



## A Visão de um Engenheiro Aeronáutico acerca da Sustentação, Bernoulli e Newton

.....  
**Charles N. Eastlake**

Department of Aerospace Engineering,  
Embry-Riddle Aeronautical University,  
Daytona Beach  
e-mail: eastlacc@erau.edu.

.....  
Tradução e resumo: **S.R. Dahmen**  
.....

**P**egue um lápis, por favor. Aqui vai um teste curto de múltipla escolha. A geração de sustentação em um aerofólio é descrita correta e precisamente por:

- A. Lei de Bernoulli.
- B. Lei(s) de Newton.
- C. Este artigo.
- D. Todas as respostas acima.

Acredito que a resposta correta é D. A e B são certamente verdadeiras.

Quanto a C, cabe a você julgar.

Como engenheiro aeronáutico por profissão, fico feliz em ver máquinas voadoras discutidas em aulas de Física. Seu poder em cativar a imaginação e motivar estudantes é bastante significativo. Porém, enquanto leitor e contribuinte

ocasional da *The Physics Teacher* [1], sinto-me perplexo ao ler artigos que tratam dos detalhes de por que motivo a lei de Bernoulli não funciona para explicar como uma asa gera sustentação e a razão pela qual as leis de Newton devem ser usadas em seu lugar. A aerodinâmica como ensinada para engenheiros aeronáuticos não vê nisso qualquer controvérsia. Ambas as abordagens são corretas em todas as situações. Qual abordagem usar é apenas uma questão de conveniência em função do tipo de informação que se dispõe para a caracterização do particular padrão de fluxo do ar. A inabilidade deste ou daquele modelo em explicar a geração de sustentação

é na verdade um problema de uso de versões destas leis que são demasiadamente simplificadas. Em outras palavras, a mensagem que vale a pena enfatizar é que um número exagerado de hipóteses simplificadoras pode estragar a precisão de um modelo teórico que é, em seus fundamentos, uma escolha correta e deveria funcionar muito bem.

Antes de olharmos mais precisa-

mente como um aerofólio gera sustentação, temos que mergulhar em algumas definições de conceitos básicos e de terminologia. Por favor não se esqueçam que este é o ponto de vista de um engenheiro aerodinâmico. Outras áreas técnicas que se envolvem fortemente com o escoamento

**Sinto-me perplexo ao ler artigos que tratam dos detalhes de por que motivo a lei de Bernoulli não funciona para explicar como uma asa gera sustentação e a razão pela qual as leis de Newton devem ser usadas em seu lugar. A aerodinâmica como ensinada para engenheiros aeronáuticos não vê nisso qualquer controvérsia**

de fluidos geralmente têm certas tradições na terminologia que são um pouco diferentes, em particular naquelas relacionadas ao bombeamento de fluidos através de canos.

### Terminologia de aerofólios

Olhando para a Fig. 1 vamos começar pela terminologia de aerofólios. O ponto mais distante na frente do aerofólio é chamado de *bordo de ataque*, enquanto o ponto mais afastado na parte traseira é chamado de *bordo de fuga*. A reta que liga o bordo de ataque ao de fuga é chamada de *corda*<sup>1</sup>. A curva que define a metade superior do aerofólio chama-se *extradorso*, e a que define a parte de baixo,

.....  
Neste artigo C.N. Eastlake defende que tanto as Leis de Newton quando o Princípio de Bernoulli podem ser corretamente utilizados para explicar a sustentação gerada pelas asas de um avião. Ele chama a atenção para algumas idéias errôneas (como a igualdade dos tempos de trânsito) e o perigo que corremos ao fazermos um número excessivo de simplificações nos modelos teóricos. Com isto ele conclui que uma vez aplicados corretamente, a conveniência das duas abordagens depende apenas dos tipos de dados que se dispõe para fazer os cálculos.. Publicado originalmente em *The Physics Teacher* **40**, 166 (2002).

*intradorso*. A curva na metade entre o extradorso e o intradorso é chamada de *linha média* e se refere à média aritmética das coordenadas da posição vertical do extradorso e intradorso (medida perpendicularmente à corda). Alguns textos a chamam de *linha de curvatura média*, mas me parece que “linha média” é um termo mais preciso. A maior distância entre a corda e a linha média é chamada de *curvatura* (*camber*, em inglês) e normalmente representa alguns pontos percentuais do comprimento da corda. A posição do nariz para cima ou para baixo da asa é o chamado ângulo de ataque, que é o ângulo entre a corda e a direção do movimento do ar relativa ao aerofólio (vetor velocidade relativa).

A definição da força de sustentação e arrasto envolve um ponto sutil no que tange à direção da força, ponto este que pode passar despercebido em uma discussão, mas que se torna crucial na hora de resolver equações. Há uma só força resultante atuando em um aerofólio. Contudo, ela pode ser decomposta em componentes em qualquer sistema de coordenadas mais conveniente. Engenheiros aeronáuticos normalmente estão interessados naquilo que é conhecido como *eixos de vento*, que são eixos orientados com relação ao vetor velocidade relativa, também chamados de vento relativo. *Sustentação* é a componente da força perpendicular ao vento relativo, enquanto *arrasto* é a componente paralela a ele. Os vetores de sustentação e arrasto normalmente são desenhados como perpendicular e paralelo à corda do aerofólio, o que geralmente não é muito correto. E é mais comum

ainda desenharem estas duas forças como sendo perpendicular e paralela ao chão, o que é correto apenas se o avião estiver voando na direção paralela à superfície, mas não quando está subindo ou descendo.

### Escoamento de fluido

Com a terminologia fixada, movamo-nos agora para os princípios físicos básicos que governam o escoamento de um fluido. Geralmente o aluno de Engenharia é apresentado ao escoamento de fluidos com base em três princípios fundamentais: conservação da massa, conservação do momento e conservação da energia. O nome de Newton raramente aparece, e muitas vezes apenas para encorajar os estudantes a não se esquecerem dos mesmos, lembrando-os que certas partes deles, em particular a conservação do momento, são aquelas leis que eles provavelmente chamavam de leis de Newton nas aulas de Física.

As equações que representam estes princípios podem ser expressas de duas maneiras. Estudantes do Ensino Médio provavelmente não estão ainda preparados para entender este ponto, mas estudantes universitários talvez possam achá-lo interessante. As três leis podem ser escritas como um conjunto de equações diferenciais simultâneas ou equações integrais. A abordagem diferencial é mais útil quando queremos descrever o comportamento de um fluido em um local específico, ou em muitos locais durante o processo de mapeamento dos detalhes do campo de escoamento. É aí que a equação de Bernoulli é mais frequentemente usada. Esta também é a base sobre a qual a maioria dos programas de com-

putador, como o FoilSim, está fundamentada [2]. A abordagem integral, que às vezes pode ser reconhecida como as leis de Newton está focada nos fenômenos em grande escala acerca do que acontece com o momento e a energia na região do escoamento, ou quais forças têm que ser exercidas sobre o escoamento do fluido para que estas mudanças possam ocorrer. Este modelo é incrivelmente mais simples para certos tipos de problemas como o empuxo de turbinas a jato, uma vez que detalhes complexos, sobre como o escoamento se comporta dentro da turbina, não aparecem nas equações. Ambas as abordagens são igualmente válidas e corretas, e este ponto é fundamental para a conclusão deste artigo.

### Conservação da energia

Consideremos primeiro a conservação da energia, uma vez que é aí que a equação de Bernoulli aparece (talvez aqui esteja um ponto interessante para um estudo interdisciplinar/histórico. Peça a seus estudantes que procurem saber mais sobre Bernoulli, que na verdade não era uma mas três pessoas diferentes, uma verdadeira questão de família). Uma linha de corrente é o caminho que uma partícula segue quando se move por um campo de escoamento. Imagine uma foto de longa exposição dos faróis de um carro que se move à noite por uma estrada. Os traços de

luz da foto são as linhas de corrente. A energia total de uma partícula do fluido, ou de um pequeno volume do mesmo, é constante quando ela viaja ao longo de uma linha de corrente se nenhum trabalho externo for exercido sobre ela. Isto geralmente se aplica para fluxos externos como o do ar escoando em volta de um aerofólio. Por outro lado, para fluxos internos dentro de canos ou da turbina de um avião a jato, a energia pode não ser constante. Em qualquer um dos casos a energia pode ficar indo e voltando entre a energia cinética e a energia potencial, à medida que a partícula se move.

**Engenheiros aeronáuticos normalmente estão interessados naquilo que é conhecido como eixos de vento, que são eixos orientados com relação ao vetor velocidade relativa, também chamados de vento relativo...**

**... assim, sustentação é a componente da força perpendicular ao vento relativo, enquanto arrasto é a componente paralela a ele**

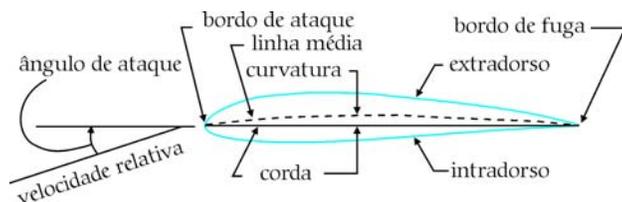


Figura 1. Terminologia do aerofólio.

A característica mensurável que quantifica a energia total é chamada de *pressão total*,  $P_T$ , que é medida com um tubo de Pitot, também conhecido pelo nome de tubo de pressão total. Este tipo de manômetro nada mais é que um tubo com a ponta aberta voltada diretamente para o fluxo de ar, de modo a “capturar” o ar em movimento (um outro ponto interessante para um estudo interdisciplinar/histórico: peça aos estudantes que procurem algo sobre Henri Pitot para ver o que ele estava fazendo quando inventou seu instrumento. Ele estava medindo o fluxo de água em torno dos pilares de pontes no rio Sena, em Paris, e provou que a teoria de escoamento de fluidos que era aceita na época tinha sérias falhas). Se você realizar trabalho externo no fluido, tipo colocá-lo em uma bomba, você aumenta sua pressão total. Se você permitir que o fluido exerça trabalho, como mover uma roda d’água em um moinho, a pressão total diminui.

A energia potencial é quantificada em termos da *pressão estática*,  $P_S$ . Esta é a componente da pressão que não é afetada pela direção do movimento. Algumas referências afirmam que se você disser simplesmente “pressão”, é a pressão estática que está implícita. Eu já pude perceber que usar essa abreviação causa confusão e por isso eu nunca a uso. Idealmente ela é medida fazendo-se um pequeno buraco de medida em uma superfície que é paralela ao vetor velocidade. Em um túnel de vento isto é trivial: é só fazer um buraco na parede do túnel. Para um avião em voo a coisa é cheia de armadilhas devido à

**Henri Pitot mediu o fluxo de água em torno dos pilares de pontes no rio Sena e provou que a teoria de escoamento de fluidos que era aceita na época tinha sérias falhas**

interferência do escoamento de ar ao redor de várias partes adjacentes do avião, mas ainda um furo do lado da fuselagem é a solução usual.

Uma questão de terminologia alternativa pode ocorrer também aqui. Como dito anteriormente, uma bomba aumenta a pressão total de um fluido. Em escoamentos por entre paredes, como em um cano, a adição de energia também aumenta a pressão

estática e esta é mais fácil de ser medida em um cano do que a pressão total. Por isso existe uma tradição que consiste em descrever o trabalho feito sobre o fluido como correspondendo a um aumento da pressão estática. Para escoamentos externos como o de ar sobre aerofólios, o processo de adição de energia é fundamentalmente diferente. O trabalho realizado sobre este fluido geralmente aparece na forma de um aumento de velocidade, como você percebe ao ficar parado na frente de um ventilador. Portanto a pressão estática não é representativa do trabalho externo realizado. De novo,

**Ao realizarmos trabalho externo em um fluido, colocando-o em uma bomba, aumentamos sua pressão total. Permitindo que o fluido exerça trabalho, como mover uma roda d’água, a pressão total diminui**

este artigo é escrito do ponto de vista de um engenheiro aeronáutico.

A energia cinética é quantificada pela pressão dinâmica, que é o produto da densidade do fluido pelo quadrado da velocidade,  $1/2 \rho v^2$ . Se compararmos com  $1/2 mv^2$ , vemos claramente que a pressão dinâmica é a definição familiar de energia cinética dividida pelo volume do fluido. Uma vez que ela aparece toda hora em discussões aerodinâmicas, costumava-se abreviá-la com a letra  $q$ .

Em escoamentos de baixa velocidade, entre 480 e 560 km/h, a equação que corresponde ao princípio da

conservação de energia é conhecida como lei de Bernoulli. Talvez os leitores tenham visto esta equação escrita com um terceiro termo do lado direito da igualdade, ter-

mo este que contém a altura do fluido. Porém no escoamento de gases este termo é desprezível. Assim, chegamos à lei de Bernoulli para o escoamento de um gás incompressível e a baixa velocidade:

$$P_T = \text{constante} = P_S + (1/2)\rho v^2 = P_S + q.$$

À medida que um avião voa através da atmosfera, a pressão atmosférica representa a pressão estática, e a

pressão total é maior que a atmosférica por um fator igual à pressão dinâmica. Este aumento de pressão é o que a comunidade de corridas de carros/motos/barcos comumente chama de “pressão de compressão”. Quando um modelo está sendo testado em um túnel de vento, a situação é fundamentalmente diferente. A pressão atmosférica nos arredores do túnel é normalmente igual àquela

dentro do mesmo e à medida que o ar sopra para dentro da seção de teste do túnel, a pressão estática diminui para um valor abaixo da pressão atmosférica, de tal modo que a diferença é igual à pressão dinâmica.

Em ambos os casos, à medida que as linhas de corrente se desviam para contornar um corpo com forma de asa, a pressão total é constante à medida que o fluido move-se ao longo de uma linha de corrente e sua pressão estática varia à medida que a velocidade local muda. Esta pressão estática local se torna a pressão superficial sobre o corpo, gerando forças sobre o mesmo. Note que a pressão estática local não é mais a mesma que a pressão estática do escoamento livre a uma pequena distância da superfície do corpo, onde o fluxo não foi desviado pela forma do corpo.

## Conservação do momento

Olhemos agora para a conservação de momento: a força exercida sobre o fluido corresponde à variação temporal (a derivada com relação ao tempo) de seu momento linear. Ao aplicar uma força sobre um objeto, mudamos seu momento. Não exercendo uma força sobre um objeto, seu momento não muda ou é conservado. Esta é a lei de Newton, caso queiramos chamá-la pelo nome. Quanto um aerofólio gera sustentação, esta força realmente muda a componente vertical do momento linear do fluxo de ar, enquanto a força de arrasto muda a componente horizontal do momento linear. Se o ar se move lentamente, mas o bastante para que sua densi-

dade não mude de maneira apreciável, a palavra-chave para isto é *escoamento incompressível*, em cujo caso as variações do momento são mensuráveis em termos de mudanças locais da velocidade de escoamento. Medir o arrasto pela perda de velocidade dentro da região de turbulência posterior a asa é algo simples, pois é feito em uma região relativamente pequena do campo de escoamento. Trata-se de uma medida padrão em túneis de vento que meus alunos realizam todo semestre. Medir a sustentação por meio de uma medida do aumento da velocidade vertical para baixo do fluido saindo do bordo de fuga do aerofólio é teoricamente possível. Esta velocidade dirigida para baixo existe realmente e é conhecida como *downwash*. Nunca ouvi dizer de alguém que a tenha medido com precisão suficiente para calcular a sustentação, e isso não porque seja algo fisicamente incorreto, apenas por ser algo pouco prático. Não é prático pelo fato de que o *downwash* está distribuído por todo o campo de escoamento dirigido para baixo que sai do bordo de fuga, e seria extremamente difícil medir um número de pontos suficientes para integrar a distribuição com precisão (uma foto fantástica deste fenômeno causado por um jato voando através de uma camada de nuvens pode ser obtida pela internet [3]). Contudo, o ângulo de deflexão do fluxo para baixo, chamado de ângulo de *downwash*,  $\epsilon$ , é um cálculo de rotina em textos sobre aerodinâmica porque tem

**As partículas que vão pela parte de cima da asa o fazem mais rapidamente devido à compressão das linhas de corrente e chegam ao bordo de fuga antes das que tomaram o atalho embaixo**

um efeito significativo sobre o fluxo na traseira do avião. O ângulo de *downwash* é facilmente estimado como sendo aproximadamente metade do ângulo de ataque. Ele foi desenhado

um pouco exagerado nas Figs. 2, 4 e 5 para tornar sua visualização mais fácil. Por questões de generalização, é apropriado reconhecer que uma asa isoladamente não é a única componente da geometria do campo de escoamento. Quando há outras su-

perfícies nas imediações, tais como paredes para escoamentos em dutos ou o solo, estas superfícies podem e realmente alteram o momento do escoamento. Pense em casos semelhantes nos quais a baixa pressão pode fazer o teto de um carro conversível encurvar-se para cima ou a baixa pressão no telhado de uma casa durante um furacão pode arrancá-lo em um único pedaço. Certamente há sustentação sendo criada nestas situações, mas sem a presença de *downwash* resultante. Como isso pode ocorrer? Um em-

puxo vertical no teto provoca uma mudança de momento dirigida para baixo, mas ela é quase que imediatamente cancelada pela mudança de momento para cima associada a força exercida para baixo sobre o chão. Isto ocorre porque uma vez que o ar passou pelo obstáculo e as variações locais nos padrões de escoamento se estabilizam, o fluxo não pode parar exceto paralelo ao chão. Ou seja, o fluxo estabilizado não pode penetrar no chão, de modo que não pode restar qualquer componente de velocidade vertical ao chão.

### Conservação da massa

Por último, mas não menos importante: a conservação de massa. A quantidade de massa por segundo que flui entre linhas de corrente permanece constante. O efeito de espremer linhas de corrente juntas à medida que elas se desviam na frente do aerofólio é que a

velocidade tem que aumentar para manter o fluxo de massa constante, uma vez que a área entre as linhas de corrente diminuiu. Depois que o escoamento passou pela parte mais grossa do aerofólio e as linhas de corrente começam a se separar uma das outras à medida que elas se apro-

ximam do bordo de fuga, a velocidade diminui. Quando você aperta com o dedo o bico de uma mangueira para fazer a água esguichar mais rapidamente você não está fazendo nada mais do que exercitar o princípio da conservação de massa. Áreas menores implicam velocidades maiores. Isto

**tem que ser incluído** à lei de Bernoulli quando se quer explicar a sustentação de asas para que a coisa faça sentido.

Podemos agora finalmente expor em detalhes como a sustentação é gerada. Primeiro façamos uma pausa para

mostrar como um furo em uma explicação antiga que ainda é muitas vezes usada, o conceito de “tempos iguais de trânsito”. Neste conceito a relação entre a velocidade do ar e a pressão estática, expressa pela lei de Bernoulli, é normalmente colocada de maneira correta. Mas você se lembra de ter ouvido a respeito daquele negócio problemático acerca de partículas movendo-se sobre o extradorso terem que ser mais rápidas do que aquelas que se movem por baixo, porque elas teriam um caminho maior a percorrer e ainda assim teriam que chegar ao mesmo tempo do outro lado? Isto simplesmente não é verdade. Isto não acontece. O fato é que as partículas que vão pela parte de cima da asa o fazem mais rapidamente devido à compressão das linhas de corrente e chegam ao bordo de fuga antes das que tomaram o atalho embaixo. Já demonstrei inúmeras vezes em túneis de água onde usei bolhas de hidrogênio intermitentemente pulsadas de modo a fazer o escoamento visível. E o programa *FoilSim* pode ser facilmente programado para mostrar os resultados teóricos que comprovam a mesma coisa.

### Sustentação

A explicação apropriada de como uma sustentação é gerada é algo mais complexa, mas temos agora os fundamentos necessários para poder apreciá-la.

Na Fig. 2 vemos o desenho de um aerofólio com um intradorso praticamente plano, o aerofólio NACA2412. A maioria dos monomotores Cessna tem usado este aerofólio desde os anos 40, o que o torna muito provavelmente o aerofólio mais usado no mundo. A representação de tempo-de-trânsitos-iguais do padrão de fluxo gerador de sustentação nos leva à conclusão aparentemente lógica, mas incorreta que com este aerofólio não se conseguiria um empuxo para cima quando em vôo invertido. Eu próprio tenho um aerofólio NACA4412 com uma superfície inferior plana muito parecida em meu avião de acrobacias e rotineiramente vôo de cabeça para baixo. Posso garantir aos leitores que sustentação de uma asa invertida funciona. A questão então é: qual o ponto-chave que foi deixado de lado na visão simplificada? O item que falta é o chamado *ponto de estagnação*, que é uma região pequena próxima ao bordo de ataque onde a velocidade local fica estagnada ou, em outras palavras, pára com relação à superfície do aerofólio. Literalmente é o ponto onde o campo de escoamento se separa. O escoamento acima do ponto de estagnação se dá ao longo do extradorso enquanto que o escoamento abaixo do ponto de estagnação segue ao longo do intradorso. Fundamental nesta visão é que o ponto de estagnação não se encontra exatamente no bordo de ataque para um aerofólio com curvatura, mas um pouco abaixo dele, deslocado uma pequena fração do comprimento da corda à ré do bordo de ataque sobre o intradorso. Como resultado, o campo de escoamento dividido interage com uma forma de superfície efetiva que não é nem um pouco simples como a forma do aerofólio representada com ângulo de ataque nulo.

A posição precisa do ponto de estag-

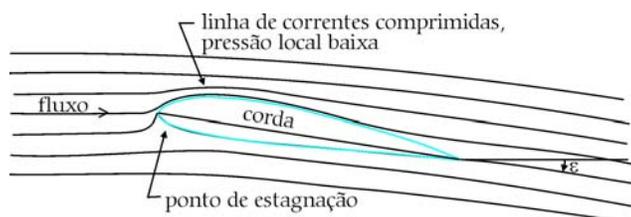


Figura 2. Linhas de corrente em torno do aerofólio NACA 2412.

nação é determinada pela magnitude da circulação. O conceito de circulação, que aparece como uma terceira maneira de se calcular a sustentação é o seguinte: ele é um padrão de escoamento aproximadamente elíptico que circula o aerofólio no sentido horário (para os fluxos com as direções desenhadas neste artigo) e que se obtém subtraindo a velocidade do fluxo livre uniformemente distribuído daquele fluxo ao redor de um aerofólio. Este escoamento rotatório é chamado de circulação. Sua existência é intuitivamente difícil de aceitar, mas eu já pude vê-lo em uma bela fotografia feita com uma câmera que se movia com o fluxo livre. A intensidade da circulação é diretamente proporcional à magnitude da força de sustentação, em um resultado conhecido como lei de Kutta-Joukowski. Este fato é a base da teoria de sustentação de Prandtl, a outra maneira de se calcular a sustentação há pouco mencionada. Há também uma condição de contorno chamada de condição de Kutta, que diz que deve existir um ponto de estagnação exatamente no bordo de fuga do aerofólio. Estes dois fatos juntos representam a condição física que faz com que o ponto frontal de estagnação se mova cada vez mais em direção ao bordo de fuga a medida que o ângulo de ataque aumenta.

As linhas de corrente são espremidas umas contra as outras à medida que o fluxo se divide no bordo de ataque, causando um aumento da velocidade local de acordo com o princípio de conservação de massa. O aumento de velocidade diminui a pressão estática local, que é também a pressão sobre a superfície do aerofólio, de acordo com a lei de Bernoulli que, se você se recor-

dar, é a lei de conservação de energia. Então na parte posterior da região mais grossa da asa as linhas de corrente se espalham novamente. O fluxo é reduzido, e a pressão estática local aumenta. Isto acontece em boa medida no extradorso e intradorso da asa, mas é muito mais pronunciado na parte anterior do extradorso, de modo que o extradorso acaba levando os créditos como sendo o principal gerador de sustentação.

Uma vez que este conceito fica claro, se torna claro também

que a distribuição de pressões varia ao longo do comprimento da corda do aerofólio, como ilustrado na Fig. 3. Observe que o programa FoilSim mostra ou a distribuição de pressão ou de velocidade local de modo bastante ilustrativo. Esta distribuição de pressão também muda dramaticamente com a mudança do ângulo de ataque. Mesmo assim a discussão dos tempos-iguais-de-trânsito sobre como a lei de Bernoulli está relacionada com a sustentação ignora a variação de pressão ao longo da corda. Muitos leitores concluem daí que a pressão é constante, uma outra razão pela qual a abordagem muito simplificada falha ao tentar explicar logicamente alguns detalhes aerodinâmicos. A força resultante é obtida ao se integrar a distribuição de pressão sobre a superfície de todo o aerofólio. O processo de integração talvez seja um pouco mais detalhado para que uma classe de Ensino Médio seja capaz de compreender. No entanto, medir e integrar a distribuição de pressão é um outro experimento padrão no meu curso de testes em túnel de vento, composto primordialmente de alunos de

**Ponto de estagnação, que é uma região pequena próxima ao bordo de ataque onde a velocidade local fica estagnada ou, em outras palavras, pára com relação à superfície do aerofólio**

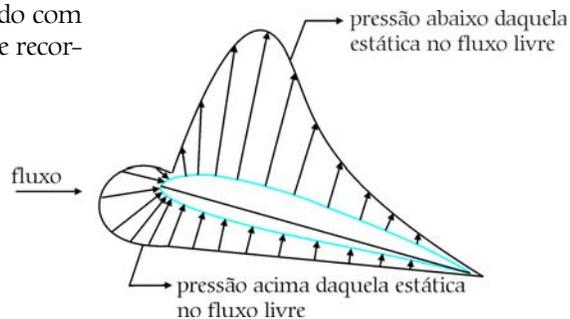


Figura 3. Pressão na superfície.

gradação do terceiro ano da faculdade. E as respostas obtidas são precisas.

Devido ao ponto de estagnação, os aerofólios curvos típicos têm que estar orientados em torno de  $2^\circ$  ou  $3^\circ$  com o nariz para baixo, ou seja, com um ângulo de ataque negativo se quisermos conseguir sustentação zero. O ponto de estagnação também não se encontra exatamente no bordo de ataque de um aerofólio simétrico, ou seja, um sem *curvatura*, quando seu ângulo de ataque é diferente de zero e ele está produzindo sustentação. Isto pode ser visto na Fig. 4. Isto responde ao mistério aparente de como um aerofólio simétrico é capaz de voar. Do ponto de vista das moléculas de ar, o aerofólio não é simétrico. O mesmo vale para um aerofólio plano com um ângulo de ataque diferente de zero. Para estas geometrias, o ângulo de ataque também se move cada vez mais para o bordo de fuga ao longo do intradorso à medida que o ângulo de ataque aumenta.

E imagine também o mesmo fenômeno quando a asa está invertida. Como você poderá ver facilmente na Fig. 5, as linhas de corrente mostram que o fluxo sobre a superfície de baixo original, que agora está em cima, com certeza não parecem estar encontrando uma superfície plana pela frente se o aerofólio for posicionado com um pequeno ângulo de ataque. Há bastante curvatura perto do bordo de ataque daquilo que agora é a superfície de cima, fazendo com que o aerofólio invertido produza empuxo para cima. A desvantagem de usar este aerofólio nesta orientação é que a forma agora é ruim para geração de sustentação, de modo que o ângulo de ataque deve ser significativamente maior que aquele necessário para produzir a mesma sustentação quando em posição normal. O resultado é que o arrasto é grande e a eficiência aerodinâmica

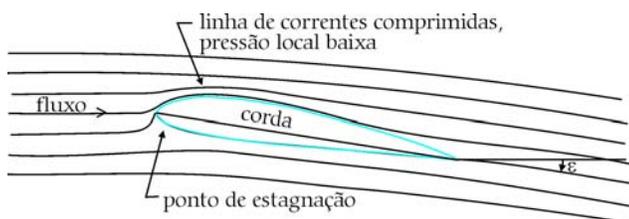


Figura 4. Aerofólio simétrico com ângulo de ataque positivo.

(geralmente expressa como a razão do empuxo pelo arrasto) é baixa. Mas a geração de sustentação está definitivamente presente.

### Bernoulli e/ou Newton

Então, para onde esta viagem verbal pouco complexa nos levou? Aqui vai o que imagino. Duas coisas acontecem simultaneamente quando um aerofólio está gerando sustentação. Se adotarmos a perspectiva minuciosa do campo de escoamento, usamos a conservação de massa e a conservação de energia, a lei de Bernoulli, para descrever o padrão de linhas de corrente espremidas que gera assim uma pressão menor no extradorso do aerofólio e conseqüentemente uma força para cima sobre o mesmo. Do ponto de vista de uma escala maior, desde que não haja geometrias por perto que alterem o fluxo, as forças sobre o aerofólio estão atuando sobre o fluido em movimento, alterando seu momento de acordo com a lei de conservação de momento linear, ou leis de Newton. Ambas as representações podem ser colocadas em termos de modelos matemáticos que corretamente reproduzem as forças que estão sendo geradas. Qual dos métodos é preferível depende de qual é mais simples para o conjunto de dados de que dispomos. Nenhum deles é inerentemente mais correto ou preciso.

Gostaria de terminar fazendo um pedido aos professores: enfatizem qualquer modelo que funcionar mais convenientemente nos cenários que estão usando, sem dizer ou mesmo insinuar que o outro está errado. Sempre expliquei a sustentação em termos da lei de Bernoulli e me sinto confortável, pois ela faz sentido para públicos de diferentes níveis. Revisei várias fontes na literatura de ensino de Física frequentemente citadas e tenho a sensação de que nenhuma delas descreve limitações na lei de Bernoulli que sejam tecnicamente corretas [4–7]. Além do mais, a lei de

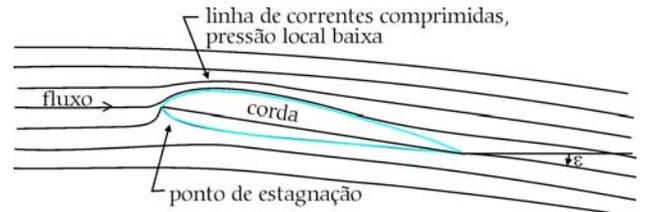


Figura 5. Aerofólio invertido NACA 2412.

Bernoulli é um dos fundamentos da mecânica de fluidos e é a fonte de algumas de minhas demonstrações favoritas em aerodinâmica. Contudo, concordo que talvez as leis de Newton constituam uma descrição mais simples desde que não se tenha que avaliar os detalhes do escoamento. Tiro meu chapéu para aqueles entre vocês que aceitaram o desafio hercúleo de achar maneiras de descrever fenômenos complexos em termos simples e atingir estudantes cuja capacidade de atenção possa ser pequena e que talvez não estejam preparados para acompanhar uma explicação usando cálculo diferencial e integral. Mas Bernoulli é um ídolo da aerodinâmica, e com mérito. Não há razão para controvérsia.

### Nota

<sup>1</sup>A corda é também chamada, no jargão dos pilotos, de linha de cabo (N.T.).

### Referências

- [1] G. Gerhab and C. Eastlake, *Boundary Layer Control on Airfoils*, Physics Teacher **29**, 150 (1991).
- [2] FoilSim é um programa para PC's, de fácil uso e que calcula e mostra o fluxo de ar em torno de aerofólios. Usado extensivamente na Ref. 3 e pode ser obtida grátis na sua página da internet.
- [3] *Beginner's guide to aerodynamics*, uma publicação da Nasa Lewis (atualmente Nasa Glen) disponível em <http://www.grc.nasa.gov/www/K-12/airplane/bga.html>. Uma fonte incrível de material de ensino, até mesmo de slides para ilustração de aulas. Examinei também as três explicações incorretas mais comuns sobre sustentação.
- [4] Norman Smith, *Bernoulli and Newton in Fluid Mechanics*, Physics Teacher **10**, 451 (1972).
- [5] Jef Raskin, *Foiled by the Coanda Effect*, Quantum **5**, 5 (1994). Disponível em [http://jef.raskincenter.org/published.coanda\\_effect.html](http://jef.raskincenter.org/published.coanda_effect.html).
- [6] Klaus Weltner, *A comparison of explanations of the aerodynamic lifting force*, Am. J. Phys. **55**, 50 (1987).
- [7] Chris Waltham, *Flight without Bernoulli*, Physics Teacher **36**, 457 (1998).