

ENSINANDO ÁREA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Rita de Cássia Pavani LAMAS¹
Alexsandra Ribeiro CÁCERES²
Fabiana Mara da COSTA³
Inaiá Marina Constantino PEREIRA⁴
Juliana MAURI⁴

Resumo: No ensino fundamental é evidente a dificuldade dos alunos em entender o conceito de área de uma figura plana. Em geral, os professores trabalham meramente aplicações de fórmulas e o aluno não sabe o que realmente significa quando diz: a área desta folha é 10 cm^2 . Tal conceito deve ser introduzido, a princípio, na quinta série do Ensino Fundamental, de forma clara e precisa, sendo necessário retomá-lo nas demais séries, caso os alunos não tenham claro tal conceito. Com o objetivo de um melhor entendimento e interesse dos alunos sobre este conceito tão importante dentro da Geometria, este artigo apresenta uma maneira de trabalhar “área” no ensino fundamental, o qual pode ser adaptado para todas as séries. Neste sentido, são propostas atividades experimentais envolvendo materiais concretos, a serem desenvolvidas com o aluno em sala de aula. Tais atividades têm o objetivo de fazer com que o aluno descubra propriedades matemáticas que devem ser formalizadas após as atividades. Ainda, são propostas atividades que possibilitam ao aluno aplicar o conceito adquirido, no seu cotidiano, permitindo que este aluno melhore o seu nível de numeramento.

Palavras-chave: material concreto; área; atividades experimentais; numeramento.

1. HISTÓRICO

Observando as provas da Olimpíada de Matemática de São José do Rio Preto de 2005, assim como as provas do sistema de avaliação dos alunos do Estado de São Paulo - SARESP, foi verificado que não é suficiente um aluno saber aplicar fórmulas para calcular a área de uma figura plana. É necessário entender o conceito de área. Um dos objetivos da metodologia adotada no projeto do Núcleo de Ensino da UNESP- IBILCE, intitulado: “Vivendo a Geometria”, desenvolvido durante o ano de 2005, em parceria com a E. E. Prof^a Maria de Lourdes Murad de Camargo de São José do Rio Preto, é suprir as dificuldades dos alunos, no entendimento do conceito citado, utilizando materiais concretos, os quais facilitam na sua visualização. Para isso, o projeto contou com o auxílio financeiro da FUNDUNESP.

O projeto também envolveu a aplicação dos conceitos adquiridos no cotidiano dos alunos. Segundo os dados do INAF – Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional de 2004, o nível de numeramento dos alunos é baixo, isto é, os alunos encontram dificuldades para relacionar o que é dado em sala de aula com o seu dia-a-dia. Neste artigo serão apresentados exemplos de aplicações envolvendo área de uma figura plana, contribuindo para melhorar esse nível de numeramento.

2. DESENVOLVIMENTO

Apresentamos a seguir atividades experimentais a serem desenvolvidas com os alunos em sala de aula. Serão subdivididas em atividades experimentais com o intuito de introduzir e desenvolver o conceito de área, atividades experimentais para utilizar conhecimentos anteriormente adquiridos na obtenção das fórmulas para o cálculo da área de figuras planas, aplicações que mostram como o conteúdo da sala de aula está presente no cotidiano do aluno, exercícios, com o objetivo de analisar a aprendizagem do aluno em relação ao conteúdo de área apresentado. No final de cada atividade apresentamos um comentário, o qual só deve ser apresentado aos alunos, na formalização das propriedades matemáticas, após eles desenvolverem os experimentos. É importante que o professor deixe o aluno apresentar o que ele conseguir em cada atividade, antes da formalização. É desta forma que o aluno estará construindo o seu próprio conhecimento e poderá ter mais interesse pela Geometria.

2.1 Atividades Experimentais

ATIVIDADE 1

Objetivo:

Introduzir o conceito de área.

Materiais:

- 15 ou mais quadrados de 1 cm de lado;
- Cola;
- Papel;
- Lápis;
- Régua.

Utilização do Material:

1º) Desenhe um retângulo de lados 5 cm e 3 cm.

2º) Cubra o retângulo com os quadrados sem sobreposição. Quantos quadrados você utilizou? Você sabe o que significa esse número encontrado?

Comentário:

Contando a quantidade de quadrados de 1 cm que foram necessários para cobrir toda a região retangular encontramos um número, o qual é chamado de área do retângulo desenhado.

O quadrado de área 1 cm de lado é chamado de unidade de área. Por definição, a área deste quadrado é 1 cm². Foram necessários 15 quadrados de lado 1cm para cobrir o retângulo, sendo que cada um tem área 1cm². Assim a área do retângulo é 15cm².

No caso de uma figura plana F qualquer, a área é a medida da porção do plano ocupada por F. Para calcular essa medida tomamos uma certa unidade de área, a qual é comparada com F, verificando quantas vezes a figura F contém a unidade de área. O número assim obtido é a medida conhecida como área da figura F.

ATIVIDADE 2**Objetivo:**

Construir quadrados de um metro de lado com área igual a 1 m² e descobrir a correspondência entre as unidades de medida m² e cm².

Materiais:

- Jornal;
- Fita métrica;
- Tesoura;
- Fita adesiva;
- Lápis.

Utilização do Material:

1º) Una folhas de jornal utilizando a fita adesiva, de modo a formar o quadrado Q de lado um metro.

2º) Qual a área do quadrado Q tomando como unidade de medida de área o quadrado de lado 1 cm?

3º) Escreva a área de Q tomando como unidade de medida de área o próprio quadrado de lado 1 m.

4º) O que você pode concluir em relação à área de Q, comparando os resultados do 2º e 3º passos?

Comentário:

Pôde ser observada uma correspondência entre cm^2 e m^2 .

Deixar claro que dependendo da figura que temos para fazer o cálculo de área, é conveniente utilizarmos como unidade de área, o metro quadrado (m^2) ao invés de utilizarmos o centímetro quadrado (cm^2).

ATIVIDADE 3

Objetivo:

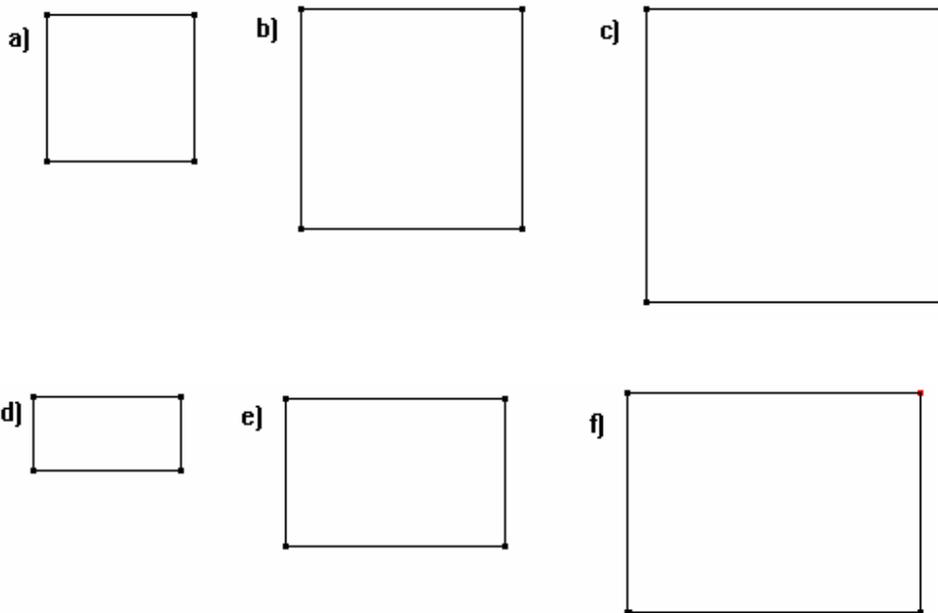
Aplicar o conceito de área adquirido na atividade 1, para descobrir a fórmula para o cálculo da área do quadrado e do retângulo, tomando como unidade de medida de área, o quadrado de área 1 cm^2 .

Materiais:

- Lápis;
- Régua.

Utilização do Material:

1º) Quadricular os quadrados e os retângulos a seguir, utilizando quadrados de 1 cm de lado.



2º) Dar a área dos quadrados.

3º) Escrever a área de cada quadrado como produto de dois números. O que você conclui quanto a área do quadrado?

4º) Repita os passos anteriores para os retângulos.

Comentário:

Pode ser observado que no cálculo da área do quadrado, assim como no cálculo da área do retângulo, o número de unidades de área (quadrado de área 1 cm^2) coincide com o produto do número de unidades do comprimento (b) pelo número de unidades da altura (h). Dessa maneira, a área A do retângulo é $A = b \cdot h$. Na área do quadrado, como o comprimento e a altura têm as mesmas medidas (L), pode ser representada pelo produto dos lados, ou seja, $A = L^2$.

Observamos que nas atividades 1 e 3 foram assumidos apenas números inteiros para os lados do quadrado e do retângulo. Tais atividades podem também serem desenvolvidas para números racionais e irracionais (Lima, 1985).

ATIVIDADE 4

Objetivo:

Observar a conservação de área de figuras planas.

Materiais:

- Retângulo desenhado no papel quadriculado, com uma das diagonais marcada;
- Tesoura.

Utilização do Material:

1º) Qual a área do retângulo dado considerando o quadrado do papel quadriculado como unidade de área?

2º) Recorte o retângulo na diagonal marcada.

3º) Una os triângulos formando uma figura diferente do retângulo dado. Qual é a área da figura obtida?

Comentário:

A área da figura obtida deve ser calculada observando que o número de quadrados necessários para cobrir os triângulos permanece o mesmo independente de como se posicionar os

triângulos.

A atividade 4 pode ser desenvolvida para diferentes polígonos, de forma a levar o aluno a concluir: se uma nova figura é formada a partir da decomposição de uma figura dada, possui a mesma área desta figura. Dizemos que há uma conservação da área, com a decomposição de uma figura.

A conservação de área será importante na obtenção das fórmulas para o cálculo das áreas dos polígonos como o paralelogramo, trapézio, etc.

ATIVIDADE 5

Objetivo:

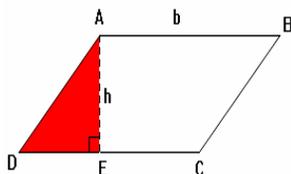
Obter a fórmula para calcular a área do paralelogramo.

Materiais:

- Um paralelogramo feito em cartolina (ou papel cartão, ou sulfite);
- Tesoura.

Utilização do Material:

1º) No paralelogramo dado, trace a altura AE relativa ao lado CD, como na figura a seguir. Recorte o paralelogramo na altura AE.

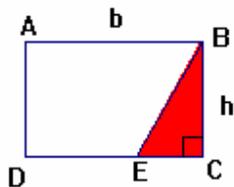


2º) Com as duas figuras obtidas monte um polígono no qual a área já foi trabalhada (retângulo ou quadrado). Qual a fórmula para calcular a área do polígono obtido?

3º) Qual a fórmula para calcular a área do paralelogramo?

Comentário:

Com essa atividade, verificamos que o polígono formado no 2º passo é um retângulo, cuja área é $A = b \cdot h$.



Como o retângulo foi obtido da decomposição do paralelogramo, a área do paralelogramo é a mesma área do retângulo obtido, pela conservação da área. Logo, para calcular a área do paralelogramo multiplicamos a medida do lado (b) pela altura relativa a este lado (h), ou seja, $A_p = b \cdot h$.

ATIVIDADE 6

Objetivo:

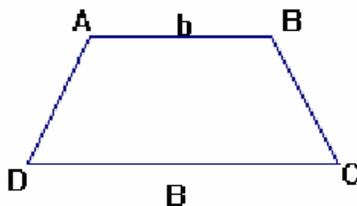
Obter a fórmula para calcular a área do trapézio de base menor b e base maior B .

Materiais:

- Cartolina;
- Lápis;
- Tesoura.

Utilização do Material:

1º) Construir dois trapézios em cartolina (ou papel cartão, ou sulfite) igual ao apresentado a seguir.



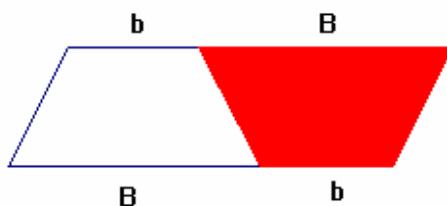
2º) Com os dois trapézios, monte um polígono que você já sabe calcular a área.

3º) Qual a fórmula para calcular a área do trapézio no 1º passo?

Comentário:

Verificamos que a figura formada é um paralelogramo (ver figura), cuja área já sabemos calcular. Como esse paralelogramo é formado por dois trapézios iguais, a área do

trapézio dado no 1º passo, é dada pela área do paralelogramo formado, dividida por dois.



Como o lado do paralelogramo é formado pela soma das bases do trapézio, ou seja, $B+b$, a fórmula para calcular a área do trapézio é:

$$At = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

ATIVIDADE 7

Objetivo:

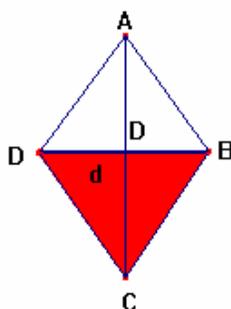
Obter a fórmula para calcular a área do losango.

Materiais:

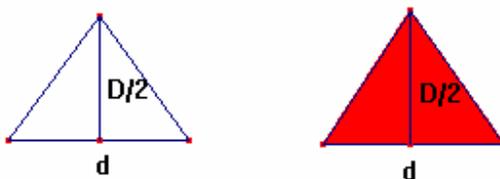
- Um losango feito em cartolina;
- Tesoura.

Utilização do Material:

1º) Trace as diagonais no losango dado, como na figura.



2º) Recorte na diagonal menor (d) formando dois triângulos.

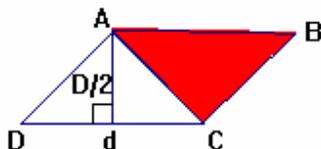


3º) Com os dois triângulos monte uma figura conhecida que você já sabe calcular a área. Qual a fórmula para calcular a área desta figura?

4º) Qual a área do losango?

Comentário:

Verificamos que a figura formada é um paralelogramo do tipo a seguir.



Logo, a área do losango é a área do paralelogramo obtido no 3º passo. O lado do losango é formado pela diagonal menor (d) e a altura é formada pela metade da diagonal maior (D/2). Portanto, a fórmula para calcular a área do losango é:

$$Al = \frac{D.d}{2} .$$

ATIVIDADE 8

Objetivo:

Obter a fórmula para calcular a área do triângulo.

Materiais:

- Tesoura;
- Cartolina.

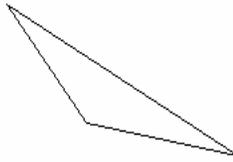
Utilização do Material:

1º) Construa:

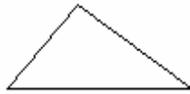
- Dois triângulos retângulos iguais ao triângulo a seguir.



- Dois triângulos obtusângulos iguais ao triângulo a seguir.



- Dois triângulos acutângulos iguais ao triângulo a seguir.



2º) Una os dois triângulos retângulos de modo a formar uma figura na qual a área já é conhecida. Qual a área do triângulo retângulo dado?

3º) Repita o segundo passo para os triângulos obtusângulos e acutângulos.

Comentário:

Com esta atividade concluiu-se que a área do triângulo dado é igual a metade da área do retângulo ou do paralelogramo obtido, dependendo do triângulo dado, ou seja,

$$A_t = \frac{B \cdot h}{2} .$$

ATIVIDADE 9

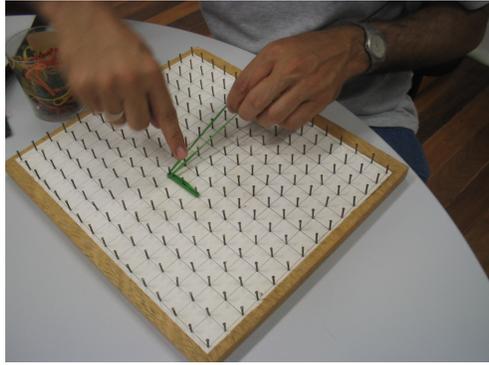
Objetivo:

Exercitar o conceito de área e as fórmulas para o cálculo da área de polígonos.

Materiais:

- Geoplano;



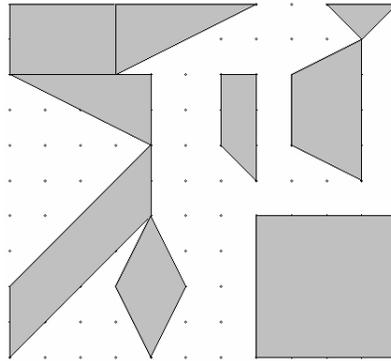


- Lápis;
- Papéis ou caderno;
- Elásticos.

Utilização do Material:

1º) Construa no Geoplano os polígonos, com os elásticos, de acordo com a figura a seguir.

2º) Sem utilizar as fórmulas de áreas obtidas nas atividades de 3 a 8, verifique se a soma das áreas dos polígonos é maior, menor ou igual a área da região restante do geoplano.



3º) Efetue os cálculos das áreas dos polígonos utilizando as fórmulas para o cálculo de áreas conhecidas e verifique se sua resposta do 2º passo está correta.

Comentário:

A utilização do geoplano estimula os alunos quanto à aprendizagem e possibilita utilizar os resultados de área obtidos anteriormente.

2.2 Aplicações no Cotidiano

APLICAÇÃO 1

Objetivo:

Estimular o aprendizado abordando questões práticas de geometria plana e sistemas de medidas do nosso cotidiano.

Desenvolvimento:

Utilize os metros quadrados obtidos na atividade 2 para calcular, aproximadamente, a área da lousa e da porta da sala de aula.

APLICAÇÃO 2

Objetivo:

Idem aplicação 1.

Materiais:

- Fita métrica;
- Papel ou caderno;
- Lápis.

Desenvolvimento:

- 1º) O que é preciso para a construção de uma casa ?
- 2º) Como o pedreiro sabe o tamanho e o modelo de uma casa?
- 3º) O projeto de uma casa é necessário? Por quê ?

Comentário:

Nessa aplicação o professor deve levar o aluno a observar que para construir uma casa, é preciso além do terreno, material e mão-de-obra (engenheiro e pedreiro), o projeto da casa, iniciando com a planta baixa da casa. A planta baixa consiste no desenho da casa e suas divisões internas vistas de cima, a uma distância considerável. Deve ainda observar que ao projetá-la, não basta decidir o formato, o tamanho ou a fachada. É preciso procurar meios para garantir o conforto ambiental, isto é , buscar o melhor posicionamento dos cômodos e aberturas (portas e janelas) para garantir luminosidade e ventilação. Dependendo da série do Ensino Fundamental que está sendo desenvolvida a aplicação, pode também ser introduzido sobre a

perspectiva da casa. É fundamental estimar o custo da obra, possibilitando aplicar o conceito de área de figuras planas.

APLICAÇÃO 3

Objetivo:

Mostrar a necessidade de utilizar escalas na Matemática e facilitar a visualização de como pode ser feita uma planta baixa de uma casa (ou outra construção) . Pode ser uma excelente atividade para aplicar o conceito de semelhança de figuras, caso essa atividade venha a ser desenvolvida na 8ª série.

Materiais:

- Uma folha sulfite;
- Régua;
- Lápis;
- Uma caixa (C1) sem tampa, com o comprimento e a largura menores, se comparados com os lados de uma folha sulfite;
- Uma caixa (C2) sem tampa, com divisões internas, com o comprimento e a largura maiores, se comparadas com os lados de uma folha sulfite .

Desenvolvimento:

1º) Mostrar a caixa C1 aos alunos a uma distância de mais ou menos 15 m. Pedir para que desenhem na folha sulfite **exatamente** o que estão vendo .

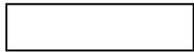
2º) Repetir o que fez no 1º passo com a caixa C2.

Comentário:

Ao pedir para o aluno que desenhe **exatamente** o que estava vendo, esperamos que o aluno desenhe o retângulo com todas as suas medidas reais para C1. No entanto, para C2, como as medidas da folha são menores do que as medidas da caixa, esse desenho não poderá ser feito com exatidão. Neste momento, deve aparecer questões que possibilitem colocar aos alunos que uma maneira de realizar essa atividade, sem perder as medidas originais da caixa, é utilizar o que é chamado, pelos projetistas, de escala de medida. Por exemplo, dizemos escala 1 por 10 (1:10), se quisermos tomar as medidas da caixa e dividi-las por 10, para desenhar a figura visualizada na folha. Para alunos da 8ª série pode ser observado que, neste caso, estarão obtendo

uma figura semelhante a original, com razão 1/10.

O professor deve observar que o que foi feito com a caixa pode ser feito com uma casa, olhando ela de cima (sem o telhado) a uma distância grande da casa. Neste caso, a figura visualizada é conhecida como planta baixa da casa. Esta deve ser desenhada em uma escala adequada para o papel disponível.



Vista da caixa C1



Vista da caixa C2

APLICAÇÃO 4

Objetivo:

Construir a planta baixa da sala de aula usando a escala 1:50.

Materiais:

- Fita métrica;
- Caderno;
- Régua;
- Lápis.

Desenvolvimento:

1º) Imaginem que vocês estão em um lugar bem alto que dê para ver a sala de aula não mobiliada e as divisões internas. Quais as figuras que vocês vêem?

2º) Fazer primeiro um esboço da planta.

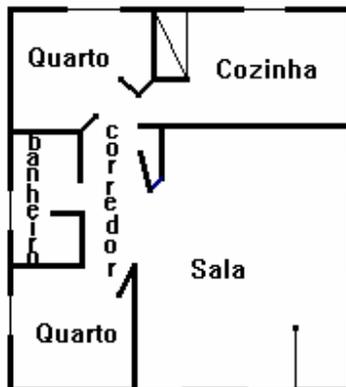
3º) Medir com a fita métrica a sala de aula, as portas e as janelas. Anotar as medidas no esboço da planta.

4º) Fazer a planta baixa da sala usando escala de 1:50.

Comentário:

Deve ser colado para os alunos que os segmentos que representam as paredes devem ser paralelos e/ou perpendiculares conforme a sala de aula. As portas e janelas (aberturas) também devem ser indicadas por traços mais finos. Apresentar, por exemplo, a planta

baixa a seguir, como modelo.



Podem ser sugeridos outros ambientes da própria escola para que o aluno faça a planta baixa, como por exemplo, o pátio, o banheiro ou a cozinha.

2.3 Exercícios

EXERCÍCIO 1

Materiais:

- Geoplano;
- Elásticos.

Utilização do Material:

1º) Tomando o quadrado (· ·) do Geoplano como unidade de área, construa retângulos diferentes com área igual a 36 unidades de área, cujas medidas de seus lados sejam números inteiros.

2º) Quantos retângulos podem ser construídos, considerando as propriedades do 1º passo?

Comentário:

Chamar a atenção dos alunos que figuras distintas podem ter áreas iguais.

EXERCÍCIO 2

Objetivo:

Descobrir a relação entre as área de triângulos semelhantes.

Materiais:

- Cartolina (ou Papel Cartão, ou folha sulfite);
- Régua;
- Lápis;
- Tesoura.

Utilização do Material:

1º) Utilize a cartolina para construir 14 triângulos congruentes.

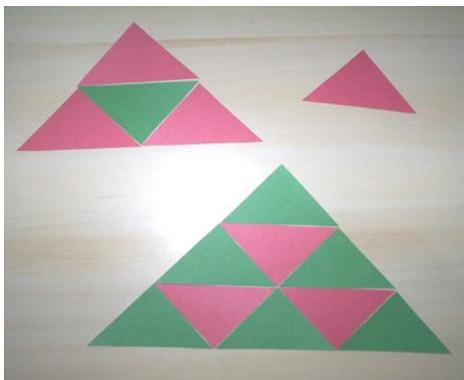
2º) Observe um desses triângulos e construa um triângulo semelhante a esse, dobrando as medidas dos lados correspondentes (Razão 2). Qual é a área obtida? Registre a relação que você obteve entre as áreas dos triângulos semelhantes.

3º) Repita o 2º passo, triplicando as medidas dos lados (Razão 3).

4º) Se você multiplicasse as medidas dos lados do triângulo observado por n , qual a relação entre as áreas?

Comentário:

Os seguintes triângulos são obtidos como resultados do 2º e 3º passos.



Assim, dado o triângulo de área A , multiplicando as medidas dos seus lados por 2, obtém-se um triângulo de área $4A$. Multiplicando por 3, obtém-se um triângulo de área $9A$.

Observe que ambas as relações devem satisfazer a mesma propriedade: multiplicando todas as medidas dos lados de um triângulo por um número n , a sua área ficará multiplicada por esse número ao quadrado (n^2), ou seja,

Multiplicando n vezes cada lado do triângulo de área A , a área do novo triângulo

obtido será $n^2 \cdot A$.

Observe que n é a razão de semelhança entre os triângulos, no caso geral.

EXERCÍCIO 3

Objetivo:

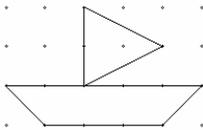
Descobrir a relação entre as área de figuras semelhantes.

Materiais:

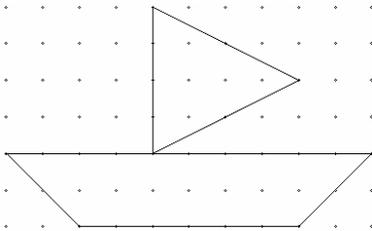
- Geoplano;
- Elástico.

Utilização do Material:

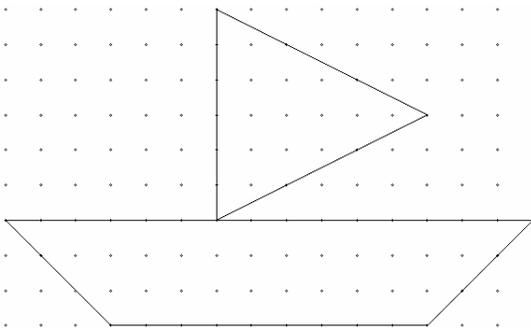
1º) Construa no Geoplano, a figura a seguir e registre sua área.



2º) Amplie essa figura, dobrando as medidas dos seus lados correspondentes compare as figuras. São semelhantes? Qual a área da figura obtida? Registre a relação que você obteve entre as áreas.



3º) Repita esse procedimento, triplicando as medidas dos lados.



Comentário:

Verifique que as relações obtidas no 2º e no 3º passo correspondem a mesma propriedade obtida para triângulos semelhantes no exercício 2. Tal propriedade pode ser generalizada para quaisquer duas figuras semelhantes: se as medidas dos lados de uma figura F de área A são multiplicados por n , será obtida uma figura semelhante a F com área igual a $n^2 A$.

EXERCÍCIO 4

Objetivo:

Exercitar e aplicar as fórmulas das áreas dos polígonos, no cálculo das áreas envolvidas com figuras espaciais.

Materiais:

- Lápis;
- Papeis ou caderno;
- Uma caixa de pasta de dente, de sapato, de leite, ou qualquer outra caixa que tem formato de um paralelepípedo;
- Lata de óleo ou qualquer outro recipiente cilíndrico.

Utilização do Material:

1º) Qual a área total do seu paralelepípedo? Qual a quantidade de papel que é necessária comprar para encapar seu paralelepípedo?

2º) Qual a área total do seu cilindro?

Comentário:

Com esta aplicação pode ser retomado ou introduzido o conceito de figuras espaciais, os seus elementos (faces, vértices, arestas e bases). O aluno pode ser levado a questionar a utilização de formatos diferentes para um mesmo produto. Por exemplo, por quê a bolacha de maizena, custa mais quando o pacote é em forma de um paralelepípedo e não quando é em forma de um cilindro?

3. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou atividades experimentais que podem auxiliar os professores em suas aulas de geometria, em particular, para trabalhar o tópico “área”. No entanto, não é simples aplicar uma metodologia deste tipo. Mas para os professores que estão buscando uma melhora na aprendizagem dos alunos, este é um desafio.

Dar a possibilidade ao aluno de construir o seu próprio conhecimento através de atividades experimentais análogas às apresentadas neste artigo, no projeto desenvolvido “Vivendo a Geometria”, já citado anteriormente, resultou em uma aprendizagem satisfatória e foi possível observar um aumento de interesse dos alunos pela matemática.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BARBOSA, J. L. M. *Geometria Euclidiana Plana*. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.
- [2] BIGODE, A. J. L. *Matemática Hoje é Feita Assim*. FTD, 2002.
- [3] DANTE, R.L. *Tudo é Matemática*. Ed. Ática, 2004.
- [4] DANTAS, S. C.; SANTOS, F.V.; RIBEIRO, J. S.; PESSÔA, K.A; FAVALLI, L. D. *Matemática 4º série (Coleção A escola é nossa)*. Scipione, 2003.
- [5] FONSECA, M.C.F.R. *Letramento no Brasil- Habilidades Matemáticas*. Editora Global, 2004.
- [6] GIOVANNI, J. R., CASTRUCCI, B. & GIOVANNI JR, J.R. *A Conquista da Matemática*. FTD, 1996.
- [7] IMENES, JAKUBO, LELLIS. Coleção: Para que serve Matemática? *Semelhança*. Atual, 1992.
- [8] LIMA, E.L. *Áreas e Volumes*. SBM, 1985.
- [9] LINDQUIST, M. M. & SHULTE, A. P. *Aprendendo e Ensinando a Geometria*. Atual, 1998.
- [10] Ramos, L.F. Coleção: A Descoberta da Matemática. Ática, 1999.
- [11] Secretaria de Estado da Educação - São Paulo. *Experiências Matemáticas – 6ª, 7ª e 8ª Série*. São Paulo: SE/CENP, 1998.