

TENDÊNCIAS DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

ANDRADE, José Antonio Araújo – USF/SP

NACARATO, Adair Mendes– USF/SP

GT: Educação Matemática /n.19

Agência Financiadora: CAPES

Introdução

A presente pesquisa, de abordagem histórico-bibliográfica, teve como objeto de estudo os Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs). Seu objetivo foi identificar e analisar as atuais tendências didático-pedagógicas para o Ensino de Geometria no Brasil, no período de 1987 a 2001, em que se realizaram os sete primeiros encontros: 1987 (PUC/SP), 1988 (Maringá/PR), 1990 (UFRN), 1992 (Blumenau/SC), 1995 (UFS/SE), 1998 (Unisinos/RS) e 2001 (UFRJ). Buscou-se também identificar pesquisadores e/ou grupos de pesquisas atuando nessa área, bem como os pressupostos teóricos e epistemológicos que vêm subsidiando essas discussões. A questão orientadora desta investigação foi: Que tendências didático-pedagógicas se fazem presentes no Ensino de Geometria tomando como referência os Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática?

É importante destacar que nos apropriamos da concepção de tendência apontada por Fiorentini (1995, p. 3), que a considera como:

um saber funcional, isto é, uma modalidade de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, criada na prática pedagógica cotidiana e que se alimenta não só das teorias científicas (Psicologia, Antropologia, Sociologia, Filosofia, Matemática, ...), mas também de grandes eixos culturais, de ideologias formalizadas, de pesquisas, de experiências de sala de aula e das comunicações quotidianas.

Assim, ao nos referirmos a tendências didático-pedagógicas em Geometria estamos entendendo-as como um modo de produzir conhecimentos geométricos na sala de aula e para a sala de aula.

A opção pelos ENEMs deu-se por considerarmos que os encontros nacionais da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) constituíam a instância máxima de discussão e circulação das produções acadêmicas da área, pelo menos até 2000, quando da criação do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). Acrescente-se a isso o fato de que nesses encontros há mini-cursos, pôsteres, relatos de experiência, comunicações científicas e palestras, o que nos possibilitava uma visão mais ampla das tendências emergentes em todas as modalidades de trabalho.

No decorrer da análise dos 363 trabalhos¹, foram identificadas sete categorias para o Ensino de Geometria: Geometria pelas Transformações, relação Álgebra e Geometria, Geometria na Perspectiva Curricular e/ou na Formação de Professores, Geometria na Perspectiva Teórica, Geometria na Perspectiva Histórica, Geometria Experimental e Geometria em Ambientes Computacionais. Dentre elas, as duas últimas foram consideradas como as tendências didático-pedagógicas emergentes e por nós tomadas como objeto de análise.

O conjunto de trabalhos, por nós classificado como constituinte da categoria Geometria Experimental (48% dos trabalhos), traz as seguintes características: atividades de experimentações por meio de manipulações de objetos concretos; representações, através de desenhos e construções de modelos; resolução de problemas; construção de conceitos pelo aluno através da produção e negociação de significados ou por meio de atividades diretivas; contextos de provas e argumentações, além de trabalhos que visam discutir o pensamento geométrico num enfoque teórico e/ou epistemológico. Enfim, consideramos nessa categoria todas as produções geométricas resultantes da experiência e da ação humanas, ou seja, o que se refere a construções geométricas e formas de representação do mundo, mediadas pela experimentação.

Os trabalhos extraídos dos anais dos ENEMs constituintes desta categoria, em razão da diversidade de enfoques e abordagens teórico-metodológicas, foram agrupados nas seguintes subcategorias: O ensino de Geometria na perspectiva empírico-ativista; O ensino de Geometria sob a perspectiva sócio-cultural; O ensino de Geometria na perspectiva das provas e argumentações/refutações; e O ensino e aprendizagem da Geometria na perspectiva de seus fundamentos teórico-epistemológicos.

Os trabalhos inseridos na categoria denominada Geometria em Ambientes Computacionais (23% de trabalhos) foram organizados em três subcategorias: a Geometria em Ambientes de Geometria Dinâmica (Cabri Gèomètre, Geometricricks, Geometer's Sketchpad, Tabulae e Mangaba), a Geometria no Ambiente LOGO e Outros.

A análise dessas duas categorias nos possibilitou identificar a tendência emergente para o ensino da Geometria. Isso porque, o movimento da produção brasileira foi bastante similar nessas duas categorias, apontando uma convergência de

¹ Em virtude da característica da pesquisa, que analisou e descreveu todos os trabalhos em Geometria, para o presente texto julgamos não haver espaço para citações e referências a esses trabalhos. Eles poderão ser encontrados em nossa pesquisa original.

abordagens. Em ambas, constatou-se um momento inicial de motivação para se trabalhar com geometria em sala de aula, quer com recursos experimentais, quer com ambientes computacionais. No caso da Geometria Experimental, foi o período de predominância da perspectiva que denominamos empírico-ativista. A gênese dessa tendência está na pedagogia ativa – proposta pelo Movimento da Escola Nova – que se fez presente no Brasil na década de 1920. Tal pedagogia visava se contrapor aos modelos tradicionais de ensino, transferindo o centro do processo do professor para o aluno. *O conhecimento matemático emerge do mundo físico e é extraído pelo homem através dos sentidos* (FIORENTINI, 1995, p.9). Os métodos de ensino que marcaram tal tendência se pautavam em atividades visando a ação, manipulação e experimentação; enfim, a descoberta. Tais atividades seriam desencadeadas pelo uso de jogos, materiais manipulativos e situações lúdicas e experimentais. Esse ideário empírico-ativista é retomado, com certa força no Brasil, a partir da década de 1970, diante dos questionamentos e do fracasso do Movimento da Matemática Moderna, e se evidenciou, principalmente, nos materiais didáticos produzidos nessa época. Embora trabalhos nessa perspectiva didática se fizessem presentes nos sete encontros, a partir do V ENEM, todavia, constata-se a emergência de trabalhos com forte ênfase sócio-cultural além de trabalhos que resgatam processos de provas, argumentações e refutações, numa perspectiva mais dialógica e de negociação de significados em sala de aula. No que diz respeito aos fundamentos teóricos da Geometria, de uma abordagem mais cognitivista nos primeiros encontros, constata-se, principalmente no VI e VII ENEMs, a mudança de aportes teóricos que passam a ser sustentados ou por conceitos da Didática da Matemática Francesa ou por outros construtos epistemológicos do pensamento geométrico.

No caso da Geometria em Ambientes Computacionais, o movimento também foi e tem sido muito semelhante, quando da introdução de um novo ambiente. No primeiro encontro, em que o software é apresentado aos professores, a preocupação dos pesquisadores é mostrar suas potencialidades; nos encontros posteriores, já se constata a existência de pesquisas realizadas com esses ambientes, bem como a existência de suportes teórico-epistemológicos². No caso da Linguagem LOGO, ela sempre se pautou em aportes cognitivistas. Os ambientes de Geometria Dinâmica no VI e VII ENEMs

² Esse movimento ocorreu com o Cabri e, tudo indica, ocorrerá também com o Geometricks, visto que no VII ENEM os trabalhos apresentados eram de divulgação do software.

vêm sendo subsidiados por aportes da Didática da Matemática Francesa ou pelo modelo van Hiele.

Identificamos um movimento muito parecido nas duas categorias: ambas, em seu início, tinham uma característica mais motivadora, de apresentação de materiais e ambientes, sem preocupações explícitas com reflexões teóricas sobre a utilização desses recursos. Atualmente, a ênfase incide na análise teórica desses procedimentos metodológicos; ao mesmo tempo, tal análise vem fornecendo novos direcionamentos para a sala de aula. Isso implica em novas abordagens para o ensino de Geometria. O caráter puramente empírico que marcou os trabalhos nos primeiros encontros, contribuiu, provavelmente, para que a experimentação, antes pautada apenas no empirismo³, passasse também a ser tomada como ponto de partida, mas no sentido de se chegar a uma Geometria dedutiva e abstrata superando o *dualismo entre a tendência de ensino da geometria dedutiva e o uso didático de modelos e desenhos no processo de aprendizagem escolar*. (PAIS, 2000, p. 14)

Durante a análise do movimento de produção nessas duas categorias, identificamos uma abordagem convergente que será nosso objeto de análise neste trabalho: a geometria exploratória. Nesse sentido, pretende-se discutir essa atual abordagem didático-pedagógica para o ensino de Geometria, os principais grupos de pesquisa e os referenciais teóricos de suporte. Nessa discussão aborda-se, simultaneamente, o movimento da produção no campo da Geometria Experimental e no da Geometria em Ambientes Computacionais.

O ensino de Geometria numa perspectiva exploratória

Acreditamos que o V ENEM (1995) se constituiu num marco para o ensino de Geometria, uma vez que, a partir desse encontro, identifica-se a emergência de novas abordagens didático-metodológicas. Constata-se que a Geometria Experimental e aquela com recursos computacionais mudam o foco, distanciando-se de uma característica puramente ativista para encaminhamentos que contemplam: a perspectiva sócio-cultural, a perspectiva das provas e argumentações/refutações e a busca de aportes teóricos. É deles que trataremos a seguir.

³ Segundo Pais (2000, p.10), *no empirismo a experiência é considerada a única fonte legítima do conhecimento e sobre a qual a razão não tem nenhuma prioridade. Segundo essa visão também radical, a consciência tira exclusivamente da experiência os conteúdos para a razão.*

Trabalhos na perspectiva sócio-cultural

Fiorentini (1995) já havia identificado que, desde o início dos anos de 1990, novas tendências para o ensino de Matemática vinham emergindo. Dentre elas, o autor destacou aquela que ele denominou *sociointeracionistasemântica*, que toma como suporte teórico os estudos sócio-culturais (com aportes teóricos de Vygotsky e Pino) e os estudos semânticos (com aportes teóricos de Peirce, Bakhtin, Eco).

No que diz respeito à perspectiva sócio-cultural, a ênfase é posta nos processos de significação. Vários são os estudos e publicações referentes à questão da significação (BRUNER, 1997; PINO, 1994; MEIRA, 1995⁴; LINS & GIMENEZ, 1997). Pino (1994, p. 6-7), quando discute a questão da significação na perspectiva histórico-cultural, apoiando-se em Eco, utiliza a expressão “processos de significação” como sendo: *o artifício indefinível que os homens, na sua impossibilidade de poder ter ao alcance de suas mãos o mundo inteiro (real e possível), inventariam para suprir a ausência das coisas*. Para Pino, os processos de significação envolvem os modos de

circulação/(re)elaboração/produção de significação, tomado esse termo como um conceito que engloba tanto os significados já instituídos quanto os possíveis sentidos que as coisas (palavras, eventos, ações etc) podem ter para as pessoas e que emergem nas relações interativas, em particular as discursivas. Os processos de significação concretizam-se na vida quotidiana das pessoas nas diferentes formas de comunicação, uma vez que toda significação é uma produção social.

Ainda nessa perspectiva cultural, Bruner (1997, p. 23) considera que *nosso meio de vida culturalmente adaptado depende da partilha de significados e conceitos. Depende igualmente de modos compartilhados de discursos para negociar diferenças de significado e interpretação*. Para este autor, os significados são elaborados e reelaborados no domínio público, ou seja, *nós vivemos publicamente através de significados públicos, compartilhados por procedimentos públicos de interpretação e negociação*.

Ainda, já na perspectiva da Educação Matemática, Lins & Gimenez (1997) assim consideram o significado:

significado é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se *poderia* dizer, e, sim, *o que efetivamente se*

⁴ MEIRA, Luciano. Aprendizagem, ensino e negociação de significados na sala de aula. In NOVAES, M.H. et al. (Orgs.). Psicologia na Educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica. **Cadernos da ANPEPP**, v. 1, n.5 (p.95-112). Apud Fiorentini & Miorim, 2001,p.32.

diz no interior de uma atividade. Produzir significados é, então, falar a respeito de um objeto (LINS & GIMENEZ, 1997, p. 145-146).

Em nosso caso, produzir significado para conceitos geométricos subentende relacioná-los a outros contextos internos ou externos à Matemática, ou seja, como afirmam Bishop & Gofree (1986, apud PONTE *et al.*, 1997, p. 88):

O significado matemático é obtido através do estabelecimento de conexões entre a idéia matemática particular em discussão e os outros conhecimentos pessoais do indivíduo. Uma nova idéia é significativa na medida em que cada indivíduo é capaz de a ligar com os conhecimentos que já tem. As idéias matemáticas formarão conexões de alguma maneira, não apenas com outras idéias matemáticas como também com outros aspectos do conhecimento pessoal. Professores e alunos possuirão o seu próprio conjunto de significados, únicos para cada indivíduo.

Nesta perspectiva, identificamos um conjunto de trabalhos nos ENEMS que trazem explícita ou implicitamente a preocupação de produzir significados a conteúdos geométricos utilizando diferentes metodologias ou abordagens. Destacam-se aqueles que trazem como eixos metodológicos: Modelagem e Modelação Matemática, Abordagens interdisciplinares e contextualizadas e Resolução de Problemas.

Esses trabalhos apresentam em comum uma tendência a produzir significados para os conceitos geométricos, utilizando-se de: atividades de investigação; tema gerador; ensino contextualizado; brincadeiras infantis; relação entre o conhecimento informal e o sistematizado da Geometria; observação de formas geométricas presentes na natureza e objetos criados pelo homem (principalmente construção civil); produção de ornamentos; relação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, como Arte, Biologia, Química, Física e Geografia; construção de mandalas e resolução de problemas.

Pode-se verificar, nesses trabalhos apresentados, iniciando-se no V ENEM e se estendendo até o VII, mas com forte ênfase no VI, a preocupação com a produção de significados, com a problematização de aspectos da realidade mas, ao mesmo tempo, possibilitando a aplicabilidade da matemática.

O fato de o VI ENEM (1998) ter sido o evento com o maior número de trabalhos apresentados nessa perspectiva nos leva a conjecturar sobre uma forte influência das discussões sobre ensino contextualizado e interdisciplinar, que marcou os documentos curriculares da segunda metade da década de 1990 (PCN e PCNEM). Enquanto os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 57) apresentam possíveis formas de produção de significados matemáticos em sala de aula, os Parâmetros Curriculares

Nacionais do Ensino Médio (1997, p. 77) discutem a interdisciplinaridade e a contextualização. Pode-se observar, portanto, como o movimento no campo das idéias influencia e é influenciado pelas pesquisas e produções curriculares.

Em relação à origem desses trabalhos, pôde ser observada uma certa dispersão, sendo possível identificar apenas dois grupos de pesquisadores: no caso da Modelação Matemática, destacou-se um grupo de docentes da UFPR e PUC-PR⁵ que apresentou trabalhos relativos a uma pesquisa mais ampla em três encontros (V, VI e VII ENEM'S); no caso da Resolução de Problemas, destacou-se a equipe do Projeto Fundação, com dois trabalhos.

O ensino da Geometria na perspectiva das provas e argumentações/refutações

Discutimos, anteriormente, os processos de significação dos conceitos geométricos, envolvendo, de certa forma, a produção de significados. No entanto, também pudemos perceber alguns trabalhos, apresentados nos ENEMs, que buscavam a produção de significados numa dinâmica dialógica, que se configura num processo de negociação de significados - o qual está pautado em um rico processo de argumentação em que, com essa partilha de significados, professor e alunos aprendem simultaneamente. Como afirmam Bishop & Goffree⁶ (1986, apud PONTE *et al.*, 1997, p. 88), trata-se de um processo simétrico:

Na partilha de significados o professor que deseja promover a negociação na sala de aula deve ainda ter em conta que precisa de questionar e responder a questões, dar razões e pedir razões, clarificar e pedir clarificação, dar analogias e pedir analogias, descrever e pedir descrições, explicar e pedir explicações dar e receber exemplos. A simetria é óbvia e, podíamos argumentar, necessária se queremos que ocorra uma genuína negociação de significados.

No processo de negociação de significados, aos alunos ou professores, é solicitado, inicialmente, que, em grupos, ao realizarem as atividades propostas, registrem no papel ou socializem oralmente suas interpretações, justificativas, argumentações, estratégias de resolução, para que se possa negociar, com todos os

⁵ Integrantes do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas da Universidade Federal do Paraná, sob a coordenação da Prof^a Ettiène Guérios De Domenico.

⁶ BISHOP, A. e GOFFREE, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A.G. Howson, e M. Otte (Orgs.), *Perspectives on mathematics education* (PROFESSOR.17-44). Lisboa: APM.

grupos, a validade ou aceitação dos múltiplos significados produzidos pelos grupos. Fiorentini e Miorim (2001, p. 32), apoiando-se em Meira (1995), afirmam que

a negociação de significados, numa sala de aula de matemática, parte da “exploração das tensões entre... os formalismos e convenções matemáticas e o processo dinâmico de produção de significados durante a atividade matemática na escola...” (...) para, então, a classe chegar a um acordo sobre que significados ou representações podem ser aceitos como válidos ou não.

Simultaneamente a esse processo de negociação de significados, presente em alguns trabalhos, constatamos também um movimento de resgate dos processos dedutivos para o ensino de Geometria.

Durante séculos o Ensino de Geometria se manteve numa abordagem estática (por influência da obra de Euclides); nos anos de 1960, todavia, começou a sofrer mudanças significativas a partir do Movimento da Matemática Moderna. Segundo Nasser & Tinoco (2001), esse movimento impôs à Matemática um caráter puramente estruturalista não condizente com a realidade do saber escolar. Nesse contexto, houve um abandono do Ensino de Geometria ou uma tendência de retorno às suas bases tradicionais. Quando ocorreram os movimentos de questionamento da Matemática Moderna e com as tentativas de retorno do ensino da Geometria, a ênfase recaiu nos aspectos empíricos da Geometria. Nesse movimento, marcado muito mais pela tentativa de buscar motivações para esse ensino, pode-se propor uma possível explicação para o total abandono do raciocínio dedutivo. O que constatamos em nosso estudo foi o fato de uma abordagem mais experimental estar substituindo a ênfase dada a uma concepção axiomática do ensino de geometria. No entanto, segundo Nasser & Tinoco (2001), especialmente na última década, esse quadro vêm se modificando por meio da avaliação nacional do livro didático – na qual, atividades envolvendo processos de inferência, análise, argumentação, tomada de decisões, críticas e validação de resultados vêm sendo valorizadas⁷ –, assim como por meio das produções da comunidade nacional de educadores matemáticos.

Verifica-se, assim, o resgate para o contexto da Educação Básica, da discussão sobre provas, argumentações e demonstrações. Mas qual o sentido de se falar em demonstrações em Geometria nesse nível de escolaridade? Garnica (2002) postula a necessidade de revisão nas classificações das formas de argumentação matemática. Não se trata de discutir a dicotomia formal/não formal, mas de se falar nas diferentes formas

⁷ Guia de livros didáticos. PNLD/2001.

de argumentação que coexistem na sala de aula. O autor entende que existem dois eixos para essa discussão: um voltado para as formas de argumentação escolar e outro para a prática profissional científica – *o modo de argumentação por excelência é a prova rigorosa ou demonstração formal, envolta em paradoxos, mas com o objetivo de firmar, definitivamente, a veracidade das afirmações Matemáticas* (p. 97). Portanto, tal prática profissional deve ser relativizada para utilização em sala de aula.

Entendemos que na Educação Básica não se tem sentido falar em demonstração formal, mas sim em processos de validação. Nesses processos estão envolvidas habilidades para justificar, argumentar e provar fatos geométricos. Nasser & Tinoco (2001) discutem as funções da prova. Segundo elas, a mais usada é a que desempenha a função de validação de um resultado, comprovando sua veracidade, e essa função raramente é motivadora para os alunos da Educação Básica, visto que eles não compreendem a necessidade de comprovar a veracidade de algo que já consideram óbvio. Uma segunda função da prova seria a de explicar e elucidar, ou seja, mostrar a veracidade de um resultado. Nesse sentido, Villiers (1991, apud NASSER & TINOCO, 2001, p. 3) considera que atividades que exigem explicação são bastante significativas para os alunos.

Algumas das conclusões acima são decorrentes das pesquisas realizadas pela equipe do Projeto Fundão, cujos primeiros resultados foram apresentados no III ENEM. Essa equipe voltou a apresentar os resultados de suas pesquisas no V, VI e VII ENEMs. Os resultados dessa pesquisa constam em Nasser & Tinoco (2001).

Nos processos de validação de procedimentos geométricos, chamou-nos a atenção a dinâmica de negociação de significados que perpassou alguns trabalhos, principalmente os desenvolvidos pela equipe do Projeto Fundão. Constata-se a ruptura com o modelo euclidiano, mas sem desprezar o papel da demonstração na formação do pensamento geométrico. Sem a demonstração não se tem a teoria geométrica.

Pais (1996), discute três aspectos epistemológicos que compõem o conhecimento geométrico: o intuitivo, o experimental e o teórico. Nesse sentido, entendemos que o objetivo do ensino da geometria é chegar ao seu aspecto teórico, entendido como conceito geométrico. Mas, nesse processo, a intuição e a experimentação desempenham papéis fundamentais. Para o autor, *a intuição é uma forma de conhecimento imediato que está sempre disponível no espírito das pessoas e cuja explicitação não requer uma dedução racional guiada por seqüência lógica de*

argumentos deduzidos uns dos outros (p.72). Segundo o autor, essa disponibilidade refere-se aos conhecimentos já adquiridos pelo sujeito.

Essa interrelação explicitada pela dinâmica permeada por processos dialógicos em sala de aula (quer entre professor e alunos, quer entre formador e professores) se fez presente nos trabalhos analisados sob a perspectiva das provas e argumentações/refutações.

Outro grupo de pesquisadores que vêm atuando nessa perspectiva da Geometria encontra-se na PUC-SP, sob orientação do professor Saddo Ag Almouloud. É importante destacar que esse grupo vem utilizando conceitos da Didática da Matemática Francesa.

Em busca de aportes teóricos para o ensino e aprendizagem da Matemática

Além dos aportes fundamentados exclusivamente na Psicologia – marcadamente nos trabalhos dos primeiros encontros – é possível afirmar que os trabalhos vêm se pautando pelo modelo van Hiele, pela Didática da Matemática Francesa, e pelos construtos epistemológicos relativos à visualização e representação.

O modelo van Hiele⁸ para o ensino de Geometria é apresentado pela Equipe do Projeto Fundação/UFRJ, surgindo, pela primeira vez, na forma de dois mini-cursos no III ENEM e um no IV ENEM. No entanto, sua ênfase maior será no V (5 trabalhos) e no VI (5 trabalhos), e, finalizando, no VII com a apresentação de 3 trabalhos.

No VI ENEM, no entanto, a professora Lílian Nasser, fez na palestra “A construção do pensamento geométrico”, uma discussão sobre diferentes abordagens teóricas relativas à construção do pensamento geométrico (Piaget & Inhelder, van Hiele, Gutierrez, Hershkowitz e Fisher) e apontou críticas a esse modelo:

A principal delas diz respeito à discreção dos níveis, que foi contestada pela verificação de que um aluno pode mostrar estratégias características de dois níveis diferentes ao resolver tarefas distintas. Alguns pesquisadores, como Gutierrez e seu grupo da Espanha (1991), afirmam que os níveis são contínuos e não discretos como sugeriu van Hiele, isto é, um aluno pode adquirir diferentes graus de aquisição de cada um dos níveis de van Hiele. Pesquisas indicam também que um aluno pode raciocinar em níveis distintos nos diferentes tópicos da geometria, dependendo de sua experiência em cada um deles (NASSER, VI ENEM, p. 71-74, Volume 1. IM/UFRJ e SENAI/CETIQT).

⁸ Para maiores detalhes sobre esse modelo, ver Crowley (1994).

Todos os trabalhos que enfocam esse modelo (16 ao todo) estão concentrados em projetos e pesquisas desenvolvidos por professores e pesquisadores ligados a instituições de ensino do estado do Rio de Janeiro; desses trabalhos, dos quais a maioria é desenvolvida pelo Projeto Fundão. Constatou-se a existência de três núcleos de pesquisadores. Um deles, vinculado ao extinto programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula, focalizou aspectos da visualização e tem na Professora Fainguelernt sua principal representante; o segundo, núcleo vinculado ao Projeto Fundão/UFRJ, tem como representante principal a Professora Nasser, e focaliza o estudo das transformações no plano; um último núcleo vincula-se à UFF, com a professora Kaleff conduzindo os trabalhos, concentrando-se no estudo dos poliedros.

Constatamos, ainda, que a totalidade dos trabalhos concentrou-se no ensino fundamental e médio e abordava os níveis iniciais do modelo van Hiele.

O modelo van Hiele influenciou também as pesquisas desenvolvidas, principalmente na UFRJ, no ambiente computacional da Geometria Dinâmica do Geometer's Sketchpad. Esse ambiente possibilita a exploração das características de figuras geométricas como triângulos, quadriláteros, círculo, dentre outras. Além disso, é possível explorar a Geometria Analítica de forma dinâmica, da mesma maneira que são exploradas outras abordagens da Geometria, ou, ainda, pode-se representar qualquer cálculo ou equação no plano (tela do computador) cartesiano. Miskulin (1999, p. 208), aponta que o principal objetivo desse ambiente é propiciar o desenvolvimento dos três primeiros níveis de van Hiele – visualização, análise e dedução informal – *encorajando o processo de descobertas que reflete, mais de perto, a forma como a matemática é inventada: um matemático, inicialmente, visualiza e analisa um problema, fazendo conjecturas antes de realizar provas e demonstrações.*

No VI ENEM, todos os trabalhos apresentados nesse ambiente computacional foram desenvolvidos na UFRJ, no projeto Pró-Ciências da CAPES/FAPERJ, voltado à formação de professores. Seus autores trabalharam com um determinado roteiro no desenvolvimento de alguns tópicos matemáticos com os professores (cursistas) fazendo uso do Geometer's Sketchpad, com o objetivo de desenvolver aspectos como: experimentação; intuição e inferência de resultados; construção de enunciados formais de resultados; e justificativas formais. Nesse sentido, concordamos com a análise de Miskulin (1999), de que o Geometer's Sketchpad é um ambiente propício ao

desenvolvimento dos níveis de van Hiele, identificando-se, assim, a possível influência do aporte teórico do grupo do Projeto Fundação na escolha de tal ambiente.

Além da equipe da UFRJ, destaca-se também mais um trabalho nesse ambiente computacional, apresentado no VII ENEM por integrantes de um projeto desenvolvido pelo LAPEMMEC/CEMPEM/FE/UNICAMP, sob a coordenação de Miskulin.

É importante notar uma característica identificada nesses trabalhos, que diz respeito aos processos de validação de procedimentos e teoremas em Geometria e desenvolve aspectos como: experimentação, intuição e inferência de resultados, construção de enunciados formais de resultados e justificativas formais. O usuário desse ambiente, via de regra, utiliza outras mídias, trabalhando de forma integrada e a mídia computacional funciona como instância de validação.

Outro aporte teórico que vem ganhando destaque na comunidade de Educação Matemática brasileira é aquele oriundo da Didática da Matemática Francesa⁹. Como se indicou anteriormente, os conceitos dessa linha de investigação vêm se fazendo presente nas pesquisas sobre o ensino de Geometria. Identificamos 14 trabalhos inseridos na linha teórica francesa, os quais foram agrupados segundo as perspectivas de três grandes teóricos: Douady (“jogos de quadros” ou “quadros teóricos” ou, ainda, “mudança de quadros”), Duval (“representações semióticas”) e Vergnaud¹⁰ (“estruturas multiplicativas de pensamento”; “invariantes operatórios”; “teoria dos campos conceituais”), embora outros conceitos também perpassem os trabalhos. Além disso, alguns trabalhos se apóiam em mais de uma dessas teorias. Alguns dos conceitos dessa linha de investigação também subsidiam as discussões teóricas relativas ao ensino de Geometria pelo Cabri Gèomètre.

A análise desses 14 trabalhos revelou-nos dois aspectos interessantes. O primeiro deles diz respeito aos momentos em que os trabalhos sob influência da Didática da Matemática Francesa foram apresentados. A primeira aparição ocorreu no II ENEM, com um trabalho de David Carraher relativo à teoria de Vergnaud – talvez, em decorrência da ênfase que a Psicologia Cognitiva exercia sobre a Educação Matemática, nos anos de 1980. No ano seguinte, no III ENEM, a Prof^a Nilza Bertoni apresenta um trabalho com a teoria de Douady. No IV e V ENEMs esses referenciais não se fizeram

⁹ Para melhor compreensão dos construtos aqui discutidos, ver Artigue & Douady, 1993; Machado et al, 1999; Pais, 2001.

¹⁰ Embora Vergnaud seja um psicólogo da Educação Matemática, com estudos numa perspectiva cognitivista, seus trabalhos são categorizados por alguns autores como constituinte do corpo teórico da Didática da Matemática Francesa.

presentes. Quando, no VI ENEM, os conceitos da Didática a Matemática Francesa voltam a subsidiar a discussão teórica no campo da Geometria, além das referências a Vergnaud (1 trabalho) e a Douady (2 trabalhos), a teoria de Duval também se fez presente (3 trabalhos). No VII ENEM – encontro com maior presença dos teóricos dessa linha de investigação – há seis trabalhos com a teoria de Douady e um com a de Duval. Seria o campo da semiótica uma nova abordagem para o ensino da Geometria? Nesse sentido, as pesquisas do próximo ENEM poderão confirmar ou não essa tendência.

Um segundo aspecto diz respeito à identificação de dois pólos de pesquisas representando essa linha de pesquisa no Brasil: o grupo da UFPE, com uma representatividade do professor Paulo Figueiredo Lima, e o grupo da PUC-SP, nesta subcategoria com representatividade do professor Saddo Ag Almouloud.

Os trabalhos que se apóiam na Didática da Matemática Francesa nunca utilizam apenas um conceito dessa linha de investigação. Assim, por exemplo, a metodologia da Engenharia Didática se fez presente em vários trabalhos. Para Pais (2001, p. 100), *a engenharia didática se constitui em uma forma de sistematizar a aplicação de um determinado método na pesquisa didática*. A Engenharia Didática é entendida tanto como uma metodologia de pesquisa específica como quanto uma seqüência de aulas (ou atividades) concebidas e organizadas de forma coerente para a realização de um projeto de aprendizagem, que vai passando por evoluções decorrentes das trocas entre professor e aluno.

Na utilização de uma Engenharia Didática ocorrem quatro fases consecutivas: análises preliminares; concepção e análise *a priori*; aplicação da seqüência didática e a análise *a posteriori* e a avaliação. Em função disso, vários trabalhos referem-se à utilização de “seqüências didáticas”.

Os conceitos da Didática da Matemática Francesa também se fazem presentes nas pesquisas que utilizam o ambiente computacional do Cabri Gèomètre. Essas pesquisas apareceram, inicialmente, no V ENEM (3 trabalhos), mas a grande “explosão” ocorreu no VI (16 trabalhos) e VII ENEM (22 trabalhos). Cabe notar que, anteriormente ao Cabri, a ênfase das pesquisas era posta na Linguagem LOGO – do II ao IV ENEM, e praticamente todos os trabalhos que abordam o Ensino de Geometria em ambientes computacionais utilizam-se da linguagem LOGO –, porém sua trajetória é similar a de uma assíntota, pois o percentual de trabalhos relacionados a essa linguagem vai diminuindo até que nos três últimos encontros, com a entrada em cena dos Ambientes de Geometria Dinâmica, chega próximo de zero. Apesar de

quantitativamente serem poucos trabalhos na Linguagem LOGO (cerca de 18% dos trabalhos, considerando todos os encontros), observamos que esses trazem aportes teóricos cognitivistas.

Com a entrada em cena dos Ambientes de Geometria Dinâmica, a partir do V ENEM – em especial do Cabri Géomètre –, e pela “explosão” no número de trabalhos nos dois últimos encontros, houve a possibilidade de constatarmos e delimitarmos alguns pólos de pesquisas e seus principais representantes, apresentando e orientando trabalhos; além de termos tido a oportunidade de evidenciar seus respectivos enfoques teórico-metodológicos. Nesse sentido, constatamos a existência de um movimento bastante representativo de trabalhos cujo referencial teórico é pautado em conceitos da Didática da Matemática Francesa. Com exceção de um trabalho com o Maple, todos os trabalhos que estão inseridos nessa corrente teórica são desenvolvidos com o uso do software de origem francesa Cabri Géomètre, sendo da PUC-SP, da UFPE e da UESC os principais grupos representantes dessa corrente.

Os trabalhos com a utilização da Geometria Dinâmica vêm revelando também uma tendência didático-pedagógica convergente com os trabalhos da Geometria Experimental: a confrontação de resultados na construção de determinados conceitos incluindo processos de validação e argumentação geométrica. Esses processos, pautados em características exploratórias, envolvem diferentes mídias, sendo uma delas o computador.

Observamos nos trabalhos analisados que a característica exploratória desses ambientes está sempre apoiada em referenciais teóricos que procuram discutir o desenvolvimento do pensamento geométrico e suas formas de representação.

Pudemos verificar ainda a emergência, de maneira crescente nos três últimos encontros, de outros aportes teóricos e epistemológicos para o ensino e aprendizagem de Geometria, principalmente pautados nos processos de visualização e representação.

O aspecto da visualização é contemplado no modelo van Hiele (principalmente no nível 0). No entanto, outros teóricos vêm desenvolvendo pesquisas mais centralizadas nessa questão (GUTIÉRREZ, 1996; 1998; CATALÁ, FLAMARICH & AYMEMMI, 1995; HERSHKOWITZ, 1983; 1990; HOFFER, 1997; FISCHBEIN, 1993; FREUDENTHAL, 1973; 1983; DEL GRANDE, 1994; BISHOP, 1979; dentre

outros)¹¹. Como a visualização e representação são processos intimamente relacionados, os autores destacados abordam, via de regra, os dois processos.

Se, por um lado, os conceitos da Didática da Matemática Francesa passaram a subsidiar algumas pesquisas, dando sustentação principalmente para a questão metodológica e indicando uma tendência para estudos de semiótica, por outro, os aportes teóricos e/ou epistemológicos trazem para o debate conceitos como: visualização, representação, conceitos figurais, imagens mentais, dentre outros. Tais conceitos possibilitam explicar a importância de uma geometria mais experimental, proporcionando reflexões e sugerindo ações que podem ser desencadeadas em sala de aula, vindo a contribuir para a inclusão da geometria no currículo escolar.

Considerações finais

Neste trabalho, o propósito era discutir a tendência emergente para o ensino de Geometria. Este vem se pautando em abordagens mais exploratórias, em que os aspectos experimental e teórico do pensamento geométrico são considerados, quer na utilização de diferentes mídias, quer em contextos de aulas mais dialogadas com produção e negociação de significados, quer na utilização de softwares de geometria dinâmica. Mas esses contextos não prescindem da importância dos processos de validação matemática, visto ser significativo o número de trabalhos que vêm discutindo o papel das provas e argumentações no ensino da Geometria, além de uma preocupação mais recente com discussões de aspectos epistemológicos como a visualização e representação em Geometria.

É importante destacar que os trabalhos em Geometria se mantiveram na média de 20% do total de trabalhos apresentados nos sete encontros. Se distribuíssemos o total de trabalhos publicados nas três áreas do conhecimento matemático – Aritmética, Álgebra e Geometria –, e considerando que existem ainda outras temáticas discutidas no âmbito da Educação Matemática, podemos considerar esse percentual de trabalhos em Geometria extremamente relevante, concluindo-se que, ao menos na esfera da produção, houve um resgate do Ensino de Geometria. No entanto, pesquisas continuam apontando para o fato de que a Geometria ainda está bastante ausente das salas de aula, principalmente na Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental.

¹¹ Para maiores detalhes, ver Nacarato & Passos (2003).

Acreditamos que o movimento ocorrido com a produção de trabalhos sobre o ensino de Geometria está relacionado ao próprio movimento de constituição da comunidade de pesquisadores em Educação Matemática. A retomada do ensino da Geometria na educação Básica vai exigir novos estudos e discussões teóricas; estes, por sua vez, vão possibilitar a ampliação das linhas de pesquisas nessa área.

Cumpramos ainda observar que os documentos para o nosso estudo foram os Anais dos ENEMS. Novas pesquisas poderão ser realizadas tomando-se os anais de outros eventos como fonte de consulta: no âmbito nacional, eventos como o SIPEM ou até mesmo o GT 19 – Educação Matemática – da ANPED, que também traz um número já significativo de trabalhos voltados à Geometria; bem como eventos de âmbito internacional, como o ICME, o PME, dentre outros.

Referências Bibliográficas

ANAIS DO I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. - São Paulo/SP, 1987.

ANAIS DO III ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. - Natal/RN, 1990.

ANAIS DO IV ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. - Blumenau/SC, 1992.

ANAIS DO V ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. - Aracaju/SE, 1995.

ANAIS DO VI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. – São Leopoldo/RS, 1998.

ANAIS DO VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. – Rio de Janeiro/RJ, 2001.

ARTIGUE, Michèle & DOUADY, Régine. A Didática da Matemática em França. In *Quadrante*, vol. 2, nº 2, 1993, p. 41-67.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasil: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação do Ensino Médio. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio*. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasil: MEC/SEF, 1997.

BRUNER, Jerome. *Atos de significação*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. 130p. (trad. Sandra Costa).

CROWLEY, Mary L. O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. *Aprendendo e Ensinando Geometria*. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. 308p.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. In *Zetetiké*, CEMPEM/F. E. UNICAMP, Ano 3 – número 4, 1995, p. 1-37, novembro de 1995.

FIORENTINI, Dario & MIORIM, Maria Ângela (Orgs.). *Por trás da porta, que matemática acontece?* Campinas: editora Gráfica da FE/UNICAMP – Cempem, 2001. 231p.

GARNICA, Antônio V. M. As demonstrações em educação matemática: um ensaio. In *BOLEMA*, UNESP – Rio Claro, Ano15, número 18, 2002, p. 91-99.

LINS, Rômulo C.; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Campinas, SP: Papirus, 1997. 176p.

LIVRO DE RESUMOS DO II ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. – Maringá/PR, 1988.

MACHADO *et al.* *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999. 208p.

MISKULIN, Rosana G. S. 1999. *Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino/aprendizagem da geometria*. Campinas: UNICAMP (tese de doutorado), 1999.

NACARATO, Adair Mendes & PASSOS, Cármen Lúcia B. *A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores*. São Carlos: EdUFcar, 2003. 151p.

NASSER, Lílian & TINOCO, Lucia. *Argumentações e provas no ensino de matemática*. Projeto Fundão, IM-UFRJ, 2001. 109p.

PAIS, Luiz Carlos. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. In *Zetetiké*. v. 4, n. 6, julho/dezembro, pp. 65-74, Campinas: CEMPEM /FE/ UNICAMP, 1996.

_____. *Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria*. 23^a Reunião da Anped, 2000. www.anped.org.br.

_____. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. – Coleção: Tendências em Educação Matemática - Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 127p.

PINO, Angel. *A questão da significação: perspectiva histórico-cultural*. Conferência apresentada no II Congresso Brasileiro de Neuropsicologia, Campinas, outubro de 1994, p. 1-12. (texto mimeo)

PONTE *et al.* *Didática da Matemática – ensino secundário*. Lisboa: Ministério da Educação/Departamento do ensino secundário, 1997. 134p