

O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS COMO FERRAMENTA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS TRIGONOMÉTRICOS

THE USE OF MANIPULATIVE MATERIAL AS TOOLS IN SOLVING TRIGONOMETRICAL PROBLEMS

DARCSON CAPA DOS SANTOS*
HELENA NORONHA CURY**

RESUMO

Neste artigo, é apresentado um relato parcial de uma investigação realizada com alunos de 2º ano de Ensino Médio, em aulas de reforço, sobre conteúdos de Trigonometria. No trabalho, objetivou-se analisar o uso de materiais manipuláveis como ferramenta para a exploração de conteúdos matemáticos, na resolução de problemas trigonométricos. Como instrumentos de pesquisa, foram empregados um questionário e observações das atividades desenvolvidas pelos estudantes. A análise das resoluções das questões propostas no instrumento mostrou que os estudantes têm muitas dificuldades em relação aos conteúdos de Trigonometria. Foram escolhidos, para apresentação neste artigo, os dados do questionário aplicado aos alunos e a análise dos resultados da aplicação de uma das atividades, denominada “medindo a altura de objetos pela sombra”, na qual foi utilizada uma maquete, representando a situação. O uso de maquetes, efetivamente, propiciou a compreensão dos enunciados e a resolução das questões apresentadas aos alunos.

Palavras-chave: Materiais manipuláveis. Maquetes. Trigonometria.

ABSTRACT

This paper presents a partial report of an investigation carried out with students in the second year of high school, in classes of reinforcement, on trigonometry content. The study aimed to analyze the use of manipulative material as tools for exploring math concepts in solving trigonometry problems. As instruments of research, a questionnaire and observations of the activities developed by the students were used. The analysis of the solving of the proposed questions showed that the students have many difficulties regarding the contents of trigonometry. It is presented here some data from the questionnaire given to the students and the analysis of the results of the application of an activity named “measuring the height of objects by the shade,” in which a model was used, representing the situation. The use of models provided the comprehension of the tasks and the solving of the questions presented to the students.

Keywords: Manipulative Material. Models. Trigonometry.

* Mestre em Ensino de Matemática pelo Centro Universitário Franciscano – UNIFRA.

** Doutora em Educação, professora do Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática – UNIFRA.

INTRODUÇÃO

A Trigonometria é um conteúdo sempre presente no Ensino Médio, com grande aplicabilidade na Física e na própria Matemática e com muitas páginas de livros didáticos dedicadas a esse assunto. No entanto, nem sempre os alunos se sentem motivados para seu estudo, apresentando dificuldades na resolução de problemas que envolvem as relações e funções trigonométricas. Uma das maneiras de auxiliar os estudantes na aprendizagem de Trigonometria consiste em mostrar aplicações dos conteúdos em situações da vida cotidiana, com apoio de materiais manipuláveis.

O material manipulável pode ser um grande aliado nas aulas de Matemática, não substituindo o professor, mas complementando suas aulas. Para que seu uso possa, efetivamente, trazer benefícios ao o processo de ensino e aprendizagem, é necessário que sejam feitas experiências com determinados materiais, construídos especificamente para determinado conteúdo, de forma que o relato dos resultados seja disponibilizado para os professores que com ele se propõem a trabalhar.

Neste artigo, trazemos resultados parciais de um projeto de pesquisa desenvolvido em um curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática, com o objetivo geral de analisar o uso de materiais manipuláveis como ferramenta para a exploração de conteúdos matemáticos, na resolução de problemas trigonométricos.

REVISÃO DE LITERATURA

A expressão “material manipulável”, segundo Hartshor e Boren (1990), refere-se

a objetos que podem ser tocados e movidos pelos estudantes, para introduzir ou reforçar um conceito matemático.

A introdução de materiais manipuláveis no ensino se deve a Pestalozzi e Froebel, no século XIX, e à Montessori e Decroly, no começo do século XX. No Brasil, a utilização de recursos didáticos nas aulas de Matemática surgiu na década de 1920, no bojo da tendência empírico-ativista (FIORENTINI; MIORIM, 1990), que tem como pressuposto básico a ideia de que o aluno “aprende fazendo”. Assim, “a partir da manipulação e visualização de objetos ou de atividades práticas envolvendo medições, contagens, levantamento e comparações de dados” (FIORENTINI, 1995, p. 11), os alunos abstraem os conceitos e propriedades dos entes matemáticos.

A partir dos anos de 1990, vários recursos didáticos vêm sendo introduzidos no ensino da Matemática, como calculadoras e computadores. Devido ao surgimento de novas produções na área de Educação Matemática, envolvendo abordagens metodológicas como a resolução de problemas, a modelagem e o uso de tecnologias, talvez os materiais manipuláveis tenham ficado em segundo plano (NACARATO, 2004-2005).

No entanto, o professor em sua prática de sala de aula, na maioria das vezes, utiliza somente o livro didático como ferramenta de trabalho; os livros, mesmo sendo ilustrados com figuras de materiais manipuláveis, não substituem os próprios materiais, visto que, com eles, em um laboratório de Matemática, os alunos poderiam visualizar as situações propostas em determinado problema.

O desenvolvimento dos processos de visualização depende da exploração de modelos ou materiais que possibilitem ao

aluno, com o decorrer do tempo, a construção de imagens mentais. Leivas (2009) considera que a visualização é “um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos” (p. 22).

O autor ainda cita Fischbein, que diz:

representações visuais não somente auxiliam na organização da informação em representações como constituem um importante fator de globalização. Por outro lado, a concretude de imagens visuais é um fator essencial para a criação de um sentimento de autoevidência e imediatez. Uma imagem visual não somente organiza os dados em estruturas significativas, mas é também um fator importante para orientar o desenvolvimento de uma solução analítica; representações visuais são essenciais dispositivos antecipatórios. (1987, apud LEIVAS, 2009, p. 22).

Para Lorenzato (2006), conforme a intenção do professor e a forma com que são utilizados, os materiais manipuláveis podem desempenhar inúmeras funções em sala de aula e, por isso, o professor deve questionar-se antes de apresentá-los à classe, procurando responder por que vai utilizá-los. Conforme Lorenzato (2006, p. 18), o professor deve questionar a razão pela qual usará o material:

[...] para apresentar assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do MD [material didático] mais conveniente à aula.

O material manipulável pode ser utilizado no momento da introdução de certo conteúdo, vindo a ser um aliado para o professor em sua explicação. Seu uso é justificado pela possibilidade de tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e atrativas para os estudantes, o que contribui para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. No entanto, é necessário que seja feito um planejamento adequado para seu uso, pois o professor assume a função de mediador, desafiando os alunos para a resolução dos problemas por meio dos materiais disponibilizados. Assim, os alunos precisam ser convidados a expressar a sua forma de entendimento, a socializar as ideias pensadas por eles e a esclarecer dúvidas existentes, quer seja por meio de frases ou de desenhos, quer seja pelo uso da linguagem matemática. Assim, possivelmente, terão mais facilidade na organização do conhecimento.

A utilização de materiais manipuláveis propicia, além do envolvimento do aluno com os materiais e a aprendizagem, o fortalecimento da relação dos estudantes entre si e deles com o professor, criando elos de amizade e respeito entre todos na sala de aula.

METODOLOGIA

A pesquisa é qualitativa e a metodologia adotada no seu desenvolvimento envolveu pressupostos da observação participante, visto que o pesquisador esteve presente no contexto observado. Foi escolhida essa abordagem porque o trabalho foi realizado dentro do ambiente escolar, tendo como fonte de dados as ações dos alunos nas resoluções das atividades propostas.

Conforme Lüdke e André (1986, p. 11), “a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra, através do trabalho intensivo de campo”.

Participaram da investigação 25 alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Médio, de uma escola estadual da região Oeste do Rio Grande do Sul, que frequentavam aulas de reforço. Como instrumentos de pesquisa, foram utilizados questionários e observações participantes durante as atividades realizadas pelos alunos nessas aulas.

A observação participante é um tipo de estudo naturalista em que o pesquisador coleta dados em relação ao comportamento dos participantes, quando esses estão conversando, ouvindo, trabalhando, estudando em classe, brincando, etc..

Para esta forma de pesquisa, é preciso planejá-la quanto aos aspectos do que será observado e quanto à forma de observar e registrar os fenômenos, isto é, sobre “o que” e “como” observar. Segundo Lüdke e André (1986, p. 26),

a observação possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado, o que apresenta uma série de vantagens. Em primeiro lugar, a experiência direta é sem dúvida o melhor teste de verificação da ocorrência de um determinado fenômeno.

A observação participante é uma técnica de captação de dados menos estruturada, pois não supõe um instrumento específico que direcione a observação. Dessa forma, a responsabilidade e o sucesso pela utilização dessa técnica recaem quase que inteiramente sobre o observador.

O questionário, conforme Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 116), “é um dos instrumentos mais tradicionais de coleta de informações”. Tem a função de coletar informações sobre um indivíduo ou grupo, relacionadas a um determinado fato, situação ou fenômeno. É um instrumento que reúne perguntas que podem ser do tipo “aberta” ou “fechada”, para serem respondidas pelos participantes da pesquisa.

As perguntas devem ser formuladas a partir da problemática de pesquisa e dos objetivos específicos. Sua estrutura textual deve ser clara e objetiva, não permitindo dúvidas com relação ao que o pesquisador deseja saber, em termos de informação. O pesquisador, por sua vez, deve tomar cuidado com a quantidade de perguntas do instrumento, não exagerando em termos de excesso ou de falta.

Para esta pesquisa, foi elaborado, inicialmente, um instrumento contendo perguntas para identificação dos alunos participantes e três questões de Trigonometria, para avaliar as necessidades dos estudantes para as aulas de reforço. A seguir, foram criadas quatro atividades, que foram aplicadas aos estudantes em quatro aulas, de 50 minutos cada. Durante a aplicação de cada atividade, os alunos trabalharam com material manipulável, responderam aos quesitos e seus comportamentos diante das tarefas propostas foram observados. O professor pesquisador utilizou diário de campo para os registros de suas observações e os estudantes usaram seus cadernos para fazer anotações, cálculos e representações geométricas solicitadas nas atividades.

Os dados coletados durante a aplicação de todas as atividades foram apresentados

detalhadamente, para permitir, posteriormente, sua análise. As observações do pesquisador foram utilizadas para complementar as informações obtidas por meio das produções dos alunos ao resolverem as atividades propostas.

Neste artigo, escolhemos os dados obtidos com o questionário e com a análise de uma das atividades, para ilustrar o trabalho realizado

APRESENTAÇÃO DE DADOS

Aplicação do questionário

Para identificar os estudantes, foi solicitada a idade e o sexo do respondente. As respostas estão apresentadas no quadro 1, a seguir:

Quadro 1 – Distribuição dos alunos por sexo e idade.

Idade (anos)	Número de alunos por sexo	
	Masculino	Feminino
15	2	4
16	5	11
17	2	1
Total	9	16

Em seguida, questionamos as opiniões dos alunos sobre a disciplina de Matemática e suas respostas estão indicados no gráfico 1:



Gráfico 1 – Opinião dos alunos sobre a disciplina de Matemática.

Em relação à pergunta 4, sobre a expectativa dos alunos em relação às aulas de reforço, os alunos, em geral, responderam que pretendiam entender melhor as aulas de Matemática, tirar suas dúvidas, obter esclarecimentos, superar suas dificuldades e tirar notas boas.

Ao analisar as respostas às primeiras perguntas desse instrumento de pesquisa, podemos salientar o fato de que 52% dos alunos declararam gostar da disciplina, mas confirmaram ter dificuldades. Um dado que também pode ser salientado, nas respostas à pergunta 4, é a recusa de quatro alunos em aceitar que precisam de aulas de reforço. No entanto, pela análise das resoluções nas três questões de Trigonometria, foi possível notar que nenhum desses quatro estudantes acertou todas as questões e um deles só respondeu à questão 1.

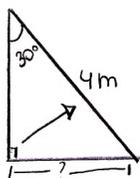
Para análise dos erros cometidos nas questões de Trigonometria, empregamos a metodologia da análise de conteúdo dos erros (CURY, 2007), que prevê a realização de três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. A pré-análise envolve a preparação do material, com individualização das respostas. A exploração do material compreende a unitarização e categorização dos dados. Finalmente, o tratamento dos resultados pode ser feito por meio de tabelas e gráficos ou por textos-síntese, em que cada categoria é descrita e exemplificada.

A primeira questão sobre Trigonometria tem o seguinte enunciado: *Uma escada de 4 metros de altura está encostada em um muro formando com a vertical um ângulo de 30°. Calcule a que distância do muro está o pé da escada.*

Dos 25 alunos que responderam à questão, 15 acertaram, identificando corretamente o ângulo de 30° formado com a vertical. A seguir, expressaram a relação

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

e substituíram os valores do seno e da medida da hipotenusa. Como exemplo, apresentamos uma das resoluções consideradas corretas.

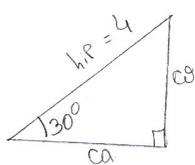


$$\begin{aligned} \text{Sen } 30^\circ &= \frac{c.o}{h.p} \\ \frac{1}{2} &= \frac{c.o}{4} \\ 4 &= c.o \cdot 2 \\ \frac{4}{2} &= c.o \\ c.o &= 2m \end{aligned}$$

Figura 1 – Resolução do Aluno 7.

Os demais alunos cometeram os seguintes tipos de erros:

Erro I: o estudante não soube localizar a vertical, desenhou o ângulo de 30° com a horizontal. Oito alunos cometeram este erro, sendo que seis deles usaram a relação que determina o $\cos 30^\circ$ e dois, a relação que determina a tangente de 30° .



$$\begin{aligned} \frac{c.a}{h.p} &= \cos \\ \frac{c.a}{4} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 2c.a &= 4\sqrt{3} \\ c.a &= \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Figura 2 – Resolução do Aluno 3.

Erro II: dois alunos localizaram a vertical, indicaram o ângulo de 30° , mas não responderam de forma totalmente certa; um deles parece não ter entendido o que é distância do muro até o pé da escada, porque calculou a medida do cateto que está sobre o muro.

O outro indicou $\cos = \frac{c.o}{h.p}$, depois acrescentou “ 30° ” ao cosseno, mas substituiu seu valor por $\frac{1}{2}$.

Erro III: Doze alunos não indicaram a unidade de medida na resposta, como é o caso do estudante A3, cuja resposta está indicada acima; mesmo entre os que acertaram a questão, houve quatro estudantes que escreveram apenas “2” como resposta para a distância pedida.

A segunda questão do instrumento tem o seguinte enunciado:

Uma pessoa vê o ponto mais alto de um prédio (estando a 80 m dele) sob um ângulo de 45° .

a) *Qual é, aproximadamente, a altura do prédio, se essa pessoa tem 1,82 m de altura?*

b) *Se essa pessoa andar 50 m em direção do prédio, a que ângulo ela vai avistar o topo do prédio?*

c) *A quantos metros do prédio ela deveria estar para avistar o prédio a um ângulo de 60° ?*

Quatro alunos deixaram em branco toda a questão e dois só esboçaram o desenho. A análise das respostas foi feita separadamente para cada item, visto que os alunos tiveram desempenhos distintos em cada pergunta.

Dos 19 alunos que tentaram solucionar o item a, 17 acertaram a resposta. Um exemplo

de solução considerada correta está apresentada na figura 3, a seguir:

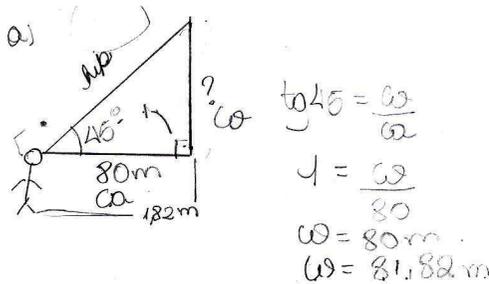


Figura 3 – Resolução do Aluno 12.

As respostas dos dois que erraram estão apresentadas nas figuras 4 e 5 e, neste caso, não cabe estabelecer categorias, já que as duas respostas são distintas.

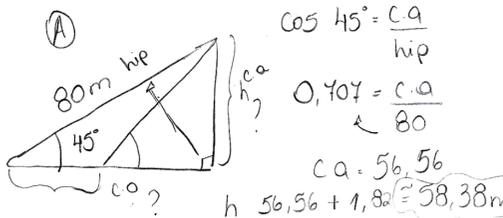


Figura 4 – Resolução do Aluno 9.

Nota-se que os erros do Aluno 9 foram a indicação, na figura, do cateto oposto como sendo adjacente e da medida “80 m” como sendo a distância da pessoa até o ponto mais alto do prédio.

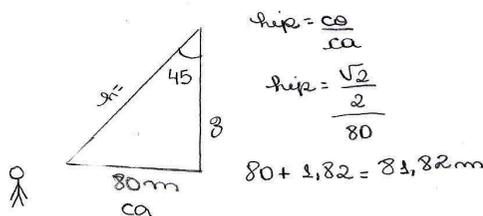


Figura 5 - Resolução do Aluno 20.

Já o Aluno 20 errou a indicação do ângulo; além disso, equivocou-se, ao indicar que a medida da hipotenusa é o quociente entre as medidas dos catetos oposto e adjacente e, também, considerou que a medida do cateto oposto é igual ao valor do cosseno de 45°. Finalmente, ao somar 80 com 1,82, parece não considerar o cálculo feito para obter a medida da hipotenusa e expressa a resposta sem explicar sua origem.

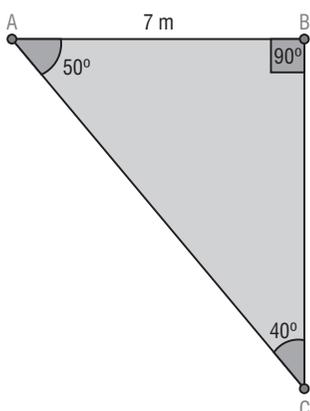
No item **b** desta questão 2, não houve acertos. 21 deixaram em branco e os outros quatro estudantes cometeram dois tipos de erros:

Erro I: os Alunos 13 e 14 indicaram a divisão de 80 por 30 ou de 81,82 por 50, respectivamente, sem relacionar com a tangente de um ângulo;

Erro II: os Alunos 15 e 19 apresentaram diferenças. O Aluno 15 escreveu $80 - 50 = 30$ m e, depois, $45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$. O Aluno 19 escreveu $80 - 50 = 30^\circ$.

No item **c**, dois alunos acertaram a solução e 18 deixaram em branco. Os cinco que tentaram solucionar e erraram compreenderam que deveriam usar a relação que determina a tangente do ângulo de 60°; as diferenças entre as respostas não chegam a configurar classes distintas, pois o Aluno 7 considerou que o cateto oposto mede 81,82, os Alunos 10 e 14 consideraram que a distância (medida do cateto adjacente) continuava sendo 80 m e os Alunos 13 e 16 não souberam substituir as medidas dos catetos.

A terceira questão tem o seguinte enunciado: *Se os pontos A e B estão em lados opostos de uma rua, quem atravessa a rua fazendo o trajeto AB anda 7 m. E quem atravessa fazendo o trajeto AC, quantos metros anda?*



Nesta questão, nove alunos deixaram em branco, 13 acertaram e três erraram. Dois dos alunos que erraram utilizaram a relação correta para o seno de 40° , mas erraram o cálculo final, pois multiplicaram o valor do seno de 40° por 7; novamente, não cabe determinar classes de erros porque há apenas diferenças no final das respostas, sendo que o Aluno 18 resolveu determinar a medida da hipotenusa a partir do cosseno de 50° , mas inverteu a relação.

Pelos erros analisados, notamos que, além da grande quantidade de respostas em branco, alguns alunos têm dificuldade em identificar vertical e horizontal, não sabem considerar a altura do observador e não compreendem um movimento de aproximação em direção ao prédio. Assim, propusemos a utilização de materiais manipuláveis, para retomar os conteúdos nos quais os alunos mostraram dificuldades e explicá-los a partir do uso desses recursos.

Entre os materiais manipuláveis que podem ser empregados no ensino de Matemática, especialmente em aulas de reforço, estão as maquetes, palavra que, conforme Houaiss e Villar (2001, p. 1844), têm, entre outras, as seguintes acepções: “Representação em

escala reduzida de uma obra de arquitetura ou engenharia a ser executada; reprodução em miniatura de edifícios, meios de transporte, paisagens, etc.; modelo reduzido.” Dessa forma, são objetos que podem ser tocados e movidos pelos estudantes e podem ser empregados no ensino, para ilustrar determinada situação ou problema matemático.

A finalidade da construção das maquetes, nesta pesquisa, é a de utilizar esse tipo de material manipulável como auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, mostrando que a resolução de problemas trigonométricos pode ser trabalhada de forma atrativa, construtiva, interessante e motivadora. Também pode ser considerada a oportunidade de discutir, por meio deste projeto, a possibilidade de o professor deixar um pouco de lado o quadro negro e as fórmulas para cálculos, disponibilizadas nos livros didáticos, para atuar como mediador no processo de aprendizagem dos estudantes, a partir das aplicações e manuseio desse material.

Nas atividades planejadas para a pesquisa, foram usadas maquetes, construídas previamente, apresentadas a seguir:



Figura 6 - Representação de maquete de uma casa.



Figura 7 – Representação de maquete de uma escada apoiada no muro.



Figura 8 – Representação de maquete relativa ao problema de atravessar uma rua.

Aplicação de atividade: medindo a altura de objetos pela sombra

Por solicitação da professora da turma, também foram realizadas, nas aulas de reforço, atividades com materiais manipuláveis para revisão dos casos de semelhança de triângulos. Esse conteúdo é, em geral, revisado antes do estudo de Trigonometria, como preparação para a determinação das razões trigonométricas em um triângulo retângulo.

A atividade teve como principais objetivos determinar a razão de semelhança entre

dois triângulos retângulos, calcular o valor desconhecido de um dos lados de um triângulo retângulo a partir da comparação com outro triângulo retângulo semelhante, representar geometricamente situações-problema que envolvem semelhança entre triângulos retângulos e ilustrar, por meio de maquetes, essas atividades.

Foram retomadas as noções de semelhança e proporcionalidade e foi utilizada uma pequena maquete, para ilustrar o fato histórico cuja importância foi decisiva na organização das noções básica da trigonometria, a saber, a medição da altura de uma pirâmide de base quadrangular, por Tales, cerca de 600 a. C.

Para confecção da maquete e realização da atividade, foram utilizados os materiais ilustrados na figura 9, a seguir:



Figura 9 - Materiais utilizados na confecção da maquete.

Para a realização da atividade, foi apresentado aos alunos um texto no qual se vê o clássico desenho que representa Tales medindo a altura de uma pirâmide. Texto e figura foram retirados de Mendes, (2009, p. 141-142). A seguir, foi solicitada aos alunos a tarefa:

Para compreender melhor essas ideias, vamos realizar uma experiência semelhante à que foi feita por Tales. Para isso:

- 1 - Construa uma maquete, seguindo o desenho apresentado no texto.
- 2 - Aponte a luz da lanterna sobre a maquete, como se fosse um raio de luz proveniente do sol, conforme mostra o desenho.
- 3 - Em seguida, observe o que está acontecendo com a sombra refletida.
- 4 - Descubra a altura da pirâmide que está na maquete.
- 5 - Como você encontrou o valor da altura da pirâmide?

A maquete foi construída com isopor, palitos de churrasquinho e pedaços de borracha. Com o auxílio e orientação do professor pesquisador, os alunos obtiveram a maquete representada na figura 10.

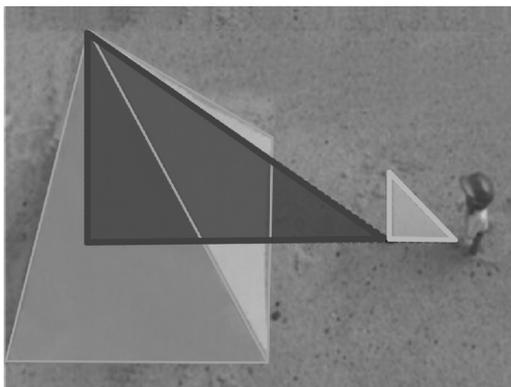


Figura 10 – Representação da maquete da medição de uma pirâmide por Tales.

Nessa atividade, os alunos ficaram eufóricos, pois nunca tinham utilizado esses materiais para a construção de uma

pirâmide de base quadrada e, além disso, ainda conseguiram, com a luz de uma lanterna, fazer os cálculos para obter a altura da pirâmide. Para concluir o trabalho, foi solicitado aos estudantes que descrevessem suas considerações sobre o que havia sido apresentado e sobre o que haviam construído, apontando dúvidas e dificuldades.

Cinco alunos não responderam a questão, pois estavam trabalhando em grupos de cinco estudantes e empolgaram-se tanto com os detalhes da construção que não deram atenção à escrita. As respostas dos demais estão apresentadas no quadro 2, a seguir:

Quadro 2 – Respostas dos alunos à solicitação de descrição do que haviam realizado na atividade.

ALUNOS	RESPOSTAS
ALUNO 1	Hoje aprendemos a construir uma pirâmide de base quadrada e depois o professor nos ensinou a fazer a semelhança de triângulos para encontrarmos a altura da pirâmide, não tive nenhuma dúvida e achei essa aula a mais legal.
ALUNO 2	Aprendemos a trabalhar com a semelhança de triângulos, não tive dúvidas, pois o professor estava sempre nos auxiliando.
ALUNO 3	Gostei muito da aula, pois com o uso de materiais concretos fica bem mais fácil para o aluno aprender.
ALUNO 4	Não tive nenhuma dificuldade, gostei muito da aula.
ALUNO 5	Aprendemos a fazer a semelhança de triângulos, não tive nenhuma dúvida, pois o professor explicou e nos ajudou.
ALUNO 6	Construímos a pirâmide com o auxílio do professor, depois aprendemos a medir a altura dela através da sombra que aparecia, muito boa a aula.
ALUNO 7	Aprendemos a medir a altura da pirâmide.
ALUNO 8	Hoje aprendemos a construir uma pirâmide com pauzinho de churrasquinho, não tive dúvida, muito boa a aula.

ALUNO 9	Aprendemos a construir e medir a altura da pirâmide, através de semelhanças de triângulos. Não apresentei nenhuma dificuldade.
ALUNO 10	Aprendemos bastante hoje com a aula prática, não tive dificuldade.
ALUNO 11	Não apresentei nenhuma dificuldade, o uso desse tipo de material nos auxilia em nossa aprendizagem.
ALUNO 12	Apreendi a construir uma pirâmide com base quadrada e depois medimos a altura dela, através da sombra.
ALUNO 13	Gostei muito da aula, aprendi a medir a altura da pirâmide através da semelhança de triângulos.
ALUNO 14	A aula estava bem boa, o professor é muito atencioso e nos ajudou quando tínhamos dificuldades.
ALUNO 15	Aprendemos a construir uma pirâmide e medir sua altura, não tive nenhuma dúvida.
ALUNO 16	Hoje a aula foi bem diferente e atrativa, gostei muito, pois consegui entender bem mais a matéria, através da aula prática.
ALUNO 17	Não tive nenhuma dúvida e nem dificuldades.
ALUNO 18	Aulas práticas são bem melhores do que as aulas normais, nossos professores deveriam dar aulas assim.
ALUNO 19	Aprendemos a medir a altura de uma pirâmide, através de sua sombra.
ALUNO 20	Aprendemos a construir uma pirâmide de base quadrada e medimos a altura dela, não apresentei nenhuma dificuldade.

Podemos agrupar as respostas dos alunos em quatro classes, não disjuntas:

- I) o aluno mencionou a medida da altura, que era o foco da atividade (A6, A7, A9, A12, A13, A15, A19 e A20);
- II) o aluno mencionou a construção da pirâmide (A1, A6, A8, A9, A12, A15, e A20);

III) o aluno mencionou a semelhança de triângulos (A1, A2, A5 e A13);

IV) o aluno apenas indicou ter gostado da atividade ou não ter dificuldades (A3, A4, A10, A11, A14, A16, A17 e A18).

É importante destacar o fato de que a linguagem matemática de muitos dos respondentes não é adequada aos conceitos abordados. Por exemplo, “aprendemos a fazer a semelhança de triângulos”, resposta do Aluno 5, sugere que, para ele, “faz-se semelhança”, como se a atividade em si fosse representativa do conceito.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa de mestrado profissionalizante, aqui parcialmente relatada, teve como objetivo avaliar o uso de materiais manipuláveis como ferramenta para a exploração de conteúdos matemáticos na resolução de problemas trigonométricos. Como foi visto no decorrer do texto, foi necessário, também, explorar esse uso no estudo de outros conteúdos, como semelhança de triângulos. Entre os objetivos específicos, foi avaliada a possibilidade de construção de maquetes e as habilidades demonstradas pelos alunos na resolução dos problemas propostos.

Com a apresentação das observações e das respostas aos questionários respondidos pelos alunos, concluímos que, efetivamente, os materiais manipuláveis são ferramentas que permitem explorar conteúdos matemáticos, de uma forma que motiva os estudantes, ilustra os conceitos apresentados e, ainda, permite que esses estudantes desenvolvam soluções autônomas dos problemas, com a mediação do professor e a discussão com seus pares.

Assim, consideramos que os objetivos foram atingidos e que as experiências desenvolvidas podem servir como sugestão de trabalho, em aulas de reforço ou mesmo em atividades realizadas em laboratórios de Matemática nas escolas de Educação Básica.

A visualização das soluções, por meio das maquetes, foi um elemento-chave na solução das questões pelos alunos, pois, como cita Leivas (2009), formaram-se imagens mentais que lhes permitiram resolver os problemas propostos.

Sobre o questionamento de Lorenzato (2006), a respeito da razão para usar os manipuláveis em sala de aula, consideramos que os materiais escolhidos e as atividades propostas foram adequados, pois os alunos entusiasmaram-se com um trabalho que não desenvolviam habitualmente e sentiram-se motivados a trabalhar e resolver as questões.

Também notamos que algumas atividades apenas reforçaram um conhecimento anterior, ilustrando-o por meio do uso dos materiais manipuláveis. Esse fato não invalida o uso dos materiais, porque, pelas próprias observações dos alunos, a motivação para o trabalho e o interesse pelas atividades já indica uma avaliação positiva da experiência.

A partir das observações já apresentadas no texto, podemos, ainda, salientar alguns aspectos que merecem cuidados especiais em nova aplicação da atividade que foi relatada neste artigo. Foi possível notar, em alguns casos, que as respostas dos alunos destacavam a construção do material (maquete da pirâmide) ou o seu uso, sem que fosse evidenciada a semelhança dos triângulos, objetivo principal da atividade. Foi possível notar, ainda, dificuldades relacionadas à linguagem matemática, que podem, se não corrigidas, levar esses alunos

a cometerem erros nas resoluções de outros problemas, em outros conteúdos ou em outros níveis de ensino.

A partir dos resultados das atividades aplicadas aos alunos, é possível sugerir desdobramentos para este trabalho. Pelo tipo de experiência realizada, em aulas de reforço, não foi possível detectar a evolução da aprendizagem desses estudantes; portanto, é sugerido que, em outras aplicações do conjunto de atividades, seja aplicado um pós-teste, com problemas que abordem os mesmos conteúdos, mas que os alunos resolvam sem o apoio dos materiais manipuláveis. Também é sugerido que, em aplicações posteriores das atividades com materiais manipuláveis, seja feita uma entrevista com a professora da turma, para verificar se foram detectados avanços no conhecimento dos tópicos abordados por meio dos materiais manipuláveis.

REFERÊNCIAS

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetike**, Campinas, v. 3, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim SBEM-SP**, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

HARTSHOR, R.; BOREN, S. **Experiential learning of mathematics**: using manipulatives. 1990. Disponível em: < <http://www.ericdigests.org/pre-9217/math.htm>>. Acesso em 20 jan. 2011.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. de S. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização**: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura em matemática. 2009. 294 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

LORENZATO, S. A. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. A. (Org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p.77-92.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MENDES, I. A. Atividades históricas para o ensino da trigonometria. In: MIGUEL, A. et al. **Histórias da matemática em atividades didáticas**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. p. 105-178.

NACARATO, Adair M. Eu Trabalho Primeiro no Concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2004-2005.

RECEBIDO EM: 28/04/2011.

APROVADO EM: 14/06/2011.

