura o sujeito obteve 33,0 pontos, sendo que não foi capaz de reproduzir com exatidão apenas três elementos da figura (a linha pequena perpendicular no quadrante superior, em azul; a cruz no extremo inferior do retângulo, em laranja e; a inversão da diagonal no quadrado no extremo inferior esquerdo, em laranja), conforme pode ser observado na figura a seguir.

¹ A fim de tornar mais visível a cópia realizada pelos sujeitos todos os protocolos foram copiados e a seguir reforçados com caneta hidrográfica para scaneamento.

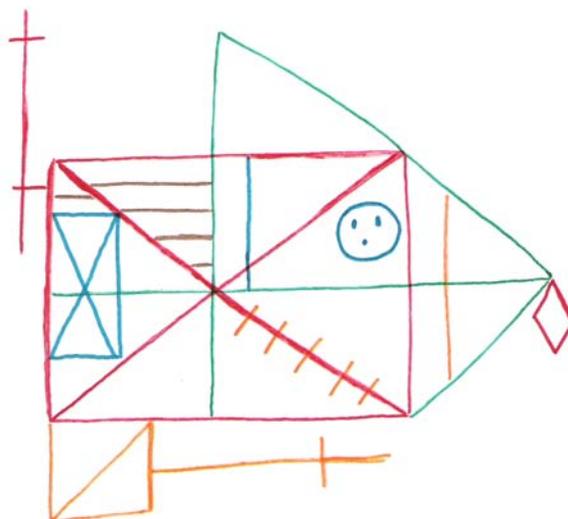


Figura 22: Riqueza e exatidão da Reprodução- sujeito 91

Comparando os resultados obtidos pelo sujeito no teste das figuras complexas e na prova para avaliar a memória matemática, é possível afirmar que esses resultados ratificam as afirmações de Bartlett (1922) de que “*perceber alguma coisa é a mais simples e imediata, e também mais fundamental das reações cognitivas humanas*”. Ou seja, tendo percebido os elementos do mais geral aos mais específicos, tanto nos problemas matemáticos, como na figura complexa, o sujeito teve maior facilidade em representá-los, retê-los e recuperá-los.

Sujeito 30

O sujeito 30 era uma estudante do terceiro ano do ensino médio da escola pública, cujos pais tinham completado o ensino fundamental. A estudante afirmou receber ajuda da mãe nas tarefas de Matemática, e que não tem o hábito de estudar o conteúdo, exceto na véspera da prova. Nesse caso, estuda menos de uma hora e nunca recorreu a aulas particulares de Matemática. Afirmou também que, na maioria das vezes, entende a explicação do professor e quase sempre entende os conteúdos e problemas matemáticos; porém, na maioria das vezes distrai-se nas aulas de Matemática. Segundo ela, suas notas são iguais à maioria

da classe. No entanto, na prova matemática, sua nota foi 2,71, enquanto a média da classe foi 5,40. Segundo a estudante, o componente curricular de sua preferência é Português, sua disciplina preterida é Física e se pudesse retirar uma disciplina da escola, a escolhida seria Química. Ao mencionar os conteúdos que mais gostou e que menos gostou, em Matemática, a estudante citou “juros simples” e “juros compostos”, respectivamente; sem apontar o motivo da escolha. Dentre as atividades que mais gostava e que menos gostava na aula de Matemática, a estudante, confundindo atividade e conteúdo, indicou “multiplicação” e “divisão”, respectivamente.

Na prova matemática, a estudante não foi capaz de definir os conceitos de multiplicação e divisão e nas questões que envolviam o domínio do conhecimento declarativo da divisão, foi capaz de responder corretamente em apenas um caso. Ao definir multiplicação, a estudante afirmou ser equivalente a “triplicar alguma quantia”, o que demonstra falta de domínio do conceito. Na segunda parte do instrumento, a estudante foi capaz de efetuar corretamente apenas uma multiplicação e uma divisão envolvendo números naturais. Ao efetuar uma divisão envolvendo números decimais o sujeito demonstrou falta de domínio do algoritmo e, em uma multiplicação com números naturais, cometeu um erro que indicava falta de atenção na execução da atividade, conforme pode ser observado na figura a seguir:

<p>g) $16,9 : 13$</p> $\begin{array}{r} 169 \overline{)130} \\ \underline{130} \\ 39 \\ \underline{39} \\ 0 \end{array}$	<p>h) $127 \cdot 34$</p> $\begin{array}{r} 127 \\ \times 34 \\ \hline 508 \\ 3810 \\ \hline 4818 \end{array}$
---	--

Figura 23: Representação escrita dos procedimentos utilizados pelo sujeito 30 em divisão e multiplicação

A estudante não solucionou nenhum dos problemas da terceira parte do instrumento e, na prova para avaliar a memória matemática, sua pontuação foi 7,0. Nesta prova, a estudante reproduziu integralmente apenas um problema (*Isto*

e aquilo e metade disto e aquilo é que porcentagem de $\frac{3}{4}$ disto e aquilo).

Provavelmente, a reprodução integral possa ser atribuída à memorização do enunciado do problema, sem compreensão da estrutura, uma vez que era o problema com texto mais curto. Nos demais problemas, o sujeito reproduziu apenas algumas informações externas do problema, cometendo erros e não atentando à estrutura do mesmo.

No teste das figuras complexas de Rey, na cópia o sujeito obteve 17 pontos, sendo que conseguiu copiar com boa localização e exatidão apenas três elementos da figura (o círculo com três pontos, em vermelho; a cruz no extremo inferior esquerdo, em preto e; o quadrado com diagonal no extremo inferior esquerdo, em vermelho). Pela ordem como o sujeito copiou a figura foi classificado como um tipo IV de cópia: *justaposição de detalhes*. Segundo Rey (1999) nesse tipo de cópia o sujeito elabora o desenho sobrepondo um detalhe a outro *como se estivesse montando um quebra-cabeça, sem um elemento diretor da reprodução*, conforme pode ser observado na figura a seguir.

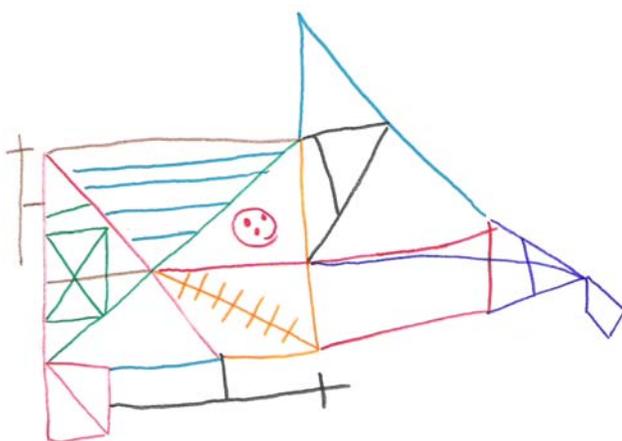


Figura 24: Riqueza e exatidão da cópia – sujeito 30

No teste de reprodução, o sujeito obteve pontuação ainda menor: 13,0 pontos, sendo que não se recordou de oito elementos da figura. Também na reprodução da figura o sujeito elaborou o desenho a partir da justaposição dos elementos. No entanto, mesmo dentre os elementos recordados pelo sujeito,

muitos deles não foram reproduzidos com exatidão, conforme pode ser observado na figura a seguir:

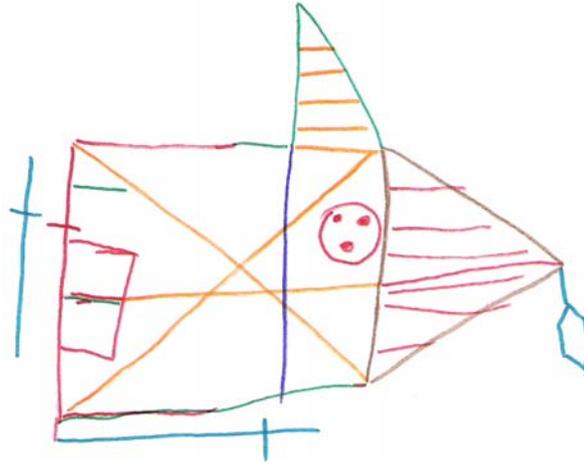


Figura 25: Riqueza e exatidão da reprodução- sujeito 30

A dificuldade para recordar os elementos na reprodução da figura complexa, também apresentada na prova para avaliar a memória matemática, pode ser atribuída à dificuldade apresentada pelo sujeito na percepção da situação como um todo. Essa dificuldade foi constatada na cópia da figura e intensificada na reprodução da figura e dos problemas matemáticos. Esses resultados reforçam a afirmação de Bartlett (1922) de que *“recordar não é uma função completamente independente; totalmente distinta da percepção, imagem, ou de qualquer outro pensamento construtivo; mas tem íntima relação com todos eles”*.

Sujeito 35

Estudante da quinta série do ensino fundamental da escola pública, a estudante não soube responder sobre o nível de escolaridade dos pais e afirmou não receber ajuda nas tarefas de Matemática. Afirmou estudar com frequência (entre dois e cinco dias semanais), e já ter recorrido a aulas particulares da disciplina. A estudante reconheceu que suas notas em Matemática são inferiores à média da classe, mesmo compreendendo o conteúdo e as explicações do professor na maioria das vezes e raramente distraído-se. Quando questionada sobre a disciplina que mais gosta, a estudante assinalou Física; mas, levando-se em consideração que na quinta série não existe essa disciplina, provavelmente a disciplina preferida da estudante é Educação Física. A disciplina menos apreciada assinalada foi Geografia, sendo a mesma que tiraria da escola se fosse possível. Dentre os conteúdos matemáticos, o que mais gostou foi “potência, porque é legal”, e o conteúdo que menos gostou foi “dividir, porque eu não sei dividir por 3 números”, segundo afirmou.

Na prova matemática, a nota do sujeito foi 0,65. Ao definir os conceitos de multiplicação e divisão, a estudante escreveu:

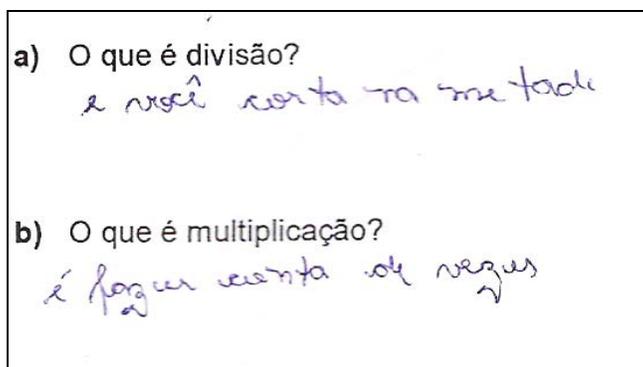


Figura 26: Definições de divisão e multiplicação (sujeito 35)

indicando nem mesmo reconhecer que a divisão pode ser realizada com divisores diferentes de dois. Nas demais questões da primeira parte do instrumento a estudante respondeu não se lembrar, sendo que apenas no item g, quantas vezes

0,6 cabe em 3, respondeu não caber “nem uma”. Na segunda parte da prova a estudante efetuou apenas a primeira divisão (800:15) obtendo quociente correto e não atentando para o resto. Na terceira parte da prova, solucionou um único problema, utilizando-se, no entanto, de informações numéricas sem qualquer relação com o enunciado do problema, como pode ser observado a seguir:

<p>c) Assistindo a uma corrida de Fórmula 1, reparei que o primeiro colocado fazia cada volta em 1 minuto e 13,22 segundos, enquanto o segundo colocado gastava 1 minuto e 13,72 segundos. Continuando assim, depois de quantas voltas o primeiro colocado aumentaria sua vantagem em 4 segundos?</p>
$\begin{array}{r} 500 \\ \times 21 \\ \hline 1000 \\ 500 + \\ \hline 6000 \end{array}$

Figura 27: Representação escrita dos procedimentos utilizados pelo sujeito 35 na solução do problema 3c

Essa solução pode indicar falta de atenção ou de comprometimento com a atividade. No entanto, a segunda possibilidade pode ser a mais plausível, uma vez que o sujeito não elaborou nenhuma reprodução dos problemas na prova para avaliar a memória matemática.

No teste das figuras complexas de Rey, a cópia realizada pelo sujeito foi classificada como tipo V, denominada pelo autor como *detalhes sobre um fundo confuso*. Trata-se de um “*grafismo pouco ou não estruturado, no qual não se consegue reconhecer o modelo, mas certos detalhes deste são claramente reconhecíveis, pelo menos na sua intenção*”. Nesta prova, a aluna obteve 23,5 pontos.

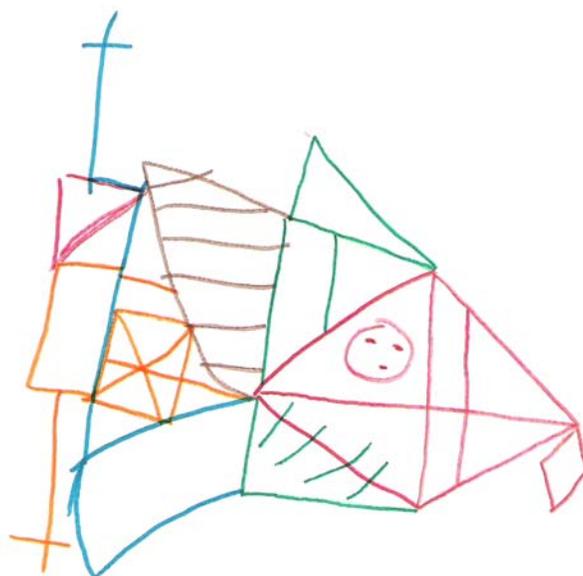


Figura 28: Riqueza e exatidão da Cópia- sujeito 35

Na reprodução da figura, o sujeito obteve 6,5 pontos, sendo que apenas dois elementos foram reproduzidos com precisão e localização consideradas boas (os dois lados externos do triângulo isósceles, em vermelho e; o losango no vértice extremo do triângulo isósceles, também em vermelho). É interessante observar que os dois únicos elementos da figura recordados com exatidão foram os primeiros a serem reproduzidos. Outro aspecto interessante da reprodução elaborada pelo sujeito 35 é que em dois elementos da figura a reprodução obteve melhor precisão que a cópia. No primeiro caso ocorreu com o quadrado com a diagonal (em marrom) que deveria estar no extremo inferior esquerdo. Embora a localização esteja incorreta nos dois desenhos, tem maior precisão na reprodução que na cópia. O segundo elemento que apresentou essa melhora na reprodução foi a mediatriz horizontal do retângulo grande (em verde na reprodução). Na cópia é possível observar que o sujeito não percebeu esse segmento integralmente, segmentando-o. Na reprodução, no entanto, foi traçado logo após os elementos que havia percebido com boa localização e precisão.

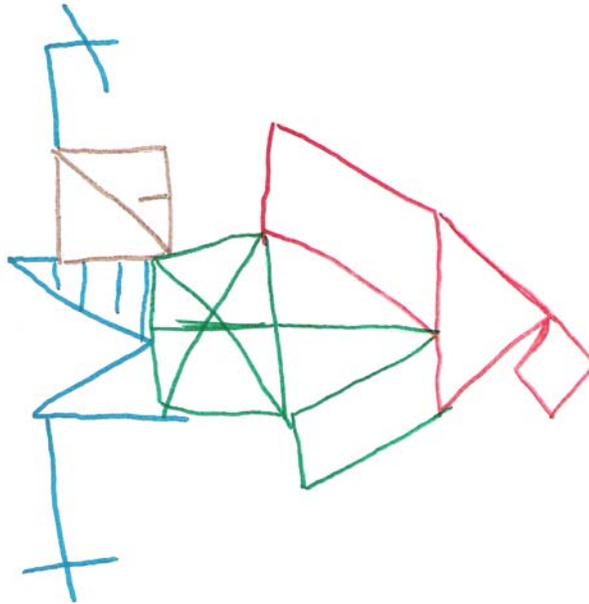


Figura 29: Riqueza e exatidão da Reprodução- sujeito 35

As observações realizadas sobre o sujeito 35 confirmam os pressupostos de Anderson (1983) de que todos os processos cognitivos superiores são manifestações diferentes de um mesmo sistema. As dificuldades apresentadas pelo sujeito na percepção, influenciavam diretamente a representação, retenção e recuperação das informações no teste das figuras complexas de Rey. Aparentemente, essa dificuldade influenciou a motivação do sujeito na realização das tarefas propostas pelo presente estudo e, conseqüentemente, seu desempenho.

Sujeito 103

O sujeito 103 era um estudante do gênero masculino do terceiro ano do ensino médio da escola privada e nunca reprovou nenhuma série. Afirmou que recebe ajuda somente do pai na realização das tarefas de Matemática, sendo que estuda entre dois e cinco dias por semana, entre uma e duas horas diárias. Sua mãe tinha concluído o ensino superior, exercendo atualmente a profissão de professora. O estudante nunca recorreu a aulas particulares de Matemática, e afirmou sempre entender o conteúdo e os problemas matemáticos abordados em

classe. Afirmou também que sempre presta atenção às aulas e entende as explicações do professor. Considera suas notas acima das notas da classe e sua disciplina preferida era Matemática. Quando questionado sobre os conteúdos que mais gosta e que menos gosta, respondeu, respectivamente: “tudo relacionado ao sistema cartesiano... retas, círculos... Porque envolve geometria analítica que eu irei usar na faculdade e porque eu realmente gosto.” e “nenhum. Porque eu não me lembro se não gostei de algum”. Pode ser observada na resposta do sujeito a ênfase dada aos conteúdos matemáticos do ensino médio que serão relevantes em sua formação profissional. O sujeito ainda mencionou que atividade que mais gosta de realizar nas aulas de matemática é “fazer exercícios e atividades lógicas”, valorizando outro aspecto da Matemática no Ensino Médio (segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais), que é o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Na prova matemática, embora tenha não tenha definido os conceitos de multiplicação e divisão, o estudante foi capaz de reconhecer na maioria dos itens qual era a operação aritmética abordada. Não reconheceu apenas as operações envolvendo frações. Na parte do instrumento que avaliava o conhecimento de procedimentos, o estudante não foi capaz de solucionar corretamente apenas uma das divisões devido a um erro no algoritmo, conforme pode ser observado na figura a seguir.

f) $605 : 12$

$$\begin{array}{r} 605 \quad \overline{)12} \\ 050 \quad 5,4166... \\ 20 \\ 80 \\ 80 \\ 8 \end{array}$$

Figura 30: Representação escrita dos procedimentos utilizados pelo sujeito 103 na divisão envolvendo números naturais

Assim como nas divisões efetuadas de modo incorreto pelo sujeito 91, neste caso, o sujeito provavelmente fracassou por não ter domínio do significado dos procedimentos envolvidos no algoritmo de divisão. Caso o estudante tivesse domínio do significado da vírgula e dos zeros acrescentados ao dividendo, não teria fracassado na atividade.

Na terceira parte da prova matemática o sujeito solucionou todos os problemas, tendo utilizado procedimentos aritméticos em dois deles, cálculo mental em outros dois problemas e procedimento viso-pictórico no último problema. A figura a seguir mostra a representação escrita da solução do primeiro problema. É possível verificar que o procedimento utilizado pelo sujeito na solução do problema não foi convencional. O sujeito chegou à conclusão do número de pacotes através de tentativas, utilizando para isso um raciocínio indutivo.

a) Um confeitiro faz pacotinhos contendo uma dúzia de doces cada um. Qual é o menor número de doces, acima de 500, que ele deve fazer para que todos os pacotes fiquem completos e não sobre doce algum fora deles? Nesse caso, quantos pacotes ele terá?

$$\begin{array}{r} 12 \\ 30 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 40 \\ \hline 480 \\ 492 \\ +12 \\ \hline 504 \end{array}$$

504 doces
12 pacotes

Figura 31: Representação escrita dos procedimentos utilizados pelo sujeito 103 na solução do problema 3a

Na prova para avaliar a memória matemática, dos seis problemas, em dois deles o estudante não foi capaz de reproduzir o problema integralmente, sendo que sua pontuação nessa prova foi 21 (o máximo era 24 pontos).

No teste de riqueza e exatidão de detalhes de cópia o sujeito 103 foi classificado pelo tipo de cópia na categoria I: *construção a partir da armação*. É

possível observar na figura a seguir que o sujeito percebeu inicialmente o retângulo grande central e todos os demais elementos foram associados posteriormente a ele. Ou seja, primeiramente o sujeito percebeu a estrutura da figura e, a seguir, foi atentando para os detalhes.

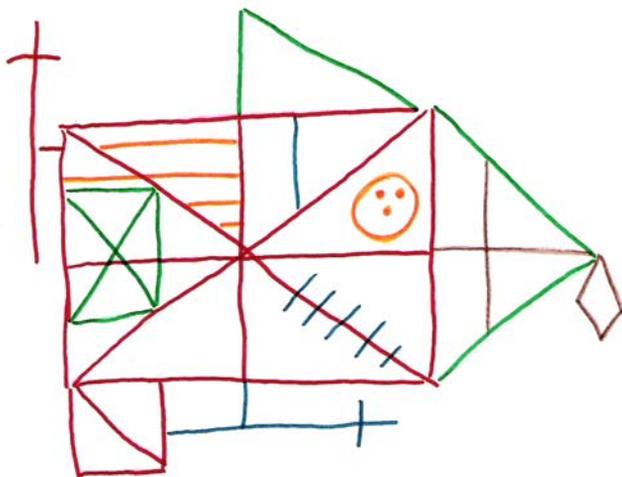


Figura 32: Riqueza e exatidão da Cópia- sujeito 103

Nesta etapa do teste o estudante obteve 35 pontos, uma vez que foi capaz de copiar a maioria dos elementos da figura, com precisão e localização consideradas boas. Na reprodução da figura o sujeito obteve 30,0 pontos, sendo que não foi capaz de reproduzir com exatidão cinco dos dezoito elementos da figura, conforme pode ser observado na figura a seguir.

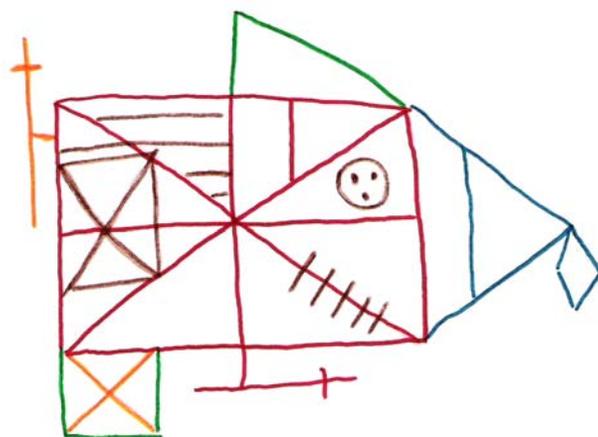


Figura 33: Riqueza e exatidão da Reprodução- sujeito 103

Comparando os resultados obtidos pelo sujeito no teste das figuras complexas e na prova para avaliar a memória matemática, é possível afirmar que em ambas as tarefas, o estudante percebeu inicialmente a estrutura da situação, atentando posteriormente aos detalhes e variantes. Dessa forma, o sujeito teve maior facilidade para recordar os elementos, obtendo sucesso nas tarefas.

Sujeito 40

Estudante da quinta série do ensino fundamental da escola pública, o estudante afirmou ser ajudado nas tarefas de Matemática pela mãe, que concluiu o ensino fundamental. Afirmou não estudar nenhum dia por semana e a única ocasião em que estuda Matemática é na véspera da prova. O estudante afirmou que, na maioria das vezes, entende a matéria e as explicações do professor de Matemática e que suas notas na disciplina são iguais às notas da maioria da classe, ainda que se distraia, na maioria das vezes, nas aulas de Matemática. Quando questionado sobre a disciplina que mais gosta, o estudante afirmou gostar de todas e que não tiraria nenhuma delas da escola. Dentre os conteúdos matemáticos, o que mais gostou foi “potência, porque não precisa ficar colocando vários números é só dividir”, e o conteúdo que menos gostou foi “fazer conta de dividir. Porque eu não tenho paciência”, segundo afirmou.

Na prova matemática, a nota do estudante foi 1,67. O sujeito definiu os conceitos de multiplicação e divisão através dos sinais que usualmente representa as operações: “X” e “:”, respectivamente. As demais questões da primeira parte do instrumento o estudante não respondeu. Na segunda parte da prova o estudante efetuou corretamente algumas multiplicações e divisões com números naturais e uma multiplicação de frações. Nas demais operações, respondeu não se lembrar, assim como todos os problemas da terceira parte da prova.

Na prova para avaliar a memória matemática o sujeito elaborou reprodução de todos os problemas, sendo que todas as reproduções foram parciais e contendo erros, demonstrando não ter percebido a estrutura de nenhum dos problemas. A figura a seguir apresenta a reprodução elaborada pelo sujeito para o

problema 5. É possível observar que o sujeito não foi capaz de perceber dados numéricos, informações ou relações no problema:

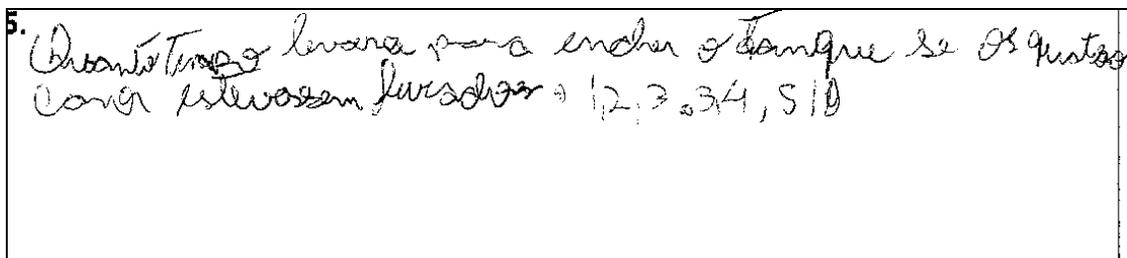


Figura 34: Reprodução elaborada pelo sujeito 40 na prova para avaliar a memória matemática

No teste das figuras complexas de Rey, a cópia realizada pelo sujeito foi classificada como tipo IV, denominada por Rey (1999, p. 21) como *justaposição de detalhes*. Neste tipo de cópia o sujeito *justapõe os detalhes uns aos outros, procedendo pouco a pouco como se estivesse montando um quebra-cabeça*. Não há elemento diretor da reprodução. O conjunto, terminado mais ou menos bem, é reconhecível e pode inclusive estar perfeitamente realizado. Nesta prova, o sujeito obteve 22,5 pontos.

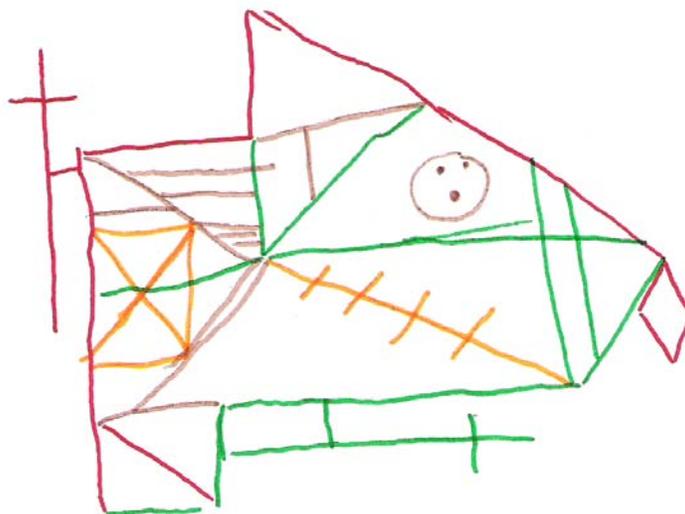


Figura 35: Riqueza e exatidão da Cópia- sujeito 40

Na reprodução da figura, o sujeito obteve 5,5 pontos, sendo que o único elemento reproduzido com precisão e localização consideradas boas foi o losango no vértice extremo do triângulo isósceles, em vermelho.

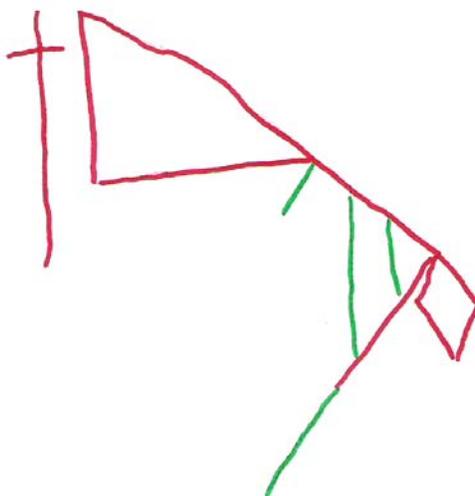


Figura 36: Riqueza e exatidão da Reprodução- sujeito 40

As observações realizadas sobre o sujeito 40 indicaram, através do teste de cópia, que o sujeito percebia, na figura, elementos justapostos sem que fosse estabelecida uma relação entre eles. Provavelmente, essa percepção desprovida de uma diretriz dificultou a recordação da figura, como foi observado no teste de reprodução. Essa dificuldade de percepção e recuperação também foi observada na prova para avaliar a memória matemática, onde o sujeito, em nenhum dos problemas foi capaz de perceber sua estrutura ou, sequer, relações entre elementos do problema.

CAPÍTULO 5

Conclusões e Considerações Finais

Considerando que para a obtenção de sucesso na execução de atividades matemáticas, faz-se necessário que o sujeito disponibilize de um conjunto de fatores, dentre eles, a habilidade matemática, as atitudes positivas em relação à atividade, os traços de personalidade, além de conhecimentos, destrezas e hábitos, este estudo buscou levantar evidências acerca da influência da memória nessas situações.

Para isso, inicialmente, apresentou estudos que indicavam a necessidade de domínio dos conhecimentos declarativos para a elaboração de uma representação concisa de um problema, uma vez que esta é influenciada pela complexidade dos esquemas que o sujeito que soluciona o problema possui.

A seguir, apresentou resultados de pesquisas que indicavam que o domínio do conhecimento de procedimento é fundamental durante o segundo estágio do pensamento durante a solução de um problema matemático: o processamento matemático da informação.

Além disso, com base na teoria ACT, considera que a ativação, na memória declarativa, dos pontos relacionados aos conceitos matemáticos envolvidos no problema a ser solucionado, seria a responsável pela ativação dos pontos relacionados aos conhecimentos aplicáveis à solução na memória de procedimento. Assim, o domínio de conhecimentos declarativos e de procedimentos é considerado fundamental para o sucesso na solução de problemas matemáticos.

De acordo com as teorias que fundamentaram este estudo, a memória não é um elemento isolado na estrutura cognitiva, mas compõe um sistema complexo, relacionando-se com todos os demais processos cognitivos superiores. Assim, a percepção, a representação e a atenção foram consideradas como processos cognitivos superiores altamente relevantes durante a solução de um problema.

Buscando evidências empíricas que ratificassem o que foi apresentado na fundamentação teórica do presente estudo, buscou-se responder a algumas questões de pesquisa. Inicialmente foram analisadas as possíveis relações entre a memória matemática (componente da estrutura geral da habilidade matemática, relacionada ao terceiro estágio da solução de problemas) e os tipos de procedimentos empregados na solução dos problemas.

Foi verificado em dois dos cinco problemas da terceira parte da prova matemática que os sujeitos que utilizaram procedimentos algébricos apresentaram desempenho superior aos demais grupos na prova para avaliar a memória matemática. Levando-se em consideração que a utilização de procedimentos algébricos requer, do sujeito, uma capacidade de perceber e traduzir informações da linguagem verbal para uma linguagem matemática e que a memória matemática é caracterizada, nos sujeitos habilidosos, como uma retenção “generalizada e operante” e uma rápida elaboração de representações de problemas e relações, no domínio dos símbolos numéricos e verbais, é possível afirmar que os resultados indicaram a existência de uma relação entre a memória matemática e a utilização de procedimentos algébricos na solução de problemas. Aparentemente, os sujeitos que tinham desenvolvido este componente da habilidade matemática apresentavam um bom repertório de esquemas típicos de raciocínio, favorecendo a utilização de procedimentos aplicáveis à solução.

Outro aspecto considerado neste estudo foi o favorecimento do desempenho na solução dos problemas pelo domínio do conhecimento declarativo sobre os conteúdos envolvidos na prova matemática. Essa relação foi analisada através de testes de correlação. O coeficiente de correlação entre as notas obtidas na primeira e na terceira parte da prova matemática, que expressavam desempenho no domínio do conhecimento declarativo e na solução dos problemas, respectivamente, foi de 0,465, sendo considerado altamente significativo. No entanto, é interessante ressaltar que a partir do mesmo teste, analisando a correlação entre o domínio do conhecimento de procedimento e o desempenho na solução dos problemas, obteve-se um valor para o coeficiente de correlação 0,456, também considerado altamente significativo.

Estes resultados fornecem indícios, que ratificam resultados de estudos apresentados na revisão bibliográfica (Cazorla, 2002; Pirola, 2000; Vendramini, 2000), que os conhecimentos de ambas as naturezas (declarativo e de procedimento) são igualmente relevantes para o sucesso na solução de problemas. Ou seja, não basta que o sujeito domine apenas um dos tipos de conhecimento para que tenha sucesso nas atividades escolares de Matemática.

Ao analisar as possíveis relações existentes entre o tipo de procedimento utilizado na solução dos problemas e o desempenho, verificou-se que nos três primeiros problemas, os sujeitos que utilizaram procedimentos algébricos obtiveram média de desempenho superior aos demais. Nos dois últimos problemas, nos quais nenhum sujeito utilizou procedimento algébrico, a média superior de desempenho foi alternada entre o procedimento aritmético e viso-pictórico. Observa-se também que na prova para avaliar a memória matemática, os sujeitos que utilizaram procedimentos algébricos apresentaram média de desempenho superior. No entanto, os procedimentos algébricos foram utilizados apenas por sujeitos do ensino médio, não sendo possível afirmar se a superioridade de desempenho estava relacionada ao tipo de procedimento utilizado ou ao nível de escolaridade.

Ainda em relação ao tipo de procedimento utilizado nos diferentes níveis de escolaridade, verificou-se que os procedimentos aritméticos foram os que ocorreram com maior frequência em todas as séries, assim como no estudo desenvolvido por Vendramini (2000). Observou-se também que os sujeitos das duas séries do ensino fundamental deixaram de explicitar seus procedimentos para a solução dos problemas com maior frequência e que os sujeitos do ensino médio utilizaram mais frequentemente procedimentos viso-pictóricos e procedimentos não-convencionais.

Considerando que os sujeitos do ensino médio estavam concluindo a educação básica, tendo sido submetidos ao ensino de diversos conteúdos matemáticos, sejam conceituais e principalmente, de procedimentos, foi observado o recurso a procedimentos de solução não convencionais. O recurso a tais procedimentos sugere a existência de um pensamento criativo durante a solução dos problemas, não reproduzindo procedimentos ensinados pelos professores de Matemática ao longo da vida escolar. Esse aspecto foi enfatizado por Woodward

(1994) ao discutir a influência da organização dos conteúdos na aprendizagem dos alunos. Provavelmente, a concepção linear de currículo, organizado em tópicos, está sendo revista, favorecendo o desenvolvimento do pensamento criativo dos estudantes.

Comparando-se as frequências dos tipos de procedimentos de solução em relação ao gênero verificou-se que a maioria dos sujeitos do gênero masculino recorreu a procedimentos analíticos (aritméticos ou algébricos), enquanto os sujeitos do gênero feminino utilizaram mais frequentemente os procedimentos viso-pictóricos que os sujeitos do gênero masculino.

A partir desses resultados que visavam responder às questões de pesquisa é possível discutir as relações encontradas entre os elementos apresentados no problema de pesquisa que norteou o presente estudo. Objetivava-se estudar as relações entre desempenho, conhecimento de procedimento, capacidade de recuperar, na memória, os conhecimentos de procedimento aritméticos envolvidos na solução de problemas matemáticos. Embora o conhecimento declarativo seja anterior ao conhecimento de procedimento, durante o processo de solução de um problema matemático (Anderson, 1983), os resultados indicaram que ambos têm a mesma relevância para a obtenção do sucesso na tarefa. Não basta apenas o domínio de uma das naturezas do conhecimento envolvido na situação. Embora fosse esperado que os sujeitos que empregassem procedimentos aritméticos na solução obtivessem desempenho superior aos demais, uma vez que requeriam menos abstração na representação do problema, essa hipótese não se confirmou. No entanto, os resultados indicaram que os sujeitos que empregavam procedimentos algébricos obtiveram melhor desempenho.

Como já discutido anteriormente, não é possível afirmar que o melhor desempenho possa ser atribuído, exclusivamente, à capacidade de recuperar na memória os procedimentos algébricos, uma vez que havia outras variáveis interferindo no desempenho.

Embora não fosse o objetivo principal do presente estudo, sendo os sujeitos provenientes de uma escola pública e uma escola privada, foram analisadas as diferenças de desempenho nos diferentes instrumentos, em relação a essa variável.

Através de um teste t, verificou-se que os sujeitos da escola privada foram superiores aos sujeitos da escola pública no domínio dos conhecimentos declarativos e de procedimento e na memória matemática. Essa diferença de desempenho pode ser atribuída ao trabalho desenvolvido na escola privada, freqüentemente coordenado e avaliado pela equipe gestora, fato que geralmente não ocorre na escola pública.

No entanto, os resultados indicaram que os sujeitos que apresentavam a memória matemática mais desenvolvida utilizavam, mais freqüentemente, procedimentos algébricos. Considerando-se que este componente da habilidade matemática é caracterizado por uma memória seletiva que, durante a solução de um problema matemático, refina as informações relevantes, retendo apenas o aspecto estrutural do problema, pode-se afirmar que, em geral, os sujeitos do presente estudo com uma memória matemática bem desenvolvida, escolhiam procedimentos algébricos de solução e obtinham sucesso na tarefa.

Outro aspecto observado no presente estudo foi a relação entre os processos cognitivos de atenção e percepção com o desempenho na solução de problemas matemáticos. No questionário informativo os sujeitos foram perguntados sobre a concentração nas aulas de Matemática. Tanto na prova matemática como na prova para avaliar a memória matemática, os sujeitos que afirmaram nunca prestar atenção às aulas de Matemática apresentaram desempenho inferior aos demais. Considerando-se que a atenção é a responsável pelo monitoramento, dando continuidade às informações retidas na memória e as informações recebidas através dos sentidos, é possível afirmar que os esses sujeitos, ao receber as novas informações, durante as aulas de Matemática, as retêm sem estabelecer relações com informações anteriores, culminando em uma aprendizagem mecânica. Essa forma de reter o conhecimento, desvinculado de outros elementos já existentes na memória dificulta a transferência do conhecimento entre tarefas, uma vez que ativação dos nós na memória ocorre através de redes, baseadas no aspecto semântico dos conhecimentos.

Também foi apresentada na fundamentação teórica deste trabalho a relevância da percepção nos processos de solução de problemas (Krutetskii, 1976). Ao solucionar um problema, um sujeito habilidoso percebe simultaneamente os

elementos que compõem a situação, de maneira analítica e sintética. A percepção analítica ocorre à medida que o sujeito é capaz de isolar os diferentes elementos do problema, acessá-los de forma diferenciada e estabelecer relação de hierarquia entre esses elementos. A percepção sintética ocorre à medida que o sujeito vai estabelecendo combinações e relações entre os elementos que compõem o problema. Através do teste das Figuras Complexas de Rey, utilizado na segunda etapa deste estudo foi possível visualizar como a ocorria a percepção dos sujeitos e sua influência no processo de solução de problemas.

Os sujeitos que percebiam a figura de forma analítica e sintética apresentavam bom desempenho na solução de problemas uma vez que eram capazes de perceber a estrutura geral do problema e os aspectos específicos que eram relevantes naquela variante. Por outro lado, sujeitos que percebiam os elementos da figura, um a um, sem estabelecer uma estrutura geral eram aqueles que freqüentemente falhavam na solução dos problemas, uma vez que não eram capazes de isolar e combinar, simultaneamente, os elementos apresentados no problema. Este resultado está em concordância com as conclusões de Brito, Fini e Neumann (1994), de que a percepção da situação através da codificação verbal do problema é a primeira etapa do processo e, embora não seja de primeira importância no processo de solução, o raciocínio verbal influencia fortemente a percepção da situação- problema.

Além destes aspectos foi possível observar a influência da percepção sobre a memória. Os sujeitos que percebiam a figura complexa a partir de sua estrutura mais geral, em direção aos aspectos mais específicos apresentavam maior facilidade de recuperação no momento de reproduzir a figura. Já os sujeitos que percebiam os elementos da figura sem estabelecer uma hierarquia entre os elementos, não eram capazes de recuperar todos os elementos componentes da figura. No teste para avaliar a memória matemática foi possível verificar que os sujeitos que apresentaram dificuldade na percepção dos elementos da figura complexa apresentavam dificuldade em recuperar informações sobre as relações entre os elementos do problema. Provavelmente, esses sujeitos atentavam para o aspecto externo do problema, deixando de perceber sua estrutura e relação entre elementos.

Assim, tão relevante como a memória no desempenho na solução de um problema matemático, a percepção do sujeito desempenha um papel fundamental nos processos cognitivos superiores. Trata-se da mais imediata das reações humanas diante de uma situação inédita. Antes de representar, reter, ou recuperar uma informação na memória, o sujeito a percebe:

“Nada pode ser reconhecido ou recordado sem antes ter sido percebido”. (Bartlett, 1922)

Diante dessas considerações, o presente estudo sugere a necessidade de atentar para o desenvolvimento de atividades que favoreçam a percepção dos estudantes. Através do teste das Figuras Complexas de Rey foi verificado que os estudantes analisados neste estudo obtiveram pontuação abaixo da média esperada pelo teste. Isto indica que a percepção dos estudantes não está sendo desenvolvida de maneira analítica e sintética.

Não basta que os professores proporcionem situações de ensino em que os alunos solucionem problemas. Também é necessário criar situações em que o aluno perceba, não apenas na solução de problemas, mas nas atividades de Matemática em geral, a estrutura geral da situação.

Provavelmente, favorecendo o desenvolvimento adequado da percepção dos estudantes, a representação dos conhecimentos será facilitada, implicando, conseqüentemente, em uma melhoria na retenção e recuperação dos conhecimentos matemáticos, declarativos e de procedimento.

Referências

- Alves, E. V. & Brito, M. R. F. (1999). Um estudo exploratório dos estágios de pensamento durante a solução de problemas aritméticos. *Anais do Encontro Nacional de Professores do PROEPRE. Águas de Lindóia: Encontro Nacional de Professores do PROEPRE*, pp. 180 - 188.
- Alves, E. V. (1999). *Um Estudo Exploratório dos Componentes da Habilidade Matemática Requeridos na Solução de Problemas Aritméticos por Estudantes do Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas.
- Alves, E. V. (2003). O Papel dos Conceitos e Procedimentos na Solução de Problemas. *Cadernos*, 09 (01), 71 - 77.
- Anderson, J. R. (1981). Effects of prior knowledge on memory for new information. *Memory and Cognition*, 09 (03), 237-246.
- Anderson, J. R. (1983-a). Retrieval of Information from long-term memory. *Science*, 220 (4592), 25-30.
- Anderson, J. R. (1983-b). *The architecture of cognition*. Harvard: Harvard University Press.
- Anderson, J. R. (1989). A rational analysis of human memory. In H. L. Roediger e F. I. M. Craik (Ed). *Varieties of Memory and Consciousness: Essays in Honor of Endel Tulving* (pp. 195-210). Hillsdale: Erlbaum.
- Anderson, J. R. (1996). A Simple Theory of Complex Cognition. *American Psychologist*, 51 (4), 355-365.

- Arroyo, F. V. (1992). Estructuras y procesos en la memoria. In J. Mayor e J. L. Pinillos (Ed). *Memoria Y Representación* (pp.41 - 83). Madrid: Alhambra Longman.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D. & Hanesian, H. (1980). *Psicología Educacional*. Trad. E. Nick. Rio de Janeiro: Interamericana.
- Baddeley, Alan (1999). *Memoria Humana. Teoría e prática*. Madrid: Mc Grall-Hill, trad. G. N. Navarro.
- Bartlett, (1995). *Remembering: A Study in Experimental and Social Psychology*. Cambridge: Cambridge University Press, first printed in 1932.
- Bernardo, A. B. I. (2001). Analogical Problem Construction and Transfer in Mathematical Problem Solving. *Educational Psychology*, 21 (2), 137 - 150.
- Bispo, N. L. (2000). *Imagem Mental, Memória e Dificuldades de Aprendizagem na Escrita*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas.
- Brito, M. R. F., Fini, L. D. T & Neumann, V. J. G. (1994). Um Estudo Exploratório sobre as Relações entre o Raciocínio Verbal e o Raciocínio Matemático. *Pró-Posições*, 5 (1), 37 - 44.
- Brito, M. R. F. & Neumann, V. J. G. (2001). A psicologia cognitiva e suas aplicações à educação. In M. R. F. Brito (Ed). *Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Prática* (pp. 29 – 48). Florianópolis: Insular.
- Cazorla, I. M. (2002). *A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas.

Chi, M. T. H. & Glaser, R. A (1992). Capacidade para a Solução de Problemas. In R. J. Sternberg (Ed). *As Capacidades Intelectuais Humanas: Uma Abordagem em Processamento de Informações* (pp. 249 – 275). Porto Alegre: Artes Médicas.

Duren, P. E., Cherrington, A. (1992). The effects of cooperative group work versus independent practice on the learning of some problem-solving strategies. *School Science and Mathematics*, 92 (2), 80 - 83.

Echeverría, M. P. P. & Pozo, J. I. (1998). Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. In J. I. Pozo, M. P. P. Echeverría, J. D. Castillo, M. A. M. Crespo, Y. P. Angón (Ed). *A Solução de problemas: Aprender a Resolver, Resolver para Aprender* (pp. 13 - 42). Porto Alegre: Artes Médicas.

Eysenk, M. W. & Keane, M. T. (1994). *Psicologia Cognitiva: Um Manual Introductório*. Trad. W. Gesser, M. H. F. Gesser. Porto Alegre: Artes Médicas.

Goldaracena, M. A. R. (1992). Memória Semântica. In J. Mayor, J. L. Pinillos. *Memor & a Y Representación* (pp. 85 - 145). Madrid: Alhambra Longman.

Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. A. (1995). Comprehension of Arithmetic Word Problems: A Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87 (1), 18 - 32.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*, New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum, pp. 1-27.

Klausmeier, H. J. & Goodwinn, W. (1977). *Manual de Psicologia Educacional*. Tradução: M. C. T. A. Abreu. São Paulo: Harper & Row do Brasil.

- Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Lieury, A. (1997). *A Memória, do Cérebro à Escola*. Tradução: R. A. Vasques. São Paulo: Editora Ática.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, Problem Solving, Cognition*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Merkle, R. C. (1988). *How Many Bytes in Human Memory?* [on line]. Disponível em: <http://www.merkle.com/brainLimits.html>
- Morettin, L. G. (1999). *Estatística Básica: volume I – Probabilidade*. São Paulo: Makron.
- Neumann, V. J. G. (1995). *Um estudo exploratório sobre as relações entre o conceito de automatismo da teoria do Processamento de informações de Sternberg e o conceito de pensamento resumido na teoria das habilidades matemáticas de Krutetskii*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas.
- Norman, D. A. (1969). *Memory and Attention: An Introduction to Human Information Processing*. New York: John Wiley & Sons.
- Norman, D. A. (1982). *El Aprendizaje y la Memoria*. Madrid: Alianza Editorial.
- Oyedeki, O. A. (1994). Effect of the use of formative evaluation on some cognitive and non-cognitive student learning outcomes in secondary mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 20 (1), 223 - 225.

Pasquali, L. (1997). *Psicometria: teoria e aplicações*. Brasília: Editora da Universidade de Brasília.

Phye, Gary D. (1990). Inductive problem solving: schema inducement and memory-based transfer. *Journal of Educational Psychology*, 82 (4), 826 - 831.

Pirola, N.A. (2000). *Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas.

Pozo, J. I. (1994). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Ediciones Morata.

Resnick, L. B.& Ford, W. W. (1990). *La Enseñanza de las Matemáticas y sus Fundamentos Psicológicos*. Barcelona: Edicione Paidós.

Reuhkala, M. (2001). Mathematical Skills in Ninth Graders: Relationship with Visuo-spatial Abilities and Working Memory. *Educational Psychology*, 21 (4), 387 - 399.

Rey, A. (1999). *Teste de cópia e reprodução de memória de figuras geométricas complexas: manual*. São Paulo: Casa do Psicólogo.

Robins, Shani, Mayer, Richard E. (1993). *Schema Training in Analogical Reasoning*. *Journal of Educational Psychology*, 85 (3), 529 - 538.

Roth, W.M. & Milkent, M.M. (1991). Factors in the Development of Proportional Reasoning Strategies by Concrete Operational College Students. *Journal of Research in Science Teaching*, 28 (6), 553 - 566.

Schultz, D.P.& Schultz, S.C. (1996). *História da Psicologia Moderna*. São Paulo: Editora Cultrix.

Secretaria de Educação Fundamental (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais*:

Matemática. Brasília: MEC/ SEF.

Secretaria de Educação Fundamental (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (5ª a 8ª séries)*. Brasília: MEC/ SEF.

Secretaria de Educação Média e Tecnológica (2002). *PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC; SEMTEC.

Silver, E. A. (1987). Foundations of Cognitive Theory and Research for Mathematics Problem-Solving Instruction. In A. H. Schoenfeld (Ed). *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp. 33-60). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Snedecor, G. W. & Cochran, W. G. (1989). *Statistical Methods*. Ames: Iowa University Press.

Solso, R. L. (1991). *Cognitive Psychology*. Boston: Allyn and Bacon.

Spiegel, M. R. (1985). *Estatística*. São Paulo: McGraw Hill.

Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic Word problems involving the comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology*, 85 (1), 7 - 23.

Sternberg, R. J. (2000). *Psicologia Cognitiva*. Trad. M. R. B. Osório. Porto Alegre: Artes Médicas.

Vendramini, C. M. M. (2000). *Implicações das Atitudes e das Habilidades Matemáticas na Aprendizagem de Conceitos de Estatística*. Tese de Doutorado,

Universidade Estadual de Campinas.

Witter, G. P. & Lomônaco, J. F. B. (1984). *Psicologia da Aprendizagem*. São Paulo: EPU.

Woodward, J. (1994). Effects of Curriculum Discourse Style on Eight Graders' Recall and Problem Solving in Earth Science. *The Elementary School Journal*, 94 (3), 299 - 314.

Definição de termos

Aplicação: processo que permite que novas produções sejam aprendidas a partir do uso de procedimentos já existentes na memória (Anderson, 1983).

Aprendizagem: mudança relativamente estável num estado interno do organismo, resultante de prática ou experiência anterior, que constitui condição necessária, mas não suficiente, para que o desempenho ocorra (Witter & Lomônaco, 1984, p.7).

Armazenamento: processo central na teoria ACT, onde ocorre a criação de arquivos permanentes na memória declarativa a partir de elementos da memória de trabalho e do estreitamento de nós já existentes na memória declarativa (Anderson, 1983).

Atenção dividida: processo da atenção caracterizado pela distribuição de recursos atencionais para coordenar o desempenho de duas ou mais tarefas simultâneas (Sternberg, 2000).

Atenção seletiva: processo da atenção caracterizado pela escolha de um estímulo para prestar atenção, ignorando os demais (Sternberg, 2000).

Atenção: tomada de posse da mente de um ou mais objetos de pensamento, implicando, muitas vezes, em abandonar algumas coisas, para ocupar-se efetivamente de outras; abrangência de toda informação que o sujeito está manipulando, seja parte da informação disponível na memória de trabalho, da sensação ou de outros processos cognitivos. Possibilita a utilização criteriosa dos recursos cognitivos ativos limitados da memória de trabalho, para responder rápida e corretamente aos estímulos que interessam para recordar a informação importante. É a relação cognitiva entre a quantidade limitada de informação manipulada em um determinado momento e a quantidade infinitamente superior de informação disponível através dos sentidos, memórias e outros processos cognitivos (Sternberg, 2000).

Atuação: conversão de comandos da memória de trabalho em comportamento (Anderson, 1983).

Chunk: unidade do comportamento que organiza a junção de alguns subitens; análogo aos nós na estrutura cognitiva (Brito, 2002, notas de aula).

Codificação: processo que permite o armazenamento de informações provenientes do mundo exterior na memória de trabalho (Anderson, 1983).

Cognição humana: constructo hipotético que se refere às formas como as pessoas processam mentalmente a informação (Brito, 2002, notas de aula).

Comparação: processo cognitivo central na teoria ACT, no qual os dados da memória de trabalho são colocados em correspondência com as condições de produção da memória de procedimento (Anderson, 1983).

Conhecimento de procedimento: classe de estrutura do conhecimento, baseada na Epistemologia Clássica, fundamentada no “saber como”; procedimentos que podem ser executados (Sternberg, 2000).

Conhecimento declarativo: classe de estrutura do conhecimento, baseada na Epistemologia Clássica, fundamentada no “saber o que”; corpo organizado de informações factuais (Sternberg, 2000).

Consciência: realidade mental desenvolvida com a finalidade de permitir ao indivíduo adaptar-se ao mundo; fenômeno complexo de avaliar o ambiente e depois filtrar essa informação através da mente, com o conhecimento do que está fazendo (Sternberg, 2000).

Constructo: elemento não observável, possivelmente mensurável, sobre o qual elaboram-se descrições (Brito, 2002, notas de aula).

Desempenho: Resultado do processo de aprendizagem; mudanças de comportamento do aprendiz (Witter & Lomônaco, 1984, p.4).

Emparelhamento: (ver comparação)

Esquemas: estruturas mentais necessárias para representar o conhecimento, abrangendo uma série de conceitos inter-relacionados em uma organização significativa (Sternberg, 2000).

Estratégia: conjunto ordenado de processos que levam o sujeito à consecução de um objetivo (Brito, 2002, notas de aula).

Execução: processo central na teoria ACT, onde as ações das produções comparadas são depositadas na memória de trabalho (Anderson, 1983).

Expert: sujeitos que apresentam as seguintes características: dispõem de esquemas complexos que contêm muito conhecimento declarativo sobre um domínio; possuem unidades de conhecimento bastante organizadas e altamente interconectadas nos esquemas; possuem muitas seqüências de etapas automatizadas, dentro das estratégias do problema; seus esquemas possuem muito conhecimento de procedimento sobre as estratégias do problema relevante ao domínio e, além disso, demonstram alta precisão para alcançar soluções adequadas (Sternberg, 2000).

Habilidades: características psicológicas individuais que favorecem o domínio rápido e fácil de uma determinada atividade (Krutetskii, 1976).

Habituação: processo paralelo à automatização que permite ao sujeito prestar cada vez menos atenção a um estímulo à medida que vai se acostumando a ele; permite

ao sujeito desviar a atenção de estímulos relativamente estáveis e conhecidos para estímulos novos e variáveis (Sternberg, 2000).

Imagem: representação mental de objetos, eventos, ambientes ou de outros estímulos que não são imediatamente perceptíveis aos receptores sensoriais, ou seja, não estão imediatamente disponíveis para a percepção através dos sentidos (Sternberg, 2000).

Inteligência: capacidade para aprender a partir da experiência e adaptar-se ao ambiente circundante (Sternberg, 2000).

Memória de curto prazo: fração limitada da memória de trabalho, que entra na consciência imediata (Sternberg, 2000).

Memória de longo prazo: depósito permanente de conhecimentos e destrezas, que apresenta uma capacidade aparentemente ilimitada (Silver, 1987).

Memória de procedimento: tipo de memória de longo prazo na teoria ACT, que contém informações das destrezas que possui o sistema (Anderson, 1983).

Memória de trabalho: memória de curto prazo na teoria ACT, que é requerida nos processos de codificação, atuação, emparelhamento, execução, armazenamento e recuperação (Anderson, 1983).

Memória declarativa: tipo de memória de longo prazo na teoria ACT, que contém o conhecimento declarativo sobre o mundo (Anderson, 1983).

Nós: elementos que representam conceitos dentro de uma rede semântica. Cada nó está ligado a outros nós na rede, através de relações semânticas (Sternberg, 2000).

Percepção: conjunto de processos psicológicos, pelos quais os sujeitos reconhecem, organizam, sintetizam e fornecem significação, em nível cognitivo, às sensações recebidas dos estímulos ambientais, através dos sentidos (Sternberg, 2000).

Problema: uma situação, verbal ou não, apresentada em um estado determinado, em que se deseja estar em outro estado e não há um caminho (ou estratégia) direto e óbvio de um estado ao outro (Mayer, 1992).

Procedimentos: Conjunto de estratégias a serem executadas na solução de problemas; ver *conhecimento de procedimento*.

Processos automatizados: ocorrem com a consolidação de várias etapas separadas em uma única operação que exige pouco ou nenhum recurso cognitivo de atenção ou memória de trabalho. Um estímulo dado é emparelhado reiteradamente com a mesma resposta, utilizando progressivamente menos recursos da atenção, e interferindo cada vez menos em outras tarefas concorrentes, adquirindo o que por regra geral denomina-se automatismo (Sternberg, 2000).

Processos controlados: processos cognitivos sempre acessíveis ao controle consciente; processos atencionais. São realizados em série, um após o outro, demandando tempo e esforço por parte do sujeito (Sternberg, 2000).

Recuperação: processo central na teoria ACT, em que informações armazenadas na memória declarativa são ativadas na memória de trabalho (Anderson, 1983).

Redes semânticas: modelos alternativos para representar o conhecimento declarativo; conjunto de elementos interconectados, baseado nos significados. As conexões entre os “nós” da rede semântica ocorrem por meio de relações classificadas, envolvendo qualidades, atributos ou outras relações semânticas entre os conceitos (Sternberg, 2000).

Representação: imagem mental formada pelos sujeitos a partir de objetos, eventos ou idéias externos a sua estrutura cognitiva; compreende várias formas da mente criar e modificar as estruturas que representam o que o sujeito conhece (Sternberg, 2000).

Retenção: ou fixação na memória, consiste no processo de armazenar e manter disponível, na estrutura cognitiva, os novos significados (Ausubel, Novak, Hanesian, 1978).

Rotinas: estruturas de organização das regras de produção; instruções para a realização de uma tarefa (Sternberg, 2000).

Sondagem: processo da atenção caracterizado pela procura ativa de estímulos específicos (Sternberg, 2000).

Teoria ACT: (*Adaptative Control Thought*, ou Controle Adaptativo do Pensamento) de John Anderson (1983); teoria capaz de combinar formas de representação mental do conhecimento declarativo e de procedimento, descrevendo a representação e o processamento da informação. É considerada uma teoria unitária do processamento de informação, pois considera todos os processos cognitivos superiores (memória, linguagem, solução de problemas, imagens, dedução e indução) manifestações diferentes de um mesmo sistema subjacente.

Vigilância: processo da atenção caracterizado pela espera atenta da manifestação de um estímulo específico (Sternberg, 2000).

ANEXOS

Anexo 1

Questionário informativo sobre a vida escolar dos sujeitos

Prezado(a) aluno(a)

Este questionário faz parte de um estudo que estamos realizando a respeito das relações entre a memória e a solução de problemas matemáticos. Além deste questionário, você será solicitado também a executar outras atividades, como resolver alguns exercícios e problemas matemáticos.

Contamos com sua colaboração para que possamos compreender melhor o processo de ensino-aprendizagem de Matemática e possamos apresentar alternativas para sua melhoria.

Érica Valeria Alves
PSIEM – Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática
UNICAMP

1. Tipo de Escola em que estuda:

1. () Pública

2. () Particular

2. Idade:

1. () 09 – 10 anos

2. () 11 – 13 anos

3. () 14 – 16 anos

4. () 17 – 21 anos

5. () acima de 21 anos

3. Sexo:

1. () Masculino

2. () Feminino

4. Série:

1. () primeiro ano do ciclo II do Ensino Fundamental (5ª série)

2. () último ano do ciclo II do Ensino Fundamental (8ª série)

3. () último ano do Ensino Médio

5. Período:

1. () manhã

2. () tarde

3. () noite

6. Escolaridade do pai:

1. () Nunca estudou

2. () Ensino Fundamental completo

3. () Ensino Médio completo

4. () Ensino Superior completo

5. () Pós graduado

6. () Não sei responder

Profissão do pai: _____

7. Escolaridade da mãe:

1. () Nunca estudou

2. () Ensino Fundamental completo

3. () Ensino Médio completo

4. () Ensino Superior completo

5. () Pós graduada

6. () Não sei responder

Profissão da mãe: _____

8. Quantos anos você tinha quando começou a freqüentar a escola?

1. () 1 ou 2 anos

- 2. () 3 anos
- 3. () 4 anos
- 4. () 5 anos
- 5. () 6 anos
- 6. () 7 anos ou mais

9. Você fez pré-primário?

- 1. () sim
- 2. () não

10. Você já repetiu alguma série?

- 1. () sim
- 2. () não

Atenção: Se você respondeu **Sim** na questão acima, isto é, você já repetiu alguma série, responda as questões abaixo. Caso contrário, se você **nunca** foi reprovado (resposta **Não** na questão 10), passe para a questão 14.

11. Quantas vezes você já repetiu de ano, isto é, quantas vezes foi obrigado a fazer a mesma série?

- 1. () Uma vez
- 2. () Duas vezes
- 3. () Três vezes
- 4. () Quatro vezes
- 5. () Cinco vezes ou mais

12. Assinale a série (ou séries) que você repetiu:

- 1. () primeiro ano do ciclo I do Ensino Fundamental (1ª série)
- 2. () segundo ano do ciclo I do Ensino Fundamental (2ª série)
- 3. () terceiro ano do ciclo I do Ensino Fundamental (3ª série)
- 4. () quarto ano do ciclo I do Ensino Fundamental (4ª série)
- 5. () primeiro ano do ciclo II do Ensino Fundamental (5ª série)
- 6. () segundo ano do ciclo II do Ensino Fundamental (6ª série)
- 7. () terceiro ano do ciclo II do Ensino Fundamental (7ª série)
- 8. () quarto ano do ciclo II do Ensino Fundamental (8ª série)
- 9. () primeiro ano do Ensino Médio
- 10. () segundo ano do Ensino Médio
- 11. () terceiro ano do Ensino Médio

13. Assinale a(s) matéria(s) na qual você foi reprovado:

- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| 1. () Todas as matérias | 11. () Filosofia |
| 2. () Não me lembro | 12. () Historia |
| 3. () Matemática | 13. () Sociologia |
| 4. () Português | 14. () Psicologia |
| 5. () Ciências | 15. () Biologia |
| 6. () Educação Física | 16. () Inglês |
| 7. () Geografia | 17. () Estudos Sociais |
| 8. () Física | 18. () Educação Moral e Cívica |
| 9. () Educação Artística | 19. () Desenho Geométrico |
| 10. () Química | 20. () Outra Qual? _____ |

14. Em casa, você recebe ajuda quando estuda Matemática ou quando faz suas tarefas de Matemática?

- 1. () Sim
- 2. () Não

15. Em caso afirmativo, assinale quem ajuda nas tarefas de Matemática:

- 1. () Somente o pai
- 2. () Somente a mãe

3. () Somente o(s) irmão(s)
4. () Tanto o pai como a mãe
5. () É ajudado por todas as pessoas da casa
6. () Outras pessoas da família (por exemplo: tios, primos)
7. () É ajudado(a) por outros (por exemplo: colegas, vizinhos, amigos)
16. Assinale quais dias da semana em que você estuda Matemática:
1. () Estudo apenas um dia por semana
2. () Estudo entre 2 a 5 dias por semana
3. () Estudo todos os dias, menos no final de semana
4. () Não estudo nenhum dia da semana
17. Se alguém perguntasse para você "quando você estuda Matemática?", qual das resposta abaixo você daria? Escolha apenas uma delas.
1. () Sempre estudo Matemática
2. () Estudo Matemática só na véspera da prova
3. () Estudo Matemática só no final do ano
4. () Nunca estudo Matemática
18. Quando você estuda Matemática, quantas horas do dia você usa para esse estudo?
1. () Nunca estudo essa matéria
2. () Estudo menos de 1 (uma) hora
3. () Estudo durante 1 (uma) hora certinha
4. () Estudo entre 1 (uma) e 2 (duas) horas
5. () Estudo mais de duas horas
19. Você já teve aulas particulares de Matemática?
1. () Sim
2. () Não
20. Você consegue entender a matéria e os problemas dados em sala de aula?
1. () Sim, sempre entendo
2. () Não, nunca entendo
3. () Quase sempre entendo
4. () Quase nunca entendo
21. As explicações do professor de Matemática são suficientes para você entender o que está sendo explicado?
1. () Sim, eu sempre entendo as explicações do professor
2. () Não, eu nunca entendo as explicações do professor
3. () Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor
4. () Poucas vezes eu entendo as explicações do professor
22. Você se distrai facilmente nas aulas de Matemática?
1. () Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática
2. () Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática
3. () Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática
4. () Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática
23. Suas notas de Matemática geralmente são:
1. () Acima da nota da maioria da classe
2. () Igual à nota da maioria da classe
3. () Menor que a nota da maioria da classe
24. Assinale abaixo a **matéria que você mais gosta**. Assinale apenas uma alternativa.
1. () Gosto de todas as matérias
2. () Não gosto de nenhuma
3. () Matemática
4. () Português

- 5. () Ciências
- 6. () Educação Física
- 7. () Geografia
- 8. () Física
- 9. () Educação Artística
- 10. () Química
- 11. () Filosofia
- 12. () História

- 13. () Sociologia
- 14. () Psicologia
- 15. () Biologia
- 16. () Inglês
- 17. () Estudos Sociais
- 18. () Educação Moral e Cívica
- 19. () Desenho Geométrico
- 20. () Outra Qual? _____

25. Assinale abaixo a **matéria que você menos gosta**. Assinale apenas uma alternativa.

- 1. () Gosto de todas as matérias
- 2. () Não gosto de nenhuma
- 3. () Matemática
- 4. () Português
- 5. () Ciências
- 6. () Educação Física
- 7. () Geografia
- 8. () Física
- 9. () Educação Artística
- 10. () Química
- 11. () Filosofia

- 12. () História
- 13. () Sociologia
- 14. () Psicologia
- 15. () Biologia
- 16. () Inglês
- 17. () Estudos Sociais
- 18. () Educação Moral e Cívica
- 19. () Desenho Geométrico
- 20. () Outra Qual?

26. Se você pudesse tirar **uma** matéria da escola, qual você escolheria?

- 1. () Todas as matérias
- 2. () Nenhuma
- 3. () Matemática
- 4. () Português
- 5. () Ciências
- 6. () Educação Física
- 7. () Geografia
- 8. () Física
- 9. () Educação Artística
- 10. () Química
- 11. () Filosofia
- 12. () História
- 13. () Sociologia
- 14. () Psicologia
- 15. () Biologia
- 16. () Inglês
- 17. () Estudos Sociais
- 18. () Educação Moral e Cívica
- 19. () Desenho Geométrico
- 20. () Outra Qual? _____

27. Dentre os **conteúdos de Matemática** que você estudou, **qual você mais gostou?** Por que?

28. Dentre os **conteúdos de Matemática** que você estudou, **qual você menos gostou?** Por que?

29. Complete as frases abaixo:

A atividade que eu mais gosto na aula de Matemática é...

A atividade que eu menos gosto na aula de Matemática é...

Anexo 2

Prova matemática

2. Calcule:

a) $800 : 15$	b) $250 \cdot 12$
c) $6 : 0,4$	d) $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5}$
e) $\frac{3}{2} : \frac{4}{5}$	f) $605 : 12$
g) $16,9 : 13$	h) $127 \cdot 34$

3. Resolva os problemas a seguir:

- a) Um confeitheiro faz pacotinhos contendo uma dúzia de doces cada um. Qual é o menor número de doces, acima de 500, que ele deve fazer para que todos os pacotes fiquem completos e não sobre doce algum fora deles? Nesse caso, quantos pacotes ele terá?

- b) Quando chove e cai um raio, primeiro é visto o relâmpago e depois é ouvido o trovão. A luz do relâmpago chega até nós quase instantaneamente, mas o som (que é o trovão) se propaga a uma velocidade de 340 metros por segundo até ser ouvido. Imagine que passaram 4 segundos entre a luz do relâmpago e o som do trovão. A que distância esse raio caiu?

c) Assistindo a uma corrida de Fórmula 1, reparei que o primeiro colocado fazia cada volta em 1 minuto e 13,22 segundos, enquanto o segundo colocado gastava 1 minuto e 13,72 segundos. Continuando assim, depois de quantas voltas o primeiro colocado aumentaria sua vantagem em 4 segundos?

d) Ontem quando meu irmão chegou da escola ele comeu a metade da barra de chocolate que minha mãe tinha comprado. Depois que eu almocei, dividi o pedaço que sobrou em quatro pedaços iguais e comi três deles. Qual fração representa a quantidade de chocolate que eu comi?

e) Peguei dois pedaços de barbante de mesmo comprimento. O primeiro pinte de azul e dividi em três partes iguais. O segundo pinte de vermelho e dividi em seis partes iguais. Quantas vezes cada pedaço azul cabe em cada pedaço vermelho?

Anexo 3

Prova para avaliar a memória matemática

Prezado(a) aluno(a)

Esta prova faz parte de um estudo que estamos realizando a respeito das relações entre a memória e a solução de problemas matemáticos. Serão apresentados alguns problemas matemáticos, individualmente. Leia-os com muita atenção. Imediatamente após a leitura reproduza o problema que acabou de ler. Caso não seja capaz, reproduza o que for possível: estrutura do problema, relações entre os fatos, dados numéricos, etc.

Contamos com sua colaboração para que possamos compreender melhor o processo de ensino-aprendizagem de Matemática e possamos apresentar alternativas para sua melhoria.

Érica Valeria Alves
PSIEM – Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática
UNICAMP

1. No primeiro dia $\frac{2}{11}$ das batatas de um armazém foram vendidas; foram vendidas duas vezes mais no segundo dia; e, $\frac{1}{5}$ do restante no terceiro dia. Depois disso sobraram 48 toneladas. Quantas toneladas de batatas havia no armazém?

2. Em um trem são vendidas 40 passagens para a primeira e segunda classe. A passagem para a primeira classe custa 8 reais e a passagem para a segunda classe custa 5 reais. Quantas passagens foram vendidas para a primeira classe se a soma do valor arrecadado na primeira classe excede em 190 reais o total arrecadado com a venda das passagens de segunda classe?

3. Isto e aquilo, e metade disto e aquilo, é que porcentagem de $\frac{3}{4}$ disto e aquilo?

4. O número 80 é dividido em duas partes diferentes, tal que a metade da parte maior excede em 10 unidades a parte menor. Quais são essas duas partes?

5. Quatro canos são conectados num tanque. Quando os canos 1, 2 e 3 estão abertos o tanque enche em 12 minutos; quando os canos 2, 3 e 4 estão abertos, leva 15 minutos; quando apenas os canos 1 e 4 estão abertos, demora 20 minutos. Quanto tempo levará para encher o tanque se os quatro canos estiverem abertos?

6. Uma indústria recebeu um pedido de um certo número de máquinas agrícolas, e um determinado prazo para a entrega. Porém, se a indústria produzir 240 máquinas por dia, serão produzidas 400 máquinas a menos que o combinado para a entrega no prazo. Se a indústria produzir 280 máquinas por dia, então serão 200 prontas a mais dentro do prazo. Quantas máquinas foram solicitadas e qual o prazo combinado?

Prova para avaliar a memória matemática - Folha de respostas

1.
2.
3.
4.
5.
6.

Anexo 4

Variáveis obtidas no questionário informativo

Nome das variáveis do SPSS:	Descrição das variáveis:	Tipo de variável:	Possibilidades de resposta:
tipoesc	Tipo de escola	Qualitativa nominal	Pública Privada
idade	idade	Qualitativa ordinal	
gênero	Gênero	Qualitativa nominal	Masculino Feminino
serie	série	Qualitativa ordinal	5ª série 8ª série 3º ano
escpai / escmae	Escolaridade do pai / Escolaridade da mãe	Qualitativa ordinal	Nunca estudou Ensino Fundamental incompleto Ensino Fundamental completo Ensino Médio incompleto Ensino Médio completo Ensino Superior Incompleto Ensino Superior Completo Pós graduado Não sabe responder
profpai / profmae	Profissão do pai / Profissão da mãe	Qualitativa nominal	Desempregado Sem qualificação específica Serviços-nível fundamental Serviços-nível médio Serviços-nível técnico Serviços-nível superior Profissional liberal Aposentado Falecido não sabe responder
idadesc	Idade de início da escolaridade	Qualitativa ordinal	1 ou 2 anos 3 anos 4 anos 5 anos 6 anos 7 anos ou mais
preesc / reprova / ajuda / aulapart	Freqüentou pré-escola / Retenção escolar / Recebe ajuda nas tarefas / Aulas particulares de Matemática	Qualitativa nominal	Sim Não
quemajud	Quem ajuda nas tarefas	Qualitativa nominal	Somente o pai Somente a mãe Somente o(s) irmão(s) Tanto o pai como a mãe É ajudado por todas as pessoas da casa Outras pessoas da família (por exemplo: tios, primos)

				É ajudado(a) por outros (por exemplo: colegas, vizinhos, amigos)
diaest	Dias de estudo semanal	Qualitativa ordinal		Estudo apenas um dia por semana Estudo entre 2 a 5 dias por semana Estudo todos os dias, menos no final de semana Não estudo nenhum dia da semana
qdoest	Ocasão de estudo	Qualitativa nominal		Sempre estudo Matemática Estudo Matemática só na véspera da prova Estudo Matemática só no final do ano Nunca estudo Matemática
horaest	Horas de estudo diário	Qualitativa ordinal		Nunca estudo essa matéria Estudo menos de 1 (uma) hora Estudo durante 1 (uma) hora certinha Estudo entre 1 (uma) e 2 (duas) horas Estudo mais de duas horas
compreend	Compreensão do conteúdo	Qualitativa nominal		Sim, sempre entendo Não, nunca entendo Quase sempre entendo Quase nunca entendo
explic	Compreensão das explicações	Qualitativa nominal		Sim, eu sempre entendo as explicações do professor Não, eu nunca entendo as explicações do professor Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor Poucas vezes eu entendo as explicações do professor
distrai	Distração nas aulas de Matemática	Qualitativa nominal		Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática
media	Média Matemática em relação à classe	Qualitativa ordinal		Acima da nota da maioria da classe Igual à nota da maioria da classe Menor que a nota da maioria da classe
maisgost / menosgost	Disciplina que mais gosta /	Qualitativa nominal		Gosto de todas as matérias Não gosto de nenhuma

tirarmat	Disciplina que menos gosta / Disciplina que tiraria da escola		Matemática Português Ciências Educação Física Geografia Física Educação Artística Química Filosofia História Sociologia Psicologia Biologia Inglês Estudos Sociais Educação Moral e Cívica Desenho Geométrico Outra
contmais contmenos	/ Conteúdo matemático que mais gosta / Conteúdo matemático que menos gosta	Qualitativa nominal	Nenhum Geometria Álgebra Aritmética Probabilidade/Estatística Trigonometria Matemática Financeira Todos
ativmais ativmenos	/ Atividade que mais gosta na aula de Matemática / Atividade que menos gosta na aula de Matemática	Qualitativa nominal	Nenhuma Todas Explicação Exercícios Problemas Correção Jogos Atividades em grupo Prova Outra

Anexo 5

Distribuição da preferência pelos componentes curriculares
de acordo com a série

Disciplinas que mais gosta	Série							
	5ª série		8ª série		3ª série EM		Total	
	Nº de sujeitos	%						
gosta de todas	12	18,8	3	6,8	9	13,0	24	13,6
não gosta de nenhuma	1	1,6	6	13,6	4	5,8	11	6,2
Matemática	19	29,7	8	18,2	11	15,9	38	21,5
Português	1	1,6	5	11,4	18	26,1	24	13,6
Ciências	2	3,1					2	1,1
Educação	13	20,3	10	22,7	5	7,2	28	15,8
Física								
Geografia	0	0	0	0	4	5,8	4	2,3
Física	0	0	1	2,3	0	0	1	0,6
Educação	2	3,1	2	4,5	0	0	4	2,3
Artística								
Química	0	0	2	4,5	4	5,8	6	3,4
História	4	6,3	4	9,1	3	4,3	11	6,2
Psicologia	0	0	0	0	1	1,4	1	0,6
Biologia	1	1,6	0	0	6	8,7	7	4,0
Inglês	8	12,5	0	0	3	4,3	11	6,2
Estudos	0	0	0	0	1	1,4	1	0,6
Sociais								
Desenho	0	0	2	4,5	0	0	2	1,1
Geométrico								
Outra	1	1,6	1	2,3	0	0	2	1,1
Total	64	100,0	44	100,0	69	100,0	177	100,0