

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

Linguagem e Educação Matemática: UM mapeamento de usos
na sala de aula

Thiago Pedro Pinto

Orientador: Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao
Curso de Pós-Graduação em Educação
Matemática - Área de Concentração em Ensino e
Aprendizagem da Matemática e seus
Fundamentos Filosófico-Científicos, para
obtenção do Título de Mestre em Educação
Matemática.

Rio Claro (SP)
2009

510.07 Pinto, Thiago Pedro
P659L Linguagem e educação matemática : um mapeamento
de usos na sala de aula / Thiago Pedro Pinto. - Rio Claro :
[s.n.], 2009
109 f. : il., gráfs.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Antonio Vicente Marafioti Garnica

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação
matemática. 3. Linguagem. 4. Modelos dos campos
semânticos. 5. Jogos de linguagem. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Comissão Examinadora

Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica

Dra. Patrícia Linardi

Dra. Miriam Godoy Penteado

Thiago Pedro Pinto
Aluno (a)

Rio Claro, 25 de Maio de 2009.

Resultado _____

*Dedico este trabalho a Ana Maria Pedro, minha mãe
e a todos meus amigos.*

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica, pela orientação, pela amizade e por acreditar que poderia realizar um trabalho de pesquisa.

À Prof. Dra. Heloisa da Silva, pelas inúmeras discussões, pelo auxílio durante as filmagens e pela amizade ao longo deste caminhar.

Aos membros da banca de qualificação e defesa: Dra. Miriam Godoy Penteadó, Dra. Patrícia Linardi, Dra. Heloísa da Silva e Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica, que marcaram decisivamente esta pesquisa.

Aos membros do GH OEM – Grupo de História Oral e Educação Matemática, pelas inúmeras reuniões e discussões que muito contribuíram para minha formação acadêmica e pessoal, em especial a: Dea, Luzia, Fernando, Roger, Luciana, Carlos, Carrera e Heloisa que participaram de forma mais próxima, no grupo de Rio Claro.

À professora Monica e ao professor Joaquim por aceitarem prontamente participar desta pesquisa.

Aos professores e funcionários do Departamento de Matemática e da Pós-Graduação em Educação Matemática e aos colegas discentes que muito me apoiaram e incentivaram.

A Vanessa Kitizo Venturelli, que sempre se fez presente com muito carinho e me ajudou a chegar até aqui, encorajando e incentivando sempre.

A Carolina Augusta Assumpção Gouveia, pelos inúmeros momentos de felicidade, alegria e companheirismo.

À Minha mãe, sem a qual não chegaria aqui e ao Valdir com sua incansável disposição.

Aos meus colegas da Graduação e da Pós-Graduação pelos ensinamentos e momentos agradáveis de companheirismo.

Ao CNPQ, pelo apoio financeiro.

A todos, que de uma forma ou de outra, contribuíram para a realização deste trabalho (em especial aos amigos de *outras* datas).

Resumo

Este trabalho esboça um mapeamento dos usos da linguagem em sala de aula de matemática. Mais especificamente, analisa como professores utilizam a linguagem para comunicar-se com seus alunos durante as aulas. Inicialmente são expostas nossas intenções e a leitura de algumas produções em Educação Matemática que se aproximam de nossa proposta. Em seguida, apresentamos os dois aportes teóricos que dão sustentação ao nosso trabalho, o *Modelo dos Campos Semânticos* e os *Jogos de linguagem* de Wittgenstein, apresentando cada um deles separadamente para considerar, posteriormente, seus pontos de aproximação e distanciamento. As filmagens nas salas de aula de dois professores foram transformadas em clipes que, transcritos, nos ajudaram a organizar os dados por nós constituídos para esta pesquisa. Com a análise desses dados, a partir dos aportes teóricos adotados, foi possível elencar “eventos” que caracterizam alguns usos da linguagem e, por fim, são fundamentais para constituir nosso mapa como *um* jogo de linguagem da sala de aula de matemática.

Palavras chave

Educação Matemática, Linguagem, Modelo dos Campos Semânticos, Jogos de linguagem.

Abstract

This work has as its main intention build a map on how language is used in Math classrooms, specifically we try to understand how teachers use language in order to share meanings with their students. Initially we present our main intentions, summarizing some researches close to our purposes. The two theoretical framework which give support to our study – the Model of Semantic Fields and the Wittgensteinian “games of language” – are then presented and discussed in their similarities and distinctions. Some classrooms activities of two teachers were recorded and turned in “clips”. The clips were transcribed it help us to organize the data for our research. Data analysis – developed according to our theoretical framework – allowed us to build the so-called “events”, sketching a mapping on how language can be used in math classrooms.

Keywords

Mathematics Education, Language, Model of the Semantic Fields, Wittgensteinian “Games of Language”

SUMÁRIO

	Página
1. INTRODUÇÃO: breves considerações sobre o caminhar que se inicia.....	8
1.1. Dois “causos” motivadores.....	8
1.2. Revisão de literatura: uma leitura de produções sobre linguagem e educação matemática.	9
1.3. Sobre a linguagem: modos de compreender esse termo e/para fundamentar nossa investigação.....	29
1.3.1. O Segundo Wittgenstein e sua concepção de linguagem	30
1.3.2. Modelo Teórico dos Campos Semânticos.....	33
1.3.3. Duas linhas teóricas distintas, mas não divergentes.....	35
2. METODOLOGIA DE PESQUISA: sobre a caminhada e o caminho.	37
3. OS DADOS: o mundo como o constituímos.	44
3.1. Introdução	44
3.2. Conhecendo e acompanhando as aulas da professora Mônica.....	45
3.3. Conhecendo e acompanhando as aulas do professor Joaquim.....	47
3.4. Descrevendo clipes.....	49
4. ANÁLISE: direcionando o olhar.	70
4.1. Um Mapeamento possível	70
4.2. Explicitando eventos	71
Conflitos de significados e uso de termos em outros contextos.....	71
Diferentes enunciações.....	75
Repetições Sistemáticas	77
Definições dadas no/pelo uso	78
Preocupação com registros de representação gráfica.....	81
Coisificação dos objetos matemáticos	84
Foco na execução de procedimentos	87

Representação.....	88
“ELE” autor.....	90
O “NÓS”	91
Referência a objetos “concretos”, “cotidianos”	91
Linguagem gestual.....	93
4.3. Retomando alguns pontos apresentados.....	95
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS: refletindo sobre o trajeto percorrido.	98
6. REFERÊNCIAS	102
7. APÊNDICE.....	106
7.1. Apêndice A – DVD;	106
8. ANEXOS.....	107
8.1. Anexo A - Carta de Cessão: Mônica de Cássia Siqueira Martines	108
8.2. Anexo B - Carta de Cessão: Joaquim Soares da Silva Neto	109

1. INTRODUÇÃO: BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAMINHAR QUE SE INICIA.

1.1. Dois “causos” motivadores

Em nosso caminhar como aluno, professor ou pesquisador, algumas questões podem “aparecer”. Algumas são rapidamente esquecidas, outras perduram por anos a fio e para algumas poderemos nunca encontrar respostas. Uma de minhas preocupações sempre foi o uso da linguagem em sala de aula, em especial, da linguagem matemática e materna na aula de matemática.

Esta “preocupação” surgiu de inúmeras reformulações de questões que perpassaram minha vida em momentos distintos.

Com intuito de ilustrá-las, vou citar aqui duas delas que, hoje, penso terem contribuído para chegar até esta temática de pesquisa, com o que acredito auxiliar o leitor na compreensão da proposta de investigação.

A primeira delas ocorreu quando eu cursava a segunda série do ensino fundamental, na Escola Estadual Joaquim Guilherme Moreira Porto, no ano de 1991. A professora trabalhava com nossa turma a “tabuada” e lembro-me bem o modo como ela trabalhava: fazia perguntas para os alunos responderem em coro: “dois vezes três”... Lembro-me também de não fazer a menor idéia do porquê meus colegas respondiam “seis”. Naquela época não tínhamos carteiras individuais, eram carteiras usadas normalmente por duplas de alunos. Observei que meu colega de carteira

tinha uma forma peculiar de enunciar aquilo que a professora enunciava como “dois vezes três”. Ele dizia, enquanto fazia os cálculos mentais: “duas vezes o três”. Quando atentei para a forma dessa “outra” enunciação, a resposta “seis” pareceu-me até óbvia (era fácil pensar que se eu tivesse três objetos repetidos duas vezes, teria um total de seis objetos).

Um segundo momento, para mim bastante significativo, foi quando fui professor substituto da Escola Estadual Maria Gonçalves da Motta. Nesta escola pude trabalhar com diversas séries, e à época ainda cursava a Licenciatura matemática. Na ausência de uma das professoras fui chamado a substituí-la em uma quinta série. Ao entrar na sala comecei a questionar os alunos sobre quais conteúdos já haviam sido estudados naquele ano (estávamos em maio e, portanto, no segundo bimestre do ano letivo). Escrevi, então, “ 2^3 ” e perguntei aos alunos “o que é isso?”. Foi quando um aluno me respondeu que era “três vezes dois”. Antes de dizer que estava errado, perguntei “e quanto dá isso?” Para minha surpresa ele respondeu “oito”. Bastante confuso, pedi a este aluno que viesse até a lousa e me mostrasse o porquê do oito, e escrevendo “ $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ ”. “Aqui, professor” – ele me disse – “três vezes o dois”, e mostrando cada um dos três numerais 2 que havia escrito disse: “dois, vezes dois, quatro; vezes dois: oito”.

Observando e refletindo sobre estas experiências fui levado a questionar os aspectos e os modos de uso da linguagem em sala de aula de matemática. Ler de modo diferente ou falar de algo usando um modo diferente de enunciar levaria à compreensão?

1.2. Revisão de literatura: uma leitura de produções sobre linguagem e educação matemática.

Na constituição de nossa pergunta e temática de pesquisa, entramos em contato com trabalhos que se aproximam de nossas intenções, dentre eles destacamos inicialmente o livro *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua* de Machado (1993).

Neste livro o autor nos mostra como a língua materna torna-se presente em nossa “expressão” da matemática, em especial no ambiente de ensino:

“Em sua origem, este trabalho poderia caracterizar-se como um esforço de investigação sobre a possibilidade de se ensinar Matemática, desde as séries iniciais, a partir de uma mediação intrínseca da Língua Materna, entendida como a primeira língua que aprendemos” (MACHADO, 1993: 9).

Além de abordar essa possibilidade voltada para o ensino, Machado apresenta algumas diferenças entre a matemática ocidental e oriental que, segundo ele, se dariam por conta das diferenças nas linguagens naturais. Neste sentido, o autor tece comentários sobre o pensamento lógico e a estrutura das geometrias.

No primeiro capítulo da obra, são discutidas afirmativas do “senso comum” que atribuem à Matemática as características de ser exata, ser abstrata, justificar-se pelas aplicações práticas, e ser inata a capacidade de desenvolver o raciocínio e a capacidade para apreendê-la (MACHADO, 1993: 29).

No segundo capítulo o autor trata de definir (falar sobre) alguns dos termos, expressões e conceitos que utiliza na obra, como: língua materna, códigos, significado etc. Quanto à língua materna, Machado a entende como a primeira língua que aprendemos, que, em nosso caso, coincide, quase sempre, com a língua portuguesa. Nos parece central para entender essa noção de língua o aspecto da expressão, seja como função da língua ou como consequência. Machado nos apresenta a língua como um sistema mais complexo do que apenas um código, pois no código o “sistema” de codificação pré-existe, diferentemente da língua, em que o sistema de codificação constitui-se conjuntamente com o uso.

Assim, como a língua não se restringe a um código, a matemática não pode ser restrita a uma linguagem formal. E complementa:

“a aprendizagem de cada uma das disciplinas [referente à língua materna – Língua Portuguesa - e à Matemática] deve ser considerada como a elaboração de um instrumental para um mapeamento da realidade, como a construção de um sistema de representação” (MACHADO, 1993: 127).

Outro autor com quem entramos em contato num primeiro momento foi Menezes (1999). O artigo *Matemática, Linguagem e Comunicação* aponta, logo de início, a matemática como metaciência que, com linguagem própria, perpassa diversas ciências. Assumidamente, ao autor interessa mais a *linguagem da sala de aula* do que a *linguagem matemática* propriamente dita, pois seus interesses, segundo ele, estão na investigação do insucesso escolar, em específico, na matemática. O

modelo de comunicação utilizado – o de Jakobson – pressupõe a transmissão de informações, ou seja, se emissor e receptor compartilham de um mesmo código para codificar/decodificar a mensagem, esta será transmitida. Ao abordar a linguagem matemática, o texto discute a existência de seus diversos níveis de elaboração, conforme a comunidade (competência) daqueles que a utilizam. O autor comenta que a linguagem matemática dos matemáticos profissionais é “mais exigente” do que a linguagem matemática utilizada em sala de aula. Desta forma, afirma-se a existência da linguagem matemática, uma linguagem tal que cada grupo dela se utiliza de formas diferenciadas, o que, como veremos mais adiante, afasta-se de nossa abordagem. No entanto, existe um ponto de convergência deste trabalho com o nosso modo de ver a linguagem – um ponto de vista, nesse sentido, também convergente com as disposições de Machado (1993): a linguagem matemática [da sala de aula] é híbrida, fruto do cruzamento da [própria] linguagem matemática com a linguagem natural. Diríamos, então, que a linguagem matemática que se manifesta na sala de aula é fruto de um entrecruzamento entre manifestações de várias naturezas, possui (e se constitui por) semelhanças com outras formas de comunicação, como a linguagem natural, a do matemático profissional, a das representações pictóricas, gestuais etc.

Danyluk (1988), por sua vez, em sua dissertação de mestrado (*Um estudo sobre o significado da alfabetização matemática*) aborda a alfabetização matemática de crianças nas séries iniciais, e para isso parametriza-se por uma abordagem fenomenológica.

A autora nos apresenta a linguagem não apenas como um instrumento para a comunicação, mas como um modo de ser:

“Procuro /.../ apresentar uma visão da linguagem como um aspecto fundamental do modo de ser e de existir do ser humano que, por meio dela, expressa aquilo que compreende do mundo, ao mesmo tempo em que revela a linguagem do ser” (DANYLUK, 1988: 27).

Danyluk acompanhou aulas de matemática de séries iniciais (da pré-escola à segunda série do primeiro grau) nas quais coletou seus dados por meio de anotações e gravações de áudio, que lhe serviram de suporte à análise. Dentre os resultados de seu trabalho ela aponta uma série de obstáculos enfrentados na alfabetização matemática das crianças, dentre eles: a postura autoritária dos

professores; o hábito de perguntar visando à resposta previsível e, portanto, esperada, já de certa forma sugerida pela pergunta; a prática de trabalhar com atividades [exercícios] que não possuem “significado” nem para alunos nem para professores; o pensar do aluno não é solicitado, não havendo “espaço” para conversas sobre o que faziam quanto às atividades propostas:

“fazer-com-o-aluno significa permitir que o aluno tente resolver o problema. Significa também deixar que as possibilidades que o aluno tem de refletir aflorem. É estar atenta ao pensamento do aluno, ouvindo-o no que ele tem dúvida, entendendo-o como raciocina, como compreende os significados. É, ainda, junto com o aluno, ir revelando os significados matemáticos trabalhados” (DANYLUK, 1988: 167).

E, por fim, relata um “descompromisso” com a linguagem matemática.

“De tudo que vi na sala de aula, fica em mim a impressão de que as pessoas que estão envolvidas com a Educação Matemática, no contexto escolar, mostram-se totalmente descompromissadas com a linguagem matemática, com a leitura da mesma e, conseqüentemente, descompromissadas com sua profissão e com seus alunos” (DANYLUK, 1988: 178).

Este descompromisso é evidenciado pelo “uso incorreto” de termos matemáticos e pela forma de trabalhar a linguagem em sala de aula, executando leituras de forma meramente mecânica, “sem significado”: o discurso das professoras é vazio e não comunica aquilo que de matemática foi compreendido e interpretado (Danyluk, 1988: 178), a linguagem matemática não foi revelada, não foi compreendida e interpretada, portanto, não foi lida (Danyluk, 1988: 179).

Relata-se, ainda, a forma de condução dos alunos em sala de aula e seu papel frente a uma possível “leitura” da linguagem matemática: “Os alunos eram treinados, instruídos, condicionados e não conduzidos para a leitura da linguagem matemática” (Danyluk, 1988: 180):

“percebi, na primeira série, que o uso de expressões inadequadas da linguagem matemática apontou um dos aspectos que fizeram com que a Matemática não se mostrasse. Talvez, esse seja um dos motivos dessa ciência não ser compreendida e, conseqüentemente, ser evitada pelas pessoas. Isto não significa dizer que se os nomes dados às idéias matemáticas forem mencionadas corretamente ela será mostrada. Não é isso. É a questão do discurso esclarecedor, não vazio, de uma fala clara” (DANYLUK, 1988: 137).

Nas últimas considerações apresentadas em seu trabalho, a autora chama à atenção professores e sociedade para a importância de seus papéis na educação e

aponta as diversas dificuldades por ela percebida nas salas de aula para a “efetivação” de uma educação mais ampla e reflexiva.

Já Santos (1995), em sua dissertação de mestrado, defende que a linguagem seja valorizada como estratégia para a criação de um ambiente de comunicação do conhecimento matemático, relatando sua importância no aprendizado em sala de aula:

“Aqui minha proposta é juntar-me aos defensores da opinião definitiva e clara do papel indispensável da linguagem no processo de construção e transmissão do conhecimento através do seu aproveitamento planejado no ensino-aprendizagem de Matemática” (SANTOS, 1995: 10).

No transcorrer do trabalho este autor insistentemente aponta a necessidade de um “olhar cuidadoso” para as linguagens matemática e materna, considerando-as fundamentais no processo de ensino-aprendizagem, declaradamente, seu principal foco de atenção.

No primeiro capítulo Santos descreve algumas abordagens/tendências em educação matemática e comenta brevemente sobre o papel da linguagem dentro dessas abordagens, citando a modelagem matemática, a etnomatemática, a resolução de problemas e o laboratório de ensino.

Ao tratar da modelagem, comenta:

“[para desvelar a Matemática presente na realidade] considero que a linguagem comum e matemática desempenham importante papel no desenvolvimento do trabalho de modelagem e no estabelecimento da resposta que a Matemática oferece à questão original” (SANTOS, 1995: 18).

Algumas citações (notadamente as de Maria Queiroga Amoroso e dos Anais do I EPEM) reforçam esta sua posição. Em relação à etnomatemática, o autor defende a linguagem como “indispensável” para estabelecer as pontes entre as diversas matemáticas a serem valorizadas. Para reforçar este argumento, vale-se de D’Ambrósio, que traça um paralelo entre a passagem da etnomatemática para a Matemática e a passagem da linguagem oral para a escrita. Quanto à resolução de problemas, cita Polya para evidenciar o papel da linguagem: “antes de tudo, o enunciado verbal do problema precisa ficar bem entendido...” Polya *apud* Santos

(1995: 20). No laboratório de ensino, “a linguagem se faz presente nas fases do registro, da simbolização e da axiomatização...” (SANTOS, 1995: 21).

A partir de então, Santos apresenta alguns elementos, de caráter basicamente bibliográfico, sobre a metodologia de pesquisa, visando a argumentar sobre a importância da linguagem no ambiente de ensino-aprendizagem de matemática. No segundo capítulo do trabalho há considerações sobre as concepções do autor sobre **comunicação e linguagem**, temas centrais em seu trabalho.

Um primeiro termo para o qual apresenta definições é “significado”. São três diferentes definições: a de Philips Phenix, que fala sobre os significados contidos nas diferentes manifestações humanas (na percepção, na organização lógica, na criação artística, etc.); a de Angel Pino, autor para o qual “o significado é um componente indissociável da palavra, sem o qual esta seria um som vazio”, concepção que Santos chama de “ponto de vista semântico”; e a de Vygotsky – “o significado é um fenômeno do pensamento verbal, ou da fala significativa – uma união da palavra e do pensamento” – à qual ele chama de “ponto de vista psicológico” (Vygotsky *apud* Santos, 1995: 30). Desta forma, são apresentadas diversas noções sobre “significado”, mas sem que elas sejam aprofundadas e sem que o autor opte por uma delas para conduzir seu trabalho. Fica-nos a impressão de que, ao fim e ao cabo, o autor tratará “significado” como que num entrecruzamento entre as três concepções por ele explicitadas. Além disso, na seqüência do texto, surge o termo “sentido”, que parece ser usado como sinônimo de significado.

Trabalhando com os termos citados acima e com a noção de signo e significado, Santos define: “a linguagem é um sistema de signos socializados.” (SANTOS, 1995: 32).

Em seguida, ao tratar de “comunicação”, Santos explicita um esquema de comunicação, o de Francis Vanoye, que pressupõe alguns elementos: emissor, receptor, referente, código, mensagem e canal de comunicação, e comenta:

“Neste trabalho procuro atentar especialmente para a codificação cuidadosa e elaborada da língua comum como fator importantíssimo e indispensável para que se possa, simultaneamente ao uso de outros códigos (aqui inclui-se a linguagem matemática) e canais de comunicação próximos da compreensão dos alunos, estabelecer o entendimento verdadeiro das mensagens difundidas nas aulas de matemática” (SANTOS, 1995: 35).

Neste texto, como podemos ver, ocorrem alguns elementos que também, particularmente, nos interessam: “codificação”, “língua comum”, “linguagem matemática” e “entendimentos verdadeiros”. Ao relacionarmos a citação acima com o modelo por ele proposto (o de Vanoye), nos parece que o autor concebe a língua comum e a linguagem natural como sistemas de códigos para a transmissão de mensagens por meio de um canal. Este sistema de “codificação” nos remete à possibilidade de uma “decodificação” efetiva por parte do receptor da mensagem, desde que esse tenha acesso ao código usado:

“A partir do momento em que os signos a serem utilizados são conhecidos pelo aluno, a definição matemática estabelece-se com êxito” (SANTOS, 1995: 40).

Desta forma, o autor parece acreditar na existência de uma “comunicação efetiva”, ou na possibilidade de comunicação que se dá a partir do conhecimento dos códigos. Esta abordagem (como veremos mais adiante) diferencia-se daquela por nós adotada, já que, segundo nossas perspectivas, a comunicação efetiva é o “incomum”, acontecendo, na maioria das vezes, apenas a tentativa (ou sensação) de se estabelecer este tipo de comunicação.

No entanto, num segundo momento, Santos parece aproximar-se, ainda que de forma tênue, do que acreditamos ser a noção de jogos de linguagem de Wittgenstein, ao entender a linguagem e o sentido das palavras dadas por seu uso: “...em outras palavras, não existe um sentido comum genuíno, mas sim uma espécie de acordo implícito sobre o uso e a aplicação das palavras” (Vanoye *apud* Santos, 1995: 41) e, desta forma, “a linguagem se aprende pelo seu próprio uso.” (Vanoye *apud* Santos, 1995: 41).

No decorrer do texto, o autor continua a apontar algumas situações e a fazer diversas citações sobre a importância das linguagens em sala de aula, relacionando-as, muitas vezes, com as competências que devem ser desenvolvidas pelos alunos (segundo ele: compreender conceitos e princípios, identificar padrões, resolver problemas, comunicar idéias etc.).

A partir do capítulo III, Santos busca “colher e organizar” elementos próprios a alguns conteúdos “importantes” da matemática, de maneira a estruturar um

planejamento de aulas com a intenção de dar atenção especial à linguagem e comunicação. Dentre alguns apontamentos que ele faz no tecer desta proposta, destacamos:

“os significados atribuídos pelos alunos à palavra função devem ser aproveitados como alimentadores de uma discussão em torno do assunto, mas acima de tudo não se pode perder de vista o que realmente importa: a idéia que rege o conceito matemático” (SANTOS, 1995: 90).

Em meio às conclusões que seu trabalho aponta (no total de sete), destacamos:

“introduzir qualquer tema e esclarecer o que lhe compete só é possível com profundidade e correção quando o professor se dispõe a conversar com os alunos sobre os símbolos e a terminologia que irá utilizar, até estar convencido da apropriação pelos alunos dos seus significados” (SANTOS, 1995: 107).

E

“A interpretação, tão evidenciada na resolução de problemas, não deve ser só aí considerada. Uma correta interpretação é igualmente indispensável na demonstração de teoremas, na apresentação de propriedades e no estabelecimento de definições” (SANTOS, 1995: 108).

No que se refere ao tema “linguagem e educação matemática”, nos deparamos com o trabalho de Frade & Borges (2006), *The Tacit-Explicit Dimension of The Learning of Mathematics: An Investigation*, publicado no *International Journal of Science and Mathematics Education* como uma síntese elaborada a partir de três trabalhos apresentados no ICME-10. Neste trabalho os autores refletem sobre aspectos do aprendizado matemático baseados na perspectiva de Paul Ernest e sobre a noção de conhecimento tácito de Polanyi.

“/.../ temos trabalhado nesta temática apontando para um melhor entendimento da dimensão tácito-explícita do ensino e aprendizagem da matemática” (FRADE & BORGES, 2006: 294, tradução nossa¹).

Os chamados “aspectos tácitos” referem-se a determinados conhecimentos sobre experiências ou práticas que não podem ser totalmente comunicados por regras ou palavras (FRADE & BORGES, 2006: 294²). Outro teórico que também é trazido à tona por estes autores é Schoenfeld, autor comparado a Ernest quanto a seu

¹ /.../ we have been working on this subject aiming at a better understanding of the tacit-explicit dimension of mathematics teaching and learning.

² knowledge built upon experiences or practices which cannot be fully communicated by rules or words

modelo de conhecimento matemático, posto que ambos trazem, em seus modelos, aspectos que possibilitam considerar o conhecimento tácito:

“Esta conexão entre a estrutura de Schoenfeld e o modelo de Ernest nos tem sido muito útil para desenvolver nosso entendimento sobre as múltiplas facetas do conhecimento matemático e nosso entendimento sobre o pensamento matemático” (FRADE & BORGES, 2006: 295, tradução nossa³).

Num primeiro momento, Frade e Borges analisam currículos de diversos países destacando os referenciais acima citados, o que lhes permitiu concluir que há “uma forte similaridade entre os objetivos propostos nestes países; e o predomínio de muitos componentes tácitos mais que explícitos nos objetivos destes currículos”⁴.

O próximo passo foi confrontar a teoria de Polanyi com o modelo de Ernest. Dentre os diversos usos e significados dados para a expressão “conhecimento tácito” de Polanyi, Frade e Borges optaram por adotar aquele segundo o qual o conhecimento tácito é um “conhecimento que atua como subsidiário ou instrumental na aquisição de um outro conhecimento”⁵ (FRADE & BORGES, 2006: 296).

Para este estudo, eles exploraram afirmações de estudantes sobre figuras planas e espaciais, em episódios gravados em áudio e posteriormente transcritos. Com base nesses dados, desenvolveu-se uma análise que permitiu aos autores elencar sete categorias:

“*Surfaces/mathematical*” (esta categoria representa os tipos de conhecimentos tácitos e foi constituída a partir de indicativos sobre quais signos os alunos mobilizaram para descrever características de algumas superfícies sólidas⁶); ; “*Capacity/mathematical*” (esta categoria corresponde aos tipos de conhecimentos tácitos mobilizados pelos alunos para caracterizar conceitos de capacidade e volume dos sólidos⁷); “*Width/mathematical*” (esta categoria foi constituída a partir das pistas dadas pelos estudantes de que eles usaram seus conhecimentos sobre largura ou profundidade de objetos tridimensionais: largura ou

³ *This connection between Schoenfeld's framework and Ernest's model has been very helpful to us in developing our understanding of the multiple facets of mathematical knowledge, and our understanding of mathematical thinking*

⁴ */.../ a strong similarity among the curricular goals proposed by these countries; /.../ the prevalence of the mainly tacit components over the mainly explicit in such curricular goals.*

⁵ *knowledge that functions as subsidiary or instrumental to the acquisition of other knowledge.*

⁶ *This category represents the types of tacit knowledge clues to which are signs that the student had mobilized characteristics of some solids surfaces*

⁷ *This category corresponds to the types of tacit knowledge clues to which are signs that the student had mobilized either the concept of capacity or the concept of volume of solids*

profundidade⁸); *“Rigid movement/mathematical”* (os tipos de conhecimento tácito usados pelos estudantes sugerem que eles desenvolveram as tarefas recorrendo às várias perspectivas sob as quais uma figura espacial pode ser observada – por rotação, translação ou reflexão, por exemplo⁹); *Bending (non-plane)/mathematical* (esta categoria reúne indicativos de que os estudantes, a partir de seus conhecimentos, consideraram a impossibilidade de deslizar como propriedade inerente às figuras espaciais em questão¹⁰); ***“Tangible reality/mathematical”*** (os indícios dados pelos estudantes indicam que eles elaboraram suas compreensões focalizando a ontologia das entidades envolvidas: uma concepção que figuras espaciais são reais porque são concretas ou tangíveis, enquanto figuras planas não são vistas como reais por não serem concretas¹¹); e, finalmente, *“Metacognition/non-mathematical”* (categoria que corresponde aos tipos de conhecimentos tácitos evidenciando que os estudantes se mostraram conscientes da sua aprendizagem, isto é, manifestaram certo controle e/ou reflexão sobre suas ações¹²)” (FRADE & BORGES, 2006: 302, tradução e negritos nossos).

Desta forma, os autores enfatizam as possíveis contribuições do conhecimento tácito ao explícito, evidenciando – e categorizando – indícios de momentos em que o conhecimento tácito pode ter sido utilizado pelos estudantes na aquisição de novos conhecimentos. Nossa opção para este nosso trabalho, como tentaremos explicitar mais claramente nos capítulos seguintes, não recaiu sobre “aquilo que não pode ser dito” – o tácito: optamos por, de forma explícita, dirigir nosso olhar para o que é, efetivamente, dito em sala de aula. No entanto dentre as categorias elencadas por estes autores, uma nos chama especial atenção – aquela que aglutina as pistas, coletadas pelos autores no trabalho de campo, segundo as quais percebe-se uma vinculação entre os objetos e sua “natureza ontológica” pois, como veremos, esta

⁸ Here, the clues provided by the student indicate that he/she has used his/her own knowledge about an inherent property of three dimensional objects: either width or depth

⁹ The types of tacit knowledge used by the student suggest that he/she had elaborated his/her understanding of the task from the various perspectives in which the spatial figures can be seen if we rotate, translate or reflect them, for example

¹⁰ This category represents the tacit knowledge clues to which are signs that the student had mobilized her own knowledge about an inherent property of the spatial figures, which prevent them from falling over

¹¹ Here, the clues provided by the student indicate that he/she had elaborated his/her understanding of the task using his/her ontological conception of the entities involved: a conception that spatial figures are real because they are concrete or tangible, while plane figures seem not to be real because they are not concrete

¹² This category corresponds to the types of tacit knowledge clues to which are signs that the student was conscious of his/her learning. The student somehow expressed a control of and/or reflection about his/her actions

mesma “tangibilidade” das figuras espaciais está presente em nossos dados, podendo também ser notada no trabalho de Silva (2003)¹³.

Dentre os trabalhos consultados na busca de um levantamento bibliográfico sobre nossa temática de pesquisa, encontramos a dissertação de mestrado de Garnica (1992), *A Interpretação e o fazer do professor: possibilidade do trabalho hermenêutico na Educação Matemática*. Neste trabalho, o autor estuda a interpretação de textos na sala de aula, visando a analisar a possibilidade de transformar a atividade do professor num processo hermenêutico. Para isso ele se apóia na Hermenêutica de Ricoeur, que toma como elementos principais o **texto** e o **discurso**. Ricoeur concebe a linguagem como discurso, manifestação de nossas compreensões, e discurso como articulação da inteligibilidade. Garnica, ainda apoiado em Ricoeur, trabalha também com a noção de texto (diferente da que usaremos), a qual se caracteriza como um discurso fixado por meio da escrita. Quanto à **leitura**, ela “é olhada como a compreensão da expressão de uma linguagem e não apenas como a decifração de traços codificados e impressos no papel.” (DANYLUK, 1989: 32, apud GARNICA, 1992: 7). Neste sentido, leitura, para este autor, é abordada de forma diferente do modo que vemos a abordagem dada por Santos (1995) por exemplo, que nos parece conceber leitura como decodificação de uma mensagem a partir de regras bem estabelecidas.

Olhando para a atividade do professor em sala de aula, Garnica concorda com Bicudo (1991), apontando o professor como um intérprete da disciplina em que atua, tentando torná-la clara para seus alunos, discursando o que compreende sobre aquele assunto (tema) na tentativa de tornar familiar ao aluno aquilo que não o era: essa é uma das dimensões da Hermenêutica – falar (e ouvir) de modo a construir um horizonte comum no qual as compreensões podem estar enraizadas (GARNICA, 1992: 14).

¹³ Em Silva (2003:60) há o relato de dois alunos que discutem o R^2 e o R^3 a partir de muitas perspectivas; evidenciando aspectos de (diversas) produções de significados para estas “noções”. Um dos os alunos mostra compreender melhor aspectos do R^3 pois tudo que percebe ao seu redor são elementos tridimensionais, não conseguindo elementos para associar ao R^2 .

Dentre os conceitos utilizados nessa dissertação, a fim de analisar a possibilidade do trabalho do professor como hermenêuta, está o de “significação” que, a nosso ver, parece convergir para a qual adotamos neste trabalho:

“a significação é, portanto, um fator preponderantemente idiossincrático, variando de um [leitor] para o outro. Ela não está no texto, ao modo que uma “coisa” estaria. Ela é atribuída pelo leitor” (GARNICA, 1992: 22).

Esta visão de significação, à primeira vista, poderia parecer incompatível com o texto matemático que, segundo Garnica, é comumente caracterizado como “apresentacional”, e desvinculado de elementos históricos e contextuais, com os quais a compreensão do texto poderia ser enriquecida e, talvez, em alguns casos, possibilitada. A dificuldade de compreensão deste tipo de texto (o da Matemática) é potencializada dado que o texto, em suas séries de encadeamentos simbólicos, freqüentemente induz a interpretações efetivadas de modo meramente tecnicista.

Após citar Machado, no que tange à impregnação mútua entre linguagem natural e linguagem formal no texto matemático, Garnica (1992), acrescenta que, mais do que não incorporar os significados atribuídos cotidianamente a termos e expressões, o texto matemático parece rejeitá-los. As especificidades das significações, muitas vezes, nada (ou muito pouco) se relacionam ao mundo cotidiano. Dada esta natureza do texto da matemática e a dificuldade de compreensão relatada anteriormente, surge a questão de “como ultrapassar esse aspecto meramente apresentacional do texto matemático?”

Esta questão percorre todo o texto, e um dos encaminhamentos percebidos pelo autor nos interessa particularmente: trata-se de buscar incorporar a língua materna à matemática, para a leitura do mundo, possibilitando assim, ao leitor (aluno), ver a Matemática não mais somente segundo uma concepção platônica (GARNICA, 1992: 28). Ao longo do texto, Garnica acrescenta, após análises do material coletado¹⁴, que a importância destas duas linguagens deve ser relativizada, ressaltando aspectos da impregnação mútua defendida por Machado (1990). Em alguns momentos defende que, para algumas situações, a linguagem artificial da

¹⁴ Trabalhou com um aluno do curso de Variáveis Complexas da licenciatura em Matemática, em encontros extra-sala nos quais ambos, professor/pesquisador e estudante, puderam discutir textos e analisar uma produção do aluno referente aos estudos desenvolvidos. Anotações sobre esses encontros estão disponíveis, na íntegra, no trabalho.

matemática seria mais satisfatoriamente empregada do que a natural. Quanto a esta impregnação, relata também a existência de dificuldades em relacionar termos da Matemática com termos cotidianos, como por exemplo, o CORPO da álgebra com o NOSSO CORPO, o que soaria artificial e poderia não contribuir para a atribuição de significados pretendida pelo processo hermenêutico (GARNICA, 1992: 49).

Da análise dos dados coletados, surgem inicialmente algumas unidades de significado (num total de 38) que passarão por uma série de convergências que, por sua vez, darão base a uma análise “mais fina”, da qual resultará sua conclusão, juntamente com uma proposta pedagógica para o trabalho do professor como hermeneuta. Dentre estas unidades, destacamos algumas que nos pareceram importantes por se relacionarem ao nosso trabalho, pois eventos semelhantes também se tornaram presentes em nossos dados: Silêncio; Diálogo; Analogia; Contexto; Contextualização; Significado; Explicitar significados; Texto didático; Sentido das palavras; Comunicação; Significado nebuloso; Gestualidade; Forma mecanicista; Auxílio do dicionário.

Dentre os apontamentos (“conclusões”) permitidos a partir das análises, selecionamos alguns que nos interessavam particularmente: é possível uma análise hermenêutica dos textos matemáticos; o aluno pensa que o uso da linguagem simbólica dificulta a compreensão e, por isso, tenta fugir dela; as linguagens gráfica e natural mostram-se significativas para o aluno; cabe ao professor relativizar a importância da linguagem natural, indicando momentos em que a linguagem formal seria mais adequada.

A partir da página 159, uma proposta pedagógica de ação hermenêutica com o texto de matemática é esboçada, pressupondo um fluxo dialógico na sala de aula “aluno ↔ professor ↔ texto”. A proposta questiona a necessidade de cumprimento rigoroso e seqüencial do programa e aponta para a necessidade da escrita por parte dos alunos, referenciando-se a Snyders e Danyluk (GARNICA, 1992: 162).

Desta forma, o trabalho de Garnica nos traz alguns elementos que pretendemos abordar em nossa dissertação, como por exemplo o texto, o discurso, a leitura, significação, atividade do professor etc. Como tentamos relatar acima, em alguns momentos o tratamento destes elementos, em Garnica (1992), aproxima-se do que adotaremos neste trabalho, enquanto outros fatores, dos quais nos manteremos

afastados (por exemplo, a opção por um tratamento fenomenológico quanto ao uso da linguagem em sala de aula ou a opção por uma metodologia plasmada também na Fenomenologia) nos serviram de reflexão e questionamento quanto às posturas por nós adotadas como professor e pesquisador.

Alguns trabalhos vinculados ao grupo de pesquisa Sigma-T¹⁵ também nos proporcionaram compreensões sobre esta temática. Essas produções não têm a linguagem como foco central, mas sim as produções de significado e os modos como essa produção ocorre/pode ocorrer. Trataremos, neste levantamento bibliográfico, de três trabalhos nessa vertente: Silva (2003), Linardi (2006) e Julio (2007).

Silva, em sua tese de doutorado, trata da *Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática* (SILVA, 2003). Neste trabalho o autor aprofunda questões e noções do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS ou, mais simplesmente, MCS). Logo no primeiro capítulo há uma discussão sobre a “gênese” do MTCS, no que estão privilegiadas a apresentação e a análise da tese de doutorado de Romulo Campos Lins “*A framework for understanding what algebraic thinking is*” (LINS, 1992) e de alguns trabalhos mais recentes relacionados ao MTCS, como por exemplo, a dissertação de mestrado do próprio autor (Silva, 1997). Segundo Silva, algumas questões/interesses levaram ao desenvolvimento do modelo:

- “i) O interesse em olhar para processos, em oposição a olhar para estados ou produtos;
- ii) O interesse por uma leitura positiva do processo de produção de significados para a matemática, isto é, o interesse em entender o que as pessoas dizem e por que dizem, em oposição a olhá-las pelo erro, pela falta;
- iii) A busca de uma explicação plausível para o processo de produção de significados para a matemática” (SILVA, 2003: 22).

O trabalho aqui resenhado, em específico, muda o foco das temáticas até então desenvolvidas nos estudos que se utilizaram o MTCS como referencial teórico, procurando voltar-se para “o processo de produção de significado” e não mais para

¹⁵ Grupo de Pesquisa coordenado pelo Prof. Dr. Romulo Campos Lins que tem como participantes Adelino Candido Pimenta, Rejane Siqueira Julio, Carlos Alberto Francisco, Viviane Cristina Almada de Oliveira, Everton Pereira Barbosa, Amarildo Melchiades da Silva, Patrícia Rosana Linardi, Regina Ehlers Bathelt, Teresita Noriega, João Carlos Gilli Martins e João Ricardo Viola dos Santos.

os possíveis “significados que podem ser produzidos” (SILVA, 2003: 23). Para isso, aprofundam-se as discussões sobre algumas noções trazidas à cena pelo MTCS e foca-se, também, a noção de atividade de Leontiev e os métodos de investigação e análise de Vygotsky.

No capítulo de revisão bibliográfica, além de tratar sobre Leontiev e Vygostky, o autor faz um levantamento sobre trabalhos relacionados à produção de significado, alertando para o fato de muitos trabalhos usarem expressões similares (como significado, atribuição de significado, conhecimento, etc.) às utilizadas no MTCS sem, no entanto, explicitarem devidamente suas posições epistemológicas:

“Os artigos em Educação Matemática estão recheados de frases envolvendo “conhecimento do aluno”, “conhecimento matemático” e “significado”, mas em quantos deles podemos encontrar uma discussão do que estas coisas querem dizer ou mesmo uma indicação de teorias às quais o leitor deveria se referir para encontrar o ponto de vista adotado pelo autor do artigo? Muito poucos, poucos demais, eu diria” (LINS apud SILVA, 2003: 26).

Após estas apresentações teóricas, Silva explicita a trajetória de sua pesquisa de campo. Tendo caráter etnográfico, sua investigação pretendeu “obter uma descrição minuciosa das ações enunciativas dos sujeitos envolvidos em atividades de produção de significados para a Matemática” (SILVA, 2003: 49). Para isso, o autor acompanhou a disciplina “Álgebra Linear”, oferecida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro. Além de acompanhar esta disciplina, Silva entrevistou alguns alunos e, previamente, tomou contato com uma disciplina da graduação similar (uma espécie de “piloto” para sua coleta) quando pôde entrar em contato com alguns alunos e repensar a problemática de sua pesquisa. Além das transcrições, grande parte do material foi filmado (aproximadamente 30 horas). Sobre a utilização da filmagem¹⁶ na pesquisa, afirma o autor:

“A filmagem em vídeo pode [...] capturar múltiplas pistas visuais e auditivas que vão de expressões faciais a diagramas no quadro-negro, e do aspecto geral de uma atividade a diálogos entre professor e alunos. [O vídeo] é menos sujeito ao viés do observador que anotações baseadas em observação, simplesmente porque ele registra informações em maior densidade” (MEIRA apud SILVA, 2003: 55).

¹⁶ O tema da coleta de dados vinculada a filmagens nos interessa particularmente, dado ser esta a abordagem pela qual optamos neste nosso trabalho.

A respeito do seu método de análise, apresentado no quarto capítulo, Silva apresenta as seguintes características:

- i) A análise é desenvolvida considerando o processo de comunicação proposto pelo MTCS, constituído pela tríade: autor-texto-leitor;
- ii) A atividade, no sentido proposto por Leontiev, é tomada como unidade de análise;
- iii) A análise toma como premissa uma “leitura positiva” da produção de significados dos sujeitos de pesquisa” (SILVA, 2003: 60).

Neste mesmo capítulo o autor traz ainda diversas considerações sobre comunicação, em especial as adotadas pelo MTCS, que seguem uma visão “não tradicional” da comunicação, ou seja, que questionam a “fidelidade” desta, a existência ou não da “comunicação efetiva”. Para tanto, Silva traz à cena autores como Aristóteles, Berlo, Derrida e Lins. Segundo Lins – que sintetiza a abordagem de Silva:

“/.../ temos a noção de que a comunicação efetivamente acontece porque as mensagens emitidas referem-se ao mundo que é objetivo: por exemplo, se digo “o gato está deitado sobre o tapete”, cada elemento dessa mensagem corresponde diretamente ao elemento da realidade (objetiva), e por isso posso compreendê-la. Esta visão é fortemente criticada por lingüistas como George Lakoff, mas mesmo assim persiste no senso comum: entendemos as mensagens porque elas se referem às coisas como elas efetivamente são” (LINS apud SILVA, 2003: 61).

As discussões do autor sobre comunicação e sobre elementos do MTCS nos auxiliaram na constituição de nossas compreensões sobre a linguagem (e comunicação) e também sobre o próprio modelo (MTCS). Algumas destas noções, por nós utilizadas, serão devidamente apresentadas e discutidas posteriormente, em momento mais oportuno. Por agora pretendemos apenas apresentar de modo geral as pesquisas que nos ajudaram a constituir nossas compreensões sobre a temática e dar um “panorama” sobre as produções mais diretamente relacionadas a este nosso trabalho.

Silva, em seu trabalho, relata um evento ocorrido durante sua coleta de dados que nos chamou especial atenção, pois muito se assemelha a eventos por nós percebidos em nossos dados: alunos discutem o R^2 e o R^3 valendo-se de muitas perspectivas e durante tal discussão são evidenciados aspectos de (diversas) produções de significados para estas noções. A abordagem vai ao encontro daquela

proposta por Frade & Borges sobre a “existência real”, a “tangibilidade” das figuras espaciais – que os alunos relacionam ao R^3 – e a não “existência real” das figuras planas – que os alunos associam ao R^2 .

Outras noções trazidas pelo autor aqui resenhado que nos serão úteis posteriormente, são as de abstração e idealização, agora vistas segundo a perspectiva de Davis e Hersh. Ainda no mesmo capítulo Silva trata de outras noções importantes para sua análise: o novo, o dado, objeto e núcleo.

Sua análise envolve a produção de significados que, em síntese, envolve:

- i) A constituição de objetos - coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos - que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos;
- ii) A formação de um núcleo: as estipulações locais, as operações e sua lógica;
- iii) A produção de conhecimento;
- iv) Os interlocutores;
- v) As legitimidades, isto é. o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade” (SILVA, 2003: 77).

Para o autor os objetos são constituídos no interior de atividades por aquilo que o sujeito diz que eles são (SILVA, 2003: 21), produzindo assim significados para estes objetos, ou seja:

“Num conhecimento produzido, a crença-afirmação corresponde ao que é novo, ao passo que a justificação corresponde ao que é dado. Justificações estabelecem um vínculo entre crenças-afirmações e núcleos, que são um conjunto de objetos já estabelecidos e em relação aos quais o significado esta sendo produzido” (LINS apud SILVA, 2003: 69).

Para nós, não é foco aprofundar no processo de produção de significado, no entanto, compreender melhor este processo dentro do referencial por nós adotado e apresentá-lo sinteticamente ao possível leitor deste nosso trabalho contribui no sentido de melhor “lermos” as salas de aula segundo o MTCS para o nosso foco de pesquisa.

O segundo estudo desenvolvido no Sigma-T a ser aqui resenhado é o de Linardi (2006), uma tese de doutorado que visa aos *Rastros da Formação Matemática na Prática Profissional do Professor de Matemática*. Neste trabalho, a autora busca compreender o que o/a professor/a toma como base para sua prática. O segundo capítulo deste trabalho apresenta um panorama histórico sobre a constituição dos

cursos de licenciatura no Brasil, abordando as diversas reformas ocorridas ao longo da história, passando pela criação das disciplinas integradoras, pela criação de fóruns permanentes nos anos 90 e por questões e pesquisas elaboradas mais recentemente. Esse panorama auxilia a autora a destacar certa negligência das investigações quanto à formação matemática (específica) do professor de Matemática.

As reflexões sobre as reestruturações das licenciaturas levam a autora a uma diferenciação de significados julgada necessária: aquela entre a matemática dita “do matemático” e a matemática do “professor de matemática”: em contraposição à matemática dos matemáticos (que se configura como definicional, internalista e simbólica, tendo ponto forte paralelo com a agenda do grupo Bourbaki), Linardi sugere que a formação matemática do professor seja pensada em termos de produção de significados em sala de aula e não apenas em termos desta “matemática do matemático”.

Como vemos, o foco de seu trabalho não é propriamente “semelhante” ao nosso trabalho, no entanto estas diferenciações das *matemáticas* nos servirão de apoio para pensarmos a sala de aula como um ambiente híbrido e dinâmico. Além disso, o trabalho de Linardi também nos serviu de apoio para melhor compreendermos parte de nosso referencial teórico, o Modelo Teórico dos Campos Semânticos, do qual ela se vale, por exemplo, ao realizar o que chama de “leitura plausível” (que também nos servirá como ferramenta e que discutiremos oportunamente).

O relato disponibilizado em Linardi sobre as dificuldades em encontrar professores dispostos a participar da pesquisa também nos serviu de guia, ao pensarmos nas estratégias metodológicas que usaríamos nesta nossa investigação.

Dentre os trabalhos do Sigma-T, um nos desperta especial interesse (JULIO, 2007) dado que a autora vale-se, ao mesmo tempo, dos mesmos dois autores que escolhemos para esta nossa pesquisa. Rejane Siqueira Julio (2007), em sua dissertação de mestrado *Uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para ‘dimensão’*, exercita uma “aproximação” entre o MTCS e a filosofia de linguagem do segundo Wittgenstein. Especificamente, a autora procura “ler” as produções de significado à palavra “dimensão”, utilizando a noção de *jogos de linguagem* para analisar frases do cotidiano que contêm o termo em questão.

Para a análise destes termos no cotidiano a autora utilizou:

- “- frases ouvidas por nós ou frases que as pessoas ouviam e nos enviavam;
- frases de livros, revistas, de material escrito, em geral, onde apareceu a palavra ‘dimensão’;
- frases da internet” (JULIO, 2007: 39).

Para focar a linguagem, em especial a dada no uso, a autora traz à tona Wittgenstein e sua filosofia de linguagem das *Investigações Filosóficas*, explicitando, no quarto capítulo, os modos de entendimento da linguagem segundo este autor, conhecido, nessa fase, como “o segundo Wittgenstein”:

“Aprendemos o significado das palavras aprendendo a utilizá-las, da mesma forma que aprendemos a jogar xadrez, não pela associação de peças a objetos, mas sim pelo aprendizado dos movimentos possíveis para tais peças [...]. Uma proposição constitui um lance ou uma operação no jogo de linguagem; seria destituída de significado na ausência do sistema de que faz parte. Seu sentido é o papel que desempenha na atividade lingüística em curso [...]. Assim como no caso dos jogos, os lances possíveis dependem da situação (posição no tabuleiro), e, para cada lance, certas reações são inteligíveis, ao passo que outras são rejeitadas” (GLOCK *apud* JULIO, 2007: 47).

Vinculado a estes usos, Wittgenstein estabelece a noção de “jogo de linguagem”, que será detalhadamente trabalhada por nós posteriormente. Julio, ainda, traça aproximações entre o MTCS e os *Jogos de Linguagem*:

“Pensando em termos do MCS, mudar de jogo de linguagem significa mudar de *núcleo*, isto é, ‘um conjunto de estipulações locais que, num dado momento e dentro de uma atividade, estão em jogo’, onde estipulações locais são afirmações que localmente não precisam ser justificadas” (JULIO, 2007: 58).

E,

“Quando o núcleo muda, passamos a operar num outro campo semântico, que é a ‘atividade de produzir significado em relação a um núcleo’ ou passamos a operar num outro jogo” (JULIO, 2007: 59).

A autora utiliza a noção de *jogos de linguagem*, em especial, para focar algumas enunciações, e quando faz isso traz à tona também a noção de “leitura positiva”:

“Quando alguém fala e aplica *dimensão* diferentemente de uma outra pessoa, Wittgenstein (1985) diria que elas não estão no mesmo jogo de linguagem, que houve ou um erro de aplicação da regra ou um outro modo de operar com a regra (que gera um outro jogo de linguagem nem melhor, nem pior que o anterior, é um outro jogo). Já no MCS, quando lemos que as pessoas operam diferentemente com uma noção, o que queremos não é caracterizá-la pela falta, dizendo que ela não está no mesmo jogo de linguagem que o nosso, ou que houve um erro, que a pessoa não está

sabendo operar com algo, que falta a essa pessoa conteúdo ou desenvolvimento intelectual” (JULIO, 2007: 59).

Em suas cerzaduras finais, Julio revitaliza alguns motivos que a apóiam na opção por utilizar um outro referencial além do MTCS:

“...como Wittgenstein considera que designar é um primeiro lance no jogo de linguagem, começamos aplicando definições ostensivas para *dimensão*, de acordo a nossa leitura das frases, para, em seguida, identificarmos os jogos de linguagem e discutirmos os usos de *dimensão*. No entanto, vimos que para as idéias relacionadas com os jogos de linguagem de Wittgenstein, o modo como usamos uma noção vai dizer se estamos ou não num dado jogo de linguagem e não o que está acontecendo especificamente nesse dado jogo. Por isso passamos aos termos do MCS, pois o Modelo nos fornece ferramentas para olhar o que está acontecendo localmente, ao invés de fazer uma leitura dizendo que coisas estão fora ou não de um jogo, ou, para ser mais técnica, um campo semântico; ele permite fazer uma tentativa de leitura plausível dos processos de produção de significados, olhando para a produção de significados que estão ocorrendo em relação a um núcleo, como uma pessoa faz o que fez, com vista a uma interação, um compartilhamento de espaços comunicativos” (JULIO, 2007: 94).

O benefício de utilizar este outro referencial, segundo este trabalho, está na possibilidade de identificar *jogos de linguagem*, o que não nos parece ser possível apenas no trabalho com os núcleos. Acrescenta ainda, ao justificar o uso destes dois referenciais, que o MTCS oferece ferramentas para um olhar no processo (local), ao passo que os jogos de linguagem permitem olhar para algo mais delimitável e identificável.

Desta forma, em um dos capítulos de seu trabalho, Julio observa os vários usos do termo “dimensão”, e os caracteriza assim em vários jogos de linguagem, por exemplo:

“...*dimensão* faz parte de vários jogos de linguagem e estes são possíveis de serem identificados se olharmos para o contexto em que são jogados, em que a palavra *dimensão* está sendo usada;” (JULIO, 2007: 92).

E nos mostra alguns dos jogos de linguagem nos quais este termo pode ser incluído: “o jogo de linguagem da álgebra linear, o jogo de linguagem da topologia” (JULIO, 2007: 94).

No entanto Julio não deixa de aproximar-se das produções de significado segundo o MTCS. No parágrafo abaixo temos a tentativa de “identificar” núcleos para o termo em questão:

“Concordamos com Silva (2003) de que a questão da legitimidade na produção de significados foi recorrente no processo, bem como o processo de nucleação (constituição e transformações de núcleos), onde podem ocorrer mudanças, transformações nas estipulações locais, como foi o caso do grupo de Betty (que antes pensava *dimensão* geometricamente e depois mudou as estipulações e passou a pensar *dimensão* algebricamente) ou podem se manter estáveis (as estipulações locais se mantêm as mesmas) – como no caso apresentado no parágrafo anterior – , a grosso modo” (JULIO, 2007: 78-79).

Como podemos perceber, a legitimidade dos usos de determinados termos, está relacionada às estipulações locais dos seres envolvidos, no entanto, pela dinamicidade dos núcleos torna-se difícil a percepção destas estipulações locais (pois normalmente não são ditas, estão no que é *dado*) ao passo que “os usos” se manifestam nas falas.

Faremos ainda, em nosso trabalho, outras considerações sobre o uso destas duas abordagens teóricas, ainda apoiados nos trabalhos aqui descritos.

1.3. Sobre a linguagem: modos de compreender esse termo e/para fundamentar nossa investigação

Neste trabalho abrangemos questões relativas à linguagem (ou às linguagens) disparada(s) no processo de ensino/aprendizagem de matemática em situações de sala de aula. Assim, nos cabe inicialmente esclarecer o que entendemos por “linguagem” para então explicitarmos o tipo de investigação que pretendemos fazer.

Nossa primeira busca por referências que definissem o termo “linguagem”, e sobre as quais pudéssemos nos fundamentar, nos fez descobrir uma dezena de significações. Algumas das abordagens encontradas tomavam a “linguagem” como desligada da lingüística, independente dos que a usam, como uma linguagem “pura”, sem contradições, capaz de transmitir idéias com precisão. Além disso, julgavam a linguagem comum (língua natural) como limitada, enganadora¹⁷, uma “deformação da linguagem ideal”. Notamos que, de alguma forma, cada uma dessas definições estava ligada a visões epistemológicas particulares. Coube-nos, então, eleger aquela que estivesse de acordo com nossa visão de mundo.

No segundo semestre de 2007, cursando a disciplina Filosofia da Educação Matemática no Programa de pós-graduação em Educação Matemática PGEM – Rio

¹⁷ Neste sentido temos Frege, Russel e “o primeiro” Wittgenstein.

Claro¹⁸, os professores nos apresentaram Wittgenstein e suas concepções de linguagem. Uma primeira leitura do *Tractatus Logico-philosophicus* (WITTGENSTEIN, 1968) nos apresentava uma visão de linguagem que não condizia com nosso pensamento, pois parecia buscar a essência do funcionamento de uma linguagem ideal ou, como diz Costa (2003: 25) “... uma típica filosofia da linguagem ideal” ou, segundo Marques (2005: 15) “...uma tentativa de determinação dos limites daquilo que pode ser pensado...”. Também neste aporte percebemos uma preocupação com a “essência” da proposição. No entanto, buscávamos algo que desse conta de explicar fenômenos cotidianos, não ideais. Queríamos compreender situações que ocorrem usual, natural, cotidiana e rotineiramente em sala de aula: buscávamos focar mais “como é usada a linguagem” do que “de onde vem a linguagem”.

No entanto, no texto *Investigações Filosóficas* de Wittgenstein, identificamos um “segundo” Wittgenstein¹⁹ que nos permitia compreender uma teoria da linguagem mais assentada na linguagem ordinária, mais próxima de como ela efetivamente funciona, se manifesta.

1.3.1. O Segundo Wittgenstein e sua concepção de linguagem

A linguagem no *Investigações Filosóficas* (WITTGENSTEIN, 1979) é tomada de forma muito menos “absoluta” que no *Tractatus*. Poderíamos até dizer que, em sua segunda fase, o autor trata o termo de uma forma relativista, no sentido de que suas posições, nesse momento, não estabelecem algo como que uma verdade absoluta nem mesmo tenta explicitar uma definição “definitiva” para a linguagem: Wittgenstein fala sobre ela, sobre seu funcionamento e dá abertura para considerarmos as diversas situações em que ela ocorre, situações em que as “regras” de seu uso são estabelecidas por aqueles que a usam.

Este modo como ele “fala sobre” a linguagem, sobre jogos de linguagem, é justamente o que ele propõe em sua filosofia de linguagem, não definições

¹⁸ “Tópicos de educação matemática: filosofia da educação matemática” - disciplina multi-institucional e bastante ousada por sua forma: deu-se por meio de interações simultâneas entre os Programas de Pós-Graduação da UNICAMP, UNESP e UFPR.

¹⁹ Comumente divide-se a filosofia de Wittgenstein em duas fases, uma primeira marcada pelo *Tractatus Logico-philosophicus* e uma segunda marcada pelo *Investigações Filosóficas*, comumente fala-se também em primeiro e segundo Wittgenstein, referindo-se a suas fases.

fechadas, fixas, mas tão somente a possibilidade de falar sobre ela em determinadas situações, contextos.

No *Investigações Filosóficas* Wittgenstein nos traz, ao invés de um estudo da linguagem, um entendimento SOBRE linguagens, SOBRE os modos como são usadas, SOBRE como ocorrem e o que são **jogos de linguagem**: o foco está no uso que se faz dessas linguagens.

Um ponto principal, em meio a essas disposições, é que, para este “segundo” Wittgenstein, não existe algo comum e essencial a todas as linguagens, mas apenas semelhanças que podem variar de um jogo de linguagem para outro. Para este autor cada *forma de vida*²⁰ possui sua maneira de usar a linguagem. É o uso da linguagem que faz com que uma determinada forma de vida constitua-se como tal, pois cada forma de vida estabelece o modo como as palavras, expressões e gestos são utilizados e como são, conseqüentemente, negociados significados para essas palavras, expressões e gestos. Facilmente podemos encontrar em nosso cotidiano expressões usadas de formas diferentes, conforme o meio e a situação. Uma simples consulta a um dicionário nos poderia mostrar os inúmeros usos de uma mesma palavra. Podemos dizer que estas “diferenças”, como tratadas no *Investigações Filosóficas*, nos ajudarão na busca do entendimento das questões relativas à linguagem, que é a proposta deste trabalho.

A estes diversos modos de uso Wittgenstein dá o nome de **Jogos de Linguagem**, nos trazendo inúmeros exemplos, sugerindo que imaginemos sua multiplicidade:

“Comandar, e agir segundo comandos –
 Descrever um objeto conforme a aparência ou conforme medidas –
 Produzir um objeto segundo uma descrição (desenho) –
 Relatar um acontecimento –
 Expor uma hipótese e prová-la –
 (...)
 Representar teatro –
 Cantar uma cantiga de roda –
 Resolver enigmas – ...” (WITTGENSTEIN, 1999: 35).

²⁰ Wittgenstein utiliza a expressão “forma de vida” no *Investigações Filosóficas*, sempre relacionando os jogos de linguagem às formas de vida. Segundo CONDE (1998: 101), é nas formas de vida, no contexto da vida, que os jogos de linguagem encontram sustentação. Para GOTTSCHALK (2008: 80), Wittgenstein se utiliza desta expressão para “designar nossos hábitos, costumes, ações e instituições que fundamentam nossas atividades em geral, envolvidas com a linguagem.”

Mais a frente nos traz que não existe uma essência dos jogos de linguagem “e portanto da própria linguagem” (WITTGENSTEIN, 1999: 52), mas que estes diversos jogos de linguagem possuem semelhanças uns com os outros, assim como as **semelhanças de família**. Semelhanças que podem estar presentes de um jogo para o outro, e outras semelhanças que se referem a um terceiro, mas que não necessariamente estão contidas em **todos** os jogos de linguagem. O termo, semelhança de família, é empregado no sentido que assim se estabelecem as semelhanças entre os membros de uma família, primos podem ter certas características em comum e cada um deles características que os assemelham a seus pais e outras que os assemelharão a seus filhos, etc.

O termo jogo também é bastante discutido por ele, apontando sempre para a ausência de “essência” para os jogos, de conceitos “precisos” sobre eles: “pode-se dizer que o conceito ‘jogo’ é um conceito com contornos imprecisos” (WITTGENSTEIN, 1999: 54).

Como vimos, este segundo Wittgenstein está mais preocupado com a multiplicidade do que com uma unidade, e desta forma olhar para a linguagem (assim como os jogos de linguagem) depende do modo de uso numa dada situação, os significados das palavras e expressões são os modos como se estabelecem seus usos.

Trazer Wittgenstein e os *jogos de linguagem* para estas reflexões contribui com a possibilidade de falarmos em “os jogos de linguagem da matemática formal”, “o jogo de linguagem de determinadas atividades cotidianas”, etc. O que não parece ser possível de ser fazer com o MTCS²¹, como veremos mais adiante ao apresentarmos o MTCS.

Considerando a sala de aula de matemática podemos identificar, já em princípio, a presença de duas manifestações lingüísticas diferentes: uma linguagem natural (ordinária) e uma linguagem matemática, artificial, restrita; ambas constituindo o modo de uso da linguagem em sala de aula, o jogo de linguagem da sala de aula. Podemos dizer ainda que essas duas manifestações lingüísticas distintas são partes de dois jogos de linguagem diferentes: um jogo de linguagem da Matemática Oficial/Acadêmica, mais familiar àqueles que têm ou tiveram alguma formação

²¹ Nas publicações mais recentes Lins tem denominado o MTCS simplesmente por MCS.

matemática (o modo de usar a linguagem para falar de matemática com regras, símbolos e gramática próprias, por exemplo), e um jogo de linguagem natural (o da língua materna²²), comum àquele meio do qual as pessoas participam e com o qual “sabem jogar”, ou seja, o modo de usar a linguagem nas situações cotidianas/diárias.

1.3.2. Modelo Teórico dos Campos Semânticos

Em estudo paralelo, nos deparamos com o ponto de vista defendido no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS) de Lins (1999). A abordagem do MTCS nos pareceu, num primeiro momento, próxima àquela que havíamos descortinado com Wittgenstein, não em termos de linguagem especificamente, mas em termos dessa visão relativista, dinâmica, não absoluta a que já nos referimos.

Esta visão não absoluta que citamos manifesta-se mais explicitamente quanto à produção de significados. Os significados não são estáticos, não podem ser delineados rigidamente, mas são produzidos por aqueles que se comunicam numa dada situação.

“Quando eu falo de *número decimal*, não estou falando de todos os possíveis significados que se pode produzir para este objeto – inclusive este objeto como conceito dentro da Matemática oficial –, e sim do que, numa dada situação específica, se diz efetivamente” (LINS apud JULIO, 2007: 18).

Ou seja, o significado das coisas – linguagem, gestos, imagens – depende exclusivamente da **situação** (comunicação ou atividade) em que ela está sendo usada. Cabe ressaltar que:

“A noção de atividade tomada no MTCS é aquela desenvolvida por Leontiev, responsável pelo desenvolvimento da teoria psicológica da atividade. Para Leontiev, atividade é um processo psicologicamente caracterizado pelo objeto e pelo motivo. É, portanto, o conjunto de ações e operações que satisfazem alguma necessidade especial do homem quando ele realiza alguma relação com o mundo, em um determinado contexto. Um exemplo: **a caçada** (= objeto) **para conseguir o alimento** (=motivo) é uma atividade” (SANTOS, 2007: 40, negritos do autor).

²² Estamos utilizando, aqui, a expressão “linguagem materna” para nos referirmos à linguagem utilizada e absorvida inicialmente pela pessoa para dar conta das situações cotidianas. Mais especificamente, a língua portuguesa e a gestualidade que caracteriza freqüentemente as situações de interlocução.

O MTCS vem sendo utilizado dentro das pesquisas do Sigma-t com o intuito de fazer leituras da produção de significados de determinados termos e processos. Para isso um ponto central, ao nosso ver, dentro do MTCS é o processo de comunicação, que parte não da comunicação efetiva como sendo o padrão, mas sim, sendo esta, algo dificilmente alcançado.

O processo de *comunicação*, no MTCS, pode ser analisado com base em dois focos: o autor da enunciação e o leitor. O autor “cria” *UM* leitor para sua enunciação e dirige esta enunciação a este *UM* leitor cognitivo, que pode coincidir ou não com O leitor “efetivo”, biológico, “quem” faz a enunciação. Quando escrevemos ou falamos algo refletimos se nossa enunciação está clara, se é compreensível para *UM* leitor. Este leitor, para o qual dirigimos nosso texto, é o ser cognitivo e pensar no leitor (cognitivo) é o que mais adiante nos auxiliará a entender parte do processo de comunicação na aula de matemática. Analogamente, no sentido inverso, O leitor constitui *UM* autor para aquele texto, lembrando novamente que este autor, cognitivo, pode ou não ser efetivamente O autor do texto. É fácil imaginar uma situação em que, ao lermos um texto, nos perguntamos “o que ELE quis dizer com isso?” ou, ainda, num debate sobre algum texto, surgirem diferentes afirmações do tipo “ELE quis dizer...”. Isso significa que, ao ler um texto, “criamos” *UM* autor que, segundo creio, me diz aquilo que compreendi do texto, aquilo que efetivamente li no texto. Assim, o que constitui este nosso trabalho é NOSSA leitura de situações ocorridas em salas de aula. Muitas outras leituras seriam possíveis fossem outros os leitores, pois estes constituiriam outros autores para este texto²³.

Para o MTCS, ao falarmos coisas diferentes, possibilitamos a nossos leitores, a produção de diferentes significados e estamos nós produzindo diferentes significados. Dizer isso é dizer mais do que “podemos falar sobre algo de diferentes maneiras”. Para o Modelo Teórico dos Campos Semânticos, a cada vez que dizemos algo de modo diferente falamos de algo diferente posto que esse “algo” está dinamicamente vinculado à enunciação sobre ele. De acordo com o MTCS, o conhecimento é uma **crença-afirmação justificada numa enunciação**, ou seja, há uma vinculação essencial entre afirmar e enunciar e, assim, se tivermos modificações/diferenças em alguns dos elementos (afirmação ou justificação),

²³ Demos destaque neste parágrafo para os artigos definidos e indefinidos, “O” e “UM” respectivamente, no sentido de enfatizar autor/leitor biológico e cognitivo respectivamente.

podemos dizer que “outro” conhecimento está sendo produzido ou que a alteração de termos/expressões pode causar diferentes produções de significados.

A mesma argumentação é válida no que se refere à mudança de justificativas: ao utilizarmos justificativas diferentes para uma dada afirmação, estaremos construindo, a cada justificativa, conhecimentos diferentes.

O Modelo dos Campos Semânticos nos traz também outros dois elementos na comunicação (na interação que visa à comunicação): o “novo” e o “dado”. Numa interação deste tipo, nem tudo é (ou pode ser) explicitado/dito, algumas coisas são tidas como certas e não precisam ser ditas, ou seja, acredita-se que para nosso interlocutor já estejam claras. A estas “premissas” (valendo-se de Bruner) dá-se o nome de “dado”, e àquilo que é efetivamente dito numa interação deste tipo é chamado de “novo”. Bruner, a partir de Ducrot, traz: “o que não se diz é o pressuposto ou dado, o que se diz é o novo” (BRUNER apud SILVA, 2003: 69).

1.3.3. Duas linhas teóricas distintas, mas não divergentes

Ao utilizarmos duas linhas teóricas distintas (MTCS e a filosofia Wittgensteiniana de linguagem) para tecer nossas compreensões sobre linguagem, surge a questão da convergência entre as linhas, sobre até que ponto estas duas concepções podem caminhar juntas.

Não pretendemos tecer aqui uma grande trama de enlaces e desenlaces entre estas, mas tentaremos apenas justificar seu uso conjunto e apontar para alguns pontos de convergência.

Ao investigarmos sobre a legitimidades da utilização conjunta destes dois aportes teóricos, encontramos o trabalho de Julio (2007) que o faz em sua pesquisa. Na tentativa de traçar estas mesmas aproximações ela compara os **jogos de linguagem** de Wittgenstein à idéia de **núcleo** do MTCS: “mudar de jogo de linguagem significa mudar de núcleo” (JULIO, 2007: 58), para o MTCS o núcleo é “um conjunto de estipulações locais que, num dado momento e dentro de uma atividade, estão em jogo” (LINS apud JULIO, 2007: 58), ou ainda:

“Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação "realista" ou Ficcional. O que importa é que é em relação aos objetos do núcleo que vai ser produzido significado, seja para que texto for.

Núcleos não se referem especificamente a "conteúdos" ou "áreas de conhecimento": em relação ao mesmo núcleo de balança de dois pratos, é possível produzir significado para uma equação, para a noção de justiça ou para fenômenos físicos diversos" (LINS apud SILVA, 2003: 76).

Quanto a "estipulações locais", citada acima por Julio(2007), segundo Silva (2003: 75), são afirmações que, no processo de produção de significado, a pessoa faz e que são tomadas como válidas sem a necessidade de justificativas.

Poderíamos dizer que estes núcleos são instáveis/dinâmicos, "não se referem a algo estático" (SILVA, 2003: 76), ao passo que os jogos de linguagem são múltiplos.

Neste sentido utilizar os jogos de linguagem nos dá a possibilidade em falar de "coisas estáticas", de certa forma delimitáveis.

Podemos assim deixar de lado, quando necessário, a fluidez dos núcleos para trabalhar com certa "estabilidade" dos jogos de linguagem.

Outro ponto que Julio(2007) destaca é que tanto a busca por jogos de linguagem em que se justifiquem determinadas falas, no caso dela envolvendo o termo "dimensão", ou a explicitação da produção de significados, passa pela intenção de entender um autor, de fazer uma leitura de suas falas.

Neste sentido "ler" um autor passa pela tentativa de "entender" a fala deste dentro de sua coerência. A este tipo de leitura o MTCS chama de leitura plausível.

Estas perspectivas aqui apresentadas nos apoiarão na seqüência deste trabalho.

2. METODOLOGIA DE PESQUISA: SOBRE A CAMINHADA E O CAMINHO.

“O senhor poderia me dizer, por favor, qual o caminho que devo tomar para sair daqui?”

“Isso depende muito de para onde você quer ir”, respondeu o Gato.

“Não me importo muito para onde...”, retrucou Alice.

“Então não importa o caminho que você escolha”, disse o Gato.

“...contanto que dê em algum lugar”, Alice completou.

“Oh, você pode ter certeza que vai chegar”, disse o Gato, “se você caminhar bastante.”

Alice no país das Maravilhas - Lewis Carroll

O comentário inquietante do gato de Alice faz pensar sobre o caminho a ser seguido ou, ainda mais, relaciona o caminho ao objetivo pretendido. Da mesma forma, o caminhar do pesquisador está diretamente relacionado ao seu objetivo enquanto pesquisador e, ao mesmo tempo, seu objetivo vai se modificando conforme os caminhos que toma ao fazer sua pesquisa. Aquilo que ele encontra ao “caminhar” o faz olhar a paisagem de forma diferente, seu olhar é constantemente (re)educado. Sendo assim, o objetivo da pesquisa e seu caminhar estão atrelados de modo a se tornar necessário conhecer o caminhar da pesquisa para melhor entender seus objetivos e metas, para poder então melhor avaliar seus resultados e suas

potencialidades de utilização. Acredito que, por conta deste atrelamento, justifica-se, nesta dissertação, este capítulo de metodologia.

Tendo estas considerações em mente, um primeiro passo no caminhar metodológico desta pesquisa deu-se muito antes dela ser “oficializada” como pesquisa: surge de inquietações pessoais e a partir de um levantamento de dados simplista e até certo ponto ingênuo, realizado com professores, ainda durante a graduação. Desse primeiro levantamentos nos veio a constatação de que, para alguns professores, a interpretação era tida como um problema na sala de aula de matemática. Desta inquietação – aliada a percepções ainda anteriores, como relatamos no item 1.1 – surgiu o desejo de entender melhor este problema da sala de aula de matemática. Note-se que a vontade de melhor entender este fenômeno já nos guiava metodologicamente em direção a determinadas tendências/paradigmas de pesquisa, contrariamente à vontade de, por exemplo, saber se os professores, em geral, realmente consideram esta questão como um problema. Imposta, então, esta meta inicial, coube-nos buscar meios, ferramentas, protocolos que nos ajudassem a olhar para a questão, cientes que, de uma forma ou outra, nosso olhar já havia vestido lentes – formas de olhar o mundo - adquiridas em nosso caminhar prévio e que certamente nos influenciaram em nossas escolhas.

Dentro destas escolhas e da busca de meios para melhor entender esta questão, nos deparamos com o paradigma qualitativo de pesquisa, fundado

“(a) [n]a transitoriedade de seus resultados; (b) [n]a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) [n]a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) [na aceitação de] que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) [n]a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas” (GARNICA, 2004: 86).

Sobre a transitoriedade dos resultados, afirma Garnica que o paradigma de pesquisa qualitativa não visa à generalização de seus “resultados”, acreditando na potencialidade de realçar a individualidade dos pesquisados e de certas características – às vezes únicas – das situações/cenários de pesquisa. É por valorizar esta multiplicidade de cenários e características que entendemos a

transitoriedade dos resultados como aspecto importante para entender esta pesquisa.

Esta transitoriedade nos leva a refletir, então, sobre o papel, função e “alcance” desta pesquisa - entendidos como a possibilidade e a potencialidade desta investigação colaborar com a educação matemática. Neste sentido, acreditamos que qualquer pesquisa oferece variantes de interpretação, trazendo à cena preocupações, situações e compreensões outras que não apenas aquelas aprioristicamente focadas pela pesquisa ou trazidas para que seu início fosse possível ou já divulgadas por outras pesquisas. Acreditamos, mesmo negando veementemente a possibilidade ou a necessidade de uma generalização, que o nosso debruçar sobre determinada sala de aula para entender certo fenômeno educacional, além de nos ajudar a entender este fenômeno “nesta” sala de aula, poderá proporcionar subsídio para outros refletirem sobre manifestações similares em suas próprias salas e/ou sobre objetos de interesse numa dada cercania.

Para que esta pesquisa permita transcender os limites da singularidade e também para que fiquem registradas as contaminações – próprias a qualquer pesquisa – torna-se necessária a descrição do caminho seguido, das decisões tomadas, das mudanças de percurso, das perguntas feitas e de metas projetadas.

Nossa inquietação não nos surgiu de forma sistematizada, fechada, mas sim de forma aberta, ampla: um desejo de compreender determinado fenômeno que ocorre em sala de aula. Sendo assim, não estabelecemos **a priori**, hipóteses a serem comprovadas ou refutadas em nossa pesquisa. Em virtude desta amplitude de caminhos e possibilidades, também não nos fechamos em procedimentos previamente estabelecidos, pois não sabíamos a quais horizontes nossa pergunta nos levaria. Essa percepção – cada vez tornada mais clara – nos aproximam da pesquisa qualitativa como descrita por Garnica em citação anterior.

Também nos aproximamos das afirmações de Lincoln e Guba (1985) na introdução do *Naturalistic Inquiry*: certas etapas da pesquisa só se aprendem fazendo ou, então, entrando em contato com o fazer de pesquisadores mais experientes. E a partir do fazer, do olhar, e do refletir nos surgirão novas indagações, novas metas, outras perguntas de pesquisa, que emergirão ou não dos dados, e com isso, necessidades teóricas para aprofundar análises. Este modo de conceber pesquisa

aproxima-se do que alguns, entre eles Lincon e Guba (1985) e Araújo e Borba (2004), chamam de *Design Emergente*.

O desejo de conhecer – que nos leva a indagar - surge e se estabelece em um processo às vezes lento, gradual e retro-alimentável, se tornando, algumas vezes, numa pergunta diretriz que, em nosso caso, se aproximava de "**como o professor comunica conceitos matemáticos a seus alunos?**". Num segundo momento nos coube buscar o que já havia sido feito na área, uma espécie de levantamento bibliográfico. Foi neste momento, que entramos em contato com a pesquisa Menezes(1995) e Machado(1990), que além de nos dar uma melhor compreensão do problema, também nos fez refletir e (re)estruturar nossa pergunta, configurando-a de um modo mais adequado. Focando a vinculação/dicotomia entre linguagem matemática e linguagem natural, buscaríamos então saber "**como estas duas linguagens interagem na fala do professor no momento em que se busca explicar conceitos matemáticos em sala de aula?**".

No entanto, após diversas outras leituras, pudemos retomar nossa indagação e reestruturá-la, tentando então compreender "**como as linguagens se manifestam em sala de aula e como delas se vale o professor de Matemática?**".

Coube-nos então, buscar meios para ter acesso a estas informações. Como pretendemos entender o professor em sua prática, tendo o ambiente natural como fonte dos dados, focalizamos a sala de aula. Para estudarmos este ambiente complexo e dinâmico, acreditamos ser a filmagem uma boa forma de registro das aulas. Assim, poderíamos, posteriormente ao momento da filmagem, rever os dados e mostrá-los a outros (Grupo de pesquisa, professores, outros pesquisadores, etc.) e anexar as filmagens ao texto da dissertação, disponibilizando amplamente nossas fontes.

Optamos por utilizar filmagens para o registro das aulas por acreditar também que as imagens e áudio captados nos propiciariam melhores possibilidades de análise: poderíamos rever gestos, movimentações do professor e alunos em sala de aula, disposição das anotações na lousa, intervalos, pausas, entonação e re-elaborações durante a fala desses professores e alunos. Filmamos, então, aproximadamente 20 horas de aulas de matemática, em salas de sétima série do primeiro grau a segundo

ano do segundo grau (Colegial), em duas escolas estaduais no estado de São Paulo, localizadas nas cidades de Rio Claro e Piraju²⁴.

Acreditamos que para melhor compreender nossa análise é importante o acompanhamento das imagens durante a leitura desta dissertação. Desta forma, anexamos a ela um DVD com imagens selecionadas e “tratadas”.

Um primeiro tratamento ao material filmado ocorreu com a edição (cortes) de momentos da aula. As partes “cortadas”, durante a edição dos vídeos, eram compostas de conversas vagas entre alunos e professores, solicitação de silêncio pelo professor, troca de insultos entre alunos mais próximos da câmera filmadora, interrupções da aula para avisos etc. Ainda que esses momentos, vivenciados pelo pesquisador, nos ajudem a configurar o “clima” das salas de aula, eles não nos trazem – além dessa configuração – elementos substanciais para as análises. Buscamos, com as edições, constituir clipes que nos dariam o material de base para estudar nossa questão principal, a(s) linguagem(ns) e seus usos em sala de aula, e a decisão pelos cortes não foi trivial ou individual: ocorreu na forma de discussão com outros pesquisadores e, em especial, entre membros do grupo de pesquisa, em nossas reuniões de estudo.

Tendo editado as filmagens, ainda nos restou um grande arsenal de áudio e vídeo para analisarmos, uma quantidade superior àquela que os meios físicos (mídias de DVD) nos permitem armazenar adequadamente para disponibilização, por exemplo, neste trabalho. Optamos então, assim como fez Scucuglia (2006) com base na metodologia de análise de vídeo proposta por Powell, Francisco e Maher, por selecionar nos vídeos os chamados “Eventos críticos”, momentos julgados significativos em relação a uma certa temática, a uma certa pergunta de pesquisa, trechos que vêm ao encontro de nossas indagações. Foram vários os eventos críticos inicialmente selecionados. Com eles montamos, então, o que estamos chamando de CLIPES, pequenos recortes de vídeo que acreditamos conter aspectos importantes da linguagem do professor em sala de aula, a partir dos quais

²⁴ Escola Estadual Professor Délcio Báculo na cidade de Rio Claro (7as e 8as séries) e Escola Estadual Maria Gonçalves da Motta na cidade de Piraju (1º e 2º colegial). Onde pudemos contar com a colaboração de professores, direção da escola, alunos e pais, para efetivar a coleta de dados.

podemos dizer algo sobre, fazer inferências e produzir diferentes significados e análises.

No tratamento das filmagens, utilizamos os softwares *Windows Movie Maker*²⁵ e *VideoReDo*²⁶, cada um destes possui diferentes funcionalidades e para cada etapa um software foi utilizado.

Após a composição dos clipes, nos preocupou a qualidade de som e imagem, pois em algumas aulas as falas de alunos e professor misturavam-se. Para suprimos estas dificuldades optamos por legendar alguns episódios com a transcrição das falas para que os leitores possam mais claramente “decifrar” a validade das situações vividas em sala de aula, evitando que as falas registradas se sobrepusessem. Além das legendas – que julgamos necessárias em alguns momentos, optamos também por apresentar a transcrição dos episódios no corpo desta dissertação.

Ainda sobre as filmagens, precisamos destacar alguns aspectos. Um primeiro é sobre a não neutralidade do pesquisador em relação aos dados obtidos nas filmagens. O registro gerado a partir da aula **não** é a aula, mas uma coletânea de imagens e sons selecionados por aquele que filma. A opção em focar determinado momento, um ou outro ângulo da sala de aula, é feita com base em intenções bem definidas.

Atentar para essa nossa posição é também, justificar a legitimidade de analisar os clipes, destacando compreensões a partir deles, e até mesmo perceber a elaboração dos clipes como um processo necessário para que uma análise possa ser feita, pois nenhum fenômeno tão dinâmico como a sala de aula pode ser investigado de um “único golpe” em todas as suas manifestações e contornos. Definitivamente não há isenção do pesquisador que opta pelos recortes, ainda que tente não desprezar o contexto em que tais recortes se inserem e que, ao fim e ao cabo, usa sua câmera, seus procedimentos e suas estratégias técnicas como lentes a partir das quais constrói suas compreensões sobre o mundo.

²⁵ Direitos reservados à Microsoft Corporation.

²⁶ Direitos reservados à DRD System.s

Um segundo aspecto a ser ressaltado é o da relativa desvinculação das imagens com o ocorrido efetivamente em sala de aula. A imagem vista no vídeo após a filmagem não é a imagem que foi vista pelo pesquisador na sala de aula. Além dos cortes e seleções, a película, o sensor digital, não são os olhos do pesquisador, e as condições e os modos de iluminação podem esconder ou ressaltar traços. A experiência de estar na sala de aula, acreditamos, não pode ser reproduzida integralmente nas filmagens, ainda que por meio desses registros possamos ressaltar, reproduzir e ter acesso a alguns aspectos que consideramos importantes para nossas discussões.

Um terceiro aspecto não menos importante é a interferência do pesquisador e da câmera (ou das câmeras) na sala de aula. O comportamento dos atores e a dinâmica do ambiente modificam-se. A sala de aula com câmera, em alguns aspectos, não é a mesma da sala de aula sem câmera. No entanto, mesmo diante de todos estes "poréns", ainda acreditamos que a filmagem nos propicia uma riqueza de dados que não seria propiciada por outros meios: a possibilidade de (re)ver, de (re)ouvir, de editar, de mover este cenário no tempo, criando fontes que poderão perdurar por anos e serem utilizadas posteriormente para outras pesquisas, permitindo também ao professor participante da pesquisa um "olhar externo" a sua aula, podendo exercitar uma auto-análise de sua prática.

Após a realização da filmagem, da edição e da constituição dos clipes e de um início de análise, no momento da qualificação percebemos a potencialidade da constituição de um *Mapa* dos usos da linguagem em sala de aula. Para isso, destacamos eventos, relacionados à linguagem, que percebemos neste exercício de análise dos dados, o que nos levou à reestruturação de nosso objetivo, a saber: a constituição de um mapa dos usos da linguagem em sala de aula de matemática.

3. OS DADOS: O MUNDO COMO O CONSTITUÍMOS.

3.1. Introdução

Neste capítulo discorreremos um pouco sobre alguns aspectos da constituição dos dados desta pesquisa e os apresentaremos. Pretendemos com isso, além de mostrar ao leitor nossos dados materializados em pequenos textos (resumos) que podem ser auxiliados pelos vídeos que acompanham esta dissertação, mostrar também um pouco sobre como deu-se o registro. Pretendemos então discorrer um pouco sobre a complexidade destas atividades de constituição dos dados em sala de aula, o que, certamente, extrapola o conteúdo das filmagens.

Após discutirmos em grupo²⁷ e decidirmos que nossa constituição dos dados junto a professores seria por meio de filmagens de suas aulas e também de nossas anotações em campo, percebemos que a nossa pergunta diretriz não nos impunha nenhum tipo de restrição quanto à escolha dos professores, ou seja, não haveria a necessidade de especificar previamente quais seriam os professores a serem filmados.

²⁷ GHOEM – Grupo de História Oral e Educação Matemática. Coordenado pelo professor Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica. Este grupo conta com a participação de diversos pesquisadores em diversos níveis: iniciação científica, mestrado e doutorado. Nas reuniões do grupo são discutidos textos de interesse geral e também as pesquisas produzidas no grupo.

A comunicação em sala de aula de matemática e o modo como professores se utilizam de “linguagens” não estão subordinadas a categorias pré-estabelecidas como tempo de serviço, modalidade de ensino etc. Não queremos dizer com isso que estes aspectos não venham a influenciar em seu modo de agir em sala, mas que estabelecer categorias *a priori* na escolha de professores não contribuiria significativamente para nosso trabalho. Não podemos perder de vista que não estamos em busca de generalizações, mas sim de compreender como “alguns” professores se utilizam das diversas linguagens em sala de aula. Nossas compreensões são, assumidamente, formadas a partir de **resíduos de enunciação**²⁸ captados em filmagens.

Tendo em mente nossa aproximação ao MTCS, nossas interpretações, a partir desses resíduos, são apenas nossas leituras do que “acreditamos” ser o que estes professores fizeram,

... não falamos do que “o autor” diz, falamos de nós, ou seja, dos significados que produzimos para os resíduos de enunciações de “um autor” (JULIO, 2007: 21).

A seguir apresentamos os dois professores que contribuíram conosco, nos permitindo observar e filmar suas aulas.

3.2. Conhecendo e acompanhando as aulas da professora Mônica

Nosso contato com a professora Mônica deu-se informalmente, num momento em que estávamos nas dependências do Departamento de Matemática da UNESP-Rio Claro. Mônica cursava, como “aluna especial”, uma disciplina do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Ao comentar com ela a preocupação em encontrar professores que se dispusessem a participar dessa pesquisa (Linardi (2006), por exemplo, relata várias dificuldades – usuais – para encontrar professores dispostos a serem colaboradores em pesquisas acadêmicas), Mônica nos informou que trabalhava em uma escola pública na cidade de Rio Claro e colocou-se à disposição para participar de nossas atividades de constituição dos dados.

²⁸ Entendemos por **resíduo de enunciação** aquilo que O leitor efetivamente lê em um texto, aquilo que, de todo um texto, é captado e a partir dele produz algum significado.

A professora Mônica trabalha na Escola Estadual Délcio BÁCARO, localizada na periferia de Rio Claro-SP. É graduada em Licenciatura e Bacharelado pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- UNESP, campus Rio Claro. Atua há dez anos como professora de matemática, desde o término de sua graduação em 1999, e desde 2006 está alocada, por meio de concurso público, na Escola Estadual Délcio BÁCARO.

Após este primeiro contato, conversamos algumas vezes via *e-mail* e telefone para esclarecer suas dúvidas quanto aos nossos objetivos, procedimentos de trabalho, etc., tentando sempre deixá-la confortável em relação a sua participação na pesquisa. Somente após termos percebido que a professora já tinha claro como se daria a constituição dos dados e quais eram os nossos objetivos, entramos em contato com a direção da escola Délcio BÁCARO.

Por meio de contato pessoal e de uma carta-ofício por nós redigida, solicitamos autorização da direção da escola para a realização das filmagens nas salas em que a professora leciona (sétimas e oitavas séries). Nesses contatos destacamos nossos objetivos e procedimentos, e ressaltamos nossas responsabilidades éticas em relação aos participantes.

Aproximadamente duas semanas depois do contato com a direção da escola recebemos a resposta que poderíamos realizar nossas atividades nas turmas solicitadas.

Pretendíamos iniciar de imediato as filmagens. No entanto, a professora Mônica nos sugeriu que aguardássemos mais alguns dias pois estava realizando, com suas salas de oitava série, um trabalho diferenciado, voltado à avaliação do SARESP²⁹. Passadas duas semanas, já no final de novembro, pudemos então iniciar as filmagens nas salas de aula. Antecipadamente solicitamos à professora que conversasse com seus alunos, justificando a eles nossa presença, explicasse sobre nossas intenções e os consultasse quanto à realização das filmagens durante suas aulas. Nenhum problema foi relatado.

²⁹ Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

No primeiro contato com os alunos entregamos a cada um deles uma carta/autorização³⁰ para que os pais ou responsáveis tomassem conhecimento do que seria realizado, e nos devolvessem as assinadas, caso não se opusessem aos termos nela explicitados. Em todos os momentos fizemos sempre questão de nos colocarmos à disposição para esclarecer qualquer dúvida e deixar claro que cada indivíduo tinha a **opção** de participar ou não da pesquisa. Enfrentamos certa dificuldade em obter de volta as cartas assinadas: os alunos alegavam que seus responsáveis haviam assinado e autorizado, mas que se esqueciam de trazê-las para a escola ou que a haviam perdido.

Para que nosso trabalho não fosse prejudicado e para que não feríssemos os direitos de imagem daqueles que não tinham autorização dos pais, nos posicionamos na sala de aula de forma estratégica para que filmássemos os alunos de costas, focalizando prioritariamente o professor, e pedíamos para que aqueles que não possuísem as cartas evitassem passar na frente da câmera, ou ainda que, caso passassem e não quisessem ter sua imagem veiculada, entrassem em contato conosco. Felizmente com o tempo a maioria das cartas retornaram e nenhuma oposição à filmagem ou à veiculação desses registros foi feita. Acompanhamos aproximadamente uma semana de aula da professora Mônica, em uma sétima série e em três oitavas séries³¹.

A conclusão das nossas atividades nas salas de aula de Mônica ocorreu por uma junção de fatores, dentre os quais destacamos: a proximidade da finalização do ano letivo com diminuição substancial dos alunos em sala; a quantidade de filmagem que já possuíamos (aproximadamente 10 horas) e, finalmente, nossa crença de que pouco seria modificado nas aulas em relação ao que já havia sido percebido nos momentos que acompanhamos e filmamos.

3.3. Conhecendo e acompanhando as aulas do professor Joaquim

Após uma “pré-análise” das filmagens das aulas da professora Mônica, decidimos filmar as aulas de mais um professor para que, além de ampliar nosso material de análise, pudéssemos observar outros possíveis modos de utilização da linguagem

³⁰ Um modelo da carta utilizada encontra-se nos anexos.

³¹ Cabe frisar que, segundo a professora, estava sendo realizado nas oitavas séries um trabalho diferenciado, de correção das atividades do SARESP.

em sala de aula. No entanto, dessa vez, nossa estratégia de abordagem foi diferente da anterior. Entramos em contato com uma escola específica – a Escola Estadual Mônica Bernabé Garrote, na cidade de Piraju-SP – por conta de já termos nela atuado como professor nos anos de 2004 e 2005.

Munidos da mesma documentação apresentada à escola de Rio Claro, entramos em contato com a direção da escola de Piraju que, de imediato, aceitou colaborar com nossa pesquisa. A direção da escola nos cedeu os nomes dos professores de matemática que ali atuavam e iniciamos, então, nossa busca por colaboradores. A primeira professora contactada, ao saber de nossa intenção de filmar as aulas, recusou-se a participar, alegando que não se sentiria à vontade com a filmagem e acreditava que isso atrapalharia suas aulas. Frente à recusa desta professora, entramos em contato com o Professor Joaquim Soares Neto, também indicado pela escola, que leciona nas 1^{as} e 2^{as} séries do ensino médio (segundo grau, equivalente aos antigos 1º e 2º colegial) nos períodos da manhã e noite. O professor Joaquim prontamente nos atendeu e aceitou participar da pesquisa, antes mesmo de detalharmos quais seriam os procedimentos.

O próximo passo antes da efetivação das filmagens foi conversar com os alunos das salas em que os registros seriam feitos para esclarecer nossas intenções e procedimentos e, novamente, solicitar que seus pais ou responsáveis assinassem as cartas de permissão. Após estas etapas pudemos, então, efetivamente entrar em sala de aula para a realização das filmagens. Muitos daqueles alunos já haviam sido meus alunos em séries anteriores naquela mesma escola, o que acredito ter contribuído favoravelmente quanto às filmagens e à desinibição destes quanto à minha presença em sala.

Durante o período de filmagem nesta escola, os professores trabalhavam com o material pedagógico intitulado “jornal³²”: um grande caderno com questões, em sua maioria relativas a conteúdos e ementas de séries anteriores, cuja proposta era focar as dificuldades detectadas nos últimos SARESPs.

Com o professor Joaquim o período de filmagem (segunda metade do mês de março de 2008) estendeu-se por aproximadamente duas semanas. Em um dos dias da

³² Material pedagógico vinculado ao programa da secretaria da educação do estado de São Paulo: **São Paulo faz escola.**

primeira semana, o professor Joaquim, por motivos de saúde, não compareceu à escola, assumindo suas classes um professor eventual (neste dia, portanto, não fomos até a sala de aula). A conclusão das filmagens em Piraju ocorreu, sobretudo pela quantidade de material que já possuíamos referente às aulas deste professor (aproximadamente 12 horas de registros filmados).

Na seqüência deste trabalho, trataremos a professora Mônica e o professor Joaquim apenas por “a professora” e “o professor”, respectivamente, ainda que nem essa diferenciação nos seja efetivamente necessária dado que, para nossas análises a “personificação” não desempenha papel significativo, pois pretendemos estar voltados para “o que é feito” e o que, a partir disso, podemos dizer. Não queremos com isso dizer que o “quem faz” não interfere na forma como a linguagem ocorre. Ressaltamos tão somente que, nesta pesquisa, não focamos “quem são” estes que falam, ou que fatores particulares de suas vidas os levaram a fazer o que fazem mas sim considerar, a partir de **nosso** olhar, alguns elementos sobre como a linguagem se manifesta nas aulas de Matemática.

3.4. Descrevendo clipes

Apresentamos, em seqüência, um breve resumo de cada um dos clipes produzidos para esta nossa pesquisa, indicando os recortes em sincronia com a nomenclatura utilizada para a gravação do DVD em anexo. Acreditamos que a visualização e audição dos clipes propiciam a percepção de nuances que não daremos conta aqui de reproduzir. Entretanto, na eventualidade do leitor não dispor de equipamento para consultar as filmagens, o resumo deve ser suficiente para que a leitura da dissertação possa ocorrer sem maiores problemas.

Clipe M001 – 8ª série (1)³³ do Ensino Fundamental

No momento aqui registrado, a professora corrige alguns exercícios cuja resolução solicitou aos alunos na aula anterior. São exercícios relativos ao SARESP, envolvendo o cálculo da área de quadrados e retângulos. O enunciado de um dos exercícios sugere o cálculo da área de um quadrado conhecendo sua diagonal. Para começar a resolução do exercício ela desenha na lousa o quadrado com sua

³³ No intuito de diferenciarmos para o leitor as diferentes oitavas séries, as enumeramos como (1), (2) e (3).

diagonal, posteriormente, se utilizando do teorema de Pitágoras, encontra o valor de x ($\sqrt{32}$). Ao observar, com os alunos, o que haviam feito até aquele momento, ela comenta sobre o objetivo do exercício e coloca-o na primeira pessoa do plural (nós/a gente): “não era isso que a gente queria!”.

Algumas vezes, quando propondo o exercício, surge à cena, no discurso da professora, “um autor” (aquele que, supostamente, propõe a questão no material em mãos e sempre é chamado por “ele”). No transcorrer da resolução do exercício a professora comenta “raiz vezes raiz posso multiplicar lá dentro” e registra na lousa a expressão $\sqrt{32}^2$. A isso segue o comentário sobre a possibilidade de “cortar” a raiz quadrada com a potência 2.

Clipe M002 – 8ª série (1) do Ensino Fundamental

Não era intuito inicial desta pesquisa entrevistar alunos, no entanto, em um momento de ausência da professora, pudemos perceber estes alunos dialogando sobre os exercícios e decidimos intervir e registrar. Este clipe ilustra a explicação de alunos a cerca das noções de “base” e “altura.

Ao questioná-los sobre base e altura, uma aluna aponta para uma figura no livro (*Matemática e Realidade*), seu colega intervém dizendo que altura é “sempre quando está reto com o retângulo, quando está reta com este negócio” indicando a figura no livro didático, e acrescenta: “nunca quando está tortinho”. Questiono este mesmo aluno sobre o que aconteceria se girássemos a figura noventa graus, perguntamos se “ia ter altura?”, ele nos responde que sim, então indagamos sobre esta altura: “onde seria ela?” e percebemos alguma dificuldade na articulação das respostas a essa questão, a aluna diz que “aí não ia ser altura”, pois seu colega havia indicado que “a base seria a mesma”, mesmo se girássemos a figura. Frente à dificuldade em estabelecer quem ou onde seria base e altura perguntamos como faríamos então o exercício, e a aluna prontamente responde: “base vezes altura”, pergunto a ela quem seria a base, obtendo a resposta: “o seis”, apontando para a base da figura original.

Clipe M003 – 8ª série (1) do Ensino Fundamental

Neste clipe uma aluna indaga a professora quanto à expressão “base vezes altura” ou “lado do quadrado” quando se realiza o cálculo da área de um quadrado. Em resposta, a professora diz para a aluna que seu colega de sala “definiu sendo lado vezes lado”, mas não havia problema. Chama a atenção de todos os alunos e comenta a questão levantada dizendo que “é a mesma coisa”, isto é, base, altura e lados de um quadrado, nesse caso específico, coincidem e, portanto, os termos não interferem nos cálculos, “dá o mesmo resultado”. Entretanto, a partir da posição da aluna, percebe-se uma dificuldade quanto ao que são “lado”, “base” e “altura”.

Clipe M004 – 8ª série (1) do Ensino Fundamental

Ressalta-se, nesse clipe, o que poderia ser visto como uma preocupação da professora em relação à representação gráfica feita a partir do enunciado do exercício (preocupação de mesma natureza se manifesta em outros recortes). A professora pede aos alunos que olhem o desenho no livro, pois, segundo ela, seu desenho “não está muito bom”. O exercício é relativo à determinação da superfície de um bloco retangular planificado a partir das dimensões do sólido (3, 4 e 5). Uma expressão e um termo são ressaltados: “bloco retangular” (perguntando aos alunos “o que é isso?”, a professora questiona os estudantes se conseguem imaginar a “caixa fechada”, se já viram uma daquelas em suas “vidas”, se “já compraram sapatos”, e propõe que, para a próxima aula, tragam uma caixa que será aberta de modo a verificar se [a planificação] “fica assim”) e “dimensão” (uma aluna pergunta “o que é dimensão”). A professora, então, pede para uma outra aluna explicar para os colegas de sala o que ela entendeu ser “dimensão”: “É a base...”, responde a aluna; e a professora pergunta: “o que mais?”. “É a base, a altura e o lado”, complementa a aluna. A partir disso, a professora questiona os alunos se alguém “fez” diferente e, não obtendo resposta, complementa: “são as medidas da figura”. Depois disso, com auxílio dos alunos, são anotados os valores das medidas no desenho. A professora volta a comentar que seu desenho está “horroroso” e retraça algumas de suas partes, tentando deixá-las mais adequadas. Enumerando retângulos e pintando cada um desses retângulos com cores diferentes, a professora diz que os alunos devem calcular a área dos vários retângulos para depois somá-las, obtendo assim o valor da área da superfície.

Clipe M005 – 8ª série (3) do Ensino Fundamental

Nesta aula, após ser questionada por um aluno, a professora vai até a lousa e chama a atenção dos alunos, perguntando se pode considerar o lado do paralelogramo como sendo sua altura. Alguns alunos respondem que não, no entanto outros dizem que sim. Diante do conflito aparente, ela pede para que um aluno vá até a frente da sala e fique “tortinho” e pergunta se altura dele seria a mesma em ambos os casos (em posição ereta e em posição inclinada). “É claro que é professora!”, é a resposta de um aluno. Sem analisar essa resposta, ela decide utilizar outro exemplo: segura o apagador, fixando-o à lousa, inclinando-o lentamente e pergunta: “É igual?”. Novamente um dos alunos responde “é claro que é professora!”. O aluno pede que ela meça o tamanho do apagador ao que ela responde: “Não, eu não quero medir isso aí, eu quero medir a altura dele. [Se] medir assim você está medindo o comprimento”. Depois, retoma: “Se eu ficar de joelhos minha altura é igual?”, neste momento os alunos, em sua maioria, respondem que não. Então a professora retorna à representação do paralelogramo, desenhada na lousa, e pergunta, indicando o lado do paralelogramo: “Esta aqui é a altura do paralelogramo?” e há uma certa convergência de respostas apontando para um “não”. Ela lembra que o médico nos pede para “ficarmos retinhos” na hora de medir nossa altura.

Clipe M006 – 8ª série (3) do Ensino Fundamental

Neste clipe, num momento em que a professora está ausente, perguntamos a um aluno o que estava fazendo. Ele responde: “[quero] calcular a área do paralelogramo, que é base vezes altura, que vai dar a área, a área do paralelogramo”. Então perguntamos como ele sabe qual é a base e qual é a altura: “a base é o que está em baixo, que sempre está em baixo. A altura é a que vai estar na vertical, é a altura... aí nós calculamos assim.” Neste momento um aluno que estava a seu lado chama a atenção, gesticulando: “altura é assim, tio, e base é assim” (movimentos de vai e vem com as mãos, primeiramente na vertical e depois na horizontal).

Clipe M007 – 8ª série (1) do Ensino Fundamental

Neste clipe vemos a professora resolvendo o exercício proposto no clipe M005. Ela calcula separadamente a área de cada retângulo, sempre perguntando aos alunos qual o valor das medidas que utilizará em seus cálculos, é comum ela se referir aos

retângulos tanto por sua numeração quanto pela cor que utilizou em seu desenho. Após calcular a área de cada retângulo, ela diz aos alunos que eles devem somar todas as áreas calculadas “porque ele não pediu para fazer somente a área dessa parte ou daquela parte. Ele quer a área total, a área da superfície total, então tenho que somar...” e prossegue com os cálculos que ela mesma conclui na lousa.

Clipe M008 – 7ª série do Ensino Fundamental

Neste dia a aula tratava do trabalho com tabelas e os conceitos de moda, mediana e média. A professora: “o exercício pediu para vocês calcularem a média aritmética, a moda e a mediana dessa tabela de frequência, certo?” “O que significam mesmo estes números aqui, heim? O que a gente está falando deste negócio?”. Comenta com os alunos o “significado” dos números na tabela e pergunta “todo mundo entendeu o que significa a tabela?” e prossegue calculando a média aritmética. Durante os cálculos: “tem diferença seis vezes oito ou oito vezes seis?”. Alguns alunos respondem “não” e prosseguem com o cálculo. Na finalização da média aritmética aparece a fração “175/32”, e a professora – no momento de efetuar a divisão – diz: “quero saber quantas vezes o trinta e dois cabe dentro do cento e setenta e cinco”. Após os cálculos ela pergunta aos alunos se escreveram a resposta, e escreve na lousa: “em média cada aluno ficou com média 5,4... Alguém escreveu diferente?”. No momento em que vai encontrar a moda, pergunta: “o que é a moda mesmo?” um aluno diz “é o desfile” e a professora questiona: “é o desfile? Então vamos desfilar... o que é a moda mesmo?” e ela mesma responde “é o número que aparece com a maior frequência”. Uma aluna diz não ter entendido e a professora vai até a tabela e diz “moda é o número que aparece com a maior frequência, ou seja, a maior quantidade de vezes, certo? Então se você olhar aqui, o três, a frequência três, certo? Quer dizer que apareceram quantas notas três?” os alunos respondem junto a ela “três” e prossegue “então eu tenho um, dois, três alunos que têm nota três, certo?” e assim prossegue a explicação. Depois pergunta “o que é a mediana mesmo? O que a gente tem que fazer?”, com auxílio dos alunos diz “tem que colocar todas as notas em ordem crescente” e prossegue perguntando aos alunos “quantas notas três tem?”, “quantas notas quatro?” e assim por diante, depois pergunta: “o que é que eu tenho que fazer agora?”, depois de concluído, pergunta se “escreveram a resposta?”.

Clipe M009 – 7ª série do Ensino Fundamental

Na continuação do clipe anterior, a professora solicita aos alunos que façam outro exercício do livro cujo enunciado pede que se faça uma tabela em que estejam apresentados os gols sofridos pelo Corinthians. “Eu sei que é muito sofrimento para os corinthianos...”. Enquanto fazem o exercício ela pede para olhar os cadernos daqueles alunos que estão “ruins de nota” e segue esclarecendo dúvidas individualmente, até que pede aos alunos que a ajudem a preencher a tabela, perguntando: “em quantos jogos o Corinthians não sofreu nenhum gol?”, e assim por diante. Para um aluno em específico pergunta: “o que significa este seis?”, depois de preencherem toda a tabela, ela novamente pergunta aos alunos “o que é moda mesmo?”, neste momento, alguns alunos enunciam a resposta no formato como a professora apresentou anteriormente. Quando vão calcular a mediana, pergunta: “o que que é a mediana mesmo? o que que a gente vai ter que fazer agora?”. A partir daí, a professora vai escrevendo na lousa os gols sofridos pelo Corinthians para o cálculo da média e ao final de suas anotações os alunos dizem “três vezes o quatro” e a professora escreve na lousa “3.4”. Os alunos se manifestam dizendo “não” e a professora apaga o que havia escrito e continua, com os alunos dizendo “três vezes o número quatro”... “Quatro três ou três quatro?”. Os alunos: “três quatro”, e a professora comenta: “Tem que falar direito, senão não dá!”.

Clipe M010 – 8ª série (2) do Ensino Fundamental

Inicialmente aparecem neste clipe dois alunos corrigindo os exercícios na lousa. Enquanto isso a professora passa nas carteiras olhando os cadernos, comentando um dos exercícios a ser corrigido, a professora diz: “a letra ‘c’ é um quadrado não é isso? (...) e ele dá a medida da diagonal, certo?”, “só que ele não quer saber a diagonal, ele quer saber a área do quadrado, certo? E como que calcula a área do quadrado?”, alguns alunos comentam: “base vezes altura”, e a docente continua: “então a área é base vezes altura”. O “valor ‘x’” é atribuído para os lados do quadrado e substituído na fórmula da área (“base vezes altura”): “Ih, mas aí não adiantou nada, tem que ser um número, não é? Ele quer saber o valor exato! Então tem que descobrir quanto vale o ‘x’. O que eu faço para descobrir o valor do ‘x’? Se

eu observar, aqui dentro forma o quê?” indicando o triângulo retângulo. Trabalhando com o Teorema de Pitágoras a atividade prossegue.

Clipe M011 – 8ª série (2) do Ensino Fundamental

Este clipe mostra a continuação da aula anterior. A professora pede para os alunos fazerem o exercício “dois” enquanto olha seus cadernos. O exercício agora se refere ao cálculo da área de um retângulo, sendo dada a diagonal e o lado menor (17m e 8m, respectivamente). Pergunta: “que pergunta aparece aí novamente?” enquanto passa o giz amarelo nos lados do triângulo retângulo. Na seqüência diz: “eu preciso encontrar na verdade a área dessa figura, a área do retângulo. Como que eu faço para achar a área do retângulo?”. Alguns alunos respondem, ainda que de modo disperso, e a professora diz “não escutei”. Então, respondem em coro: “base vezes altura”... e brinca: “pensei que vocês estavam dormindo”. A docente calcula pelo Teorema de Pitágoras a medida do outro lado do retângulo e finaliza o exercício substituindo os valores na fórmula da área. A professora pede para que alguns alunos façam os outros itens do exercício dois na lousa. Após alguns alunos terem terminado de fazer os exercícios na lousa, um deles a chama até sua carteira, após dialogarem ela comenta com os demais alunos: “O Humberto fez uma observação interessante, ele viu a letra ‘a’, que é um retângulo de nove centímetros de base e dezessete de altura (...) aí ele falou assim: ‘esse retângulo está desenhado corretamente?’ Teria que aumentar um pouquinho, não teria? Porque aqui é nove e aqui é dezessete. O Humberto falou que o retângulo estaria em pé. Não é isso?” . Um aluno responde: “É, porque a altura é maior do que a base”. Após redesenhar ela pergunta aos alunos: “Melhorou... está melhor?”. Depois corrige também o desenho do item ‘b’ e questiona os alunos sobre o valor utilizado em um dos itens: “Por que apareceu esse vinte?”. Alguns alunos respondem: “Porque o perímetro é oitenta”, e novamente questiona: “Ah o perímetro, e o que é o perímetro?” e obtém a resposta: “é a soma de todos os lados!”.

Clipe M012 – 8ª série (2) do Ensino Fundamental

Neste clipe a professora trabalha para encontrar a área da superfície de um bloco retangular planificado. Pergunta: “o que vocês entendem por isso, um bloco retangular? ele não falou ‘retângulo’, falou ‘um bloco retangular’. O que vocês imaginam?”. A professora pega uma folha de caderno, mostra aos alunos e

pergunta: “isto aqui é um bloco?”, “Como é um bloco de construção?”. Um aluno responde: “um retângulo”; outro pergunta: “Quer que eu desenhe?”. O aluno desenha um retângulo na lousa e a professora: “Isto aqui é um bloco?”. “Quem concorda que isso aqui é um bloco?”. A professora pede para um outro aluno “melhorar” o desenho, e enquanto isso dialoga com alguns alunos sobre como aquele retângulo poderia ser um bloco retangular. Após este segundo aluno “melhorar” o desenho do colega a professora continua, indagando se todos já viram um bloco de construção e pede para que os alunos observem o muro da escola, que é feito de blocos, e comenta: “Olhando de frente, como vocês falaram, a gente tem a impressão que seria o desenho que o Guilherme falou, né? A gente olha parece que é só um retângulo, mas ele é só esta parte assim?”. Ela prossegue afirmando que ele tem profundidade, que “dá para pegar”, que ele tem dimensões, e pergunta: “Quais são as dimensões dele?” e ela mesmo responde: “Comprimento, largura e altura”. Desenha sua planificação e, com a ajuda dos alunos, marca na figura o valor das medidas dos lados. Dá mais algumas instruções de como proceder, dividindo a figura em retângulos, e deixa um tempo para que façam o exercício.

Neste exercício (diferentemente de como fez com outra turma), ela parte do bloco “fechado” para depois planificá-lo.

Clipe M014 – 8ª série (3) do Ensino Fundamental

Neste exercício o enunciado pede para encontrar a área de um quadrado conhecendo o seu perímetro (80 cm). A professora pergunta: “O que é perímetro?”. Em seguida, alguns alunos respondem: “É a soma de todos os lados”, “só que aqui é um quadrado” comenta a professora, nisso os alunos comentam “quatro lados iguais”, depois ela questiona: “se o perímetro é oitenta quanto vai ficar valendo cada lado?”, um aluno responde: “divide por quatro” e então ela efetua na lousa a operação, encontrando o valor “20”. A professora anota junto ao desenho os valores das medidas dos lados e comenta: “mas ele não quer o perímetro ele quer a área”. Prossegue multiplicando “20” vezes “20”.

No item seguinte do exercício (letra “f”) deve-se calcular a área de um quadrado conhecendo sua diagonal. Então a professora comenta: “Pessoal, estou fazendo a diagonal sempre de um lado, se eu quiser fazer ao contrário, pode também? (...) é a

mesma medida?”. Ela pede então que uma aluna venha até a lousa para concluir a atividade. Após a correção, pede que os alunos leiam e pensem sobre o exercício “4”. Após algum tempo, solicita que um aluno leia o enunciado do exercício que se refere ao bloco retangular de dimensões 3, 4 e 5. Em relação a este bloco, deve-se encontrar o valor da área de sua superfície planificada. Novamente a professora pergunta “O que é um bloco retangular?” e começa a questioná-los se alguns objetos são um bloco retangular: a folha de caderno, o caderno, o livro etc. Comenta sobre o bloco retangular ter três dimensões, sendo uma “figura espacial”. Ela pergunta aos alunos se entenderam a diferença entre bloco retangular e retângulo, e recoloca a questão em termos de comparação entre “dimensões”: “O retângulo tem quantas dimensões?”, os alunos: “Duas”. Mostrando uma folha comenta “comprimento e largura”, depois anota junto à figura os valores das medidas dos lados, divide a figura em retângulos, os enumera e pede para que os alunos terminem a atividade.

Ao falar em dimensões do retângulo, a professora fala em “comprimento e largura”, no entanto quando estão calculando a área do retângulo, em todos os momentos se reportam a “base” e “altura”, nomenclaturas diferentes. Não presenciamos, enquanto estivemos em sala, nenhuma discussão da qual a comparação entre esses termos fosse o tema.

Clipe M015 – 8ª série (3) do Ensino Fundamental

Inicialmente a professora passa de carteira em carteira verificando o que estão fazendo os alunos. Neste clipe ela conclui a atividade iniciada no anterior, perguntando aos alunos o valor da área de cada um dos retângulos que formam a figura, em alguns momentos ela chama por determinados alunos e em alguns momentos os questiona sobre os valores obtidos. Pede para uma aluna somar e escrever na lousa a resposta. Enquanto a aluna resolve a questão a professora passa novamente nas carteiras dos alunos e pede para os alunos terminarem a questão “10” para que seja corrigida.

No momento da resolução a professora desenha um quadrado inclinado (losango), comentando “Faz de conta que está igualzinho o do livro”, em que é colocado o valor da diagonal (12 m) e comenta: “ele pediu para calcular a área desse quadrado”. Ela questiona os alunos se a medida doze para a diagonal implica ser 6 a medida dos

lados do quadrado. Os alunos respondem negativamente. Ela reforça: “Não, né? Então, a primeira providência é desenhar esta medida dentro da minha figura, certo? Dentro do quadrado. A medida está saindo dos dois vértices? Ele está colocada aqui fora, mas sai dos dois vértices...”. Ela questiona os alunos “o que tem que fazer agora?”, e utilizando o Teorema de Pitágoras, a professora sugere a finalização do exercício e comenta “é basicamente igual a esse daqui” apontando para um exercício já corrigido na lousa.

Clipe M016 – 8ª série (3) do Ensino Fundamental

Neste clipe a professora introduz o conteúdo de cálculo da área do paralelogramo em uma das oitavas séries. Ela utiliza como material didático o livro *Matemática e Realidade – 8ª série* (Gelson Izzi, Antonio Machado e Osvaldo Doce). No início do clipe vemos a professora desenhando na lousa dois paralelogramos e um retângulo. Pede para que um aluno leia no livro: “vamos representar (...) por h a altura do paralelogramo”, a professora explica: “/.../ ‘ b ’ é a base, esse aqui é o paralelogramo que vocês copiaram inicialmente, certo?” ela contorna com o giz colorido o primeiro paralelogramo que desenhara na lousa. Depois comenta sobre a base: “ele está falando que ‘ b ’ é a base, a base vai desse ponto ‘A’, do vértice ‘A’, até o vértice ‘B’, tá vendo, ó? Essa medida aqui é a base do paralelogramo.” Depois, fala sobre a altura: “ a altura é a perpendicular que sai do vértice ‘D’ e vai até o lado oposto, pronto, essa é a altura do paralelogramo” e então pede para o aluno continuar a leitura: “observemos que a área do paralelogramo ‘ABCD’ é igual a área do retângulo ‘EFCD’” e comenta: “vamos lá, primeiro vamos observar pelo desenho, tá? Só pelo desenho, depois a gente faz algebricamente, então ó! Tenho o paralelogramo ‘ABCD’, esse é o nome dele, tá? O nome do paralelogramo. Então a área do paralelogramo ‘ABCD’, ele está afirmando que é igual a área deste retângulo aqui ó! Do retângulo ‘EFCD’, certo?” e depois afirma que “ele” construiu um outro triângulo “igualzinho, semelhante” no “outro lado” do paralelogramo. Comenta dos ângulos congruentes e comenta “então este triângulo, apesar do meu desenho estar horroroso, tá? É semelhante a este triângulo aqui. Então /.../ é como se ele passasse aqui uma tesoura, recorta, tira esse triângulo daqui, coloca ele aqui, que figura que forma?”, e aponta para o retângulo. “Porque o paralelogramo é tortinho, então construo um triângulo...”. E questiona: “que mais? Ah, agora ele dá

exemplos...”. E segue comentando os exemplos, pedindo para os alunos resolverem os exercícios.

Clipe M018 – 8ª série (3) do Ensino Fundamental

Continuando as atividades anteriores, que se referem ao cálculo da área do paralelogramo, a professora faz a correção de exercícios, agora buscando encontrar a área de um paralelogramo do qual se conhece apenas a diagonal menor e o ângulo que esta forma com a base. Primeiramente ela desenha a figura na lousa, e comenta: “temos que achar a altura, a área, esse é o objetivo”, ela pergunta aos alunos como faz pra achar a área, um aluno responde “base vezes altura”. Ela então escreve na lousa “ $A = b \times h$ ” e questiona “a base eu tenho e a altura eu tenho?” os alunos comentam que não e ela diz “a altura tem que ser perpendicular a base”. Utilizando-se de alguns recursos da trigonometria, no caso o *seno*, encontra o valor da altura (3), e na seqüência, o valor da área (24 m²).

Depois resolve na lousa o exercício 25 em que são dadas duas medidas de lados de um paralelogramo e a medida de um dos catetos do triângulo retângulo que pode ser construído para encontrar a medida da altura do paralelogramo. Pede, então, que seja encontrada a área, ela sugere que trabalhem com o Teorema de Pitágoras para encontrar a altura do paralelogramo para posteriormente encontrarem o valor da área.

Clipe M020 – 7ª série do Ensino Fundamental

A professora discute com os alunos um exercício de expressões algébricas, “então ele pede para substituir as letras por números e virar uma expressão numérica”, enquanto isso escreve na lousa: “ $(ab-b+1)(ab+a-1)$; $a= 4$ e $b= -2$ ”. Questiona: “entre parênteses apareceu a letra ‘a’, mas quanto vale a letra ‘a’?” os alunos respondem “quatro”, e “então eu estou substituindo a letra por número”. Enquanto comentava sobre a necessidade de se colocar os números entre parênteses após a substituição. Um aluno questiona sobre utilizar parênteses dentro de outro e a professora comenta que não há problema. Depois aponta: “mas aqui, olha, tá pertinho”, indicando dois sinais negativos “ $-(-2)$ ”. E faz o mesmo com o outro parênteses da expressão: “quanto vale o número ‘a’?”. Na resolução do exercício: “mais com menos?” alunos respondem: “menos” ela agora faz outra pergunta:

“menos com menos?” recebendo a resposta em coro: “mais”. Numa das etapas da resolução a professora enuncia “Aqui tem vezes novamente, [pois está] bem pertinho”, e assim prossegue até finalizar a resolução do exercício.

Clipe M022 – 7ª série do Ensino Fundamental

Este clipe refere-se à continuação da aula iniciada no clipe M020. Nesta atividade, apresenta-se uma expressão algébrica na forma de fração utilizando as letras “x” e “y”:

$\frac{xy-x}{2y-1}$, $x=1$; $y=1,5$. Quando vai substituir o valor de y a professora comenta que o valor de “y” é “um e meio, um inteiro e cinco décimos”, do que se segue: $\frac{(1)(1,5)-(1)}{2(1,5)-1}$. A professora indica que preferencialmente deve-se resolver o numerador e

o denominador separadamente para depois efetuar a divisão, encontrando assim a fração

$\frac{0,5}{2}$. Na finalização, a professora, com a ajuda dos alunos, efetua a divisão, encontrando o valor “0,25”.

Clipe M025 – 7ª série do Ensino Fundamental

Continuação do clipe anterior. Neste exercício, o enunciado pede para encontrar o perímetro de um polígono em que seus lados são dados em função de “x” e, depois, pede-se que esse “x” seja substituído. O texto do exercício trás o termo “represente”: encontre uma expressão algébrica que “represente” o perímetro da figura. Um dos alunos questiona sobre a “junção de termos semelhantes” ao final do exercício e sugere que a resposta deveria ser “4x+2x+2” e não “6x+2” como sugeriu a professora, ela então comenta apontando para o “4x” e para o “2x”: “Isso aqui não é igual a esse? Não é da mesma família, não são termos semelhantes?”.

Clipe M026 – 7ª série do Ensino Fundamental

Neste clipe a professora retorna à questão anterior por solicitação de um aluno, ela apaga toda a resolução e o desenho que havia feito anteriormente e começa a refazê-lo. Após concluir o desenho e anotar a medida dos lados ela questiona o aluno “o que é perímetro mesmo?” que é respondida em coro pelos alunos: “a soma de todos os lados”. A professora então questiona como o aluno encontrou o valor “4x”. Neste momento, podemos perceber a tentativa da professora em entender o

procedimento realizado pelo aluno. Na lousa a professora escreve: $4x+2(x+1)$, que após aplicar a distributiva: $4x+2x+2$, a partir desta expressão, ela questiona a sala “quem é semelhante?”, os alunos responde “quatro ‘x’ e dois ‘x’”, e comenta: “o dois não têm ninguém semelhante a ele”.

Clipe M027 – 7ª série do Ensino Fundamental

Neste clipe percebemos a professora corrigindo a letra ‘b’ do exercício anterior: “calcule o perímetro nos casos”. No primeiro caso o enunciado do exercício pede para encontrar o perímetro sendo $x=10$; ela reescreve a expressão encontrada no perímetro $6x+2$ e substitui x por 10 , encontrando, após algumas operações, o valor 62 .

No segundo caso, para $x=12,5$, ela solicita que um aluno faça na lousa. Enquanto este aluno se dirige a lousa para a realização do exercício, ele olha alguns cadernos e depois comenta que uma determinada aluna não uniu os termos semelhantes, ela “deixou a expressão bem grandona”, e comenta que, mesmo assim, o resultado deve ser o mesmo. No restante do clipe vemos o aluno finalizar sua resolução na lousa, obtendo o valor 77 .

Clipe J001 – 2ª série do ensino médio (2º grau)

Neste clipe o professor explica um exercício que pede para que os alunos identifiquem as coordenadas dos pontos de intersecção com o eixo ‘y’, ou em suas palavras “é só ver onde ela vai cortar o eixo ‘y’”. E comenta: “aí fica óbvio!”. Depois, pede para que se construa um sistema com a equação de duas das retas dadas no exercício: “Ele tá pedindo, na verdade, para você resolver um sistema com estas duas equações, não é isso? E discutir o resultado obtido” e comenta: “já foi falado no começo do exercício que as retas são paralelas”. E, em seqüência: “sem resolver a intersecção, elas podem? Existe ponto de intersecção entre as duas?” Os alunos em silêncio, até que um deles responda: “não”. E o professor comenta: “elas são paralelas, elas nunca vão convergir, né? Nunca vão se encontrar na vida, né? São paralelas, infinitamente elas vão se seguir sempre com essa mesma distância ai uma da outra...” e continua escrevendo as equações da reta na lousa, montando o sistema, explica: “se existir um ponto de intersecção, então deve existir um ponto onde as coordenadas ‘x’ e ‘y’ devem pertencer às duas retas ao mesmo tempo, não

é isso? Se elas se encontrarem deve existir um ponto onde 'x' e 'y' sejam o mesmo valor [para as duas retas], não é isso?". Após igualar as equações das retas, chegaram à expressão: " $2x - 2x = 2 - 4$ " com o que se seguiu " $0 = -2$ ". O professor, então, pergunta: "Zero é igual a menos dois? Não, né? Portanto, não existe, está comprovado, quando você verificou a intersecção entre os dois resultados [e não obteve um resultado satisfatório], verificou que não existe ponto de intersecção". Numa avaliação do resultado encontrado, o professor retoma a idéia das retas paralelas como justificativa para a resposta encontrada algebricamente: "Infinitamente estas funções vão seguir uma do lado da outra aí, sem nunca se encontrar, sem nunca achar um ponto comum para as duas funções".

Clipe J002 - 2ª série do ensino médio (2º grau)

Continuação do clipe anterior. "Neste exercício ele fala na verdade de um caso particular" (quando as retas passam pela origem), "então se ela passa pela origem ela vai interceptar o eixo y no ponto zero, né?" e pede para que seja determinado o valor de "m" na equação " $y=mx+n$ ". O professor refere-se à expressão "coeficiente angular" e ao falar deste termo ele move sua mão no ar, como se a passasse sobre uma reta inclinada. Segundo o professor, os alunos têm que encontrar outro ponto da reta, pois já conhecem o ponto "da origem", tendo estes dois pontos: "Basta substituir na equação ' $y=mx$ ', no item 'a' para as três retas dadas A, B, e C. Comenta ainda que este exercício é muito semelhante ao anterior, apenas com a alteração de agora ser um caso particular pois as retas passam pela origem, mas "a forma de executar é mesma do exercício anterior". Após aplicar na fórmula os dois pontos conhecidos, resulta um valor negativo para "m": "porque deu negativo? Por que é uma reta decrescente, não é isso ó? Como o jornal estava colocando na semana passada, ela tem uma inclinação para a esquerda, certo? Tudo bem?" e de forma semelhante prossegue nos outros itens do exercício.

Clipe J003 - 2ª série do ensino médio (2º grau)

A atividade mostrada neste clipe pede para relacionar os coeficientes angulares encontrados na atividade anterior, considerando as retas "mais em pé" ou "mais deitada": "ele quer saber se, quanto maior o coeficiente angular a reta fica mais em pé ou mais deitada, né? O termo que ele usou...", "você está comparando se dois é

maior ou menor que quatro quintos, né?”, concluindo que quanto maior o valor de “m” maior vai ser a inclinação da reta, mais “em pé” ela estará.

Clipe J004 - 2ª série do ensino médio (2º grau)

Neste clipe, o professor apresenta situações diferentes das anteriores (nos estudo de funções), para que os alunos apliquem o que aprenderam de função, o que chamou de “aplicação prática” do que haviam aprendido. A primeira atividade envolve um restaurante no qual, para calcular o valor da conta a ser paga dever-se-ia acrescentar 10% ao valor da comida e bebida consumidos e a taxa fixa de R\$10,00 de *couvert* artístico. O subitem A pedia para que fosse determinada uma expressão do tipo $y=mx+n$ que representasse a relação entre o valor total da conta (y) e os gastos com comida e bebida (x). Na resolução deste exercício chama a atenção o momento em que o professor, já tendo resolvido a questão, justifica para os alunos a necessidade do ensino de funções: “o conceito de função não está só para a gente colocar em gráfico, fazer aquele negocinho bonitinho lá, pra dizer que eu tenho um gráfico ali, que a reta sobe, ou a reta desce ou a reta é constante, não é?! Eu tenho um coeficiente angular que indica que a reta está subindo ou que a reta está descendo, não é?! Tem um coeficiente linear que me diz onde ela corta o eixo y, não é só para isso que ela serve. Ela tem aplicações práticas no dia a dia, não é?! Então aí oh, eu criei uma função que vai resolver um problema lá dentro do restaurante x qualquer.”

Clipe J007 – 1ª série do ensino médio (2º grau)

As atividades registradas nesse clipe são do “jornalzinho” utilizado no início do ano letivo de 2008 pelas escolas estaduais. Essa atividade, em particular, mostra um quadrado subdividido em várias partes e pede para que se escreva a expressão que representa a área de cada uma das partes. No item “b” do exercício pede-se para escrever uma expressão que represente a área total do quadrado pela junção das áreas de suas partes. O item “c” da atividade refere-se ao cálculo da área do quadrado a ser obtida a partir da multiplicação “base” por “altura”. Apresentada a atividade, o professor conclui: “então, geometricamente falando, podemos concluir que somando todas as áreas (não é isso?) de uma figura, você vai ter a área total.” Respondendo à dúvida de um aluno: “Ele quis demonstrar, na verdade, que quando

você somar independentemente a área desses retangulozinhos, aí, para formar uma figura grande aí oh, a soma das áreas aqui é, na verdade, a área total”.

No item seguinte da atividade pede-se para fatorar algumas expressões transformando-as em produto. Em relação ao primeiro item o professor pede para que os alunos identifiquem se a expressão apresentada é um trinômio quadrado perfeito. E complementa: “transformar, fatorar uma expressão, significa transformar na forma de um produto, uma fator vezes o outro, tá certo?”. Um aluno observando todos os cálculos e explicações que o professor colocou na lousa o indaga sobre a necessidade de fazer no exercício tudo que o professor fez na lousa, que obtém a do professor: “Precisa fazer tudo isso? Não, eu apenas justifiquei!”. Depois disso escreve no canto da lousa algumas formas de fatoração, desenvolvendo alguns produtos e potenciações e comenta que isso já foi visto nas aulas anteriores.

Clipe J009 - 1ª série do ensino médio (2º grau)

O professor corrige na lousa parte do exercício anterior. Até a metade do clipe trabalha com uma expressão na forma de fração em que, inicialmente, fatora-se o numerador e, em seguida, o denominador. “Entenderam aqui, não? Vocês estão com uma carinha que não entenderam nada, né! Vamos lá, de novo!” e torna a explicar o exercício. Após terminar, comenta: “de maneira resumida, gente, o que a gente tem que fazer? A gente tem o desenvolvimento dos produtos notáveis, né? Você tem o quadrado da soma (não é isso?) que é o produto de dois fatores, soma de dois fatores; o quadrado da diferença que é o produto da diferença de dois fatores; e o produto da soma pela diferença. Então o que a gente tem que conseguir fazer quando vai fatorar uma expressão algébrica é tentar, tá certo? É tentar enquadrar as expressões num desses três casos...”. No segundo item desta atividade o professor acrescenta que se deve colocar um item comum em evidência, isto é, um fator que “pertence aos dois ao mesmo tempo”.

Clipe J012 – 2ª série do segundo grau (ensino médio)

Neste clipe o professor desenha na lousa o eixo cartesiano e traça nele três segmentos de reta, representando uma função definida por três distintas expressões lineares (relativas a três distintos subconjuntos do domínio): “Ele [o enunciado do exercício] fala aí: determine uma função do tipo ‘y’ igual a ‘mx’ mais ‘n’” e, enquanto

anota na lousa (“ $y=mx+n$ ”), prossegue: “‘y’ igual a ‘mx’ mais ‘n’ (...) e ‘x’ a área do intervalo.”. Delimita os subintervalos e continua: “Então, nós estamos querendo determinar a equação da reta exatamente nesse intervalo aqui” (apontando para o intervalo no eixo “x” demarcado de 300 a 3800) “não é isso? Ou seja, exatamente essa, a equação para esta reta aqui”. “Para ‘x’ maior ou igual a oitocentos e menor que três e oitocentos” determina, então, o valor de “m” e “n” da função naquele subintervalo. Explicando sobre o coeficiente angular complementa: “Cada vez que eu variar uma unidade, ou no caso uma centena, que no caso está colocado, ele vai sofrer uma variação no eixo ‘y’. Então, pra gente calcular aí o coeficiente angular, a gente vai fazer a variação em ‘y’ pela variação em ‘x’, não é?” e assim prossegue encontrando os valores de “m” e “n”, respectivamente.

Clipe J013 – 2ª série do ensino médio (2º grau)

Neste clipe o professor explica como trabalhar com inequações, comentando que para as situações normais basta trocar o sinal de igual pelos sinais de maior, menor, maior ou igual ou menor ou igual, e que a diferença está no fato de, na equação, se encontrar um valor (ou valores determinados), e nas inequações encontrarmos um conjunto solução. “Fora isso, é a mesma coisa”. Pede então para que os alunos calculem o perímetro de uma figura em função de “x”, perguntando para quais valores o perímetro será maior ou igual a 64 (“de sessenta e quatro pra cima”). Resolvendo a inequação chega à “ $3 \leq x$ ”, quando um aluno questiona se a resposta é “3” e o professor comenta: “é todo ‘x’ igual ou maior que três”, e complementa: “todo valor de ‘x’ ou é três ou é maior que três”.

Clipe J014 – 2ª série do ensino médio (2º grau)

Neste clipe o professor continua a resolução iniciada no clipe anterior. Registra na lousa uma equação a partir da qual se determina o custo de produção de uma dada substância; e uma segunda equação a partir da qual se determina o novo custo de produção desta substância. “Então ele pergunta assim...”. Após enunciar: “então, nesse exercício, o que você vai ter que fazer?”: dado um valor de “x” o “C1” e “C2” vão dar o “tamanho do custo” de produção daquelas quantidades. Deve-se então aplicar os valores pedidos no primeiro e segundo processo e, depois, aplicar o segundo valor novamente no primeiro e segundo processo. “Então não tem nada de especial para resolver este exercício”... “basta apenas fazer a comparação, mas,

para comparar, é evidente que você tem que desenvolver o custo, né?”. Um pouco depois, retoma: “então o que é esse exercício? (...) ele está querendo verificar, quando ele precisar produzir quatrocentos e cinquenta litros, qual dos dois processos de produção vai sair mais barato o custo...”.

Clipe J016 – 2ª série do ensino médio (2º grau)

Na solução de uma inequação são encontrados possíveis valores de “x”: “está compreendido entre zero e seiscentos, então de zero até seiscentos litros o processo dois é mais barato que o processo um, certo?”. Mas o exercício pede para que se faça “esta **representação** gráfica”. Após desenhar o gráfico das duas funções, comenta: “como o limite, olha aí ó, como o limite da produção dele é o valor de seiscentos litros, é exatamente esse ponto aqui...”. Os alunos o questionam e ele retoma: “onde está o limite disso aí? Está aqui [apontando para o ponto de intersecção dos dois segmentos]” e então destaca a área entre os gráficos das duas funções no intervalo de zero a seiscentos. E retoma: “O que ele pediu nesse exercício ‘b’ foi o seguinte: para a gente verificar quando o processo um... para que valores de ‘x’, o processo dois é mais barato que o processo um certo?”. “Quem é o limite de produção para o processo dois mais barato? São seiscentos litros. Tirado daqui, certo?”. Ele comenta que o exercício pede para indicar em que “região o processo dois era mais barato que o processo um”, motivo pelo qual foram “criadas” as duas retas. O professor argumenta ainda que à esquerda de zero “não existe nada”.

J017 – 2ª série do ensino médio (2º grau)

Neste recorte o professor lê com os alunos o enunciado de uma atividade que pede para encontrar um valor para “x” que satisfaça uma determinada equação (a elaboração da equação envolve uma situação cotidiana, relativa a um processo de cobrança). A condição imposta pelo problema (ultrapassar um determinado preço) “transforma” a equação em uma inequação. O professor pede então para que os alunos “invertam a pergunta”, sugerindo que a questão seja “[qual o valor de ‘x’ para que] o valor [a ser cobrado] não ultrapasse [o preço estipulado pelo exercício]?”. Ao final, comenta: “agora está resolvido o problema”. Um aluno: “acabou?”. O professor responde que não: “agora tem que resolver”.

Clipe J019 – 1ª série do ensino médio (2º grau)

O enunciado do exercício pede para que sejam determinadas (da forma que os alunos preferirem) as raízes de equações do segundo grau. O professor lembra que uma equação pode ter uma diferente quantidade de raízes reais dependendo do valor do discriminante (o “delta”), e inicia a resolução propondo que se resolva pelo “método da soma e do produto” (no caso, a soma e o produto são quatro) e, então, “ $x_1=2$ e $x_2=2$, certo?”. Não há muitas manifestações e então o professor resolve a equação utilizando a fórmula de Bhaskara. No item “b” o professor lembra que “tem vários métodos” e retoma, afirmando que podemos ter duas raízes reais distintas, duas raízes reais idênticas (uma raiz) ou nenhuma raiz real, dependendo do valor do “delta”. Referindo-se a um dos itens do exercício, pergunta: “dá para ir pela soma e produto?” e sugere que encontrem o valor de “delta” (que é negativo). Então “não existe raiz real...”. Em outro item, questiona: “dá para dar uma organizada na equação aí?”, e comenta que “só de olhar” já é possível saber que é uma equação cuja raiz pode ser encontrada pelo método da soma e produto...

Clipe J020 - 1ª série do ensino médio (2º grau)

O professor resolve exercício semelhante ao do clipe anterior (item “d”), ele copia do “jornal” a equação “ $y + 2y^2 = 4$ ”, ao iniciar a resolução ele comenta: “dando uma organizada na equação”, nesse momento ele articula os braços a frente do corpo como se segurasse uma bola e a girasse para vê-la de vários ângulos. Escreve a equação: “ $2y^2 + y - 4 = 0$ ”, para novamente a explicação olhando para alguns alunos que estão conversando. Voltando ao exercício ele sugere “vamos verificar se existe raiz?”, e inicia o cálculo de “delta”, enquanto realiza os cálculos muitos alunos continuam conversando. Ele encontra o valor “33” para o “delta”, e comenta “delta maior que zero, duas raízes reais distintas”.

Após o comentário ele inicia os cálculos para encontrar as raízes da equação “ x_1 ” e “ x_2 ”.

O professor inicia então o item seguinte do exercício, letra “e”. A equação agora é $-x^2 + 11x - 28 = 0$, ele segue os mesmos procedimentos do exercício anterior, escreve na lousa a “fórmula de delta” e inicia o seu cálculo. Durante este cálculo uma aluna questiona porque determinado valor era negativo, ao que o professor

comenta: “menos com menos? Mais. Mais com menos? Menos, certo?”. Para “delta” ele encontra o valor “9” e argumenta “delta maior que zero, duas raízes reais distintas”. Prossegue com o cálculo das raízes, em uma das etapas ele questiona os alunos o resultado de “-11+3” frente a uma aparente dúvida dos alunos ele comenta “esta devendo onze, tenho três para pagar, fica devendo quanto?”, com a finalização dos cálculos encontra os valores “4” e “7”.

Ainda neste clipe ele resolve o item “f” do exercício: $(3t + 2)(t - 1) = t(t + 2)$. Aplica a distributiva e “re-organiza” a equação, falando em “juntar os termos semelhantes”: $2t^2 - 3t - 2 = 0$. Ele procede como nos itens anteriores, encontra o valor de “delta” (25) e depois o valor das raízes (2 e -0,5).

Clipe J022 – 1ª série do ensino médio (2º grau)

Este clipe inicia-se com o professor pedindo a atenção dos alunos para que eles possam entender o que está sendo pedido no exercício dois. O professor lê para os alunos o enunciado do exercício que trata sobre um jardim em que se deve colocar, em uma determinada parte, pedras ornamentais e pede-se para encontrar as medidas desta parte do jardim. O professor desenha na lousa um retângulo (representando o jardim) e o subdivide em retângulos menores com algumas medidas conhecidas. Ele então anota a expressão das áreas dos retângulos menores para, em seguida, escrever a equação (de segundo grau) relativa à área do jardim que deve ser preenchida com pedras, pois as medidas dos retângulos são dadas em função de “x” e a área a ser coberta com pedras foi previamente determinada $46m^2$. Para encontrar esta equação de segundo grau ele calcula previamente a área de cada um dos retângulos traçados com a ajuda dos alunos. Novamente o professor interrompe sua explicação para pedir a atenção dos alunos que se encontram dispersos. Ele também chama a atenção para um cálculo em específico (-5+7), diz que muitos tem problemas com este cálculo, que para efetuá-lo os alunos terão que encontrar a diferença entre eles e manter o sinal do maior valor.

Encontrando a raiz da equação de segundo grau são determinados dois valores diferentes, um deles negativo, e pergunta aos alunos “qual dos dois valores satisfaz o nosso problema?” e, então, argumenta por que o valor negativo não o satisfaz.

Clipe J023 – 1ª série do ensino médio (2º grau)

O professor anota na lousa a equação: $h = -4,9t^2 + 19,6t$ que trata do lançamento de uma bola, sendo “t” o tempo percorrido e “h” a altura atingida pela bola em função do tempo. Os alunos encontram-se um pouco agitados, o que faz com que o professor tenha que pedir atenção por algumas vezes.

Ele então comenta sobre o enunciado do exercício: “a altura de uma bola arremessada para cima por um chute é dada por essa equação aí, certo?”, novamente o professor interrompe seus comentários para olhar para a sala seriamente, o que entendemos como um pedido de silêncio, pois muitos alunos ainda estavam a conversar.

Voltando para sua explicação, ele comenta que o enunciado do exercício, pede que se encontre a altura da bola após 1,5 segundos do lançamento e no item “b”, pergunta qual a altura máxima atingida pela bola. Comentando sobre a concavidade da parábola (atenta para o fato do valor de “A” ser negativo (então a concavidade é “para baixo”) o professor pede para que os alunos encontrem as raízes da equação e, então, deixa um tempo para que o exercício seja resolvido, enquanto ele atende individualmente os alunos.

4. ANÁLISE: DIRECIONANDO O OLHAR.

Nossa análise pautou-se na intenção de mapear eventos relacionados à linguagem ocorridos nas salas de aula que filmamos, em especial, como descrito anteriormente, focando a interação entre professor e alunos.

4.1. Um Mapeamento possível

Tentaremos agora mapear diversos usos das linguagens na sala de aula de matemática, diversos acontecimentos (eventos) referentes à linguagem. A partir disto pretendemos configurar uma possível caracterização do *jogo de linguagem da aula de matemática*.

Ao usar o termo “eventos” queremos significar elementos que, em cada clipe, nos auxiliaram a compor um campo para a interpretação sobre o modo como a linguagem ocorre em sala de aula de Matemática – tema desta nossa dissertação. Estes “acontecimentos” nos dão diversas nuances deste *jogo de linguagem da aula de matemática* constituído com base em nossos dados.

Elencamos abaixo tais eventos que, no item seguinte, serão detalhados individualmente:

- Conflitos de significados e uso de termos em outros contextos
- Diferentes enunciações

- Repetições Sistemáticas
- Definições dadas no/pelo uso
- Preocupação com registros de representação gráfica
- Coisificação dos objetos matemáticos
- Foco na execução de procedimentos
- Representação
- “ELE” autor
- O “NÓS”
- Referência a objetos “concretos”, “cotidianos” .
- Linguagem gestual

Explicitar o conteúdo destes “eventos” – ou seja, o que nos levou a compô-los ou a partir de quais recortes dos clipes percebemos sua pertinência – nos permitirá, posteriormente, detectar convergências que podem apontar para aspectos mais amplos deste *jogo de linguagem da sala de aula de matemática*.

4.2. Explicitando eventos

Conflitos de significados e uso de termos em outros contextos

Clipes: M002; M005; M006; M008; M011; M016; M020; M022; **M024**; M025; M026; M027; J003; J012; J014; **J015**; J016; **J021**³⁴.

Neste agrupamento estão os momentos em que podemos observar a utilização de: (1) termos matemáticos em situações diferentes das usuais dentro da “Matemática formal”; (2) conflitos entre os significados do professor e dos alunos para determinados termos e expressões e, também; (3) a utilização de palavras que não “pertencem” à “Matemática formal”.

Dentre os termos “matemáticos” usados em situações diferentes das usuais (na matemática formal), temos: “reta” (J012) e “limite” (J016). Já dentre os termos que causaram (ou poderiam causar) conflitos de significados no transcorrer da aula podemos destacar: “altura” (M005 e M011), “moda” (M008), “base” (M011), “junção” (M025) e “semelhante” (M026). Quanto às expressões que estamos chamando de diferentes às da “Matemática formal”, mas que, no entanto, são usadas em sala de

³⁴ Os clipes em negrito encontram-se apenas no DVD anexo, sua transcrição foi retirada do corpo do texto por acreditarmos que não traziam novos elementos para nossa análise.

aula, e desta forma, poderiam ser tomadas como próprias à “matemática” escolar, temos: “tortinho” (M002 e M016), “vertical” (M006), os gestos do aluno (M006) e “bem pertinho” (M020).

Em um primeiro olhar estas três “subcategorias” poderiam estar separadas em unidades distintas. No entanto, referem-se a “usos” diferenciados/diferentes de determinadas expressões. Sendo assim, estes três grupos servem apenas de referência ao “domínio” das quais estariam “deslocadas” (da matemática da rua, da escola, da acadêmica, ou de um grupo profissional), espaços nos quais seriam mais comumente usadas/aceitas.

Vamos tratar aqui, dentre as expressões e termos matemáticos utilizados de formas diferentes das usuais, do uso da palavra “reta”, visando a situar nossa posição.

Podemos explorar com o MTCS a produção de significados: para o MTCS o leitor produz significados a partir de resíduos de enunciação de um autor. Os significados para esses resíduos são estabelecidos pelo O leitor,

“Em uma leitura plausível não falamos do outro, ou melhor, não falamos do que “o autor” diz, falamos de nós, ou seja, dos significados que produzimos para os resíduos de enunciações de ‘um autor’” (JULIO, p.21, 2007).

Desta forma, não poderemos aqui, a partir da fala do professor, dizer sobre os significados que foram produzidos pelo professor ou pelos alunos para o termo “reta”, mas somente discutirmos “possíveis” produções de significado. Podemos, a partir da leitura de uma mesma enunciação, produzir diferentes significados; e certamente o leitor deste texto, ao ler, estará, a partir de suas experiências anteriores, de suas produções de significados anteriores, produzindo diversos outros significados para o que acredita ter sido dito aqui. Ou seja: ao tentar falar das produções de significado do professor ou do aluno estou, na verdade, falando de “minha” leitura deles assim como qualquer leitor faz.

Ao tomarmos do MTCS esta forma de ler – a leitura positiva – nos interessa, a partir de indicativos, saber o que estes seres da sala de aula fazem, em detrimento do que eles “não fazem”, desta forma, tentamos identificar em nossas leituras de suas ações/falas, conhecimentos, acordos, diferentes produções de significados, ao invés de buscarmos encontrar (numa leitura pela falta), aquilo que deixam de fazer, aquilo que não sabem, ou evidenciar aquilo que “não fazem” ou que “deveriam ter feito”.

Observamos o professor chamar de “reta” um “segmento de reta”. Porém, não se trata de uma incorreção conceitual – nenhuma situação relativa a erros conceituais foi detectada em nenhuma das salas de aula – mas de uma, talvez, simplificação no uso da linguagem. O adjetivo “reto”, que caracteriza graficamente uma função linear é estendido, independentemente do domínio em que tal função linear está definida. “Reta” e “segmento (pedaço) de reta” tornam-se sinônimos a partir dessa aproximação possibilitada pela característica de “ser reto”.

Naquele momento, por nenhum aluno questionar tal nomenclatura, e nem mesmo o professor reiterar o que havia dito, podemos pensar que sua fala foi “validada” tanto pelos alunos quanto por ele. Esta validação pode ocorrer de várias formas: seja pela autoridade do professor (disparada de forma autoritária ou não), seja por alunos e professores “aceitarem”, em suas falas, chamar de “reta” um “segmento de reta”. Nem tudo, num processo de interação/comunicação, é explicitamente dito ou minuciosamente esclarecido, pois as entrelinhas expressam compreensões – ou acordos – que, aparentemente, são suficientes em várias situações.

Tentando esclarecer essa situação, buscamos investigá-la a partir do que Wittgenstein, no *Investigações Filosóficas*, afirma serem os Jogos de Linguagem. Diversos são os modos de se usar termos, palavras, “linguagens” em geral, e a estes modos de uso Wittgenstein dá o nome de Jogos de Linguagem.

Podemos pensar, então, que a palavra “reta” pode ser usada de diferentes formas em diferentes jogos de linguagem, possuindo assim, segundo Wittgenstein, diferentes significados. Se consultarmos, por exemplo, um dicionário (um registro de jogos de linguagem e, ele próprio, um jogo de linguagem particular), encontraremos algumas formas diferentes de se usar a palavra “reta”, ou seja, alguns significados diferentes para diferentes jogos de linguagem. Isto significa que “Reta” pode ser usada (a) para falar de um objeto matemático; (b) como adjetivo para coisas ou pessoas; (c) é possível (é lícito) tanto falar que “uma pessoa é reta com seus deveres” quanto, como na frase de Voltaire: (d) “Um genealogista prova a um príncipe que este descende em linha reta de um conde...” etc. Porém, num jogo de linguagem tido como mais apropriado para falar de Matemática, “reta” é tomada como substantivo e não como adjetivo.

Análise semelhante poderia ser feita com o termo “limite”, usado pelo professor como um “marco” do instante em que uma determinada produção (dada pelo exercício) ultrapassa a outra em seu custo, e não como o “limite” do *Cálculo Diferencial e Integral*, que possui definição e uso singulares.

Para ilustrar este uso do termo limite podemos destacar algumas falas do professor: “olha aí ó, como o limite da produção dele é o valor de seiscentos litros, é exatamente esse ponto aqui...”, “onde está o limite disso aí? Está aqui [apontando para o ponto de intersecção dos dois segmentos]” e “Quem é o limite de produção para o processo dois mais barato? São seiscentos litros”. Cabe salientar que os alunos nesta série, ainda não conhecem o “limite” do *Cálculo Diferencial e Integral*, portanto estão, possivelmente, habituados a este uso “mais natural” (pois plasmado na linguagem usual, do dia-a-dia) do termo limite, o que talvez também seja ressaltado pela ausência de questionamentos que não exige algo como que uma “definição do que o professor está falando quando fala ‘limite’”.

Pelo modelo de comunicação proposto pelo MTCS, do mesmo modo como o autor cria um leitor cognitivo para seu texto, o leitor, ao ler, também cria um ser cognitivo que diz aquilo que efetivamente está compreendendo do texto. Acreditamos, desta forma, que o professor, ao enunciar, fala na direção de alunos cognitivos, ou seja: ao chamar de “reta” aquele objeto, ele o faz para alunos cognitivos que chamariam aquilo de “reta” (o mesmo vale para “limite”), pois são seus alunos cognitivos que “validam” previamente sua fala. No entanto, podemos pensar que, no decorrer das aulas, as interferências dos alunos fazem com que o professor esteja “construindo constantemente” esse interlocutor, seus alunos cognitivos. Ao não interferirem na fala, ao não questionarem a enunciação do professor, eles contribuem para legitimá-la.

Poderíamos dizer, a partir de UMA leitura dos dados acima descritos, que este “acordo” entre professor e alunos sobre o emprego do termo “reta” (ou “limite”), é “dado”, deste modo, não precisa ser explicitado, assim como pressupõem os jogos de linguagem.

Wittgenstein traz, no *Investigações Filosóficas*, alguns exemplos de jogos de linguagem. Dentre eles, uma situação na qual um pedreiro diz ao outro “pedra” e este sabe que deve, então, pegar/entregar pedra ao primeiro. Note, nesta situação,

a existência de um “acordo” entre ambas as partes: o pedreiro utiliza-se da palavra “pedra” para pedir pedra, o segundo pedreiro compreende este uso e segue as ordens, sem que seja necessário explicitar o acordo, ou seja, para estes (nesta situação) este acordo é “dado”. Do mesmo modo, muitas vezes, na sala de aula, são “dados” (ou ao menos O autor assim acredita) certos acordos de comunicação.

Pelo Modelo dos Campos Semânticos, esses acordos seriam justificados pela *atividade* em que se inserem as interações, lembrando que para o MTCS *atividade* é um processo caracterizado pela existência de um **objeto** e um **motivo**, por exemplo, a caçada (objeto) e conseguir alimento (motivo) – confira o item 1.2.2. - para cada *atividade*, diferentes significados podem ser evocados/produzidos.

No entanto, para Wittgenstein, estes acordos são equivalentes aos jogos de linguagem e seus usos, as regras do jogo. Temos o acordo já que ambos os falantes usam um determinado termo/expressão da mesma forma, pois o significado das palavras é o uso que se faz delas, deste modo, quando os pedreiros do exemplo de Wittgenstein utilizam o termo “pedra” da mesma forma, este é o uso (acordado implicitamente ou não por eles) da palavra pedra, ou seja, seu significado.

Nas salas de aula, uma multiplicidade de jogos de linguagem está presente, diversos núcleos são evocados por professores e alunos e, possivelmente, alguns destes acordos (como os descritos acima) não estão claros para os interlocutores. Cabe, portanto, nessas situações, atentar para as justificativas dadas para as afirmativas. São elas, segundo Lins, que estabelecem relações entre o *novo* e o *dado*.

Diferentes enunciações

Clipes: M003; M014; J001; J007;

Neste item destacamos clipes em que o professor “re-enuncia” uma mesma proposta ou exercício por diversas vezes, alterando nelas um termo ou outro, ou ainda clipes em que se mostram enunciações diferentes sendo tomadas como se fossem a mesma.

Um dos momentos em que podemos perceber o professor tomar diferentes enunciações como sendo iguais ou equivalentes ocorreu quando os alunos enunciam “base vezes altura”, “lado ao quadrado” e o professor argumenta “é a

mesma coisa”, pois “dá o mesmo resultado”. Algo análogo também acontece ao se fazer referência à “comprimento e largura” e “base e altura”.

O professor ao considerar as diferentes enunciações sendo a mesma coisa vai em sentido contrário à perspectiva do MTCS, em que cada enunciação é tomada como um objeto. A mais “tênue” mudança em uma enunciação a torna diferente da outra. Desta forma, cada “re-enunciação” passa a ser uma “nova enunciação” que poderia ser olhada separadamente. Estas enunciações, entretanto, se inserem dentro de uma *atividade*, o que nos propicia olhar para esta seqüência de enunciações como um “processo” de desenvolvimento da *atividade*, que pode ser a resolução de um exercício ou a explicação de um conteúdo. Neste sentido, estas enunciações podem buscar uma mesma ação dos alunos, buscando um mesmo efeito na atividade.

Neste sentido, muitas vezes percebemos que as enunciações do professor partiam de uma leitura do material pedagógico (texto), que depois eram comentadas por ele, sem que alguém solicitasse. Ao relatar sobre o **objetivo** do exercício, utilizava expressões como: “na verdade”, “o que ele quer”, “o que a gente tem que fazer”, etc. Este “objetivo” nos remete novamente à noção de *atividade* utilizada pelo MTCS: uma *atividade* constitui-se com a existência de um objeto e de um motivo. Neste sentido, o professor insere (ou tenta inserir) os estudantes em uma *atividade* cujo motivo é obter um resultado, mas cujos objetos, muitas vezes, presentificam-se de forma confusa.

Uma questão nos surgiu quando nos perguntamos por que o professor comentava o objetivo das atividades sem que os alunos solicitassem esse comentário. Refletindo sobre esta questão, encontramos resposta no próprio MTCS, quando O professor fala, o faz numa direção (interlocutor), e é este quem legitima, guia, suas falas, ou seja, o modo como o professor explica e fala são norteados por este interlocutor – que pode estar em constante construção conforme a interação com seus alunos – deste modo, quem solicita ao professor que comente o exercício, pretensamente aclarando seus objetivos, são seus alunos cognitivos, o seu interlocutor.

Não sabemos precisar como se constituem estes interlocutores, mas podemos elencar diversos itens que podem contribuir para essa constituição:

- Interação do professor com os seres biológicos;

- Experiências do professor enquanto aluno;
- Experiências anteriores do professor;

Não pretendemos explorar a constituição destes interlocutores, apenas indicaremos aqui esta justificativa para a “re-enunciação” dos exercícios, que será novamente explorada no item “Foco na execução de procedimentos”.

Repetições Sistemáticas

Clipes: M002; M005; M020; J020;

Para discutir este evento traremos clipes que mostram enunciações “fixas” sendo sistematicamente repedidas por alunos e professor, ou seja, a “reprodução sistemática de enunciados”, ocorrida muitas vezes na utilização de “regras” e estratégias mais práticas ou mnemônicas.

Antes de prosseguirmos, tomemos alguns exemplos disponíveis nos clipes:

- “Área igual à base vezes altura”;
- “Mais com menos dá menos, menos com menos dá mais”;
- “Delta igual a ‘b’ ao quadrado menos quatro ‘a’ ‘c’”;

Para a análise desta questão é preciso retomar a noção de conhecimento estabelecida no MTCS: o conhecimento é uma **crença-afirmação justificada** numa enunciação, deste modo, a **justificativa** que se dá para determinada afirmação é parte integrante do que estamos chamando de conhecimento. Sendo assim, teremos conhecimentos diferentes ao afirmarmos: “ $2+2=4$ ” se as justificativas dadas para esta afirmativa forem diferentes. No transcorrer das filmagens pudemos presenciar a utilização de “regras” enunciadas por: “sinais iguais sempre mais, sinais diferentes sempre menos”, ou na sua forma simplificada “mais com mais é mais, mais com menos é menos”.

Estas regras servem, muitas vezes, como facilitadores no momento de execução de um exercício, sobretudo quando o que se deseja é “apenas” a obtenção de um resultado, e não aclarar o processo pelo qual se deu a resolução. No entanto, sob a ótica de conhecimento do MTCS, os “resultados”, como enunciados acima, perdem

o papel de destaque que possuíam em outras abordagens, passamos de um “saber-fazer” para um “saber-fazer e falar” sobre determinado objeto. Ao exaltarmos “o que se diz” sobre determinado objeto, ficam secundarizadas, para discutirmos sobre conhecimento, questões meramente procedimentais, de execução de algoritmos.

Estas enunciações podem pertencer a núcleos se, ao serem pronunciadas, evocarem nos alunos as justificativas para as afirmações. Portanto, os núcleos podem permanecer negligenciados em situações de sala de aula se as justificativas não forem explicitadas ou se os alunos não forem motivados a explicitá-las.

A presença de “enunciações repetitivas”, das procedimentalizações dos exercícios, nos indica uma “visão” de conhecimento diferente da proposta pelo MTCS. Possivelmente os professores possuem uma visão de conhecimento que justifique este fazer, pois acreditamos na coerência entre as práticas e concepções do(s) professor(es), e a nossa leitura tenta, inclusive, buscar tais coerências.

Podemos perceber que diversos eventos apontam para a “procedimentalização”, para a importância de explicitar, motivar ou exercitar procedimentos.

Definições dadas no/pelo uso

Clipes: M005; M008; M014;

“Colocamos a palavra ‘definições’ entre aspas porque, na maioria dos livros, não é explicitado que se trata de uma definição. Muitas vezes o autor nos diz: “vamos trabalhar agora com o conceito de ângulo”, mas o que vem em seguida não é um “trabalho” e sim uma frase, geralmente curta, seguida de observações quanto à notação. Entenderemos tal procedimento como sendo a apresentação implícita de uma definição” (VIANNA & CURY, 2001: 23).

Nos clipes de referência podemos ver definições sendo dadas não no esclarecimento “do que é”, mas sim na direção de “como se usa”, “onde se usa” determinado conceito ou objeto. No clipe M005 (e também no M014), a professora fala de altura sem, no entanto, apresentar uma “definição” de altura. Fala sobre altura, tenta trazer exemplos, utiliza o “conceito” em suas atividades. Ao trabalhar com o termo aparecem divergências entre alunos e professor: os alunos trazem para seus discursos usos do termo “altura” vindos de “outros lugares”, como por exemplo, altura como “comprimento” de um objeto ou “extensão” de um corpo. Seria fácil buscarmos outros significados, outros usos para este termo. Neste momento nos

parece entrar em conflito as “coisas da rua” e as “coisas da escola”. Lins e Gimenes (1997) discutem a “matemática da rua” e a “matemática da escola” afirmando que uma não legitima a outra:

“A breve olhada para as diferenças entre a aritmética da rua e a escolar sugere que cada uma delas envolve seus próprios significados e suas próprias maneiras de proceder e avaliar os resultados desses procedimentos, e sugere que essas diferenças acabam constituindo *legitimidades* [próprias]” (LINS & GIMENES, 1997, p.17).

No clipe M005, nos parece claro que a professora tenta, pelos significados/modos "da rua", falar sobre "altura", como esse conceito é tratado na "matemática da escola", buscando legitimá-la por meio de falas que remetem a outros locais que não a escola, o que aparenta causar “conflito” na discussão com os alunos, pois estes buscam argumentos que legitimam “altura” como sendo outras coisas que não esta que, acreditamos, a professora pretendia.

Denise Silva Vilela (VILELA, 2007), em sua tese de doutorado, faz um estudo sobre as adjetivações da matemática na literatura de educação matemática valendo-se de pares tensoriais, dentre eles “matemática escolar/matemática da rua” (VILELA, 2007: 98), trazendo um “quadro das diferenças” encontradas na literatura por ela levantada. Dentre os itens elencados, ela afirma ser característica da matemática escolar a “Lógica da sistematização” ao passo que a matemática da rua caracteriza-se, entre outras coisas, pela “Lógica regida pelo caráter prático-utilitário” (VILELA, 2007: 121). Esta forma de “definir” os objetos nos parece fortemente apoiada “na rua”, onde os objetos são definidos, muitas vezes, pelo/no uso. A título de ilustração podemos perguntar “o que são” determinados objetos e poderemos perceber quanto as respostas estão apoiadas no seu uso. No Wikipédia (uma enciclopédia livre em que as pessoas “comuns” escrevem os artigos, se aproximando assim do que acreditamos que seria possível de se encontrar “na rua”), buscamos “o que é mesa?” e encontramos a seguinte definição:

“Mesa é uma peça de mobiliário, **na qual as pessoa comem**, que foi criada em meados do século I. Não se sabe quem foi o seu inventor, mas acredita-se que tenha sido árabe ou persa” (o negrito é nosso, WIKIPÉDIA³⁵, 2008).

Buscamos também, no mesmo site, o termo “vassoura”:

³⁵ Disponível em <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Mesa>>, acessado em 19 de setembro de 2008.

“Uma vassoura é um **objeto utilizado para a limpeza doméstica**. É composta por um cabo de madeira com aproximadamente 1,5m de altura e na extremidade inferior possui uma escova de fibras duras. Em algumas culturas, a vassoura é associada à bruxaria, sendo **utilizada como meio de transporte** por bruxas” (os negritos são nossos, WIKIPÉDIA³⁶, 2008).

Note que a “definição” dos dois objetos, logo de início, vem atrelada ao uso, o mesmo acontece com o termo “Talher”³⁷ e outros tantos. Podemos perceber que, exceto a vassoura, os outros dois objetos não apresentam características físicas obrigatórias para que objetos “sejam” mesa ou talher, e mesmo ao termo vassoura, teríamos uma série de objetos que chamamos atualmente de vassoura e que vão além das características descritas neste “verbete”.

Outro “objeto matemático” definido da mesma forma pela professora é “mediana”. No mesmo instante em que ela pergunta à sala “o que é mediana?” acrescenta à pergunta “o que a gente tem que fazer?”. Ou seja, novamente a indagação volta-se ao uso que se faz deste conceito.

Recorrendo novamente à Vilela(2007), na análise de outro par tensorial “matemática escolar/matemática científica”, temos que as definições na matemática escolar, em relação a seus textos-documentos, são:

“...as que podem ser entendidas pelo aluno; não há necessidade de serem formais;
São mais descritivas;
Podem usar imagens intuitivas” (VILELA, 2007: 30).

Enquanto que, para a matemática científica:

“Definições formais são centrais para o desenvolvimento rigoroso da teoria.
São formulações extremamente precisas (uma ambigüidade pode levar a contradições);
Não são descritivas” (VILELA, 2007: 70).

³⁶ Disponível em <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Vassoura>>, acessado em 19 de setembro de 2008.

³⁷ “Talheres são objetos **utilizados para facilitar o ato de comer**.” (o negrito é nosso, WIKIPÉDIA, disponível em <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Talher>>, acessado em 19 de setembro de 2008)

Se nos voltarmos ao Clipe M014, podemos notar a professora definir “moda” de forma puramente formal, fato que não vai contra a nossa argumentação sobre a definição no uso, mas colabora para percebermos que a sala de aula é um ambiente complexo. Um ambiente que foge a “fechamentos” e delineamentos mais rígidos, e contribui para vermos o “jogo de linguagem da sala de aula de matemática” como possuindo “semelhanças de família” tanto com o “jogo de linguagem da matemática científica” (chamada muitas vezes aqui de formal) quanto com o “jogo de linguagem da matemática da rua”. Vilela afirma que “número”, por exemplo, possui várias significações nos diferentes jogos de linguagem, atrelados a diferentes pensamentos:

Nas páginas 120 e 121 a autora nos traz uma tabela em que sintetiza as diferenças, encontradas por ela, entre a matemática extra-escolar (ou matemática da rua) e a matemática escolar. No que se refere aos números, na matemática escolar eles são tidos como “puros”, ao passo que na matemática extra-escolar são “números de coisas reais” (VILELA, 2007:121). Podemos ainda contrapor a idéia de números naturais na matemática científica, trazida pela autora em outro momento do texto: “Operações e propriedades básicas não se conectam com situações concretas; se prestam a informar sobre a estrutura aritmética do conjunto N ” (VILELA, 2007:71).

O conceito de semelhança de família contribui com o objetivo de não necessitarmos de algo “essencial”, ou seja, uma “essência” última que perpassasse todos estes jogos. Entretanto, buscamos aspectos que ligam um jogo a outro e, possivelmente, outros aspectos que ligam este a um terceiro.

Preocupação com registros de representação gráfica

Clipes: M004; M012;

Nos clipes de referência desse evento, podemos ver uma constante preocupação da professora com os desenhos que utiliza na resolução dos exercícios. Pudemos presenciá-la “refazendo” seus desenhos por diversas vezes, pedindo para os alunos conferirem o desenho do livro, pois seu desenho “não estava muito bom”.

O cuidado com as representações gráficas (figuras) pode indicar uma intenção de parametrizar a compreensão de um conceito com base em um suporte (no caso,

gráfico), mas pode induzir a uma limitação; o mesmo podendo ocorrer com a utilização de objetos concretos.

O caso da utilização da figura como estratégia didática, como suporte, será discutido posteriormente, quando tratarmos do item “referências a objetos concretos”, dada a proximidade destes dois temas em especial no que se relaciona à produção de significado.

A estratégia poderia induzir a uma limitação caso os interlocutores, a partir do que lhes está disponível (no caso a forma concreta ou gráfica que visa à aproximação do conceito) não ultrapassem o “dado”, não exercitem a abstração, não idealizem termos/objetos. Nesse caso, correr-se-ia o risco de operar meramente com o “objeto físico” e, desta forma, as “imperfeições” dos desenhos passam a ser “imperfeições conceituais” implicando “impossibilidades” de uso e compreensão, pois afirmar “isto ainda não é um quadrado” determina a necessidade de infundáveis ajustes como se de tais ajustes “o” quadrado surgisse e a forma perfeita fosse dada graficamente e pudesse, então, ser tratada como conceito.

Outra questão possível quando percebemos o uso das “representações gráficas” é “quem solicita à professora lançar mão de desenhos para a resolução dos exercícios?”. Uma das respostas a essa questão talvez seja: o próprio ambiente da escola, no qual algumas idéias circulam como força de lei. GOTTSCHALK (2008) destaca que muitas das orientações e materiais didáticos evidenciam um aspecto construtivista da matemática: os alunos, se devidamente estimulados, teriam condições de, por eles mesmos, partirem de experiências empíricas e chegarem ao conhecimento matemático.

No entanto, a maior parte das figuras que a professora faz na lousa já está no texto de apoio. A professora utiliza-se então das figuras para “falar” com os alunos, para comunicar-se com eles. Neste sentido, cabe-nos novamente trazeremos alguns aspectos da comunicação segundo o MTCS: quando O autor (neste caso a professora) produz seu texto (no caso sua explicação, suas falas), o produz numa direção (seu interlocutor, neste caso UM aluno cognitivo), que tende (a partir de enumeras interações) a se aproximar de O aluno. O que legitima O autor a “falar” determinadas “coisas” é o seu UM leitor cognitivo. Desta forma, em nosso caso, são

os UM alunos desta sala que legitimam (pedem) para que o professor dialogue com eles utilizando figuras.

Uma outra abordagem é possível. Flores (2006) apresenta a importância das diversas representações semióticas na matemática. Ela defende, apoiada em Duval, a necessidade de se utilizar em sala de aula as várias representações de um mesmo objeto matemático:

“A contribuição de Duval para o processo de ensino/aprendizagem em matemática está em apontar a restrição de se usar um único registro semiótico para representar um mesmo objeto matemático. Isso porque uma única via não garante a compreensão, ou seja, a aprendizagem em matemática. Permanecer num único registro de representação significa tomar a representação como sendo de fato o objeto matemático – por exemplo, $f(x)=x$ será a função, e não uma representação do objeto matemático” (FLORES, 2006:80)

Para este aporte teórico utilizado pela autora, há a possibilidade da existência de diversas representações de um mesmo objeto. Para o exemplo dado acima, seria uma outra representação deste objeto, por exemplo, o gráfico da função $f(x)=x$.

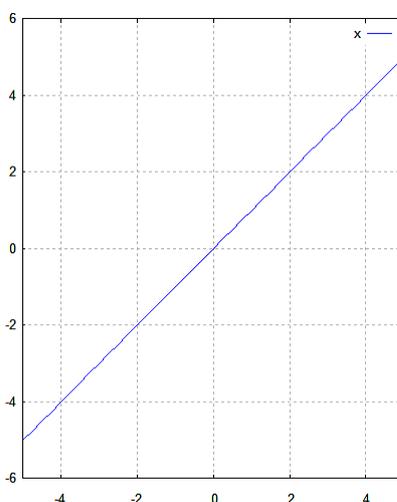


Figura 01 – gerada com o software livre Maxima.

Ela aponta ainda para a necessidade de o aluno transitar entre as diversas representações. Neste sentido, apresentar as representações gráficas, como faz a professora, pode ser uma tentativa de motivar a “compreensão” do objeto matemático “em si”, segundo a perspectiva apresentada.

Cabe-nos atentar para fato de que, segundo o MTCS, não existem diversas representações para um mesmo objeto, cada “representação” constitui-se num novo

objeto. No entanto, a perspectiva de Flores, que não dialoga com a do MTCS é uma possibilidade, e nossa intenção ao trazê-la à cena, é a de “buscar coerências” nas ações e falas dos professores.

Coisificação dos objetos matemáticos

Clipes: M004; M015; M016; J001; J019;

Nos clipes em questão podemos ver os objetos matemáticos sendo “tratados”, na fala dos professores, como objetos de natureza física: os objetos são concretos, visualizáveis, movem-se, são temporalmente situados etc.

Poderia ser interessante, aqui, uma discussão acerca da natureza dos objetos matemáticos segundo as principais escolas de pensamento matemático, como o Logicismo, o Intuicionismo e o Formalismo³⁸. Este tratamento, entretanto, já é bastante conhecido e está disponível em inúmeros textos de Filosofia da Matemática e de Filosofia da Educação Matemática. Segundo nossa perspectiva, seria mais interessante, aqui, frisar nossa intenção: mais do que se centrar em concepções filosóficas que poderiam justificar as enunciações do professor e inscrevê-las numa ou noutra escola de pensamento, pensamos em focar nosso olhar naquilo que ele “efetivamente” faz, e, para entender sua prática, na esteira dos teóricos que nos apóiam aqui, estudamos a relação entre concretude e Matemática segundo Wittgenstein.

Para Wittgenstein (Cf. GOTTSCHALK, 2008), o conhecimento matemático serve para regular nossas inferências sobre os objetos físicos, mas estes não refutam ou corroboram o conhecimento matemático, que faz parte de outro jogo cujo aprendizado baseia-se em aprender as regras próprias deste – e não de outro – jogo chamado Matemática. Nesse sentido, para identificar o que o professor faz podemos chamar à cena o MTCS, tendo em vista que este professor direciona sua enunciação para seus alunos cognitivos e não para outros profissionais da matemática, membros de uma comunidade específica na qual as discussões filosóficas a respeito da matemática seriam mais próximas e familiares.

³⁸ Como sugestão de leitura sobre estas correntes filosóficas podemos indicar: BARKER, S. F. *Filosofia da Matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 1976; DAVIS, P.J. & HERSH, R. *A Experiência Matemática*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985; SNAPPER, E. *As três crises da Matemática: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo*. Revista Humanidades, volume II, n. 8, pp. 85-93, julho-setembro de 1984; dentre outros.

Nesta discussão podemos destacar frases como: “A medida está saindo dos dois vértices? Ele está colocado aqui fora, mas sai dos dois vértices...”, “a base vai desse ponto”, “é como se ele passasse aqui uma tesoura, recorta, tira esse triângulo daqui, coloca ele aqui”, “Porque o paralelogramo é tortinho”, “é só ver onde ela vai cortar o eixo ‘y’”, “[as retas paralelas] nunca vão se encontrar na vida”, “infinitamente elas vão seguir sempre com essa mesma distância”, “Infinitamente estas funções vão seguir uma do lado da outra, sem nunca se encontrar, sem nunca achar um ponto comum para as duas funções”.

Se considerarmos a existência de uma matemática única que se apresenta de diferentes formas em diferentes locais e circunstâncias (rua, escola, academia), a abordagem presentificada nas falas dos professores seriam “distorções” da matemática. No entanto, segundo Vilela (2007: 18):

“...discernir e caracterizar devidamente a matemática escolar e a matemática da rua, ao invés de compreendê-las como ‘níveis diferentes da mesma matemática’, pode contribuir na compreensão dos problemas das dificuldades de significado em evidência na matemática escolar, bem como esclarecer os limites entre os significados de cada matemática” (VILELA, 2007: 18).

Desta forma, pensamos nestas abordagens trazidas pelos professores como “modos de caracterizar” objetos matemáticos (próprios) em suas falas e por sua vez, modos de produção de significados para estes objetos que, para nós, são o que efetivamente se diz sobre eles num dado local ou circunstância sendo, portanto, em cada situação, objetos distintos.

Em alguns jogos de linguagem as medidas e medições podem ser trazidas por meio destas ações destacadas na fala dos professores. É fácil imaginarmos alguém dizendo “o terreno vai daqui até ali”, “este sítio vai até aquela cerca” por mais que o terreno “não vá a lugar algum”. Isso nos mostra como a linguagem da sala de aula “admite”, torna lícito, certos “usos” que, em princípio, poderiam parecer “estranhos” a uma matemática “institucionalizada”.

Pensando na comunicação NA sala de aula, não é de se estranhar que o professor, ao “dirigir-se” a seus alunos, se aproxime, nas falas, daquilo que os alunos fariam, ou melhor, daquilo que possivelmente acredite que os alunos fariam. Segundo o MTCS são os outros, para os quais nos dirigimos, que legitimam o que vamos dizer.

Na perspectiva de buscar coerências entre as concepções dos professores e suas ações em sala, acreditamos que o professor assim fala sobre os objetos matemáticos (coisificando-os) crendo que este modo de falar não “influencia” a formação/constituição destes objetos/conceitos por parte dos alunos. Assim, aparentemente, estas “adjetivações” são utilizadas sem que seja considerada a possibilidade de serem constituídos (diferentes) objetos pelo modo como se fala deles, o que talvez seja justificado pela perspectiva de poder-se falar de um objeto de diferentes formas/modos o que, sabemos, é um ponto de vista usual, embora apartado daquele do Modelo dos Campos Semânticos.

Contrariamente a esta perspectiva (a possibilidade de se falar de formas diferentes de um mesmo objeto), para o MTCS, cada modo diferente de falar sobre algo constitui um novo objeto e, deste modo, os objetos são construídos ao se falar deles, e eles são aquilo que efetivamente se diz sobre eles.

Quanto à natureza dos objetos matemáticos, Vilela (2007) traz algumas caracterizações do objeto matemático em diversos jogos de linguagem:

“[Na matemática escolar a natureza do objeto] Muitas vezes é o que dá o sentido e está associada aos princípios, às argumentações, às definições e às justificativas” (VILELA, 2007: 69).

Ou seja, na matemática escolar importa a natureza dos objetos, pois esta é que traz o “sentido” para o que se faz, estando muitas vezes esta natureza diretamente atrelada a aspectos físicos, usuais, cotidianos. Na matemática científica, por outro lado, a natureza do objeto é:

“Completamente indeterminada; só importa a estrutura, abstraindo-se a natureza...” (VILELA, 2007: 69).

Mais à frente, justificando a diferença das “matemáticas” como diferentes “jogos de linguagem”, a autora acrescenta:

“Podemos apontar diferenças entre as matemáticas quanto aos valores, aos usos, às legitimidades, ao valor social, à representação social, à capacidade de resolver problemas, etc” (VILELA, 2007: 124).

Caracterizam-se, assim, diferentes significados para estas expressões e, decorrentemente, segundo nosso ponto de vista, objetos distintos.

Foco na execução de procedimentos

Clipes: M009; **M013**; **M017**; M018; M020; **M023**; J001; J002; **J006**; J007; **J008**; J009; **J010**; J013; J014; J020; J023;

Nos clipes desta unidade, vemos os professores partirem de questões abrangentes para, a cada nova enunciação, sugerirem ou indicarem caminhos para a conclusão. É comum, entretanto, presentificar-se o recurso do procedimento, isto é, em determinados momentos percebe-se a tentativa de apenas estabelecer procedimentos que dêem conta da execução de exercícios.

No clipe M009, por exemplo, ao falar em mediana a professora simultaneamente pergunta “o que é?” e “o que devemos fazer agora?”. No clipe J001, após ler o enunciado do exercício, o professor inicia seu comentário com a frase “o que ele quer na verdade é...” indicando os procedimentos que devem ser realizados. Vemos inúmeras vezes, ao longo dos clipes, questões do tipo “o que fazer?”.

Neste sentido, acreditamos que as falas dos professores, em especial nestes clipes visaram mais a “dar procedimentos” de realização dos exercícios, do que a levantar questões que pudessem suscitar discussões em sala de aula ou mesmo pudessem estimular os alunos a chegarem aos procedimentos de resolução.

Desta forma, ao dar os procedimentos para a realização dos exercícios, estes, que algumas vezes eram dados na forma de problemas, tornam-se apenas tarefas mecânicas, pouco exigindo dos alunos além da capacidade de aplicar algoritmos.

Acreditando na coerência entre o que o professor faz e aquilo em que ele acredita (suas concepções), ou mesmo julgando válidas suas intenções e justificativas quanto ao que ele acredita ser adequado para determinada situação, foquemos a procedimentalização que parece caracterizar muitas atividades.

Em algumas ocasiões percebemos os alunos questionarem o professor, pedirem esta procedimentalização; em outros momentos percebemos que após o professor esperar que os alunos resolvam a atividade e estes, em sua maioria, não corresponderem, ele próprio traz os procedimentos à tona. Por fim, temos, ainda, momentos em que o professor já inicia a atividade estabelecendo os procedimentos como sendo o próprio objetivo a ser alcançado.

Em qualquer dos três casos citados no parágrafo anterior o que nos é relevante, no momento, é a postura do professor, via suas falas/attitudes, com estes alunos. Quando o professor produz seu texto, ele o faz na direção de UM leitor, seu interlocutor, no caso, seus alunos cognitivos. Se o professor fornece os procedimentos a seus alunos, é porque estes alunos cognitivos assim solicitam que ele o faça: são eles que legitimam falas, que “pedem” ao professor que explicita procedimentos.

Não temos clareza – reiteramos – de como se constituem estes alunos cognitivos. É certo, entretanto, que a interação com os alunos (biológicos) e as experiências anteriores do professor são fatores que influenciam esta constituição. Sendo assim o fato de, em alguns momentos, os alunos solicitarem a procedimentalização, seja por comentários diretos ou pela ausência de atitude frente aos exercícios, pode influenciar o professor de modo tal que ele passe a executar esse protocolo (sugerir a procedimentalização) mesmo sem que os alunos o solicitem diretamente.

Outro fator que poderia levar os professores a procedimentalizarem as atividades é acreditarem que os procedimentos são um objetivo de suas aulas.

Se recorrermos novamente a Vilela (2007:120-121) veremos que alguns autores já trazem a característica da procedimentalização como pertencente à matemática escolar.

Representação

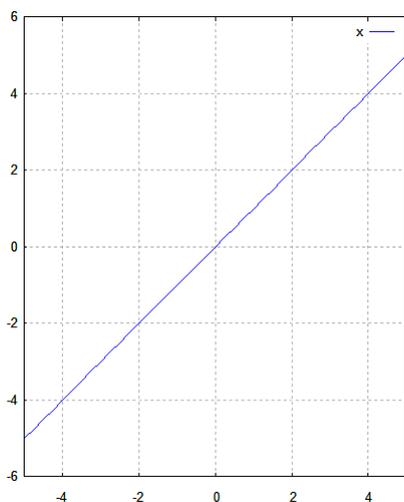
Clipes: M022; M025; J003; J007; J016;

Nestes clipes, podemos ver o(a) professor(a) utilizar diferentes formas escritas para um mesmo valor – “um e meio, um inteiro e cinco décimos” (M022) –, ou o texto do material pedagógico utilizar a idéia de representação: encontre uma expressão algébrica que “represente” o perímetro da figura (M025).

Neste sentido, podemos questionar a representação na matemática, mais especificamente, como se dá a representação, quais suas decorrências, e o que ela significa para/na sala de aula de matemática. Esta discussão torna-se relevante posto que um dos nossos referenciais teóricos não admite representações, ao passo que o senso comum e, ao que nos parece, os professores e os materiais pedagógicos, não só a admitem como a enfatizam. Para o MTCS, reiteramos, não

existem representações pois toda alteração seja na escrita (escrever algo de formas diferentes), na fala (falar algo de diferentes modos), no desenho (esboçar algo usando diferentes formas gráficas), cria um novo objeto. Nesta teoria, diferente do que ocorre na semiótica, por exemplo, cabe olhar para estes diferentes objetos, como descrito acima, e não para um objeto e suas diversas representações. O que estas outras teorias chamam de representações, para o MTCS nada mais são do que diferentes objetos que nos ajudam a dizer coisas sobre outros, por exemplo: um gráfico de função nos auxilia a dar informações sobre uma escrita algébrica que poderia ser relacionada a este gráfico. No entanto, esta relação não é estabelecida *a priori* por estes dois objetos, mas sim por aqueles que os lêem, nas circunstâncias em que lêem. Para um criança, que não teve acesso a um determinado conteúdo matemático, pode ser difícil estabelecer qualquer relação entre, por exemplo, estes dois objetos:

Objeto 1:



Objeto 2:

Para os professores e também para o material didático utilizado por eles, parece existir “A função”, sendo os objetos acima representações desta função, uma delas a gráfica; a outra algébrica.

Alguns objetos, para alguns matemáticos, podem parecer ou ser exatamente o mesmo e um único, para outras pessoas, com outros interesses, inseridos em outras atividades, podem ser totalmente diferentes. Como exemplo: $g(x) = x$ e $f(x) = x$, que

dependendo da atividade em que se inserem podem ser tidas como “objetos” diferentes.

São as atividades que justificam e podem proporcionar o estabelecimento de relações entre os objetos. Diversas considerações sobre este aspecto foram tecidas no item “*Preocupação com registros de representação gráfica*”, e não serão retomadas aqui.

“ELE” autor

Clipes: M007; M010; M020; J002; J014; **J015**;

Em diversos momentos percebemos os professores se referirem a um “Ele” ao falar dos exercícios ou do material didático que utilizam.

Nestes momentos em que se manifesta o “Ele”, é este quem norteia as atividades em sala. Deseja-se então, fazer o que “Ele quer” que seja feito. Este “Ele” nos remete a um autor cognitivo, contemplado no MTCS:

“[...] o leitor constitui sempre um autor, e é em relação ao que este “um autor” diria que o leitor produz significado para o texto (que assim se transforma em texto)” (LINS apud JULIO, 2007: 19).

Este autor cognitivo não é necessariamente o autor “biológico” do texto, as tentativas de leituras de um texto passam pela intenção de “se aproximar” cognitivamente deste autor, mas que, *a priori* é inalcançável em sua plenitude.

Ao chamar este “Ele” para a sala de aula, o professor “transfere” as intenções, os objetivos da aula e dos exercícios para algo – como que um ser – “externo”, ao invés de serem intenções e objetivos acordados entre aqueles que participam da aula. No entanto, temos que destacar que este “Ele” exerce papel de autoridade sobre o grupo: alunos e professores. Ao terem as atividades dirigidas por “Ele”, alunos e professores passam a ser executores do que “Ele” deseja, o “Ele” sempre reafirmado na fala do professor.

Notemos que os professores evitam usar expressões como “Eu quero que vocês...”, ou indagações do tipo “o que vocês querem?”, poucas vezes registradas em nossas filmagens.

O “NÓS”

Clipes: M001; J022;

Estes dois clipes constituem exceções em relação ao que foi discutido na unidade anterior. Nestes dois casos os professores colocam o objetivo do exercício/tarefa de forma conjunta: “não era isso que a gente queria?”, “nosso problema”.

Ao colocar conjuntamente estes objetivos os professores compartilham, ao menos em suas falas, o interesse em realizar determinada atividade, pressupondo que os alunos “também” queiram realizá-la. Em poucos momentos presenciamos professores indagando os alunos quanto a suas “intenções” nas aulas, ou mesmo quanto a suas estratégias de resolução (apesar desta última ser mais freqüente que a anterior).

Este “nós” também pode ser lido como uma estratégia da fala que reforça a existência de um “contrato didático”, um possível acordo entre professores e alunos sobre o andamento, objetivos e funcionamento da sala no transcorrer das aulas e não somente uma “imposição” de um agente externo, ou mesmo do professor.

Referência a objetos “concretos”, “cotidianos”

Clipes: M012; J004; J022;

Nos clipes que compõem esse grupo vemos os professores fazerem referência a objetos concretos e situações do dia-a-dia para falar de matemática. Referem-se a tijolo, bloco de construção, folha de caderno, restaurante, jardim e pedras.

Na perspectiva wittgensteiniana (Cf. GOTTSCHALK, 2008), o conhecimento matemático não é justificável por nossa realidade empírica, mas apenas nos “permite” inferir sobre ela. No entanto, muitos são os materiais pedagógicos e orientações que sugerem “encontrar” o conhecimento matemático a partir da realidade concreta do aluno, como por exemplo, os PCN³⁹, dispositivo que

“...concebe as estruturas matemáticas como produtos de um determinado desenvolvimento mental do aluno, descrito pelas teorias psicogenéticas de Jean Piaget como se tratando de um processo natural de interação entre estruturas cognitivas e o meio físico e social” (GOTTSCHALK, 2008: 77).

³⁹ Parâmetros Curriculares Nacionais.

Neste caso, diferente de outros, nos parece que utilizar exemplos concretos/cotidianos está atrelado muito mais a uma visão sobre conhecimento matemático do que apenas “recursos” de linguagem. Seria possível extrair o conhecimento matemático com base em nossa realidade empírica? Pode o aluno, se estimulado, “chegar” até ela? Contrariamente à visão de Wittgenstein nos parece que a concepção das orientações e dos materiais que o professor utiliza nos indica que sim.

No entanto, é importante destacar, como em Lins & Gimenez (1997), que ao falarmos de “balança”, por exemplo, evocamos em nossos alunos determinadas produções de significado que podem não estar atreladas à “equação”. O aluno pode passar a operar, cognitivamente, com uma balança e não com uma equação e haverá momentos em que as operações com a balança não são suficientes, como por exemplo no caso de estarmos trabalhando com a equação: “ $3x+100=10$ ” (LINS & GIMENEZ, 1997:134).

Ao utilizarmos “objetos concretos” nas aulas de matemática corremos este “risco” de aproximar de modo equivocado abstração e concretude, idealização/metáfora e “realidade” física, pois ao falarmos de certos objetos/concretudes, estamos propiciando a nossos alunos produzirem significados para estes objetos/concretudes e não para os “objetos da matemática” (em direção aos quais queremos conduzi-los). Na matemática científica, e muitas vezes na escolar, trabalhamos com o objeto ideal, ou idealizado, diferentemente do que ocorre na rua, onde, por exemplo, uma “reta” desenhada sobre a superfície da madeira possui saliências, espessura, pois é um traço de grafite sobre uma superfície dura, com desvios e aspereza, diferente a “reta ideal” da matemática em que todos os aspectos não essenciais e/ou imperfeições são eliminados (DAVIS e HERSH, 1985:157).

Para o MTCS, os objetos “são”, em uma dada situação, aquilo que falamos sobre eles, tornando assim importante diferenciar, numa determinada atividade, de que objeto se está falando: estamos falando de balanças ou de equações? Estamos falando da “reta ideal” ou do “risco sobre a madeira”? Cada termo/expressão pode evocar uma polissemia de significados (ou de produções de significados) que, em muitos casos, podem ser contraditórios. Neste sentido, o que diferencia Lins de Wittgenstein, ou melhor, o MTCS dos Jogos de linguagem, é que, para o primeiro,

os significados são produzidos pelo O leitor durante sua leitura de uma enunciação (e por O autor ao enunciá-la), e estes significados são legitimados, ou não, por seus interlocutores; enquanto que para o segundo, os significados são dados num Jogo, e em diferentes jogos poderemos ter diferentes significados (conforme os diferentes usos) enquanto que num mesmo jogo de linguagem seus participantes (os “jogadores”) compartilham um mesmo significado (modo de uso).

O outro aspecto para o qual chamamos a atenção é a abstração, entendida, aqui, em nosso jogo de linguagem, como a capacidade de falar sobre algo que não está presente fisicamente, ou ao qual não se tem acesso senão por meio da linguagem. O uso dos exemplos físicos e da “coisificação” dos objetos matemáticos nos sugere uma tentativa de fuga, ou de amenização, do caráter abstrato da matemática científica, uma característica que muitas vezes desliza para a matemática escolar. Algumas referências nos sugerem a abstração como uma importante função do pensamento e da linguagem, considerando-a de “alto nível”. Dentre essas referências destacamos Luria:

“Ao generalizar os objetos, a palavra converte-se em um instrumento de abstração e generalização, que é a operação mais importante da consciência” (LURIA, 1987:37).

Ainda falando sobre a palavra:

“... a palavra nos leva além dos limites da experiência sensível, permite-nos penetrar na esfera do racional” (LURIA, 1987: 40).

Neste sentido entendemos a abstração. Abstrair é ir além dos limites da experiência sensível, o que nos é proporcionado por alguma linguagem.

Linguagem gestual

Clipes: M006; **M028**; J009;

Em todos os clipes os professores interagem com seus alunos de diversas formas, dentre elas os gestos, movimentos, expressões etc., além da própria linguagem oral e escrita. Nas aulas que presenciamos não pudemos notar símbolos gestuais diferenciados explicitamente presentes (por meio de outras linguagens). No entanto, por diversas vezes, percebemos os professores interagirem com a sala por meio de gestos e os alunos, de alguma forma, responderem/reagirem a eles.

Se pensarmos os gestos no contexto dos *jogos de linguagem*, pensamos que estes poderiam ser encarados apenas como **um outro** jogo de linguagem em que nem todas as regras estão “bem definidas”, embora seja um jogo que todos os participantes sabem jogar. Por diversos momentos o professor interrompe sua fala para olhar “seriamente” para alguns alunos que conversavam, e estes, participando deste jogo, interrompem suas conversas “atendendo” ao olhar do professor. Segundo o MTCS os alunos, ao lerem os gestos do professor, criam um professor cognitivo que diz “parem de conversar”.

No clipe J009, vemos o professor fazer uma leitura dos gestos/expressões dos alunos ao comentar “[vocês estão com] carinha que não entenderam nada”. Por conta desta observação, o professor retoma sua explicação e a reelabora.

Em outros momentos os professores valem-se da linguagem gestual para ir além destes pequenos pedidos de atenção: parecem utilizá-la como apoio a determinadas explicações do conteúdo. Nos clipes em que o professor fala de inclinação da reta, constantemente ele move o braço deixando-o em diversas inclinações, como se seu braço servisse de suporte para a reta em questão. Em outros momentos, quando vão realizar cálculos na lousa, constantemente sinalizam com as mãos indicando elementos dessas operações. Neste sentido, ao invés de tomarmos os gestos como **um outro** jogo de linguagem, podemos entendê-los como **parte** deste jogo de linguagem da aula de matemática, pois dentro deste jogo de linguagem os gestos também possuem usos diferenciados, portanto significados diferenciados, que apóiam constantemente o diálogo entre professor e alunos.

Em um dos clipes (M006) vemos um aluno utilizando fortemente dos gestos para definir o conceito de “base” e “altura”: ele movimenta o braço ora na horizontal, para definir base, e ora na vertical, para definir altura. Desta forma, este aluno define gestualmente o que para ele é “altura” e “base”, sem (sentir a necessidade de) recorrer a outras linguagens.

Podemos perceber que mesmo não sendo uma linguagem em que as regras de composição e uso estão “explicitadas” – em nenhum momento vemos os professores definindo claramente qual é o significado desejado com seus movimentos, o que também acontece conosco em situações cotidianas – na sala de

aula a linguagem gestual está presente e é um recurso significativo, tanto para o professor quanto para o aluno.

Cabe ressaltar que comumente, como apontado, por exemplo, no trabalho de Vilela (2007), a diferenciação entre as Matemáticas ou a caracterização dos jogos de linguagem das matemáticas (matemática escolar, extra-escolar, acadêmica, etc.) contrapõem aspectos da linguagem oral e escrita. Aqui apresentamos esta outra possibilidade que atua em diferentes jogos: o gestual. A gestualidade, emanada pelo corpo, pode sempre comunicar algo em diferentes circunstâncias. Certamente o gesto terá certos componentes próprios aos jogos dos quais participa (será acionada de maneiras distintas e apreciada segundo certas contingências), mas, também certamente, ela participa de todos os jogos em que há interlocução presencial, pois que é uma instância própria da linguagem do corpo. Assim, todas as formas de linguagem (gestuais, orais, escritas, pictóricas etc) complementam-se na intenção de comunicar⁴⁰.

4.3. Retomando alguns pontos apresentados

No item anterior, pudemos explicitar e analisar alguns eventos ocorridos/percebidos em nossas filmagens no que se refere à linguagem. Eventos que constituíram nosso mapa – um mapa possível – dos usos da linguagem em sala de aula. Faremos agora uma breve retomada destes aspectos que constituem, para nós, o *jogo de linguagem da sala de aula de matemática*.

Este jogo de linguagem parece caracterizar-se por:

- Possuir *semelhanças de família* com outros jogos de linguagem: o da matemática acadêmica/científica, da rua, de um grupo profissional etc.;
- Utilizar-se (apropriar-se) de termos “próprios” a estes outros jogos de linguagem;

⁴⁰ Aprofundar o estudo sobre a gestualidade e seu papel nos momentos de ensino e aprendizagem de Matemática foge às pretensões dessa dissertação. Entretanto, remetemos o leitor à edição 70, n. 2, de março de 2009 da *Educational Studies in Mathematics*, intitulada *Gestures and Multimodality in the Construction of Mathematical Meaning* da editora Springer Netherlands.

- Aceitar a linguagem gestual como modo de comunicar e como apoio a outras expressões faladas e/ou escritas;
- As definições são mais comumente dadas pelo uso; marcadas pela ausência de questionamento do “que são” estes objetos, priorizando o “como” usá-los e o “para que” servem;
- Existirem acordos implícitos, quanto à linguagem, que auxiliam a comunicação, mas que também podem comprometê-la;
- A fala tende a indicar a procedimentalização e os materiais de apoio (didáticos) são “re-lidos” buscando-se evidenciar procedimentos a serem executados;
- Comumente faz-se referência a um “Ele” externo, autor das atividades, quem as justifica, em detrimento a um “nós” ou um “eu” (pronomes que ocorrem com menos freqüência);
- Haver uma preocupação – às vezes aparentemente exacerbada – com os registros gráficos e com as várias “representações” de um objeto;
- Haver referências freqüentes a objetos concretos em detrimento a objetos abstratos/conceituais;

Muitos dos eventos destacados aqui, por nós, indicam uma procedimentalização das aulas, seja explícita ou implicitamente. Esta série de eventos nos indica que o foco da escola ainda parece estar centrado na repetição de procedimentos mais do que na aquisição de capacidades e habilidades comunicativas e de interação social, como propõem alguns manuais e diretrizes pedagógicas. Esta procedimentalização está fortemente ligada a visões de conhecimento que sustentam um determinado “modelo” de sala de aula que pode ser chamado de “ensino tradicional”, “mecanicista”... que segue um “paradigma do exercício” etc. Não discutimos neste trabalho os benefícios ou malefícios destas abordagens, destes modelos. Não é este, no momento, nosso foco. No entanto, acreditamos na importância de se encontrar coerências entre o fazer e as concepções epistemológicas que o sustentam. Neste sentido, concordamos com Lins (1999) quando aponta para a importância de se “discutir conhecimento” na Educação Matemática:

“... ao adotarmos pressupostos diferentes somos naturalmente – a naturalidade criada pelos pressupostos – levados a seguir certas linhas, tanto com relação a posturas educacionais (e como nossos projetos de

educação matemática se estruturam), quanto com relação ao papel que certas práticas e processos têm na educação matemática que praticamos – como no caso da avaliação” (LINS, 1999:93).

Explicitar as visões adotadas e ter claros seus pressupostos (e conseqüências) nos permite estabelecer (e identificar) coerências nas nossas ações, metas e objetivos. Desta forma, tornam-se possíveis ações mais efetivas que visem a atingir os objetivos propostos. Ao adotar o MTCS como um dos aportes teóricos para nossa discussão, pudemos identificar/produzir justificativas para a importância da comunicação em sala de aula e mais ainda, justificativas para se ouvir os alunos. Somente ouvindo-os será possível partilhar espaços comunicativos, o que é fundamental para a interação comunicativa e para a produção de conhecimento.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS: REFLETINDO SOBRE O TRAJETO PERCORRIDO.

A experiência de pesquisar sempre nos traz reflexões e nos permite argumentar e construir compreensões enunciáveis sobre o caminhar, sobre o caminho e sobre o destino ao qual chegamos – ainda que sempre seja possível fazer deste destino novo ponto de partida. Eis o momento de parar, olhar para o trajeto percorrido (agora se tem dele uma percepção mais apurada), e dizer algumas coisas que só podem ser ditas por quem o percorreu. Neste caminhar, o olhar do pesquisador é modificado, moldado pelos referenciais teóricos e lapidado pelas inúmeras discussões com orientadores, professores e colegas de mestrado.

Sobre este olhar, podemos trazer algumas considerações: sobre o referencial teórico e sobre a função da comunicação em sala de aula.

Estudar nossos fundantes teóricos (o que inclui diversas leituras e discussões com muitas idas e vindas) nos fez perceber e refletir sobre visões de mundo, sobre o modo como as interações acontecem. A busca de compreensões passa pela construção cognitiva do outro, a tentativa de “ser” o outro, de dizer o que (acredita-se) o outro diria, de compreender “onde ele está” e não “onde ele não está”: importa ler “positivamente” o outro e suas ações.

Importa tomar o mundo de forma não absoluta, não essencialista, como fazem nossos referenciais. Importa buscar versões, verdades múltiplas e dinâmicas e

estabelecer significados em seus usos, imersos em atividades. Significados não são blocos rochosos estáticos que cobrem as coisas de modo apriorístico, irremediável, definitivo. Não é possível encontrar “O” significado das coisas, mas somente auscultá-lo, compreender seu uso em determinadas situações, atividades ou jogos de linguagem. Desta forma nosso trabalho passa a ser *UMA* leitura dos dados e textos por nós aqui unidos e, nunca, A leitura.

Nossas opções teóricas nos permitiram um outro exercício, o de tentar trabalhar com dois referenciais teóricos distintos, Wittgenstein e o MTCS. Buscar pontos de convergências e divergências passa pela tentativa de compreender a ambos separadamente e aclarar pressupostos e conseqüências, para, assim, encontrar afastamentos e pontos comuns. Wittgenstein trabalha com jogos de linguagem, sustentados pelas formas de vida. Nenhum dos elementos wittgensteinianos utilizados em nosso trabalho tem uma forma absoluta, sintética, final: falar sobre eles é que os constitui em um jogo de linguagem próprio. O MTCS, por outro lado, centra-se na comunicação para tratar da produção de significado, trazendo à cena as noções de núcleo, dado, novo, enunciação, justificativa, interlocutores, seres cognitivos e biológicos, todos estes inseridos numa dada atividade (conceito articulado com base em Leontiev). Os núcleos, no MTCS, aproximam-se dos jogos de linguagem de Wittgenstein, como afirma Julio (2007). No entanto, os núcleos são instáveis/dinâmicos (SILVA, 2003: 76), enquanto que os jogos de linguagem são múltiplos e identificáveis. Certas características dos jogos de linguagem, como o modo como são apresentados e trabalhados ao longo do texto de Wittgenstein, além do fato de serem identificáveis, são elementos a partir dos quais vemos sua potencialidade como referencial para este nosso trabalho, ao passo que o Modelo dos Campos Semânticos nos auxilia a olhar localmente, numa dada atividade, o que está ocorrendo, em especial, quanto à produção de significado e à dinâmica da comunicação.

Em relação à comunicação em sala de aula, o MTCS nos forneceu indicativos para encaminhar resposta a uma questão que muito nos incomodava: *“porque é importante ouvir os alunos? Por que deixá-los falar a respeito do que compreendem de nossas aulas?”*. Ter consciência de que nosso interlocutor é, na verdade, cognitivo, e não biológico, possibilitou-nos uma melhor aceitação das diferenças e da existência de lacunas nos espaços comunicativos a ponto de defendermos, como

o faz Lins, a quase impossibilidade/inexistência de comunicação efetiva. Ouvir os alunos torna-se, agora, condição imprescindível para que possamos falar em conhecimento (segundo este referencial), para que possamos partilhar campos comunicativos e melhor direcionar nossas falas (textos), pois os textos são legitimados por nossos interlocutores e a interação com os alunos pode aproximar nosso interlocutor (aluno cognitivo) do nosso aluno biológico.

Outro momento que nos serviu de grande contribuição neste caminhar, foi a entrada em salas de aula reais buscando, atentamente, perceber indícios, registrar eventos e, conseqüentemente, elaborar o material final (DVD). Estar em sala de aula não como aluno ou professor nos permite um olhar crítico sobre este momento: a aula de matemática. Vimos professores e alunos interagindo, não conosco, mas entre si. Éramos então espectadores. Estar em sala de aula acompanhando (e fazendo) as filmagens permitiu também compreender as limitações dos meios de armazenamento (áudio e vídeo), posto que nem tudo que lá ocorreu foi captado pelas lentes das filmadoras. Éramos expectadores e, como expectadores atentos, tomamos contato com nossos outros atuando, com as dificuldades de prender qualquer evento que seja em quaisquer suportes que sejam. Mas não éramos meros expectadores, pois a realidade que observávamos era também um recorte muito próximo da nossa realidade que, a partir dessas observações e compreensões, certamente será alterada.

A criação do item *“Revisão de literatura: uma leitura de produções sobre linguagem e educação matemática”* possibilitou exercitar a crítica e a releitura de trabalhos que inspiraram nosso primeiro olhar para a linguagem, com isso percebemos o amadurecimento de nosso olhar, atentando para trechos que, num primeiro momento, nos passaram despercebidos. Foram estes trabalhos, apresentados na revisão de literatura, juntamente com nosso referencial teórico, que nos permitiram olhar para os dados constituindo, assim, o capítulo de análise.

Neste capítulo em que descrevemos minuciosamente a análise, exercitamos nossas compreensões ao propormos uma leitura dos dados que tínhamos à mão. Para a constituição desta análise organizamos nossos dados, que já estavam neste momento separados em cliques distintos, por eventos. Estes eventos constituíram um possível mapeamento – o nosso – de como a linguagem ocorre em sala de aula.

Pudemos ler e justificar as ocorrências mapeadas nos valendo de alguns óculos teóricos.

Ao iniciarmos esta pesquisa buscávamos compreender a linguagem em sala de aula, o que pensamos ter alcançado ao percorrermos o caminho desta pesquisa e ao configurarmos o mapeamento que agora constitui este trabalho. Nunca foi nossa intenção esgotar o assunto ou encontrar uma resposta definitiva para nossas questões. No entanto encaminhamos algumas *repostas* que, em seu bojo, vêm acompanhadas de diversas outras questões:

- Sobre quais modelos os professores apóiam-se para agirem como agem em relação à linguagem e o que pensam sobre o modo como se comunicam com os alunos em sala de aula?
- Como a linguagem e a comunicação, interferem no aprendizado dos alunos? É possível mapear – ainda que minimamente – essas interferências?
- Como alunos e professores percebem suas posturas em sala de aula e que importância dão a isto?
- Eventos similares aos que registramos em sala de aula ocorrem também em outros espaços comunicativos em que a Matemática toma parte ou são exclusivos da sala de aula?
- Como estes eventos são (ou podem ser) abordados na formação do professor (inicial ou continuada)?

Há, por certo, outras questões a serem elencadas. Outras muitas. Talvez a possibilidade de criar questões sobre a linguagem, a comunicação e as práticas de professores de Matemática seja um elemento a listar no rol das potencialidades deste trabalho de mestrado.

6. REFERÊNCIAS

ARAÚJO, I. L. *Do signo ao discurso: introdução à filosofia da linguagem*. São Paulo: parábola Editorial, 2004.

ARAÚJO, J. L. e BORBA, M. C. *Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática*. In: BORBA, M. C. e ARAÚJO, J. L.(Org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. 2 ed. Belo Horizonte: Autentica, 2006.

CONDÉ, M. L. L. *Wittgenstein: linguagem e mundo*. São Paulo: Annablume, 1998.

COSTA, C. F. *Filosofia da Linguagem*. 2 ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar ed.,2003.

DANYLUK, O. S. *Um estudo sobre o significado da alfabetização matemática*. 1988. 355 p. (Mestrado em Educação Matemática) – UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA. Rio Claro.

DAVIS, P. J. & HERSH, R. *A Experiência Matemática*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

FLORES, C. R. *Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem*. *Bolema*. Rio Claro. n. 26, p. 77-102, 2006.

FRADE, C. e BORGES, O. *The Tacit-Explicit Dimension of The Learning of Mathematics: An Investigation*. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2006.

GARNICA A. V. M. ***A interpretação e o fazer do professor de Matemática: um estudo sobre a possibilidade do exame hermenêutico na Educação Matemática.*** 1992 (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. São Paulo).

_____. *Filosofia da Educação Matemática: algumas ressignificações.* In BICUDO, M.A.V. (1999). ***Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.*** São Paulo: Editora UNESP, 1999.

_____. *É necessário ser preciso? É preciso ser exato?* In CURY, H.N. ***Formação de Professores de Matemática.*** Porto Alegre: PUC, 2001.

_____. *As demonstrações em Educação Matemática: um ensaio.* ***Bolema.*** Rio Claro. v. 15, n. 18, p. 91-122, 2002.

_____. *História Oral e Educação Matemática.* In: BORBA, M. C. e ARAÚJO, J. L. (Org.). ***Pesquisa qualitativa em Educação Matemática.*** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GOTTSCHALK, C. M. C. *A Construção e Transmissão do Conhecimento Matemático sob uma Perspectiva Wittgensteiniana.* ***Cadernos Cedes,*** Campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008

JULIO, R. S. ***Uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para "dimensão".*** 2007 (Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo)

LINARDI, P. R. ***Rastros da Formação Matemática na Prática Profissional do Professor de Matemática.*** 2006. (Tese de doutorado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo)

LINCOLN, Y., & GUBA, E. ***Naturalistic inquiry.*** New York: Sage, 1985.

LINS, R. C. *Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática.* In BICUDO, M.A.V. (1999). ***Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.*** São Paulo: Editora UNESP, 1999.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J. ***Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.*** 3. ed. Campinas: Editora Papirus, 1997.

- LURIA, A. R. ***Pensamento e Linguagem***. Porto Alegre: Artes Médicas, 1987
- MACHADO, N. J. ***Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua***. São Paulo: Cortez, 1993.
- MALTA, I. ***Linguagem, Leitura e Matemática***. Puc – Rio de Janeiro. 2003. Disponível em <www.mat.puc-rio.br/preprints/pp200308.pdf>, acesso em agosto/2006.
- MARQUES, E. ***Wittgenstein & o Tractatus***. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2005.
- MENEZES, L. ***Matemática, Linguagem e Comunicação***. Porformat99. 1999. Lisboa, Portugal. Disponível em <http://www.ipv.pt/millennium/20_ect3.htm> último acesso em Setembro de 2007.
- NEVES, J. L. ***Caderno de Pesquisas em Administração***, São Paulo, v.1, n. 3, 1996
- PRETI, D. et al. ***Análise de textos orais***. São Paulo: Humanitas Publicações, FFLCH/USP, 2003.
- SANTOS, C. R. dos. ***As influências da linguagem e da comunicação no ensino-aprendizagem da matemática***. 1995. (Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo)
- SANTOS, V. de M. ***Linguagens e comunicação na aula de matemática***. In: LOPES, C. A. E. ; NACARATO, A. M. ***Escritas e Leituras na Educação Matemática***. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- SANTOS, L. M. Dos. ***Produção de Significados para Objetos de Aprendizagem: de Autores e Leitores para a Educação Matemática***. 2007. Dissertação (mestrado em Educação, linha de pesquisa Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.
- SCUCUGLIA, R. ***A investigação do teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas***. 2006. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SILVA, A. M. ***Sobre a dinâmica da produção de Significados para a matemática.*** 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

USISKIN, Z. ***Mathematics as a Language.*** Communication in Mathematics, K-12. 1996.

VIANNA, C. R. e CURY, H. N. ***Ângulos: uma "história" escolar. História & Educação Matemática,*** Rio Claro - SP, v. 1, n. 1, p. 23-37, 2001.

VILELA, D. S. ***Matemáticas nos usos e jogos de linguagem: ampliando concepções na Educação Matemática.*** 2007. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2007.

WITTGENSTEIN, L. ***Tractatus Logico-Philosophicus.*** Trad. Brasileira GIANNOTTI, J. A. São Paulo: Cia Editora Nacional/Edusp, 1968.

_____. ***Investigações filosóficas.*** Trad. BRUNI, J. C. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

ZUFFI, E. M. ***Algumas reflexões sobre pesquisa envolvendo teorias de linguagem,*** 2005. Disponível em http://www.sbem.com.br/ANAIS/VII%20ENEM/ARQUIVOS/GT_7.pdf > acessado em Setembro de 2006.

7. APÊNDICE

7.1. Apêndice A – DVD;

8. ANEXOS

8.1. Anexo A - Carta de Cessão: Mônica de Cássia Siqueira Martines

CARTA DE CESSÃO

Rio Claro, 27 / 08 / 2008.

Thiago Pedro Pinto,

Eu, **Monica de Cássia Siqueira Martines** de carteira de identidade número 2ª 815 101 - 2, brasileira, residente à Qu. 52A n. 1190, na cidade de Rio Claro, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que **cedo o direito das filmagens de minha imagem e som**, captados em minhas aulas no mês de novembro e dezembro de dois mil e sete, juntamente com sua transcrição e divulgação – das filmagens e das transcrições - ficando Thiago Pedro Pinto autorizado a utilizar as filmagens integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem e ouvirem as filmagens e suas transcrições, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda. Estando também ciente que as filmagens serão vinculadas junto à dissertação de mestrado de Thiago Pedro Pinto na forma de um DVD e por meio de transcrições do áudio e imagem captados durante as filmagens.

Abdicando de meus direitos e de meus descendente, subscrevo a presente,

Monica de  Cássia Siqueira Martines

8.2. Anexo B - Carta de Cessão: Joaquim Soares da Silva Neto

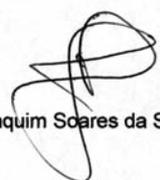
CARTA DE CESSÃO

Piraju, 31 / 08 / 2008.

Thiago Pedro Pinto,

Eu, **Joaquim Soares da Silva Neto** de carteira de identidade número 14.262.636, brasileiro, residente à Rua Antônio Boreto do Nascimento, na cidade de Piraju, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que **cedo o direito das filmagens de minha imagem e som**, captados em minhas aulas no primeiro semestre de dois mil e oito, juntamente com sua transcrição e divulgação – das filmagens e das transcrições - ficando Thiago Pedro Pinto autorizado a utilizar as filmagens integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem e ouvirem as filmagens e suas transcrições, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda. Estando também ciente que as filmagens serão vinculadas junto à dissertação de mestrado de Thiago Pedro Pinto na forma de um DVD e por meio de transcrições do áudio e imagem captados durante as filmagens.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo a presente,


Joaquim Soares da Silva Neto