



Universidade
Estadual de Londrina

MARCIA CRISTINA NAGY SILVA

**DO OBSERVÁVEL PARA O OCULTO:
um estudo da produção escrita de alunos da
4^a. série em questões de matemática**

Londrina
2005

MARCIA CRISTINA NAGY SILVA

**DO OBSERVÁVEL PARA O OCULTO:
um estudo da produção escrita de alunos da
4^a. série em questões de matemática**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação, Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco.

Londrina
2005

**Catálogo na publicação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca
Central da Universidade Estadual de Londrina.**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

S586d Silva, Marcia Cristina Nagy.
Do observável para o oculto: um estudo da produção
escrita de alunos da 4ª série em questões de
matemática/ Marcia Cristina Nagy Silva. - Londrina, 2005.
123f. : il. + anexos.

Orientadora : Regina Luzia Corio de Buriasco.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Edu-
cação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina,
2005.
Bibliografia : f. 111-114.

1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Avaliação
em Matemática – Teses. 3. Produção escrita em Matemática
– Teses. 4. Matemática – Acertos e erros – Teses. I. Buriasco,
Regina Luzia Corio de. II. Universidade Estadual de Londrina.
III. Título.

CDU 51:37.02

MARCIA CRISTINA NAGY SILVA

**DO OBSERVÁVEL PARA O OCULTO:
um estudo da produção escrita de alunos da
4^a. série em questões de matemática**

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof^a Dr^a. Maria Tereza Carneiro Soares
Universidade Federal do Paraná

Prof^a. Dr^a. Márcia Cristina de Costa T. Cyrino
Universidade Estadual de Londrina

Prof^a. Dr^a. Regina Luzia Corio de Buriasco
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, _____ de _____ de 2005.

Ao **Odair** e à **Heloisa**
pelo apoio durante
todo esse trajeto.

AGRADECIMENTOS

A **Deus** por ter me dado a vida e a oportunidade de mais esta conquista.

À professora **Regina Luzia Corio de Buriasco** por ter confiado em minha capacidade para realizar mais esta etapa, bem como por ter a palavra certa na hora certa: ora como orientadora, ora como amiga.

Às professoras **Maria Tereza Carneiro Soares** e **Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino** pelo respeito e carinho com que leram este trabalho e prestaram suas contribuições.

Ao **Odair** e à **Heloisa** que estiveram ao meu lado sendo compreensivos, tanto nos bons quanto nos momentos mais difíceis desta etapa.

Aos meus **pais** e **irmãos**, pela ajuda com que sempre, e em qualquer momento, pude contar.

Aos **professores** e **colegas** de Curso, por estarmos juntos durante esta etapa importante de nossas vidas e especialmente à **Débora**, primeira pessoa a me incentivar a fazer o Mestrado e quem me ajudou em diversas situações.

Aos **alunos** que fazem parte deste estudo que, por meio de entrevistas e/ou de seus registros, contribuíram para a realização deste trabalho.

À **CAPES** pelo apoio financeiro.

E a todos aqueles que, direta ou indiretamente, colaboraram para que esta etapa pudesse ser conquistada.

*“Deus dá a todos uma
estrela. Uns fazem da
estrela um sol. Outros nem
conseguem vê-la”.*

Helena Kolody

SILVA, Marcia Cristina Nagy. **Do Observável para o Oculto:** Um Estudo da Produção Escrita de Alunos da 4^a. Série em Questões de Matemática. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.

RESUMO

Para que a avaliação contribua com o desenvolvimento dos alunos é preciso que ela seja uma oportunidade para que possam demonstrar o que sabem fazer, bem como um momento para que possam aprender. Nesse cenário, tanto erros quanto acertos constituem-se como informações relevantes sobre o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que podem ser considerados fonte significativa de conhecimento na busca da compreensão de hipóteses e de caminhos percorridos. Por conseguinte, a avaliação é entendida como um processo de investigação da produção escrita dos alunos, que por meio da sua descrição, análise e discussão das estratégias e recursos utilizados pode favorecer tomadas de decisão em relação ao planejamento didático-pedagógico do professor e a tomada de consciência dos alunos. Buscando, evidenciar a relevância de uma prática avaliativa que se configure, não só, pela identificação de dificuldades, mas prioritariamente pelo reconhecimento da existência de conhecimento, tanto nos erros quanto nos acertos dos alunos, é que nos propomos a investigar a produção escrita de 25 alunos da 4^a série do Ensino Fundamental. Como fonte de informações utilizamos o registro escrito desses alunos encontrado na Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA/2002 e entrevistas semi-estruturadas. Com esse estudo, buscamos investigar: i) que caminhos os alunos escolhem para resolver problemas; ii) que conhecimentos matemáticos utilizam; iii) quais os erros que cometem e qual a natureza deles; vi) como utilizam as informações contidas nos enunciados de questões abertas de matemática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, com enfoque interpretativo, na qual a análise de conteúdo contribuiu para a compreensão das informações obtidas. Considerando os procedimentos adotados e os erros cometidos pelos alunos, agrupamos suas resoluções em casos. Com isso foi possível identificar algumas das características existentes nessas produções, bem como conhecer um pouco do que esses alunos sabem e são capazes de realizar em matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Avaliação em Matemática; Produção Escrita em Matemática; Acertos e Erros.

SILVA, Marcia Cristina Nagy. **From Observable to the Hidden:** A written production study from 4^o. level students in Math Questions. 2005. Dissertation (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática)- Universidade Estadual de Londrina.

ABSTRACT

The contribution of the assessment in the development of the students might be an opportunity to show them what they know, as well a chance they have to learn. In this view, both the mistakes and the hits establish relevant information about teaching-learning process, once they can be considered a significant source of knowledge on the search of comprehension of hypothesis and walked road. Therefore, the assessment is understood as an investigation process of students written production, by means of description, analysis and discussion of the strategies and resources used may foster taking of a decision in respect to the teacher's didactical pedagogical planning and pupils' taking of consciousness. We are searching to make clear the relevance of a practical assessment that configures, no only for the identification of difficulties, but mainly by the recognition of knowledge existence, in so far as the mistakes and the hits of the students that we propose to investigate 25 students written production of 4^o. level of Ensino Fundamental. As the information source we used the students written rate-book found in the Math Open Questions Test - AVA 2002, and in the semi structured interviews. In this study, we are investigating i) which steps the students choose to solve problems ii) which math knowledge they use iii) which mistakes they make and which source they are iv) how they use the information that is in the statement of math open questions. It is a qualitative research with an interpretative focus, in which the context analysis contributed to the comprehension of the result. The procedures adopted and the students mistakes considered, we joined the resolutions in cases. So that it was possible to identify some characteristics in their productions, as well to find out how much the students know and how able they are to produce in Math.

Key-words: Math Education; Math Assessment; Math Written Production; Hits and Mistakes.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
2 ALGUMA LITERATURA.....	14
2.1 Sobre a Educação Matemática.....	14
2.2 Sobre a Avaliação.....	23
2.3 Sobre o Erro.....	32
3 SOBRE A PESQUISA.....	37
3.1 Escolha do Método.....	37
3.2 Os Envolvidos, o Objeto, as Estratégias.....	38
3.2.1 Dos Envolvidos.....	38
3.2.2 Do Objeto.....	40
3.2.3 Das Estratégias Utilizadas para Recolha e Tratamento das Informações	41
3.3 Do Procedimento de Análise e Interpretação das Informações: a Análise de Conteúdo	44
4 DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO	47
4.1 Desempenho dos Alunos na Prova	47
4.2 Opinião dos Alunos Sobre a Prova	50
4.3 Sobre as Questões da Prova	51
4.4 Da Questão 1	54
4.4.1 Desempenho dos Alunos na Questão 1.....	56
4.4.2 Sobre o Item 1a	56
4.4.3 Sobre o Item 1b	61
4.4.4 Sobre o Item 1c.....	68
4.5 Da Questão 2	73
4.5.1 Desempenho dos Alunos na Questão 2.....	74

4.6 Da Questão 3	83
4.6.1 Desempenho dos Alunos na Questão 3.....	85
5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	96
6 REFERÊNCIAS.....	111
7 BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	114
8 ANEXOS.....	115

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, os envolvidos com a Educação Matemática têm buscado promover mudanças no ensino da Matemática. Entretanto, este ensino ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e pela mecanização de processos sem compreensão. Aspectos como o desenvolvimento de um pensamento criativo, crítico e lógico, bem como de capacidades para lidar com as informações e com a tecnologia que são necessárias para a vida na sociedade moderna acabam recebendo pouca ou nenhuma atenção.

A atual sociedade, chamada da informação, reconhece novos objetivos para a Educação, sendo esperado, segundo documentos¹ emitidos por responsáveis pela política educacional, que os alunos aprendam mais Matemática e de modo significativo. Além disso, espera-se também que estejam preparados para enfrentar constantes mudanças, que desenvolvam competências individuais e de grupo que os tornem capazes de propor e resolver problemas, tanto os de sala de aula como os do seu cotidiano.

Nessa perspectiva de novos objetivos para a Educação, também a avaliação está sendo reorientada, para que ela seja um momento para aprender e não uma interrupção do processo de ensino-aprendizagem como freqüentemente é feita por muitos professores, isto é, uma avaliação que

[...] se fundamenta na fragmentação do processo ensino/aprendizagem e na classificação das respostas de seus alunos e alunas, a partir de um padrão predeterminado, relacionando a diferença ao erro e a semelhança ao acerto (ESTEBAN, 2001, p. 14-15).

¹PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – MEC/Brasil (1998); Normas para Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (1991) e Normas para Avaliação em Matemática Escolar (1999) do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics – USA.

Consideramos que a avaliação da aprendizagem matemática precisa ser entendida pelos professores como um processo de investigação e, desse modo, é de fundamental importância que sejam considerados os registros, processos e estratégias utilizadas pelos alunos (BURIASCO, 2004).

Nesse sentido, apesar de muitas pesquisas em educação terem como foco, entre outros aspectos, a relação professor/aluno, as práticas do professor etc., optamos por centrar nossa investigação na produção escrita de alunos, com a intenção de conhecer de que maneira eles expressam os seus conhecimentos matemáticos e como lidam com esses conhecimentos em questões abertas² de uma prova de Matemática. Mesmo porque consideramos que a análise da produção escrita dos alunos constitui-se como uma alternativa para que a reorientação da avaliação aconteça.

A atitude de analisar constantemente a produção escrita dos alunos contribui para que o professor possa refletir sobre seu planejamento, desenvolvimento e avaliação da sua prática pedagógica. Desse modo, a avaliação da aprendizagem dos alunos, que é parte das atividades docentes, pode ser considerada como “um questionar sobre o sentido do que é produzido na situação observada” (HADJI, 1994, p. 71). Este autor considera, ainda, que a

[...] avaliação de um aluno de que o professor não retire nenhum ensinamento para si próprio, e que não seja seguida de nenhuma modificação na prática pedagógica, não tem qualquer sentido – salvo, bem entendido, se deixarmos de estar em situação de formação (HADJI, 1994, p.149).

O tratamento da avaliação como investigação tem, entre suas características mais relevantes, o fato de contribuir com o desenvolvimento do aluno na medida em que, por exemplo, possibilita que os mesmos compreendam os seus erros e, a partir disso, busquem superá-los. Portanto, a

² Considerando que questões fechadas, também chamadas de questões de múltipla escolha ou objetivas, são aquelas que trazem juntamente com o seu enunciado as alternativas de resposta, por conseguinte, as questões abertas são todas aquelas que não são de múltipla escolha, que são subjetivas e podem ser chamadas de discursivas porque requerem que o resolvidor encontre uma resposta e mostre os caminhos que foram seguidos para chegar a ela.

[...] avaliação deve contribuir para que os alunos tomem consciência do que sabem, do que dominam, base fundamental para seus futuros esforços. Ela também deve conscientizar os alunos de que suas lacunas, erros, insuficiências são comuns num efetivo processo de aprendizagem (BURIASCO, 2004, p. 4).

Assim, mais do que tentar superar os erros por meio de sua eliminação é relevante que seja realizado um trabalho que explore suas potencialidades e que também contribua com informações úteis a alunos e professores, mesmo porque a gestão do erro não é um assunto fácil e o

[...] principal problema é dispor-se de um modelo de funcionamento pertinente do sujeito que aprende, e a primeira necessidade é a de multiplicar e diversificar as informações que devem servir para a avaliação; porque só se poderá identificar, recolher e, por conseguinte, comunicar informações úteis, na medida em que se disponha de chaves que as tornem inteligíveis (HADJI, 1994, p. 124).

Tendo em vista a importância do conhecimento matemático no desenvolvimento do indivíduo e em muitas das relações necessárias na vida em sociedade, com este estudo pretendemos investigar a produção escrita de alunos, tendo como orientação inicial as seguintes questões:

- 1) Como os alunos de 4^a. série dão significado à prova e as informações contidas nos enunciados de questões abertas?
- 2) Quais são os erros mais freqüentes e qual a sua natureza?
- 3) Quais são as estratégias/procedimentos utilizados pelos alunos na resolução de questões abertas?

A produção escrita de alunos, em seu cotidiano escolar, pode ser encontrada em diversos instrumentos, como, por exemplo, em cadernos, provas escritas, trabalhos. Para responder às questões propostas, escolhemos como nosso objeto de estudo o registro da produção escrita de alunos de 4^a. série

encontrado na resolução da Prova de Questões Abertas de Matemática da Avaliação de Rendimento Escolar do Paraná – AVA/2002³.

Para realizarmos esta investigação, analisamos não o que falta aos alunos aprenderem para acertarem as questões, mas sim o que fazem e como o fazem, mesmo que sua resolução seja incompleta ou incorreta do ponto de vista escolar. Até porque, como diz Hadji (1994), é importante que se avalie o aluno de maneira que seja possível perceber o que ele está aprendendo de fato, como está percebendo e dando sentido ao conhecimento.

Com este estudo buscamos evidenciar o diálogo estabelecido entre as respostas encontradas e os questionamentos relacionados à sua configuração, para, assim, tentar desvelar muitas das relações que as constituem.

Para responder às questões colocadas, organizamos este trabalho em cinco capítulos. O primeiro deles é esta introdução. No capítulo 2, realizamos uma revisão de literatura, dividida em três momentos: o primeiro traz considerações sobre a Educação Matemática; o segundo, sobre a Avaliação da Aprendizagem em Matemática e o terceiro, sobre o Erro. O capítulo 3 é dedicado à metodologia escolhida, procedimentos para a análise e interpretação das informações coletadas dos sujeitos envolvidos. No capítulo 4, é apresentado o desenvolvimento da investigação em si. O capítulo 5 traz as considerações finais.

³ AVA – Avaliação Estadual do Rendimento Escolar do Paraná.

2 ALGUMA LITERATURA

2.1 Sobre a Educação Matemática

A Matemática tem sido utilizada como um importante ‘instrumento’ para a solução de problemas cotidianos, científicos, tecnológicos, contribuindo, assim, com o desenvolvimento da humanidade. Ela pode ser um meio para compreendermos e atuarmos no mundo e um caminho para o aprimoramento de estratégias, criatividade, autonomia. Podemos considerar ainda que “[...] a matemática é o estilo de pensamento dos dias de hoje, a linguagem adequada para expressar as reflexões sobre a natureza e as maneiras de explicação” (D’AMBROSIO, 1998, p. 58-59).

Os primeiros conhecimentos matemáticos foram construídos pelo homem de acordo com as suas necessidades e objetivos e, desde então, fazem parte de seu cotidiano.

Nessa perspectiva, entendemos que a Matemática

[...] não pode ser concebida como um saber pronto e acabado mas, ao contrário, como um saber vivo, dinâmico e que, historicamente, vem sendo construído, atendendo a estímulos externos (necessidades sociais) e internos (necessidades teóricas da ampliação dos conceitos). Esse processo de construção foi tortuoso. É obra de várias culturas e de mulheres e de homens que, movidos pelas necessidades concretas, construíram coletivamente a Matemática que conhecemos hoje (FIORENTINI, 1995, p. 31).

Contudo, idéias como as que afirmam ser a Matemática um sistema perfeito, constituído de verdades absolutas ou que seu aprendizado é destinado a poucos, ainda são predominantes e exercem forte influência sobre o seu ensino.

Nesse enfoque, as aulas de matemática geralmente acontecem seguindo um modelo predeterminado: iniciando com definições seguidas de

exemplos, e depois atividades de aplicação direta do conteúdo dado, numa educação que ainda valoriza o acúmulo de conhecimentos, a memorização (mesmo que temporária) de algoritmos e definições, parecendo não ser dada importância à criatividade, à cooperação, à autonomia.

De acordo com esse modelo de aula, o aluno quase não necessita refletir sobre quais estratégias pode usar, de quantas maneiras pode abordar o mesmo problema, enfim, ele parece não precisar ‘pensar’, mas sim repetir corretamente o que o professor faz. Uma das consequências acaba sendo a formação de um indivíduo com dificuldades para relacionar/aplicar o que aprendeu na escola ao seu dia-a-dia e vice-versa.

Além disso, esse ensino, que parece não levar em consideração as condições psicológicas, sociais, culturais do aluno, talvez seja um dos motivos que nos faz ouvir frases como: ‘Não gosto de matemática’ ou ‘Não consigo entender matemática’. Essas reclamações poderiam diminuir se, por exemplo, os professores valorizassem os conhecimentos prévios dos alunos e trabalhassem a partir deles, propiciando situações que favorecessem a sua ampliação.

Considerando que a Matemática foi construída pelo homem, a partir da necessidade de encontrar soluções para problemas, parece natural que, durante as aulas, os professores trabalhem-na por meio de atividades que provoquem o interesse e a curiosidade do aluno, pois assim ele pode se sentir desafiado a resolver os problemas propostos e também perceber a presença da matemática em sua vida.

Dentre as principais capacidades a serem desenvolvidas com os alunos, temos a autonomia de pensamento, que dificilmente é conseguida em aulas nas quais o conhecimento matemático é apresentado como pronto e acabado. Torna-se difícil que eles sejam autônomos, sendo muitas vezes levados a desacreditar ou mesmo a abandonar suas estratégias e atribuir importância apenas ao que o professor lhes apresenta.

Muitos professores, ao trabalharem os conteúdos de forma descontextualizada e sem estabelecer relações entre eles, parecem contribuir,

mesmo sem perceber, com o mito de que ‘a Matemática é uma disciplina difícil e feita para poucos’. Essa e outras falhas existentes na educação podem ser uma das explicações para o fato de que, apesar de a disciplina de Matemática aparecer nas propostas curriculares como de grande importância, ela ainda é a responsável por um alto índice de evasão escolar e exclusão social.

Nesse sentido, muitos professores acabam perdendo de vista que a educação “[...] tem por função acompanhar o desenvolvimento, e não de o paralisar; de salvaguardar e fazer frutificar as potencialidades pessoais, e não de as sufocar sob uma máscara social” (HADJI, 1994, p. 113).

Numa visão de educação, ainda muito comum nas escolas, que dá maior ênfase a habilidades técnicas, o aluno que tem maior capacidade de memorização e que resolve com mais facilidade ou rapidez as atividades propostas geralmente é considerado como ‘bom aluno’. Contudo, quando refletimos sobre as atitudes e características que a atual sociedade espera de nossos alunos, percebemos que apenas a capacidade de memorização não é suficiente, desse modo, é importante que o professor crie um ambiente que favoreça e encoraje o aluno a desenvolver, testar e validar idéias, ouvindo, orientando, questionando, sempre que necessário.

De acordo com documentos emitidos pelo NCTM (1991), alguns dos objetivos atuais para o ensino de Matemática são:

- aprender a dar valor à Matemática;
- tornar-se confiante nas próprias capacidades;
- tornar-se apto a resolver problemas de Matemática;
- aprender a comunicar-se matematicamente e
- aprender a raciocinar matematicamente.

Com esses objetivos, propostos para a Matemática pelas Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1991), espera-se que os alunos aprendam mais Matemática e de modo significativo, ou seja, que não saibam apenas escrever ou aplicar uma definição ou conceito, mas que

também consigam atribuir significado ao que aprendem, sendo capazes de analisar, criar e estabelecer relações entre seus conhecimentos.

Nessa perspectiva, está presente a preocupação de uma ‘educação de qualidade’ para todos, além de permitir que os alunos “tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura” (BRASIL, 1998, p.15). Não estamos afirmando, no entanto, que os alunos sejam todos iguais, pois cada um tem sua maneira particular de aprender, suas estratégias, necessidades e interesses. Por conseguinte, concordamos que os conteúdos a serem trabalhados devem ser aqueles “que todos os alunos necessitam para serem cidadãos produtivos no século XXI. Se não é dada a oportunidade a todos os alunos de aprender esta matemática, corremos o risco de criar uma elite intelectual e uma sociedade polarizada” (NCTM, 1991, p.10). Podemos incluir ainda, às considerações presentes nesses dois documentos, o desenvolvimento intelectual que o aluno pode ter quando ele mesmo corrige aquilo que faz - criando uma certa forma de pensar - podendo assim perceber seu erro e até mesmo corrigi-lo.

Numa sociedade entendida como democrática, não é coerente que o conhecimento matemático esteja centrado nas mãos de poucos, ou seja, em nossa sociedade já temos muitas formas de exclusão e discriminação, não devendo, portanto, a Matemática ser mais uma delas.

Faz-se necessário que o professor possa, não apenas ensinar a matemática, mas, e, sobretudo, educar o aluno por meio dela, por exemplo, na medida em que:

- evidencia a importância da utilização da matemática escolar para ampliar o significado da matemática fora da sala de aula (da vida);
- discute e propõe problemas que envolvem questões sociais e ambientais;
- promove trabalhos em grupo;

- incentiva a participação ativa de todos os alunos;
- trabalha a aceitação e valorização das diferentes estratégias utilizadas;
- valoriza a troca de experiências entre os alunos.

Outro aspecto que devemos considerar é que estamos vivendo numa sociedade em que constantemente somos desafiados a nos adaptar rapidamente a novas situações, sendo este mais um motivo para evitarmos um trabalho que vise apenas a transmissão de informações ao aluno. Ao realizarmos uma reflexão sobre o que estamos ensinando e de que maneira estamos procedendo, é possível percebermo-nos enfatizando conteúdos que muitas vezes não são significativos e nem de importância para nossos alunos. Este fato pode servir ao menos para repensarmos sobre a importância da realização de uma educação na qual o aluno possa dispor de conhecimentos para a sua vida.

Percebendo que nossa sociedade está sendo modificada com tanta tecnologia e que ela tem atingido, direta ou indiretamente, as pessoas, torna-se importante que na escola os alunos possam ter acesso a conhecimentos e experiências que os ajudem a lidar com as diversas informações que aparecem muitas vezes em tabelas, gráficos. Nesse sentido, o computador e a calculadora são recursos que podem ser explorados em sala de aula visando um contato de alunos e professores com parte da tecnologia que já está presente em nossa sociedade. Mas, sem perder de vista que estes recursos devem ser usados de modo criativo e bem planejados para que assim favoreçam a qualidade da aprendizagem.

Além de levar em consideração que conhecimentos são necessários para os alunos interagirem como cidadãos na sociedade, e de se preocupar em realizar um trabalho com diferentes recursos, é importante que os professores estimulem a capacidade que seus alunos têm de construir seu próprio conhecimento, organizando suas próprias estratégias, criando e testando hipóteses etc. No entanto, parece que muitos deles têm ignorado e até

mesmo desvalorizado o que seus alunos já sabem, não se preocupando em entender as respostas dadas por eles. Os ‘erros’ dos alunos por vezes não são levados em conta. E quando questionam os alunos, muitas vezes é apenas para convencê-los de que as respostas corretas estão sempre de posse do professor.

Procurando modificar essa situação, muitos dos envolvidos com a Educação Matemática têm apontado algumas alternativas ao ensino dito tradicional, que leva em consideração apenas a reprodução de procedimentos e o acúmulo de informações.

Alternativas que surgem como resposta às modificações ocorridas nos interesses políticos, econômicos e com o desenvolvimento tecnológico – que traz novas formas de organização da informação, sendo esse um recurso que estabelece uma nova forma de relação das pessoas com o conhecimento -, assim como nas prioridades atribuídas à educação, trazem com elas novas tarefas a alunos e professores. Por isso “o grande desafio que nós, educadores matemáticos, encontramos é tornar a matemática interessante, isto é, atrativa; relevante, isto é, útil; e atual, isto é, integrada no mundo de hoje” (D’AMBROSIO, 2001, p. 15). A Resolução de Problemas, a História da Matemática, a Modelagem, a Etnomatemática, a Investigação Matemática são algumas das alternativas apontadas. Contudo, muitas pesquisas realizadas no Brasil sobre essas alternativas ainda são desconhecidas ou interpretadas de modo equivocado por muitos professores, devendo estes obstáculos serem superados.

Dessas tendências, a Resolução de Problemas é apontada como ponto de partida da atividade matemática (PCN, 1998, NCTM, 1991), o que parece apropriado quando recordamos como vem sendo construído o conhecimento matemático. No entanto, é necessário ressaltar que o trabalho com problemas não deve ser apenas uma forma de aplicação de conhecimentos, mas uma oportunidade para o professor iniciar a atividade com os conteúdos, explorando os resultados encontrados e as estratégias utilizadas pelos alunos, valorizando desse modo o processo em lugar de apenas o produto.

O trabalho com a Resolução de Problemas favorece a possibilidade de:

- mobilizar conhecimentos;
- elaborar estratégias de resolução;
- desenvolver a compreensão de conceitos;
- aplicar e rever processos já aprendidos;
- comparar resultados;
- analisar se existem, quantas são e se são adequadas as respostas encontradas.

Entretanto, é importante estarmos atentos ao que faz com que os problemas tenham sentido para o aluno, considerando que

[...] um problema não perde o significado para a criança porque usa uva ao invés de pitomba ou pitomba ao invés de uva como a fruta do exemplo. O problema perde o significado porque a resolução de problemas na escola tem objetivos que diferem daqueles que nos movem para resolver problemas de matemática fora da sala de aula. Perde o significado também porque na sala de aula também não estamos preocupados com situações particulares, mas com regras gerais, que tendem a esvaziar o significado das situações. Perde o significado também porque o que interessa à professora não é o esforço de resolução do problema por um aluno mas a aplicação de uma fórmula, de um algoritmo, de uma operação, predeterminados pelo capítulo em que o problema se insere ou pela série escolar que a criança freqüenta (CARRAHER (et al), 1998, p. 22).

Além disso, o modo como o problema é formulado pode ou não favorecer o interesse do aluno em resolvê-lo. De acordo com Butts (1997), o conjunto dos problemas pode ser dividido em:

- exercícios de reconhecimento, são os que pedem apenas que o aluno reconheça ou relembre um fato, uma definição etc.;

- exercícios algorítmicos, são os que podem ser resolvidos por meio do uso de um algoritmo, um procedimento passo-a-passo;
- problemas de aplicação, são os que necessitam da mudança da linguagem escrita com palavras para uma linguagem matemática adequada de modo que se possam utilizar os algoritmos apropriados;
- problemas em aberto, são os que não contêm no seu enunciado pista alguma para sua resolução;
- situações-problema, são aquelas nas quais a primeira coisa a fazer é identificar o problema inerente, cuja solução vai ajudar a ‘manejar’ as próprias situações (apud BURIASCO, 2002, p. 261, grifos da autora).

Cada tipo de problema propiciará ao aluno desenvolver-se, sendo necessário em sala de aula trabalhar todos os tipos citados, dando especial atenção aos que exijam criatividade, que possibilitem estabelecer conexões entre conceitos e uso de diferentes estratégias etc.

Além disso, devemos considerar que os problemas trazem diferentes situações e que elas podem apresentar níveis diferentes de dificuldade para os alunos. E essa dificuldade relaciona-se com as operações de pensamento necessárias para a compreensão da situação em questão, bem como para a escolha da estratégia adequada ao que o problema propõe (NUNES; BRYANT, 1997).

Também as Atividades de Investigação podem contribuir para que os alunos desenvolvam diversas habilidades - como, por exemplo, a compreensão e/ou dedução de fatos, fórmulas - assim como para que ampliem sua visão sobre as relações presentes na Matemática, à medida que formulam e solucionam problemas, exploram hipóteses, generalizam resultados.

Goldenberg (1999) observa que a memorização é também uma forma de aprender, mas, para o autor, as atividades investigativas ainda são um meio mais produtivo, como podemos constatar pela seguinte fala:

[...] não tenho nenhuma objecção em relação à memorização; não acho que os alunos apenas possam aprender através da descoberta (ou mesmo que aprendam melhor através da

descoberta). Mas, se se limitarem a memorizar, não aprendem a compreender as coisas. Na Matemática, na ciência, na reparação de automóveis, assim como na vida em geral, temos que aprender a compreender as coisas (p. 37).

Ainda de acordo com este autor, “se um dos objectivos da educação matemática é fazer com que os alunos aprendam como é que as pessoas descobrem factos e métodos, deveriam também, durante uma parte significativa do tempo de aprendizagem, dedicar-se a essa mesma actividade: descobrir os factos” (GOLDENBERG, 1999, p. 37). Nesse sentido, a inclusão de atividades de investigação em sala de aula pode contribuir para uma aprendizagem significativa.

Outro aspecto importante presente nas atividades de investigação é favorecer o envolvimento dos alunos nas tarefas que realizam nas aulas de Matemática, envolvimento este que, conseqüentemente, poderá resultar numa aprendizagem mais efetiva.

Nessa perspectiva de Matemática, que visa promover mudanças e garantir que a educação seja de qualidade, a avaliação deve ser considerada, como

[...] o processo que inclui a recolha de evidência sobre o conhecimento matemático de um aluno, a sua aptidão para o usar, e a sua predisposição para a matemática, e também o estabelecimento de inferências, a partir dessa evidência, para propósitos variados (NCTM, 1999, p. 4).

A avaliação deve ser entendida como um processo que descreve o que os alunos sabem e são capazes de realizar em Matemática, podendo servir ainda para que eles percebam o seu desenvolvimento assim como para que o professor possa repensar a sua prática pedagógica. Nesse sentido, também os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática destacam a dimensão social e pedagógica da avaliação.

No primeiro caso [dimensão social], atribui-se à avaliação a função de fornecer aos estudantes informações sobre o

desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidos socialmente, bem como auxiliar os professores a identificar quais objetivos foram atingidos, com vistas a reconhecer a capacidade matemática dos alunos, para que possam inserir-se no mercado de trabalho e participar da vida sociocultural.

No segundo caso [dimensão pedagógica], cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos ainda parcialmente consolidados (BRASIL, 1998, p. 54).

Desse modo, espera-se ainda que sejam avaliados todos os aspectos do conhecimento matemático do aluno, não bastando para isso apenas notas obtidas por meio de testes escritos. Mostra-se relevante que o professor dê importância ao que os alunos sabem, como pensam em Matemática, aos recursos e estratégias que utilizam, como lidam com seus conhecimentos. Com relação aos erros dos alunos, ele pode investigar os motivos pelos quais eles acontecem.

Espera-se também que tanto professor quanto aluno percebam que a avaliação é uma dimensão do processo ensino-aprendizagem, uma aliada para ambos no processo de desenvolvimento.

2.2 Sobre a Avaliação

O sistema educativo, nos últimos anos, vem passando por inúmeras reformas, algumas relacionadas à organização e gestão da escola e outras às propostas curriculares e, à medida que isso ocorre, modificam-se as concepções sobre educação bem como sobre a avaliação. A necessidade de se oferecer uma 'educação de qualidade', muito almejada entre os educadores, é um dos motivos por que essas mudanças vêm ocorrendo, incluindo-se também

interesses políticos, econômicos que variam de acordo com cada contexto e cada momento histórico. Segundo Esteban, estamos

[...] vivendo mais um momento de construção de propostas para a redefinição do cotidiano escolar e podemos perceber que a avaliação é uma questão significativa nesse processo (2001, p. 11).

Encarar a avaliação numa outra perspectiva, enfocando aspectos que até então estavam em segundo plano, assim como ampliar os significados que estão sendo a ela atribuídos constituem elementos de investigação tanto em nível nacional quanto internacional. Em outras palavras, buscamos colocar em evidência alguns aspectos da avaliação, realizando, nesse sentido, uma reflexão sobre algumas das problemáticas que envolvem esse tema. Para isso, discutiremos qual o significado da avaliação e quais funções ela pode desempenhar.

Diante disso, podemos nos fazer a seguinte pergunta: O que significa avaliar? Para Hadji (1994, p.27), “como toda e qualquer questão de sentido, a questão do sentido do termo arrisca-se mesmo a nunca ter uma resposta acabada”. Apesar dessa restrição, precisamos estabelecer algumas atribuições ao termo para tecermos nossas considerações. Assim, de acordo com Luckesi, pode-se dizer que a

[...] avaliação pode ser caracterizada como uma forma de ajuizamento da qualidade do objeto avaliado, fator que implica uma tomada de posição a respeito do mesmo, para aceitá-lo ou transformá-lo (2002, p. 33).

Desse modo, podemos interpretá-la considerando pelo menos três fatores:

- ela é um juízo de valor;
- o julgamento ocorrerá de acordo com as concepções de quem avalia e
- conduz a uma tomada de decisão.

Evidentemente, estes elementos são abordados de modo diferente de acordo com a visão de cada professor, sendo sua prática pedagógica e conseqüentemente sua avaliação orientadas de acordo com a sua maneira de pensar a educação, sua visão de mundo, de sociedade, de indivíduo.

Para Hadji (1994), estamos sempre avaliando, e quando considerando a avaliação uma maneira de se interpretar o objeto avaliado, podemos associar a essa interpretação termos correspondentes ao objeto em questão que podem referir-se a saberes, trabalhos, produções etc.. Quanto à avaliação educacional, este autor diz que ela se foca em “[...] indivíduos em situação de aprendizagem, e que são considerados, quer na globalidade da sua pessoa, quer sob o ângulo de uma dimensão particular (capacidade ou competência), quer ainda pelos seus trabalhos ou produtos” (1994, p. 28).

Podemos pensar, desse modo, que, para avaliar, geralmente julgamos um objeto procurando nele a presença de algo que previamente esperamos/desejamos encontrar, depois o comparamos a uma escala ou com outros objetos de natureza semelhante, situando-o portanto em relação a outros objetos ou a um modelo, para finalmente atribuir-lhe um valor. Assim, fica evidente o quanto é subjetivo o ato de avaliar, além de constituir uma comparação.

Hadji considera que a avaliação é

[...] o acto pelo qual se formula um juízo de “valor” incidindo num objecto determinado (indivíduo, situação, acção, projecto, etc.) por meio de um confronto entre duas séries de dados que são postos em relação:

- dados que são da ordem do facto em si e que dizem respeito ao objecto real a avaliar;
- dados que são da ordem do ideal e que dizem respeito a expectativas, intenções ou a projectos que se aplicam ao mesmo objecto (1994, p. 31).

Ao avaliarmos, precisamos considerar se a avaliação contribuirá, e em que medida o fará, para a construção do conhecimento do aluno, além de

também buscarmos informações relevantes para refletirmos sobre nossa prática pedagógica.

A avaliação, que durante muito tempo serviu ou para julgar ou como meio de se comprovar a existência ou não de determinado conhecimento, tem sido convidada a desempenhar outros papéis, sendo um deles o de auxiliar a educação subsidiando-a com informações úteis para que o professor possa realizar uma intervenção adequada. Além disso, ela atua como esclarecedora de dúvidas e diagnosticadora de problemas no processo de ensino-aprendizagem. Assim, a busca por uma 'educação de qualidade', que favoreça um bom desempenho para todos os alunos, justifica repensarmos qual deve ser o papel da avaliação.

Nessa perspectiva, ela deve ser vista como necessária tanto do ponto de vista dos alunos quanto dos professores, acontecendo simultaneamente ao processo ensino-aprendizagem, respeitando e sendo adequada aos diferentes tempos de aprendizagem dos alunos e modificando, desse modo, o sentido atribuído a elementos, como, por exemplo, a nota.

A nota, que foi e continua sendo fortemente privilegiada, enfatiza em meio à comunidade escolar uma espécie de poder (*status*). Não é difícil observar a associação que é feita por muitos professores entre ela e o perfil do aluno: uma boa nota ligada a um bom comportamento, uma adequada capacidade de concentração etc., e uma nota baixa como resultado de indisciplina, desinteresse, dificuldades de aprendizagem ou até sócio-econômica. Uma das conseqüências disso é que muitos alunos acabam indo à escola em busca apenas de passar de ano, como se o objetivo fosse unicamente esse, e esquecem-se, assim como muitos de seus professores, da importância e da necessidade do aprendizado.

Com essa cultura de que se deve ir à escola em busca de boas notas (ou em muitos casos da nota mínima para ser aprovado), diminui-se o sentido da escolarização, isto é, dá-se mais importância à nota que aos benefícios propiciados pelo conhecimento. Nessa perspectiva, a avaliação acaba configurando-se como um momento separado do processo pedagógico que leva

em conta apenas a etapa final da construção de conhecimento feita pelo aluno além de quase não contribuir para o seu desenvolvimento. Ela aparece mais como “uma mensagem que não diz de início ao aluno o que ele sabe, mas o que pode lhe acontecer ‘se continuar assim até o final do ano’” (PERRENOUD, 1999, p. 12).

Durante muito tempo, foi entendido como prioritário avaliar apenas com provas escritas, uma avaliação de rendimento que se constitui, conforme Buriasco (1999, p. 157), como “avaliação do ‘produto’ final, que, de certa forma, evidencia um resultado sem muita chance de ser modificado”, que visava verificar se os alunos memorizaram definições ou regras, independente de terem ou não compreendido os conceitos envolvidos, ignorando também os procedimentos e atitudes apresentadas. Essa forma de avaliar aparecia mais como finalizadora do conteúdo dado, sinalizando os problemas, porém sem remediá-los posteriormente. Esse entendimento, apesar de possuir falhas, ainda mostra-se forte entre os professores. Segundo Luckesi (2002, p. 18), “nosso exercício pedagógico escolar é atravessado mais por uma pedagogia do exame que por uma pedagogia do ensino/aprendizagem”.

Essa afirmação refere-se aos interesses que têm envolvido a avaliação, tais como: o interesse de alunos e pais apenas na promoção de série; professores utilizando-a para intimidar o aluno; a preocupação do estabelecimento de ensino com boas notas mesmo que sejam enganosas (visando apenas um baixo índice de retenção dos alunos) etc. Todos esses elementos acabam por centralizar as atenções nas provas, porém sem que elas sirvam de fato para auxiliar na aprendizagem.

Hoje em muitas escolas a promoção de série é automática. Nesses casos a avaliação acaba constituindo-se como uma espécie de relatório descritivo, não sendo a prova escrita o único instrumento utilizado para verificação da aprendizagem.

Com essa modificação, para muitos professores, avaliar se tornou um ponto de fragilidade porque eles parecem ter perdido o controle da

situação, isto é, não têm mais o ‘poder’ de decidir se os alunos têm ou não condições de freqüentar a série seguinte.

Nesse sentido, é importante destacarmos que apesar de terem acontecido modificações na forma de avaliar – de provas escritas a relatórios descritivos – a sua essência continuou a mesma: apontar aquilo que o aluno não sabe. Assim, podemos considerar que o professor ‘perdeu’ duplamente, ou seja, o poder de decidir sobre a aprovação ou não do aluno e a chance de adquirir o status de alguém que está investigando a produção do aluno para conhecer o que ele sabe e quais são suas hipóteses sobre o assunto em questão. Nesse contexto, podemos dizer que o professor mudou a forma de avaliar, mas não a perspectiva do que pretende observar, o que torna mais evidente seu ‘fracasso’ já que enfatiza aquilo que o aluno não aprendeu.

Tomando o ensino como uma atividade complexa, a sala de aula composta por incertezas, surpresas, diferenças, contradições, conflitos etc., justifica-se a importância da utilização de diversos instrumentos para a avaliação. Optando pelo uso de diferentes recursos, tais como testes, observações, seminários, trabalhos produzidos, atitudes do aluno no cotidiano escolar, o professor pode diminuir os riscos de uma interpretação equivocada assim como realizar uma avaliação que leve em consideração o processo, uma avaliação da aprendizagem. Para Esteban, a

[...] complexidade das práticas pedagógicas explicita a impossibilidade de uma avaliação objetiva, neutra, precisa. Assumir a ambivalência da avaliação resgata sua dimensão social e nos ajuda a compreendê-la e a construí-la como uma prática essencialmente ética e não meramente técnica, como vem sendo pensada, proposta e utilizada (2002, p. 9).

Quanto ao processo de avaliação, este pode estar comprometido quando o professor se utiliza apenas de um tipo de instrumento para recolher informações, já que pode conter problemas. E quando isso ocorre, acaba afetando as ações do professor em sala de aula bem como sua decisão em aprovar ou não os alunos. Além disso, constitui uma forma de exclusão, pois

avalia do mesmo modo alunos que tiveram experiências e oportunidades diferentes.

Para o aluno, a avaliação pode servir para regular sua aprendizagem, sendo capaz de orientá-lo para que ele tenha autonomia para perceber suas dificuldades, analisá-las e descobrir caminhos para superá-las. Para o professor, serve para que ele possa repensar e reorientar a sua prática pedagógica, além de possibilitar-lhe entender e interferir nas estratégias utilizadas pelos alunos. Assim, a avaliação serviria mais aos interesses de professores e alunos do que aos do sistema.

Nessa perspectiva, as funções do professor começam a ser modificadas, sendo que uma delas é concebida como a de mediador entre o aluno e o conhecimento, é quem propiciará atividades nas quais o aluno poderá levantar hipóteses, criar estratégias, bem como estabelecer conexões entre seus conhecimentos. Aqui, a responsabilidade do aprendizado do aluno não é apenas do professor, ela é partilhada pelos dois.

Nesse cenário, também o erro ganha novas dimensões, devendo ser interpretado como um caminho para buscar o acerto e, ao analisá-lo, o professor pode elaborar estratégias que auxiliem o aluno a refazer o caminho.

Durante muito tempo, o erro foi visto como algo negativo para o ensino, separando os alunos em pelo menos duas categorias: os que 'sabem' e os que 'não sabem', caracterizando assim a avaliação como seletiva. Entretanto, como já dissemos, ele pode ser interpretado de modo diferente, ou seja, errar nem sempre significa falta de conhecimento, sendo importante analisar qual é a sua natureza, se é devido à má aplicação de algum conceito ou falta de habilidade, assim como o sucesso nem sempre é garantia absoluta de aprendizagem (HADJI, 1994, p. 123).

Num contexto em que o erro torna-se produtivo, tanto para alunos quanto para professores, também a avaliação ganha novas dimensões, passando a atribuir aos resultados encontrados um aspecto orientador. De acordo com Pinto, numa

[...] avaliação classificatória, em que o foco de atenção está voltado para o acerto da resposta, não sendo utilizado como um instrumento de reflexão, o erro provavelmente não será valorizado pelo professor. Em outra concepção de avaliação, mais preocupada com a formação do aluno em termos de aprendizagens significativas e duradouras, o erro deixa de ser apenas uma resposta a ser analisada: ele passa a ser uma questão desafiadora que o aluno coloca ao professor – portanto, um elemento desencadeador de um amplo questionamento de ensino (2000, p. 11-12).

Para o professor desenvolver um trabalho considerando tanto o erro quanto a avaliação, como foi dito anteriormente, significa transformar consideravelmente as ‘regras do jogo’ em sala de aula, deixando de lado os interesses existentes numa avaliação tradicional, preocupada apenas em finalizar os conteúdos dados; passando a considerar os diversos aspectos de uma avaliação que esteja a serviço da aprendizagem do aluno e como reguladora da ação pedagógica.

Numa avaliação que esteja a serviço da aprendizagem, não é suficiente o aluno reproduzir na prova o que treinou durante as aulas. Ela não deve se limitar a resultados ingênuos, pelo contrário, ela deve ser considerada

[...] uma orientação para o professor na condução da sua prática docente e jamais um instrumento para reprovar ou reter alunos na construção de seus esquemas de conhecimento teórico e prático. Selecionar, classificar, filtrar, reprovar e aprovar indivíduos para isto ou para aquilo não são missão de educador. Outros setores da sociedade devem se encarregar disso (D’AMBROSIO, 1998, p. 78).

Porém, o que mais vem acontecendo nas escolas é diferente do comentado pelo autor, isto é, o professor geralmente aplica uma prova escrita que exige memorização de conceitos ou técnicas, transforma os resultados nela obtidos em uma nota, para, a partir da média de todas elas, decidir o destino escolar do aluno: a aprovação ou reprovação.

Nesse caso a avaliação acaba sendo classificatória em vez de diagnosticar a presença ou não de aprendizagem e subsidiar o trabalho do

professor. Constitui-se fortemente na verificação do nível de desempenho e não no nível de desenvolvimento do aluno. Além da função de atribuir nota, também aparece para disciplinar os alunos, caracterizando-se, conforme Buriasco (1999, p. 162), como “o braço autoritário do professor que mais atinge o aluno”.

Buscando olhar tanto a avaliação quanto o erro por outro prisma, concordamos com Esteban, quando afirma que a

[...] avaliação como prática de investigação pode responder à impossibilidade de reduzir os processos ao que é imediatamente observável. Interroga as respostas, indaga sua configuração, procura encontrar as relações que as constituem. Não se satisfaz com a constatação do erro e do acerto, à resposta dada faz novas perguntas. Sobretudo, como prática de investigação, não nega o erro, tampouco lhe atribui um valor negativo. O erro é considerado um importante elemento na tentativa de compreender a complexidade dos processos e de produzir práticas que incorporem os processos em sua complexidade. O erro dá pistas sobre os conhecimentos, práticas, processos, valores, presentes na relação pedagógica, embora freqüentemente invisíveis. O erro é portador de conhecimentos, processos, lógicas, formas de vida, silenciados e negados pelo pensamento hegemônico. A avaliação, nesta perspectiva, vai desafiando e desafiando o que se mostra para encontrar o que se oculta (2002, p. 9).

Deste modo, mais importante que diagnosticar o que o aluno ainda não sabe é investigar o que ele já sabe e quais são suas hipóteses sobre o conteúdo em questão.

Além de fornecer subsídios ao aluno para a sua formação, a avaliação precisa propiciar ao professor reflexões acerca de qual referencial teórico sustenta sua prática avaliativa, para que assim ele possa pensar sobre o que está subjacente a ela, e agir de modo a reestruturá-la sempre que preciso. Assim, se pretendemos formar sujeitos éticos, criativos, críticos e responsáveis pela construção do seu conhecimento, precisamos propor situações nas quais essas qualidades poderão manifestar-se, para então planejarmos uma avaliação que permita apreciá-las.

O conceito de avaliação educacional, como vimos, pode ser interpretado e posto a serviço de diferentes papéis, contudo o que esperamos é que sua principal função seja a de fornecer informações do processo pedagógico tanto aos alunos quanto aos professores para que ambos se orientem e, em conjunto, possam garantir uma efetiva aprendizagem do aluno bem como uma reflexão para o professor.

2.3 Sobre o Erro

A busca de ‘qualidade no ensino’ tem motivado inúmeras discussões, tanto no Brasil quanto em outros países. Como consequência dessa busca, estão sendo propostos novos objetivos para a Educação, o que implica em novas interpretações para o currículo, em mudanças nas funções desempenhadas por alunos e professores, na adoção de novas metodologias.

Acompanhando essas mudanças, propõe-se uma nova maneira de conceber o erro no âmbito escolar. Este elemento, que durante muito tempo foi e ainda continua sendo motivo de punições, de apontamento de fracasso ou incapacidade do aluno, deve ser considerado um acontecimento natural no processo de construção do conhecimento.

O que se espera hoje, de acordo com essa nova visão, é conceber o erro como um meio de desenvolvimento. É importante que primeiro se entenda a situação que o motiva para depois procurar meios para superá-lo, pois, segundo Luckesi,

[...] o erro poderia ser visto como fonte de virtude, ou seja, de crescimento. O que implicaria estar aberto a observar o acontecimento como acontecimento, não como erro; observar o fato sem preconceito, para dele retirar os benefícios possíveis. Uma conduta, em princípio, é somente uma conduta, um fato; ela só pode ser qualificada como erro, a partir de determinados padrões de julgamento (1990, p. 136).

Para este autor, “a idéia de erro só emerge da existência de um padrão considerado correto” (LUCKESI, 1990, p. 137), o que sugere que, quando não existe padrão, também não existe erro, e sim ações insatisfatórias. Para entendermos melhor a afirmação, o autor nos remete a pensar nas descobertas realizadas ao longo do desenvolvimento da humanidade, fruto de tentativas bem ou mal sucedidas e não ‘acertos’ ou ‘erros’, já que até então não havia um modelo considerado correto do que se estava construindo. Nesse sentido, o insucesso pode ser interpretado como maneiras de não fazer algo, servindo assim de ‘trampolim’ para novas tentativas.

Do mesmo modo, no caso da aprendizagem escolar, apesar de existir um modelo do conhecimento ou das soluções a serem aprendidas, os erros devem servir também de ponto de partida para o desenvolvimento, e muitos deles podem ser superados à medida que são identificados e compreendidos. Nessa perspectiva, o erro “[...] é visto e compreendido de forma dinâmica, na medida em que contradiz o padrão, para, subseqüentemente, possibilitar uma conduta nova em conformidade com o padrão ou mais perfeita que este” (LUCKESI, 1990, p. 139).

Entretanto, para muitos professores, o erro continua sendo motivo para repreender os alunos, atribuir-lhes notas baixas, ou ainda associado ao fato de que eles não sabem fazer algo. Nesse sentido, os erros

[...] são tomados como um tipo de índice de que o aluno não sabe fazer, não tem estudado e não como um índice de que o aluno sabe alguma coisa parcial, incorreta e que, portanto é preciso trabalhar com ela para, a partir daí, construir um conhecimento correto (BURIASCO, 2000, p.169).

Considerando que diferentes tipos de erros exigem diferentes ações do professor, a primeira coisa a fazer é o professor aprender a identificar os diferentes tipos de erros, distinguir qual a natureza de cada um deles, bem como que ações precisa realizar para explorá-los. De acordo com os PCN, quando

[...] o professor consegue identificar a causa do erro, ele planeja a intervenção adequada para auxiliar o aluno a avaliar o caminho percorrido. Se, por outro lado, todos os erros forem tratados da mesma maneira, assinalando-se os erros e explicando-se novamente, poderá ser útil para alguns alunos, se a explicação for suficiente para esclarecer algum tipo particular de dúvida, mas é bem provável que outros continuarão sem compreender e sem condições de reverter a situação (BRASIL, 2001, p. 59).

As situações de erro podem servir ao aluno como meio de reflexão sobre o que ele pensa de determinado assunto, para perceber que a partir delas também se pode aprender. Para que isso aconteça, é importante que em sala de aula o aluno seja incentivado e tenha a oportunidade de realizar tentativas, sabendo que estas, ‘corretas ou não’, serão do mesmo modo fonte de aprendizagem. Segundo Buriasco, grande

[...] parte dos educadores matemáticos enfatiza que em lugar de ser protegido do erro, o aluno deveria ser exposto ao erro muitas vezes, ser encorajado a detectar e a demonstrar o que está errado, e por quê (2000, p. 169).

Contudo, é importante ressaltarmos que não estamos valorizando o erro em detrimento do acerto, ou que o erro seja imprescindível para que haja desenvolvimento, mas sim, sempre que ele ocorrer, que possa ser encarado como uma etapa a ser vencida pelos alunos com a ajuda do professor.

Nesse cenário da avaliação, que busca explorar as potencialidades do erro, espera-se que ele sirva como um diagnóstico da aprendizagem e das hipóteses do aluno, tornando-se assim uma fonte de formação, de reorientação, e não de punição. Para que a análise do erro se torne uma alternativa didática, o professor deve conhecer e buscar entender os erros cometidos pelo aluno nas atividades propostas, já que, “[...] quando um aluno comete um erro, ele expressa o caráter incompleto de seu conhecimento” (PINTO, 2000, p.54).

Para Hadji (1994, p. 125), se quisermos ‘gerir’ o erro, para lá do desempenho registrado, é preciso tentar determinar as razões que lhe deram

origem, e dizer o que revela dos conhecimentos adquiridos ou das falhas do aluno. Nessa perspectiva, o professor precisa estar atento ao que acontece em sala de aula, buscando investigar como os alunos pensam ou por que fazem algo de determinada maneira, já que muitos dos erros que cometem não são apenas simples falhas de memória ou falta de atenção. Ao conhecer o caminho percorrido pelo aluno, é possível que o professor entenda qual foi o sentido atribuído à resposta apresentada, e, a partir disso, possa reorganizar sua ação em sala de aula de acordo com a natureza das dificuldades constatadas. Hadji considera ainda que

[...] não podemos nos contentar, em caso algum, apenas com o resultado final, pelo que é necessário recolher observações no decurso da elaboração das respostas, ou conduzir um inquérito complementar após a realização da tarefa (1994, p. 123).

Para analisar o erro tendo em vista o sucesso escolar do aluno, é necessário, entre outras coisas, considerar que cada aluno lida com seus erros de maneira particular, ou seja, estabelece um tipo de relação com eles. Podemos considerar que alguns alunos são indiferentes ao erro, isto é, fazem correções no caderno, substituindo a forma ‘errada’ pela ‘correta’, mas não sabem efetivamente porque erraram, sendo, nesses casos, necessária a ajuda do professor. Para outros, o erro é um ‘observável’, ou seja, eles têm consciência de que erraram e de por que erraram, seja por meio da verificação da resposta encontrada, ou de outra forma de autocorreção, cabendo ao professor apenas acompanhar o caminho percorrido por esses alunos, ajudando-os quando necessário.

Além de considerar as relações do aluno com o erro, é importante o professor analisar as suas possíveis causas, pois assim ele pode tratar cada erro de forma diferenciada e também conduzir melhor as diferenças em sala de aula. Por esses e outros motivos, é necessário que o professor conheça e compreenda o erro, investigando sua natureza, tendo em vista que “[...] os erros da aprendizagem, [...] servem positivamente de ponto de partida para o avanço, na medida em que são identificados e compreendidos, e sua compreensão é o

passo fundamental para sua superação” (LUCKESI, 1990, p. 138, grifo do autor).

A análise do erro também pode contribuir com o aluno na medida em que o professor incentive-o a analisar sua própria produção. Com isso o aluno terá a oportunidade de identificar e compreender seus erros, podendo assim geri-los, isto é, desenvolver processos de verificação e autocorreção que o ajudem a refazer o caminho (HADJI, 1994).

Entre os diversos fatores que contribuem para o aparecimento do erro em sala de aula, podemos considerar que um deles é a forma como os alunos dão sentido aos conteúdos trabalhados, às situações-problema propostas, aos enunciados de problemas. Nesse processo de produção de significados, podemos considerar que estão incluídas as lembranças que eles têm dos conteúdos estudados, do sentido que atribuem a determinadas palavras/expressões em momentos de estudo ou mesmo em contexto que não o escolar.

À medida que os alunos tentam resolver as atividades propostas, buscam produzir algum sentido para as palavras presentes no seu enunciado, para as explicações dadas pelo professor. No entanto, o sentido atribuído às palavras varia de acordo com a experiência pessoal de cada um deles, de sua cultura, de suas relações interativas.

Assim, para analisar os erros dos alunos, o professor deve conhecer o significado e buscar entender o sentido que os alunos deram às atividades propostas, além de olhar para tudo o que eles produziram, sejam provas escritas, trabalhos, observando por meio dessa produção como demonstram compreender as idéias envolvidas, quais os procedimentos que utilizam, o modo como as comunicam. Com estas informações ele terá mais condições de realizar uma intervenção que contribua efetivamente para o desenvolvimento do aluno.

3 SOBRE A PESQUISA

Neste capítulo tecemos algumas considerações a respeito do método adotado para pesquisa. Para isso, dividimos este texto em três momentos: i) escolha do método; ii) sujeitos envolvidos na investigação e o objeto e a estratégia utilizados para recolha e tratamento das informações; iii) procedimento de análise e interpretação das informações (Análise de Conteúdo).

3.1 Escolha do Método

Para investigar a produção escrita de alunos, com a qual expressam os seus conhecimentos matemáticos, analisamos o registro escrito encontrado na Prova de Questões Abertas de Matemática da Avaliação de Rendimento Escolar do Paraná – AVA/2002. Este estudo é de natureza qualitativa, uma vez que envolve uma certa dose de subjetividade e se revela ao pesquisador no decorrer da própria pesquisa. A utilização da pesquisa qualitativa mostra-se fundamental nesse processo, pois, entre outros aspectos, coloca o pesquisador junto à realidade estudada e permite um maior aprofundamento das informações obtidas, por meio da entrevista, da observação (BOGDAN; BIKLEN, 1999).

Para a análise e interpretação das informações consideramos, entre os elementos relevantes, o contexto no qual estas informações estão inseridas; as circunstâncias que as envolvem; a forma como ocorrem, bem como seus significados, dada a influência destes aspectos no comportamento dos sujeitos investigados.

Segundo Bogdan e Biklen (1999), a investigação qualitativa possui as seguintes características:

- a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
- ela é descritiva;
- maior ênfase no processo do que simplesmente nos resultados ou produtos;
- o investigador tende a analisar os dados de forma indutiva;
- o significado é de importância vital nesta abordagem.

Nesta investigação, de acordo com a abordagem qualitativa, realizamos um estudo interpretativo já que buscamos compreender como os conceitos são utilizados pelos alunos e, por meio dos seus registros, buscamos desvelar o processo escolhido para realizá-lo. Para isso, recorreremos à Análise de Conteúdo por ser instrumento de análise interpretativa que busca o(s) sentido(s) de um texto.

3.2 Os Envolvidos, o Objeto, as Estratégias

3.2.1 Dos Envolvidos

Para realizar esta pesquisa, utilizamos as Provas de Questões Abertas de Matemática da Avaliação de Rendimento Escolar do Paraná – AVA/2002 resolvidas pelos alunos da 4^a. série do Ensino Fundamental da escola municipal onde trabalhávamos, uma escola do município de Cambé – PR.

Em 2002, essa escola contou com três turmas de 4^a. série, num total de 89 alunos. Desse total, dois terços dos alunos presentes no dia da aplicação realizaram prova de Redação (Língua Portuguesa) e um terço fez a

Prova de Questões Abertas de Matemática. Por conseguinte, pudemos contar com vinte e cinco provas⁴ resolvidas.

Na capa da prova continha um espaço a ser preenchido pelos próprios alunos com seus dados (Anexo 1), e com esses dados organizamos o quadro 1.

Em 2002, na data da realização da prova, os alunos⁵ da 4^a. série do Ensino Fundamental, cujas provas estão aqui em estudo, estavam assim distribuídas quanto ao sexo e à faixa etária:

QUADRO 1: DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS QUANTO AO SEXO E À FAIXA ETÁRIA

9 ANOS		10 ANOS		11 ANOS		13 ANOS	
MENINOS	MENINAS	MENINOS	MENINAS	MENINOS	MENINAS	MENINOS	MENINAS
0	1	7	11	3	0	1	0
-	A18	A6, A7, A10 A14, A17, A19 E A25	A1, A2, A3, A4, A9, A11, A12, A15, A16, A22, E A23	A5, A8 E A24	A20 E A21	A13	-

Optamos por incluir esses dados apenas para caracterizar de alguma forma os envolvidos neste estudo, e não porque verificamos alguma tendência que relacione procedimentos, erros etc. com a idade ou o gênero dos envolvidos.

⁴ A partir daqui toda vez que mencionar ‘prova’ estaremos nos referindo à Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA/2002.

⁵ Utilizamos ‘alunos’ independente do gênero (masculino ou feminino).

3.2.2 Do Objeto

A Secretaria de Estado da Educação do Paraná vem realizando uma avaliação continuada do Sistema de Ensino desde 1995. Esta avaliação faz parte do Projeto Qualidade no Ensino Público do Paraná – PQE (1995 – 1998) (Resolução no. 2270/95 GS/SEED) e inclui a Avaliação de Rendimento Escolar, por série e por disciplina, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio das escolas públicas estaduais, sendo optativa nas redes municipal e privada. No entanto, foi somente em 2002 que se introduziu nesse processo a prova de Questões Abertas de Matemática. Para BURIASCO (et al), a

[...] opção por integrar a AVA 2002 uma prova de matemática contendo questões abertas, deve-se ao entendimento de que uma educação matemática comprometida com a melhoria da ‘competência matemática’ dos alunos, passa por uma melhor compreensão dos caminhos que trilharam, por meio de seus registros, ao tentarem resolver as tarefas apresentadas (2004, p. 3).

No Paraná, a Prova de Questões Abertas de Matemática foi resolvida por um terço dos alunos de 4^{a.} e 8^{a.} séries do Ensino Fundamental e 3^{a.} série do Ensino Médio, enquanto os outros dois terços deles realizavam prova de redação (Língua Portuguesa). A ‘quinta prova’⁶ entregue de cada sala de aula foi separada e enviada à Secretaria de Educação para o desenvolvimento de pesquisas, e o restante permaneceu nas escolas.

Algumas questões eram comuns as três séries. No total, havia seis questões. Na prova da 4^{a.} série do Ensino Fundamental, havia três questões abertas. Dessas, uma era exclusiva para a 4^{a.} série, outra estava presente nas provas da 8^{a.} série do Ensino Fundamental e da 3^{o.} série do Ensino Médio, e outra presente apenas na prova da 8^{a.} série do Ensino Fundamental.

⁶ Critério utilizado pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná para seleção de envio de provas.

Para essa prova foram escolhidas questões de diferentes níveis de complexidade⁷ e que envolvessem desde

[...] o reconhecimento e a utilização de um procedimento passo-a-passo na resolução de problema significativo, na reprodução de fatos ou processos matemáticos elementares rotineiros na sala de aula até o estabelecimento de conexões utilizando diferentes procedimentos, aplicando conhecimento matemático relevante na resolução de problema significativo não rotineiro (BURIASCO; CYRINO; SOARES; 2004, p. 5).

Para investigar a produção escrita de alunos, estudamos o registro encontrado nas questões abertas de matemática. Nesse sentido, mostra-se relevante ressaltarmos que uma característica importante desse tipo de questão é “[...] permitir que o aluno demonstre suas habilidades por meio da forma pela qual aborda a questão e do procedimento que utiliza para resolvê-la” (BURIASCO; CYRINO; SOARES; 2004, p. 4). Com esse tipo de questão, é possível conhecermos como a produção escrita se configura e também quais relações as constituem, já que os registros que os alunos fazem, enquanto resolvem as questões, dão informações importantes sobre como entenderam e registraram suas idéias a respeito da situação proposta.

3.2.3 Das Estratégias Utilizadas para Recolha e Tratamento das Informações

No final do mês de abril de 2003 recolhemos as provas e no mês seguinte fizemos a sua correção baseada no Manual (2004)⁸. Organizamos as informações coletadas, considerando as estratégias de resolução e os erros cometidos pelos alunos. Em seguida, descrevemos os caminhos que eles possivelmente percorreram em cada resolução.

⁷ Segundo Buriasco (1999), complexidade é entendida não como dificuldade. A dificuldade de uma questão é essencialmente relativa às pessoas que a resolvem. A noção de complexidade procura expressar um caráter que seja atribuído à questão em si, quer dizer, é uma característica intrínseca à própria questão.

⁸ Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática: AVA/2002.

Para responder nossas questões iniciais, destacadas na introdução desta investigação, partimos da mensagem, ou seja, da produção escrita de alunos, questionando-nos, entre outras coisas, sobre o ‘porquê’ e o significado da configuração dessa produção, levando em consideração os seguintes pressupostos que garantem importância a esse enfoque:

1. Toda mensagem falada, escrita ou sensorial contém, potencialmente, uma grande quantidade de informações sobre seu autor: suas filiações teóricas, concepção de mundo, interesses de classe, traços psicológicos, motivações, expectativas, etc.
2. O produtor/autor é antes de tudo um selecionador e essa seleção não é arbitrária. Da multidão de manifestações da vida humana, seleciona o que considera mais importante para dar seu recado e interpreta-as de acordo com seu quadro de referência. Obviamente, essa seleção é pré-concebida. Sendo o produtor, ele próprio, um produto social, está condicionado pelos interesses de sua época, os da classe a que pertence, etc. E, principalmente, ele é formado no espírito de uma teoria da qual é o expositor. Teoria que não significa “saber erudito” e nem se contrapõe ao “saber popular”, mas que transforma seus divulgadores muito mais em executores de determinadas teorias do que em seus próprios senhores.
3. A ‘teoria’, da qual o autor é o expositor, orienta sua concepção da realidade. Tal concepção (consciente ou inconsciente) é filtrada por seu discurso e resulta em implicações extremamente importantes, para quem se propõe a fazer análise de conteúdo (FRANCO, 1997, p. 56-57).

Ao descrevermos as estratégias utilizadas, percebemos a possível razão das escolhas e/ou estratégias da maioria dos alunos. Inicialmente, para dois dos casos em que não foi possível compreender o porquê das escolhas e a lógica do que fizeram, realizamos uma entrevista, para então voltar às informações inicialmente coletadas.

Optamos pela entrevista, considerando-a um instrumento valioso para a coleta de informações, por proporcionar uma interação entre pesquisador e entrevistado, com a possibilidade de esclarecer possíveis dúvidas, fazer correções ou complementar algumas informações no ato de sua

realização. Além disso, por nos permitir fazer observações quanto aos gestos, expressões, entonações ou outros sinais do entrevistado.

De acordo com Lüdke e André (1986, p. 34), “a grande vantagem da entrevista sobre outras técnicas é que ela permite a captação imediata e corrente da informação desejada, praticamente com qualquer tipo de informante e sobre os mais variados tópicos”, permitindo assim que o investigador possa desenvolver intuitivamente uma idéia sobre o modo como os sujeitos interpretam os fatos em questão.

A utilização da entrevista ocorreu também devido à possibilidade de realizarmos outros olhares sobre os registros escritos estudados e percebermos, por exemplo, que por detrás de cada resposta dada podemos encontrar outras respostas, e, deste modo, entendermos melhor o sentido dado pelos alunos às estratégias ou palavras/expressões por eles utilizadas.

As entrevistas foram realizadas no período de novembro e dezembro de 2003. Os dois alunos (A4 e A6) foram convidados a resolver alguns problemas de Matemática e, à medida que aceitavam, marcávamos o dia e o horário para o encontro. Percebemos, por parte deles, um grande entusiasmo em participar deste estudo, prestando sua colaboração. Quanto ao local, como esses alunos estudaram no ano de 2003 em um colégio muito próximo de onde moramos, tinham também familiaridade com nossa casa, combinamos, portanto, que as entrevistas seriam nesse local. Desta forma, facilitou para nós que não precisamos ir até a casa desses alunos, lugar que não conhecemos, bem como para eles que puderam vir antes ou depois de sua aula evitando assim que se deslocassem duas vezes de casa.

Cada entrevista foi gravada, tendo uma duração média de cinqüenta minutos. Iniciávamos entregando uma folha de sulfite apenas com a cópia do enunciado do problema sobre cuja resolução tínhamos interesse em obter esclarecimentos. A seguir pedíamos que o aluno resolvesse e, quando terminava, solicitávamos que nos explicasse seu procedimento. Quando era preciso que fosse resolvido mais de um problema, entregávamos o problema seguinte sempre depois do término e explicação do anterior.

Quando ocorria diferença entre o procedimento atual do aluno e o realizado por ele no AVA/2002, era pedido que olhasse o que fora feito anteriormente (sem que fosse dito que ele próprio tinha resolvido) e comentasse a respeito. Quanto à parte da prova que não foi refeita pelo aluno (para a qual não julgamos necessário obter esclarecimentos), apenas pedimos que fosse analisado o procedimento adotado e que ele o explicasse, pois assim teríamos uma confirmação (ou não) de nossa interpretação a respeito dele. As duas entrevistas aconteceram individualmente, num clima tranqüilo, em que as informações surgiram facilmente, isto é, os alunos se sentiram à vontade para explicar suas estratégias.

As entrevistas foram transcritas, depois foi feita a audição de cada uma delas, acompanhada pela leitura da transcrição. Num segundo momento, foram levantados os possíveis esclarecimentos sobre as dúvidas que motivaram a sua realização, bem como uma primeira reflexão sobre como esses alunos usam e dão sentido às informações contidas nos enunciados das questões presentes na prova.

Consideramos que teria sido interessante termos entrevistado outros alunos. Contudo, optamos por não realizar outras entrevistas por, entre outros motivos, considerar inadequado o espaço de tempo entre a realização da prova e novas entrevistas, tendo em vista que os alunos, possivelmente, não se lembrariam da razão de suas estratégias.

3.3 Do Procedimento de Análise e Interpretação das Informações: a Análise de Conteúdo

Apesar de o interesse pela análise do conteúdo das informações ser muito antigo, enquanto método de investigação sistematizado ele é muito recente. Este procedimento de análise e interpretação das informações coletadas tem sido utilizado por pesquisadores de diversas áreas, inclusive na Educação, em que os seres humanos expõem suas opiniões, crenças, idéias.

Para os pesquisadores que utilizam abordagens de pesquisa que tratam de dados qualitativos, “a análise de conteúdo desenvolve um arcabouço formal para a sistematização de atributos qualitativos, e, [é] no momento de interpretar os dados coletados que se dá o entrelaçamento da pesquisa em educação com a análise de conteúdo” (OLIVEIRA (et al), 2000, p. 5).

A análise de conteúdo, no que se refere ao seu terreno, seu funcionamento e objetivo, pode ser definida como

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 1977, p. 42).

Nesse sentido, sendo a produção escrita de alunos em questões abertas de matemática uma forma de comunicação, podemos, então, utilizar a análise de conteúdo. Para isso buscamos as principais etapas⁹ do seu desenvolvimento que, de acordo com Bardin (1977), são:

- 1) tratamento descritivo dos dados;
- 2) definição das unidades de registro e delimitação do tema;
- 3) definição de categorias ou unidades de análise.

Conhecer essas etapas não é suficiente para tratarmos da análise de conteúdo, sendo necessário destacarmos que, se

[...] a descrição (a enumeração das características do texto, resumida após tratamento) é a primeira etapa necessária e se a interpretação (a significação concedida a estas características) é a última fase, a inferência é o procedimento intermediário, que vem permitir a passagem, explícita e controlada, de uma à outra (BARDIN, 1977, p. 39).

⁹ Utilizamos essas etapas como orientação, já que consideramos difícil julgar onde termina uma e começa outra.

A análise de conteúdo é sempre feita sobre a mensagem, no entanto seus resultados podem ser utilizados para motivar inferências¹⁰ sobre todos os elementos do processo de comunicação. Nesse sentido, o pesquisador pode deduzir, de maneira lógica, conhecimentos sobre o emissor ou seu ambiente por meio da mensagem produzida.

De acordo com esta abordagem, inicialmente organizamos as informações coletadas considerando as estratégias de resolução e os erros cometidos pelos alunos. Em seguida, descrevemos os caminhos que eles possivelmente percorreram para esta resolução.

Tendo em vista a segunda etapa da Análise de Conteúdo, que sugere a definição das unidades de registro e delimitação do tema, separamos as informações de acordo com as estratégias dos alunos e tentamos identificar os 'porquês' de cada resolução. Em seguida, analisamos qual o conteúdo envolvido em cada uma das questões e apresentamos algumas maneiras de resolvê-las.

Finalizamos esta etapa com o agrupamento de estratégias em casos que indicam os pontos em comum e as regularidades presentes nas informações.

¹⁰ Trata-se de uma operação lógica, pela qual se admite uma proposição em virtude da sua ligação com outras proposições já aceitas como verdadeiras (BARDIN, 1977, p. 39).

4 DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo apresentamos os resultados numéricos relacionados ao desempenho dos alunos nas três questões da prova e a distribuição que tiveram por intervalos percentuais de acertos. Apresentamos também informações a respeito da opinião desses alunos sobre alguns aspectos da prova.

Num segundo momento, tecemos algumas considerações sobre cada uma das questões presentes na prova, realizamos a descrição da produção escrita encontrada, bem como comentários interpretativos sobre essa produção.

4.1 Desempenho dos Alunos na Prova

Conforme anunciamos no capítulo anterior, de posse das provas fizemos a sua correção baseando-nos no Manual (2004), e assim verificamos a distribuição dos alunos referente ao desempenho que tiveram nas três questões da prova. De acordo com a proposta¹¹ presente no Manual, as respostas dos alunos não deveriam ser classificadas apenas em certas ou erradas, e sim como: a) crédito completo – a forma de resolução que pode receber o total de pontos que forem atribuídos à questão, b) crédito parcial – são as respostas intermediárias em que o aluno respondeu satisfatoriamente parte da questão, mesmo que a outra parte esteja completamente errada, e c) nenhum crédito – indica respostas inaceitáveis e omissões.

¹¹ A codificação para pontuar cada questão respondida pelo aluno consta de três partes: indicação de créditos, uso de código numérico de dois ou três dígitos e uso de códigos numéricos especiais (BURIASCO; CYRINO; SOARES; 2004), lembrando que o conceito de código numérico de dois dígitos foi proposto originalmente para o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos – PISA, promovido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE) pela equipe norueguesa coordenada por Svein Lie.

QUADRO 2: DESEMPENHO DOS ALUNOS NAS TRÊS QUESTÕES DA PROVA

QUESTÃO	CRÉDITO COMPLETO	CRÉDITO PARCIAL	NENHUM CRÉDITO
1. A	72%	24%	4%
1. B	68%	16%	16%
1. C	60%	4%	36%
2	0%	0%	100%
3	0%	0%	100%

A análise desses dados revela que a questão 1 foi a única acertada pelos alunos. Esta questão é dividida em três itens, sendo que no item 1.a é preciso que o resolvidor leia as informações apresentadas em gráfico, transcrevendo-as para a tabela; no item 1.b, que resolva o problema retirando dados do gráfico ou tabela para realizar uma subtração, e no item 1.c, que resolva o problema retirando dados do gráfico ou tabela para realizar uma multiplicação (ou adição).

Nas questões 2 e 3 não ocorreram acertos, sendo importante ressaltar que nenhuma dessas questões ficou em branco, isto é, todas foram resolvidas de alguma forma pelos alunos.

O índice de dificuldade de uma questão pode ser analisado a partir dos percentuais de acertos dos resolvidores. O quadro do índice de dificuldade utilizado foi o seguinte:

QUADRO 3: ÍNDICE DE DIFICULDADE		
Muito Difícil	00% —————	15%
Difícil	15% —————	35%
Médio	35% —————	65%
Fácil	65% —————	85%
Muito Fácil	85% —————	100%

Para construirmos o Quadro 4, utilizamos os parâmetros de dificuldade presentes no Quadro 3, que mostra a distribuição dos alunos por intervalos de percentuais de acertos:

QUADRO 4: QUESTÕES DA PROVA QUANTO À DIFICULDADE

PARÂMETRO	MUITO DIFÍCIL 00% A 15%	DIFÍCIL 15% A 35%	MÉDIO 35% A 65%	FÁCIL 65% A 85%	MUITO FÁCIL 85% A 100%
NÚMERO DA QUESTÃO	2 3	-	1. C	1.A 1.B	-

Podemos notar que, das três questões presentes na prova, apenas a Questão 1 foi considerada entre fácil e média. Esta questão é própria da 4^a. série, isto é, envolve conteúdo específico desta série. As questões 2 e 3 não foram acertadas pelos alunos. A questão 2 era comum com a 8^a. série do Ensino Fundamental e a questão 3 era comum com a 8^a. série e com a 3^a. série do Ensino Médio, estas questões poderiam ser resolvidas por diferentes procedimentos, mais ou menos elementares.

De acordo com o desempenho dos alunos, encontrado no Quadro 4, as questões 2 e 3 foram consideradas como muito difíceis. Nessa perspectiva, ao tentarmos entender esses resultados numéricos, é importante atribuímos a eles um significado pedagógico, ou seja, é possível com os erros se obter informações importantes sobre o aprendizado dos alunos e também um meio para o professor repensar e reorientar a sua prática, ou ainda, de acordo com Buriasco (1999, p. 112), que, “considerados individualmente, os erros de um aluno podem indicar que ele não aprendeu o conteúdo dado, mas se for considerado o conjunto dos alunos de uma mesma turma, de uma mesma escola, [...] os mesmos erros denunciam falhas no ensino”.

4.2 Opinião dos Alunos Sobre a Prova

Também constava na prova de Questões Abertas de Matemática da 4^a. série do Ensino Fundamental um questionário (Anexo 2) que cada aluno respondeu dando a sua opinião sobre o grau de dificuldade da prova e sobre o tempo de sua duração. Por meio desse questionário organizamos os quadros 5, 6 e 7.

QUADRO 5: OPINIÃO DOS ALUNOS SOBRE A PROVA

PARÂMETRO	MUITO DIFÍCIL	DIFÍCIL	MÉDIO	FÁCIL	MUITO FÁCIL
NÚMERO DE ALUNOS	0	1	6	10	8
QUANTIDADE EM %	0%	4%	24%	40%	32%

A maioria dos alunos opinou que a prova estava entre fácil (40%) e muito fácil (32%), no entanto nenhum deles resolveu-a completamente correta, sendo este um fato preocupante. O quadro a seguir mostra a distribuição da opinião dos alunos quanto ao tempo para a realização da prova.

QUADRO 6: OPINIÃO DOS ALUNOS SOBRE O TEMPO PARA REALIZAÇÃO DA PROVA

TEMPO PARA RESOLVER AS TRÊS QUESTÕES	MAIS QUE O NECESSÁRIO	SUFICIENTE	FALTOU TEMPO
NÚMERO DE ALUNOS	12	12	1
QUANTIDADE EM %	48%	48%	4%

A análise destes dados, somada ao desempenho deles nas Questões 2 e 3, reforça a nossa preocupação, já que parece indicar que os

alunos podem pensar que interpretaram e resolveram corretamente as questões, não tendo, desse modo, noção de seu real desempenho.

Para construirmos o quadro 7, referente às questões apontadas, respectivamente, como a mais fácil e a mais difícil, consideramos 24 alunos porque um deles assinalou alternativas iguais para as duas perguntas, ou seja, a questão 2 como mais fácil e também a mais difícil.

QUADRO7: QUESTÕES CONSIDERADAS MAIS FÁCEIS E MAIS DIFÍCEIS NA OPINIÃO DOS ALUNOS

QUESTÃO DA PROVA	QUANTIDADE DE ALUNOS QUE CONSIDERARAM QUESTÃO MAIS FÁCIL	QUANTIDADE DE ALUNOS QUE CONSIDERARAM QUESTÃO MAIS DIFÍCIL
1	14	3
2	8	5
3	2	16

A questão 1 foi apontada pela maioria dos alunos como a mais fácil, sendo também a mais acertada por eles. Já as questões 2 e 3, apontadas como as mais difíceis, não foram acertadas pelos alunos.

4.3 Sobre as Questões da Prova

Muitos alunos apresentam dificuldades ao resolverem problemas escolares, e este fato tem sido evidenciado tanto nas atividades propostas pelos professores em sala de aula, quanto nas avaliações internas e externas à escola. Por esse e outros motivos, vem aumentando a necessidade de mudança nos procedimentos metodológicos adotados pelos professores e no modo de conduzir a avaliação.

O que se espera hoje é que tanto o processo de ensino quanto os seus resultados sejam analisados pelo processo avaliativo. Nesse sentido, o

professor precisa estar atento a quais são as hipóteses levantadas pelos alunos, como estão entendendo e relacionando conceitos. Com isso, o professor pode conhecer o que seus alunos já sabem, o que pode ter motivado suas escolhas e o que pode ter provocado seus erros.

Tendo em vista que nosso interesse com esta investigação é conhecer a produção escrita de alunos em questões abertas de matemática, para atender essa nossa proposta, tecemos algumas considerações sobre as questões presentes na prova de Questões Abertas de Matemática-AVA/2002, bem como comentários interpretativos do desempenho dos 25 alunos da 4^a. série do Ensino Fundamental, cujas provas estão aqui em estudo, descrevendo e analisando qual o procedimento que escolheram, os possíveis motivos da escolha feita, quais erros cometeram e a natureza deles.

Para classificar as questões da prova quanto a sua forma de apresentação, utilizamos, de acordo com Buriasco (1999), a seguinte nomenclatura: a) rotineiras - que são muito freqüentes na sala de aula e no livro didático; b) intermediárias - que aparecem com freqüência média na sala de aula e no livro didático; c) não-rotineiras - que muito pouco ou quase nunca aparecem na sala de aula ou no livro didático.

Além disso, no quadro explicativo de cada uma das questões, incluímos os descritores que foram utilizados para elaborá-las (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2004), os blocos de conteúdos envolvidos¹², o grau de dificuldade baseado no desempenho dos alunos (encontrado no Quadro 4 da página 49), o tipo de procedimento utilizado por todos os alunos para resolvê-las, ou seja, se utilizaram ou não os algoritmos convencionais que tradicionalmente são ensinados na escola; a classificação dos problemas de acordo com Butts (1997), mencionado na p. 20, e o desempenho dos alunos de acordo com a correção feita com base no Manual de Correção (2004).

No que se refere à compreensão do enunciado, consideramos três situações.

¹² Esta classificação baseia-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) que trazem os conteúdos organizados em quatro blocos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

1) O aluno realiza a leitura de um problema, compreende o seu enunciado e:

a) escolhe um procedimento que resolve a questão, utilizando-o correta ou incorretamente;

b) não escolhe um procedimento que resolve a questão, por, entre outros motivos, não conseguir estabelecer relações lógicas entre os dados, utilizando o procedimento escolhido correta ou incorretamente.

2) O aluno realiza a leitura de um problema, não compreende seu enunciado e escolhe um procedimento que não resolve a questão, utilizando-o correta ou incorretamente.

3) O aluno realiza a leitura de um problema, não apresenta registro algum, ou seja, deixa-o em branco.

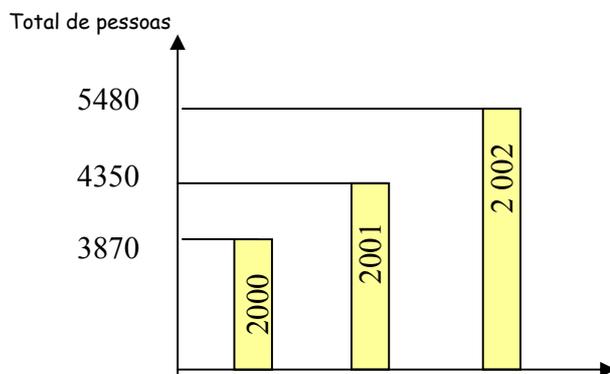
Quanto aos casos que apresentamos, não se tratam de categorias, mas sim agrupamentos de estratégias que indicam os pontos em comum e as regularidades presentes nos dados.

A seguir, tratamos das questões presentes na prova.

4.4 Da Questão 1

Bloco de conteúdos: Tratamento da informação.	Grau de dificuldade da questão: médio
Forma de apresentação: intermediária	Tipo de procedimento utilizado: tipo escolar
Classificação do problema: aplicação	
Descritores: Ler informações e dados apresentados em tabela. Ler informações e dados apresentados em gráfico. Resolver problema significativo retirando dados de um gráfico. Resolver problema significativo retirando dados de tabela. Resolver problema significativo envolvendo subtração e multiplicação de números naturais.	

Questão 1 - O gráfico abaixo mostra a quantidade de pessoas, de uma determinada cidade, que viajam de férias. Os dados referem-se aos anos de 2000, 2001 e 2002.



Resolva as questões, usando os dados do gráfico acima.

a) Complete a tabela

ano	Total de pessoas

b) Quantas pessoas viajaram de férias neste ano a mais que no ano passado?

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

Desempenho dos alunos	Questão como um todo						
	Número de alunos (N)			%			
Crédito completo	10			40%			
Crédito parcial	15			60%			
Nenhum crédito	0			0%			
Desempenho dos alunos	Em cada um dos itens da questão						
	Item	1.a		1.b		1.c	
		N	%	N	%	N	%
Crédito completo	18	72%	17	68%	15	60%	
Crédito parcial	6	24%	4	16%	1	4%	
Nenhum Crédito	1	4%	4	16%	9	36%	

Nesta questão é proposto um problema que aparece com frequência média em sala de aula e no livro didático. Para resolvê-lo é necessário que se retirem os dados do gráfico para preencher a tabela e operar com esses dados de acordo com o que é pedido em cada item, ou seja, em:

1.a – para completar a tabela é necessário retirar do gráfico o número total de pessoas correspondente a cada ano.

ano	Total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

1.b - é preciso localizar corretamente no gráfico as informações que se deve retirar, isto é, o total de pessoas que viajou em 2001 e o total em 2002, e efetuar corretamente com elas a subtração $5480 - 4350 = 1130$, respondendo que em 2002 viajaram 1130 pessoas a mais que em 2001. Estão envolvidos, neste item, os conceitos de “ano passado” (tempo), do sistema de numeração decimal e a *idéia aditiva*¹³ da subtração. A idéia da adição está presente nesta subtração, ou seja, o total de pessoas que viajaram em 2001 mais uma certa quantidade de pessoas, resulta no total que viajou em 2002: $4350 +$ (uma certa quantidade de pessoas) = 5480. Neste caso, para resolver esta situação é preciso efetuá-la de forma inversa: utilizando a subtração. Situações como a desse item são semelhantes àquelas chamadas de ‘situação de comparação’ (Nunes; Bryant, 1997, p. 134).

1.c¹⁴ - era esperada a seguinte resposta: ‘com os dados presentes no problema

¹³ Colocar quantidades para formar uma quantidade dada.

¹⁴ Este item foi incluído nesta questão com a intenção de verificar se os alunos reconheceriam que não havia dados suficientes para resolvê-lo. Entretanto, como a maioria dos alunos que resolveu a Prova de Questões Abertas de Matemática entendeu que o item 1c seria resolvido por meio de uma multiplicação - já que aparece a palavra dobro e o que normalmente fazem para resolver problemas desse tipo é apenas multiplicar uma certa quantidade por dois - bem como por considerar que este item é não rotineiro de sala de aula, de acordo com o manual, optou-se por considerar correta a compreensão que os alunos tiveram, isto é, que para resolver o problema era preciso dobrar o total de pessoas que viajou em 2000.

não é possível saber quantas pessoas viajarão em 2003'. Contudo, foi considerada correta a resolução de todos os alunos que retiraram o total de pessoas que viajou em 2000, efetuando corretamente a multiplicação $3870 \times 2 = 7740$ (ou a adição $3870 + 3870 = 7740$), e respondendo que viajarão 7740 pessoas em 2003. Neste item estão envolvidos conceitos do sistema de numeração decimal e de dobro, implicando assim na *idéia de multiplicação comparativa* (Brasil, 2001, p. 109).

4.4.1 Desempenho dos Alunos na Questão 1

Dos vinte e cinco (25) alunos que fizeram esta prova, dez (40%) escolheram um procedimento que resolve a Questão 1, o que mostra que esta questão é de dificuldade média, e quinze (60%) acertaram pelo menos um dos três itens.

Quanto à estratégia utilizada, todos os alunos empregaram apenas procedimento tipo escolar, isto é, aquele que é tradicionalmente ensinado na escola.

4.4.2 Sobre o Item 1.a

Os alunos não consideraram difícil este item, pois dezoito (72%) deles completaram corretamente a tabela.

Do total de alunos, vinte e quatro (24) deles reconheceram que para preencher a tabela deveriam retirar as informações presentes no gráfico, e apenas um (1) deles completou com os resultados que obteve nos itens 1.b e 1.c. Considerando as semelhanças existentes entre os procedimentos adotados, agrupamos as resoluções em casos¹⁵, os quais podem ser observados no quadro a seguir:

¹⁵ Esta organização também foi utilizada nos itens 1b e 1c da Questão 1, bem como nas Questões 2 e 3.

QUADRO 8: PROCEDIMENTO UTILIZADO PELOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DO ITEM 1.A

CASO	PROCEDIMENTO	ALUNOS	NÚMERO DE ALUNOS
(1)	COMPLETA CORRETAMENTE A TABELA.	A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A22, A23 E A24	18
(2)	TRANSCREVE INCORRETAMENTE UM DOS TRÊS VALORES REFERENTES AO TOTAL DE PESSOAS.	A1	1
(3)	TRANSCREVE O TOTAL DE PESSOAS TROCANDO A QUANTIDADE REFERENTE AO ANO DE 2000 COM O DE 2002 E VICE-VERSA.	A3, A12 E A25	3
(4)	ESCREVE INCORRETAMENTE UM DOS ANOS OU OS TRÊS DEIXANDO DE COLOCAR 'UM ZERO'.	A13 E A14	2
(5)	COMPLETA A TABELA COM OS RESULTADOS OBTIDOS NOS ITENS 1.B E 1.C.	A21	1

Discutiremos a seguir, de maneira mais detalhada e com comentários interpretativos, os diferentes tipos de procedimentos que agrupamos e denominamos de ‘casos’.

Caso 1

Dezoito (18) alunos, A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A22, A23 e A24, completaram corretamente a tabela, sem fazer nenhum outro registro.

Caso 2

Dos que acertaram parcialmente este item, um (1) aluno, (A1), escreveu 3871 no lugar de 3870 pessoas para o ano de 2000. Como ele acertou dois dos três valores referentes ao total de pessoas, consideramos que ele sabe ler dados do gráfico e preencher tabela.

Quanto ao erro cometido, possivelmente aconteceu devido à falta de familiaridade com problemas envolvendo gráfico e/ou tabela ou à falta de atenção do aluno no momento de transcrever o número de pessoas do gráfico para a tabela.

Caso 3

Três (3) alunos, A3, A12 e A25, trocaram o total de pessoas correspondentes ao ano de 2000 com o de 2002, e vice-versa, o que pode ter acontecido por distração, falta de familiaridade com problemas envolvendo gráfico e tabela, ou ainda por dificuldade na leitura de gráfico. Mesmo assim, podemos considerar que eles sabem que é preciso retirar informações do gráfico para preencher a tabela.

A tabela foi preenchida da seguinte forma:

ano	total de pessoas
2000	5.480
2003	4.350
2002	3.870

Registro de A12

Consideramos relevante destacar que A12 resolveu corretamente os itens 1b e 1c, o que indica que ele parece saber ler corretamente as informações presentes no gráfico. Desse modo, entendemos que seu erro no preenchimento da tabela pode ter acontecido por distração.

Já no caso de A3, por meio da análise da sua resolução nos itens 1b e 1c, não fica claro se ele sabe ou não ler corretamente as informações presentes no gráfico. Verificamos que esse aluno acertou o item 1b, mas resolveu incorretamente o item 1c utilizando o total de pessoas referentes ao ano de 2002 no lugar de utilizar o de 2000. Se considerarmos que para resolver

o item 1c ele retirou a informação de sua tabela, podemos pensar que este aluno sabe ler corretamente as informações presentes em gráfico, mas se considerarmos que ele retirou-as diretamente do gráfico, então podemos pensar que ele não sabe ler gráfico corretamente.

Quanto a A25, como resolveu incorretamente os itens 1b e 1c, podemos dizer que este aluno possivelmente tem dificuldades na leitura de gráficos.

Recorrendo a nossa experiência como professora, bem como a uma observação informal que fizemos de um outro grupo de alunos que resolveu essa mesma questão, verificamos, por meio de entrevista informal, que alguns alunos não realizam a leitura do gráfico, apenas completam a tabela preenchendo a coluna referente aos anos, da esquerda para a direita, de acordo com a ordem em que aparecem no gráfico, e a coluna referente ao total de pessoas, de cima para baixo, também de acordo com a ordem em que aparecem as informações. Este procedimento parece indicar que, para alguns alunos, a retirada das informações contidas no gráfico é feita por meio da estratégia análoga à forma como lêem textos escritos, ou seja, neste caso, relacionando os dados de acordo com a ordem em que aparecem na representação. Elaboração semelhante pode ter sido realizada pelos três alunos citados neste caso.

Caso 4

Um (1) aluno, A₁₃, escreveu 200 no lugar de 2000, o que nos leva a pensar que ele talvez tenha se confundido com a quantidade de ‘zeros’ do ano 2000, já que os outros dois anos ele escreveu corretamente.

Outro (1) aluno, A₁₄, escreveu 200, 201 e 202 no lugar de 2000, 2001 e 2002, respectivamente, deixando de colocar um ‘zero’ em cada um dos anos. No entanto, se ele tivesse escrito estes anos adequadamente teria acertado a tabela toda:

ano	total de pessoas
200	3.870
201	9.350
202	5.980

Registro de A14

Apesar de terem errado a representação dos anos, os dois alunos fizeram o que precisava ter sido feito neste item, isto é, retiraram do gráfico as informações relativas ao número total de pessoas correspondente a cada ano.

No caso desses alunos, podemos considerar que seus erros não estão diretamente relacionados aos conteúdos envolvidos nessa questão. Ou os erros foram motivados por distração do aluno ou podem estar relacionados à não compreensão do nosso sistema de numeração, devendo, nestes casos, ser realizado um trabalho que esclareça a estrutura e o funcionamento desse sistema.

Caso 5

Apenas um (1) aluno, A₂₁, completou incorretamente a tabela toda, preenchendo-a com os resultados obtidos por ele nas operações feitas nos itens 1.b e 1.c. O total de pessoas correspondente ao ano de 2000 foi preenchido com o resultado encontrado no item 1.b, item que foi resolvido corretamente. Já o total de pessoas correspondente aos anos de 2001 e 2002 foi completado com os dois resultados obtidos no item 1.c, que foi resolvido incorretamente. A tabela foi preenchida da seguinte forma:

ano	total de pessoas
2000	1130
2001	4003
2002	13700

Registro de A21

De acordo com a estratégia adotada, podemos considerar que este aluno não compreendeu o enunciado do item 1.a, já que preencheu a tabela com os resultados dos itens 1.b e 1.c, em vez de preenchê-la com as informações retiradas diretamente do gráfico. Nesse sentido, é oportuno destacar que os alunos não conseguem selecionar uma estratégia de ação adequada para resolver o problema, se não possuírem um claro entendimento do que está sendo pedido.

4.4.3 Sobre o Item 1.b

Neste item, a maioria dos alunos (68%) escolheu um procedimento que resolve corretamente a questão.

Do total de alunos, dezenove (19) deles reconheceram que este item envolvia uma subtração, quatro (4) utilizaram apenas uma adição, um (1) utilizou adição e subtração, um (1) não resolveu este item e um (1) escreveu 'sim'. As resoluções foram agrupadas nos casos apresentados no quadro a seguir:

QUADRO 9: PROCEDIMENTO UTILIZADO PELOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DO ITEM 1.B

CASO	PROCEDIMENTO	ALUNOS	NÚMERO DE ALUNOS
(1)	5480-4350	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A11, A12, A16, A17, A18, A21, A22, A23, E A24	18
(2)	5480 + 4350	A15, A19 E A20	3
(3)	5480 + 4350 + 3870 13700 - 2003	A25	1
(4)	5480 + 2000	A13	1
(5)	RESPONDE 'SIM'	A14	1
(6)	NÃO RESOLVE	A10	1

Caso 1

Dezoito (18) alunos, A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A11, A12, A16, A17, A18, A21, A22, A23, E A24, localizaram corretamente no gráfico as informações que seriam utilizadas na resolução do problema. Destes, dezessete (17) efetuaram corretamente a subtração $5480 - 4350 = 1130$, respondendo que em 2002 viajaram 1130 pessoas a mais que em 2001, e um (1), A7, montou a mesma subtração, mas efetuou-a incorretamente: $5480 - 4350 = 1830$.

Consideramos que A7 pode ter subtraído apenas a coluna referente à unidade de milhar, e realizado uma adição com os demais elementos desta operação. O registro da resposta a este item foi como segue:

$$\begin{array}{r} \\ -5.480 \\ 4.350 \\ \hline 1.830 \end{array}$$

Observando o desempenho desse aluno na prova como um todo, verificamos que foi resolvida corretamente uma outra subtração, apenas com dezenas e também sem recurso a ordem superior. É importante ressaltar que sua compreensão do enunciado foi adequada já que localizou os dados corretamente no gráfico e escolheu a operação apropriada para resolver este item, não utilizando corretamente apenas o algoritmo convencional.

Consideramos relevante incluir algum comentário sobre o registro de A24 neste item:

The image shows two handwritten subtraction problems. The first problem is $\begin{array}{r} 4.350 \\ -5.480 \\ \hline \end{array}$ and is crossed out with a large 'X'. The second problem is $\begin{array}{r} 5.480 \\ -4.350 \\ \hline 1.130 \end{array}$.

Como podemos observar, A24 retirou as informações necessárias para resolver este item. Entretanto, como ele riscou a operação que 'armou', ou ele pode ter percebido que não tinha escrito esses valores na ordem adequada para resolver o problema, ou ainda pode ter pensado que não é possível 'tirar de um número uma quantidade maior do que ele'.

Caso 2

Três (3) alunos, A15, A19 e A20, localizaram corretamente no gráfico as informações que deveriam retirar, mas não escolheram a operação adequada para resolver este item, isto é, optaram por uma adição no lugar de uma subtração. Quanto à operação escolhida, efetuaram-na corretamente: $5480 + 4350 = 9830$.

O fato de uma adição ter sido escolhida como estratégia de resolução pode ter ocorrido devido à interpretação equivocada da expressão ‘a mais que’ presente no trecho do enunciado “*a mais que no ano passado*”, no qual a palavra ‘mais’ parece ter sido associada à adição. Nessas situações, de acordo com Nunes e Bryant (1997, p. 120), em que os alunos confiam apenas em indícios superficiais do problema, eles somarão e cometerão um erro. Contudo, em outras situações, seguir indícios lingüísticos superficiais pode conduzir ao acerto por meio de razões incorretas. Desse modo, é preciso verificar que forma de pensamento os alunos estão utilizando para implementar seus procedimentos de cálculo.

Caso 3

Dos quatro (4) alunos que não acertaram este item, um (1), A25, parece não ter compreendido o que estava sendo pedido no enunciado, escolhendo a seguinte estratégia: somou corretamente o total de pessoas que viajaram nos anos de 2000, 2001 e 2002: $5480 + 4350 + 3870 = 13700$, e depois efetuou incorretamente a subtração $13700 - 2003 = 11703$, respondendo que ‘viajaram no ano passado 13.700 pessoas’. Por meio da resposta dada, é reforçada a nossa hipótese de que ele não compreendeu o que estava sendo pedido e, como consequência disso, escolheu uma estratégia que não resolve este item.

$$\begin{array}{r} 5.2 \\ + 5.480 \\ + 4.350 \\ + 3.870 \\ \hline 13.700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13.700 \\ - 2003 \\ \hline 11.703 \end{array}$$

No que se refere às operações, podemos considerar que esse aluno parece dominar a técnica do algoritmo convencional da adição com reserva. Quanto à subtração, ele errou ao ‘montá-la’ com elementos de natureza diferente (total de pessoas e ano) e também ao efetuá-la, operando de forma invertida¹⁶. Nos dois casos, os erros podem ter sido gerados por distração, mas, no segundo, pode também ter acontecido devido à não compreensão da oração ‘tirar do maior’. O aluno pode ter olhado cada algarismo separadamente, retirando sempre o número menor do maior, não importando se este estava no minuendo ou no subtraendo.

Esse é um tipo de erro que aponta para dificuldades conceituais, evidenciando o fato de que muitos alunos somente tiram uma quantidade de outra, não levando em conta a ordem dos termos da operação (minuendo e subtraendo), o que muitas vezes acontece porque eles ainda não entenderam as propriedades da subtração e/ou do algoritmo convencional dessa operação. Também pode estar envolvida a não compreensão do valor posicional, dificuldade que aparece mais claramente em operações de números com dois ou mais algarismos que exijam recurso a ordem superior.

A estratégia utilizada por esse aluno lembra uma das queixas feita por professores: a de que existem alunos que não sabem qual técnica matemática usar em determinadas situações. Nestes casos, geralmente os alunos sabem resolver corretamente o algoritmo convencional de determinadas

¹⁶ Realiza-se a subtração número a número sem se preocupar com a ordem: minuendo e subtraendo.

operações, contudo o que não conseguem é identificar qual era a operação apropriada para a situação em questão (NUNES; BRYANT, 1997).

Diante disso, podemos considerar que

Uma das dificuldades de usar técnicas matemáticas como ferramentas de pensamento parte da relação entre o domínio de procedimentos gerais e seu uso em situações específicas. Dominar um procedimento geral freqüentemente não nos diz quando o procedimento é uma boa escolha para resolver um problema. Temos que entender a situação-problema a fim de pensar matematicamente sobre ela (NUNES; BRYANT, 1997, p. 30).

Desse modo, é cada vez mais evidente a necessidade de uma educação que ajude o aluno a ser capaz de pensar sobre problemas e discutí-los, não bastando, desse modo, saber fazer cálculos corretamente.

Caso 4

Um (1) aluno, A₁₃, localizou incorretamente as informações que deveria retirar do gráfico e efetuou com elas incorretamente a adição $5480 + 2000 = 6480$, não colocando o símbolo da operação. Ele parece não ter compreendido o enunciado, tendo em vista que nele não está presente nenhuma referência ao ano de 2000. Além disso, foi retirado o ano no lugar de se retirar o número de pessoas a ele correspondente. Essa estratégia parece apontar para o fato de que para muitos alunos resolver problemas é apenas juntar números e operar com eles, não ocorrendo, assim, a compreensão da situação em questão.

Semelhante ao procedimento do aluno do caso anterior, A₁₃ demonstrou não saber qual ferramenta matemática era adequada para resolver a situação em questão. Considerando que não houve compreensão da situação proposta no problema, o aluno não conseguiu selecionar corretamente as técnicas ou ferramentas matemáticas que deveria utilizar. Para resolvermos problemas corretamente, entre outras coisas, temos que

[...] saber se as invariáveis relacionadas a elas [técnicas e ferramentas matemáticas] são as mesmas invariáveis na situação a mão. É a conexão entre as invariáveis na situação-problema e as na ferramenta matemática que define se ela será uma boa ferramenta para a situação (NUNES; BRYANT, 1997, p. 31).

De acordo com os autores, é a compreensão das situações que dá significado a procedimentos matemáticos gerais, já que ela nos permite entender o que quer dizer manter algo invariável.

Observando o registro desse aluno na prova, consideramos que o erro na soma pode ter acontecido devido à maneira como a operação foi escrita, isto é, ao escrever 2000, o algarismo 2 foi escrito embaixo do 4 pertencente ao número 5480. Ele efetuou uma adição, mas parece ter ignorado o 5 de 5480. Além disso, parece ter somado o 4 (de 5480) duas vezes: a primeira com o zero de 2000, que está na ordem das centenas, e a segunda com o 2 deste mesmo número.

$$\begin{array}{r} 5480 \\ 2000 \\ \hline 6480 \end{array}$$

Em outra adição realizada nessa prova, o aluno também não indicou o símbolo da operação. Esse fato pode indicar que ele ainda não tem consciência da necessidade de se indicar a operação que está sendo feita, ou seja, que qualquer pessoa que olhe sua operação saiba que se trata de uma adição.

Caso 5

Um (1) aluno, A₁₄, respondeu ‘sim’, o que pode ter ocorrido devido à não compreensão do que foi pedido, por exemplo: ter entendido que se desejava saber apenas se no ano de 2002 viajaram mais pessoas que no ano de 2001.

Caso 6

Um (1) aluno, A₁₀, não resolveu este item, isto é, deixou-o em branco, o que nos leva a pensar que ele pode não ter compreendido o que foi pedido no enunciado ou ter optado por não fazer, já que não realizou nenhuma estratégia de resolução.

4.4.4 Sobre o Item 1.c

Neste item houve o menor número de acertos, ou seja, apenas quinze (60%) alunos escolheram um procedimento que resolve a questão. Do total de alunos, vinte e dois (22) reconheceram que o item envolvia uma multiplicação, e três (3) não. Destes, um utilizou uma adição, um outro optou por uma subtração, e um terceiro não resolveu este item.

QUADRO 10: PROCEDIMENTO UTILIZADO PELOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DO ITEM 1. C

CASO	PROCEDIMENTO	ALUNOS	NÚMERO DE ALUNOS
(1)	3870×2	A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14, A16, A17, A19, A23, E A24	15
(2)	3871×2	A11	1
(3)	5480×2	A3 E A22	2
(4)	$2000 + 2003$ $3870 + 5480 + 4350$ ou $9830 - 3870$	A20 E A21	2
(5)	2000×2 ou 2003×2	A1, A15, A18 E A25	4
(6)	NÃO RESOLVE	A13	1

De acordo com as semelhanças encontradas, as resoluções foram agrupadas da seguinte maneira:

Caso 1

Quinze (15) alunos, A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14, A16, A17, A19, A23, e A24, localizaram corretamente no gráfico a informação que deveriam retirar, isto é, o total de pessoas que viajou em 2000, e efetuaram corretamente com ela a multiplicação $3870 \times 2 = 7740$, respondendo que viajarão 7740 pessoas de férias em 2003.

Caso 2

Apenas um (1) aluno, A11, acertou este item parcialmente: localizou corretamente no gráfico a informação que deveria retirar, mas copiou

esse valor incorretamente, ou seja, no lugar de 3870, escreveu 3871, efetuando corretamente a multiplicação $3871 \times 2 = 7742$.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 3871 \\ \times 2 \\ \hline 7742 \end{array}$$

Apesar de ter copiado incorretamente o total de pessoas que viajou em 2000, consideramos que esse aluno compreendeu o que foi solicitado no enunciado do item.

Quanto ao erro, este pode ter acontecido por distração ou falta de familiaridade do aluno com a transcrição do número de pessoas do gráfico para a operação, tendo em vista que em sua tabela os dados foram completados corretamente.

Caso 3

Dos nove (9) alunos que escolheram um procedimento que não resolve a questão, dois (2), A3 e A22, retiraram incorretamente a informação do gráfico, efetuando corretamente com ela a multiplicação $5480 \times 2 = 10960$. Um dos alunos, (A3), pode ter errado por ter retirado essa informação de sua tabela, já que ela foi completada incorretamente (estava trocado o total de pessoas correspondentes ao ano 2000 com o de 2002 e vice-versa). O outro aluno, A22, como completou a tabela corretamente, pode ter errado por distração, ou pela não compreensão do enunciado.

Mesmo não tendo resolvido este item corretamente, podemos perceber que esses alunos sabem que é preciso retirar informações do gráfico

ou da tabela para resolvê-lo, além de saber qual era a operação que deveriam realizar, efetuando-a corretamente.

Caso 4

Um (1) aluno, A₂₁, somou corretamente $2003 + 2000 = 4003$, talvez pelo fato de no enunciado do problema constar esses dois anos, e depois $3870 + 5480 + 4350 = 13700$, que é o total de pessoas que viajou em cada um dos anos, não respondendo a questão. Como esse aluno utilizou esses resultados para completar dois dos anos presentes na tabela do tem 1.a, entendemos que ele não compreendeu o que foi pedido nesse item.

Um (1) outro aluno, A₂₀, copiou o resultado que obteve no item 1.b (9830) e efetuou com ele corretamente a subtração $9830 - 3870 = 5960$ (ele não escreveu o sinal da operação, mas percebemos que se tratava de uma subtração por meio do resultado). O erro parece relacionar-se a não compreensão do enunciado, tendo em vista que foi relacionado o resultado encontrado no item 1.b com o total de pessoas que viajou em 2000.

Apesar de as estratégias utilizadas por esses alunos constituírem um caminho que é difícil de entender, por meio delas é possível dizer que eles sabem que é preciso retirar informações do gráfico para resolver este item. Além disso, A₂₁ demonstrou saber efetuar corretamente adição com e sem reserva, e A₂₀ demonstrou saber efetuar corretamente subtração com recurso a ordem superior.

Caso 5

Dois (2) alunos, A₁ e A₂₅, efetuaram corretamente a multiplicação $2000 \times 2 = 4000$. Neste caso, eles podem ter entendido o enunciado, identificando corretamente o ano em que deveriam obter a informação, porém utilizaram o ano no lugar de escrever o total de pessoas referente a ele. Semelhante a isso, outros dois (2) alunos, A₁₅ e A₁₈, utilizaram o ano de 2003 no lugar do de 2000

para efetuar a multiplicação $2003 \times 2 = 4006$, o que pode ter ocorrido porque no enunciado constava este ano também.

Diante disso, é razoável dizer que, apesar de esses quatro alunos terem cometido erros semelhantes, os dois primeiros (que multiplicaram $2000 \times 2 = 4000$) parecem estar mais próximos do que se esperava que fosse feito neste item, isto é, dobrar o número de pessoas que viajou em 2000.

Caso 6

Um (1) aluno, A₁₃, não resolveu este item, o que indica que ele pode não ter compreendido o que foi pedido no seu enunciado ou ter optado por não fazer.

4.5 Da Questão 2

Bloco de conteúdos: Números e Operações		Grau de dificuldade da questão: muito difícil
Forma de apresentação: não-rotineira		Tipo de procedimento utilizado: tipo escolar
Descritor: resolver problema significativo envolvendo subtração e divisão de números naturais.		Classificação do problema: aplicação
<p>Questão 2 - Paguei R\$ 75,00 por uma saia e uma blusa. A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa. Qual o preço da saia?</p>		
Desempenho dos alunos	Número de alunos (N)	Quantidade em %
Crédito completo	0	0%
Crédito parcial	0	0%
Nenhum crédito	25	100%

Esta questão apresenta um problema não rotineiro em sala de aula e envolve a subtração e a divisão de números naturais. O trecho do enunciado “*A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa*” trata da idéia aditiva da subtração¹⁷ que parece ser pouco explorada pelos professores por, entre outros motivos, não ser abordada com frequência nos livros didáticos.

Na 4^a. série, o problema pode ser resolvido subtraindo-se $R\$75,00 - R\$23,00 = R\$52,00$ e depois dividindo $R\$52 \div 2 = R\$26,00$, concluindo-se que o valor da saia é de R\$ 26,00. Também é possível resolvê-lo dividindo $R\$75,00 \div 2 = R\$37,50$ e depois subtraindo deste resultado a metade de R\$ 23,00, ou seja, $R\$37,50 - R\$11,50 = R\$26,00$.

¹⁷ Também pode ser encontrada como idéia comparativa.

4.5.1 Desempenho dos alunos na Questão 2

Dos vinte e cinco (25) alunos que fizeram a prova, todos escolheram um procedimento que não resolve esta questão, e, em todos os casos, foi utilizado procedimento tipo escolar.

Do total, vinte e dois (22) alunos reconheceram que o problema envolvia uma subtração, dois (2) utilizaram apenas uma adição, um (1) optou apenas por uma divisão, dois (2) utilizaram duas subtrações e um (1), além da divisão, também optou por uma subtração. Considerando as semelhanças existentes entre os procedimentos adotados, agrupamos as resoluções em casos, que podem ser observados no quadro a seguir:

QUADRO 11: PROCEDIMENTO UTILIZADO PELOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 2

CASOS	PROCEDIMENTO	ALUNOS	NÚMERO DE ALUNOS
(1)	$75 - 23$	A1, A2, A3, A4, A5, A7, A8, A9, A11, A12, A15, A16, A17, A18, A19, A22, A23, A24, A25	19
(2)	$75 + 23$	A13 E A20	2
(3)	$75 \div 5$	A21	1
(4)	$75 - 23$ $52 - 23$	A6 E A14	2
(5)	$75 \div 2$ $37,50 - 23,00$	A10	1

CASO 1

Dezenove (19) alunos, A1, A2, A3, A4, A5, A7, A8, A9, A11, A12, A15, A16, A17, A18, A19, A22, A23, A24, A25, reconheceram que o problema envolvia uma subtração ($R\$ 75,00 - R\$ 23,00$). Destes, dezoito efetuaram corretamente: $R\$75,00 - R\$23,00 = R\$52,00$, e um, A18, efetuou esta mesma operação só que incorretamente: $R\$ 75,00 - R\$ 23,00 = R\$ 32,00$. Quanto ao procedimento utilizado, esses alunos retiraram os dados do problema e aplicaram em apenas uma operação, o que pode indicar que não compreenderam o que de fato foi proposto no enunciado, já que não perceberam que apenas a subtração não era suficiente para resolvê-lo. Essa nossa hipótese é reforçada quando analisamos as respostas dadas ao problema:

- a)** onze (11) alunos, A1, A2, A3, A5, A7, A11, A12, A15, A22, A24 e A25, escreveram que a saia custou R\$ 52,00;
- b)** e quatro (4), A9, A17, A18 e A19, escreveram apenas que custou R\$52,00, mas sem dizer qual das peças.

A2 apresenta uma explicação escrita na prova que nos leva a pensar que, para ele, no enunciado, são dados dois valores, isto é, um deles é o quanto as duas peças custaram juntas, e o outro, o valor da blusa, sendo necessário, então, apenas retirar o valor da blusa do total para encontrar o preço da saia.

Ali estava escrito o tanto de dinheiro que custou uma saia e uma blusa e estava pedindo quantos que vai custar somente a saia então eu fiz a conta que se chama subtração (A2, 2002).¹⁸

Assim como A2, os outros alunos podem ter entendido o enunciado dessa maneira. Nesse sentido, de acordo com a compreensão feita, é

¹⁸ Para diferenciar das citações, este é o formato que utilizamos para representar a escrita ou a fala dos alunos.

‘coerente’ realizar apenas uma operação simples de subtração para resolver o problema.

c) dois (2) alunos, A4 e A23, escreveram que a blusa custou R\$ 52,00 e a saia R\$ 23,00; e dois (2), A8 e A16, escreveram apenas que a blusa custou R\$ 52,00.

A resposta desses alunos (que a saia custou R\$ 23,00) aponta para o fato de que eles parecem pensar que este valor já foi dado no enunciado da questão. Entendemos que essa interpretação pode ter acontecido porque no enunciado aparece escrito que ‘A saia foi R\$ 23,00’, trecho que quando observado até onde o escrevemos, pode interferir na compreensão do problema.

Esta suposição é reforçada, quando verificamos que A4 riscou em sua prova a palavra saia (*Qual o preço da saia?*) e escreveu blusa no lugar, o que indica que para ele o enunciado estava errado, já que o valor da saia tinha sido ‘dado’, restando apenas encontrar o valor da blusa. Por esse e outros motivos resolvemos entrevistar A4.

2. Paguei R\$ 75,00 por uma saia e uma blusa. A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa. Qual o preço da ~~saia~~ ?
BLUSA

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ - 23,00 \\ \hline 52,00 \end{array}$$

R: A blusa custou 52,00
Ex: Tirei o 23,00 mais da saia e encontrei o preço da blusa.

Conforme foi apresentado no capítulo 3, entregamos a A4 uma folha de sulfite apenas com a cópia do enunciado da Questão 2 e pedimos que ele a resolvesse. Durante a entrevista, ele resolveu a questão empregando o mesmo procedimento usado na prova. Ao nos explicar como resolveu, confirmou a hipótese de que R\$ 23,00 foi considerado por ele o preço da saia.

Ai, assim é... Aqui tá falando que pagô e daí eu pensei assim que, tipo assim, é... Tinha entendido que a saia foi R\$23,00 (A4, 2003).

Contudo, quando questionado se de fato este valor era o preço da saia, ele leu novamente o problema e respondeu:

É isso depois eu vi isso daí e acho que isso daqui não é mais o preço da saia, acho que esse daqui é o preço da blusa [...] (A4, 2003).

Esta fala de A4 nos mostra que ele considerou que R\$ 23,00 não era o preço da saia, apesar disso não entendeu que este valor não se referia a nenhuma das peças. Como resposta ao problema, atribuiu novamente R\$ 52,00.

Quanto a A18, que efetuou incorretamente a subtração $R\$ 75,00 - R\$ 23,00 = R\$ 32,00$, parece ter sido um erro de contagem, isto é, errou o total ao subtrair duas dezenas de sete dezenas. Este erro pode ter ocorrido por distração do aluno, considerando que, nessa mesma prova, ele resolveu corretamente outra subtração, inclusive mais complexa.

Consideramos relevante incluir o registro de A5, já que nele aparece o símbolo da subtração entre os símbolos referentes ao nosso sistema monetário. É possível que A5 tenha escrito e efetuado essa operação sem ter colocado o R\$, e só depois, como o problema envolve dinheiro, ter incluído esse símbolo.

$$\begin{array}{r}
 R\$ 75,00 \\
 \overline{R\$ 23,00} \\
 \hline
 R\$ 52,00
 \end{array}$$

Analisando o procedimento escolhido por esses alunos para resolver a questão, podemos perceber que, ao optarem apenas pela subtração $R\$75,00 - R\$23,00$, o que eles fizeram foi retirar a diferença de preço entre as duas peças, não resultando, portanto, no valor de nenhuma delas.

Apesar de não terem resolvido completamente o problema, verificamos que esses alunos retiraram corretamente os dados do enunciado e realizaram parte do procedimento adequado para solucioná-lo. Quanto à subtração que montaram, apenas A18 não efetuou corretamente.

CASO 2

Dois (2) alunos, A13 e A20, efetuaram corretamente a adição $R\$75,00 + R\$23,00 = R\$98,00$. A20 colocou o símbolo da subtração e realizou uma adição, não respondendo a questão. A13 não colocou símbolo nenhum, somou e respondeu que o preço da saia é de R\$ 98,00.

De acordo com esse procedimento, é possível inferirmos que eles podem ter entendido o trecho do enunciado *‘A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa’* como uma adição, devido a uma interpretação equivocada da palavra *‘mais’*. Isto acontece, entre outros motivos, porque alguns professores trabalham problemas fixando determinadas palavras que aparecem no seu enunciado, como, por exemplo, *‘a mais’* ou *‘mais’*, que acabam sendo associadas apenas com a adição. Esta atitude do professor contribui para que os alunos não reflitam sobre os problemas como um todo, mas que observem

algumas palavras presentes neles e, a partir delas, escolham suas estratégias de resolução.

Considerando que o sentido das palavras pode mudar de acordo com o contexto, o fato de algumas palavras serem enfatizadas nos problemas pode dificultar a compreensão. Essa prática pode favorecer a realização de leituras fragmentadas dos enunciados de atividades matemáticas, o que implica, muitas vezes, na escolha de um procedimento inadequado para resolver com sucesso os problemas.

Quanto ao símbolo da operação, o primeiro aluno, talvez por distração, indicou uma operação e realizou outra, e o segundo, talvez pelo mesmo motivo ou por não considerá-lo importante, não colocou o símbolo da operação realizada.

Verificamos que esses alunos montaram e efetuaram corretamente uma operação com os dados retirados do enunciado do problema, contudo efetuaram uma adição no lugar de uma subtração, operação que seria apropriada para resolver parte do problema.

CASO 3

A21 efetuou corretamente a divisão $R\$ 75,00 \div 5 = R\$ 15,00$, respondendo que o preço da saia é de R\$ 15,00.

Apesar de não termos entendido a escolha desse aluno, notamos que ele utilizou apenas um dos dois dados presentes no enunciado do problema, além de incluir um valor (5) que não faz parte dele. Também observamos que ele reconheceu que o problema envolvia uma divisão, e resolveu corretamente a operação que ‘armou’, retirando dela sua resposta para o problema.

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ - 50 \\ \hline 25,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25,0 \\ \div 5 \\ \hline 5,0 \end{array}$$

Com base nos registros que fez, verificamos que A21 demonstrou ter dificuldade em efetuar uma outra divisão presente na prova. Supondo que para ele essa questão poderia ser resolvida apenas com uma divisão, e, neste caso, uma divisão com um número de dois dígitos no divisor, o que possivelmente ele não saberia efetuar, a solução pode ter sido somar o '2' e o '3' de R\$ 23,00 obtendo 5, e com esse valor ter 'montado' a divisão.

Nesse sentido, a suposta estratégia pode ter sido elaborada com base em algum conceito equivocado que esse aluno construiu, ou por tentar propor uma estratégia que contornasse sua dificuldade, isto é, a de efetuar a divisão de números com mais de um dígito no divisor.

CASO 4

Dois (2) alunos, A6 e A14, subtraíram $R\$75,00 - R\$23,00 = R\$52,00$ e depois $R\$52,00 - R\$23,00 = R\$29,00$. A6 respondeu que a saia custou R\$29,00, e A14 que a blusa custou R\$29,00. É possível que A6 tenha considerado o seguinte: a primeira subtração referente ao total gasto com as duas peças menos a diferença de preço entre elas, resultando no preço da blusa (peça mais cara). E a segunda subtração, referindo-se ao valor da blusa menos a diferença de preço entre ela e a saia, resultando no preço da saia (peça mais barata). Já A14 pode ter considerado R\$23,00 como o preço da saia e ter efetuado duas subtrações

por se tratar de duas peças, retirando assim a diferença de preço entre elas duas vezes.

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ - 23,00 \\ \hline 52,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432,00 \\ - 23,00 \\ \hline 29,00 \end{array}$$

Registro de A14

Apesar de não terem solucionado corretamente o problema, consideramos, por meio de seus registros, que esses alunos sabem efetuar subtrações simples, sem recurso a ordem superior, e as que envolvem recurso. Além disso, observamos também que tiram do resultado de suas operações um valor para atribuir resposta ao problema.

CASO 5

A10 dividiu $R\$75,00 \div 2 = R\$37,50$ e depois subtraiu $R\$37,50 - R\$23,00 = R\$14,50$, respondendo que a blusa custou $R\$37,00$ e a saia $R\$14,50$. Neste caso, é possível que esse aluno tenha dividido o total gasto com a compra pelo número de peças para saber o preço de cada uma delas, para só depois retirar o valor que uma custou a mais que a outra.

A10 errou essa questão, mesmo reconhecendo que a subtração e a divisão estavam envolvidas. Apesar disso, percebemos que ele sabe realizar corretamente divisão, bem como subtração simples. Ele demonstrou saber que é importante atribuir resposta ao problema, ainda que tenha escrito incorretamente um dos valores que encontrou.

De acordo com a estratégia adotada, podemos considerar que ele compreendeu o que foi pedido no enunciado, mas não conseguiu traduzi-lo

corretamente para a linguagem matemática. Assim, é possível pensarmos que, quando a dificuldade do aluno não está ligada apenas à leitura e interpretação do enunciado matemático, ela pode relacionar-se também a falhas no desenvolvimento do pensamento lógico matemático, que contribui para que as escolhas feitas sejam encadeadas de maneira coerente.

4.6 Da Questão 3

Bloco de conteúdos: Números e Operações	Grau de dificuldade da questão: muito difícil	
Forma de apresentação: não-rotineira	Tipo de procedimento utilizado: tipo escolar	
Descritores: Montar corretamente uma expressão numérica com dados retirados do enunciado. Efetuar corretamente uma expressão numérica.	Classificação do problema: aplicação	
<p>Questão 3 - Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?</p>		
Desempenho dos alunos	Número de alunos (N)	Quantidade em %
a) Crédito completo	0	0%
b) Crédito parcial	0	0%
c) Nenhum crédito	25	100%

Trata-se de uma questão que é não rotineira em sala de aula e que pode envolver expressão numérica. O trecho ‘*A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior*’ indica uma idéia de seqüência que tem sido pouco explorada nas séries iniciais do Ensino Fundamental, talvez, entre outros motivos, por não ser abordada com freqüência nos livros didáticos.

É possível resolver este problema montando e efetuando corretamente uma expressão numérica com dados retirados do enunciado:

No primeiro dia o carteiro entregou:

$$\frac{100 - (7 + 14 + 21 + 28)}{5} = \frac{100 - 70}{5} = 6 \text{ telegramas.}$$

No segundo dia entregou $6 + 7 = 13$ telegramas,

no terceiro dia entregou $13 + 7 = 20$ telegramas,

no quarto dia entregou $20 + 7 = 27$ telegramas e
no quinto dia entregou $27 + 7 = 34$ telegramas.

Também é possível resolvê-lo por meio semelhante ao da expressão numérica, mas com a diferença de que as operações foram realizadas separadamente:

$7 + 14 + 21 + 28 = 70$: quantidade de telegramas entregue a mais a cada dia.

$100 - 70 = 30$: total de telegramas entregues menos a quantidade entregue a mais a cada dia.

$30 \div 5 = 6$: quantidade de telegramas entregues no primeiro dia.

Sabendo o número de telegramas entregues no primeiro dia, podemos encontrar a quantidade entregue nos demais dias:

$6 + 7 = 13$ telegramas entregues no segundo dia,

$13 + 7 = 20$ telegramas entregues no terceiro dia,

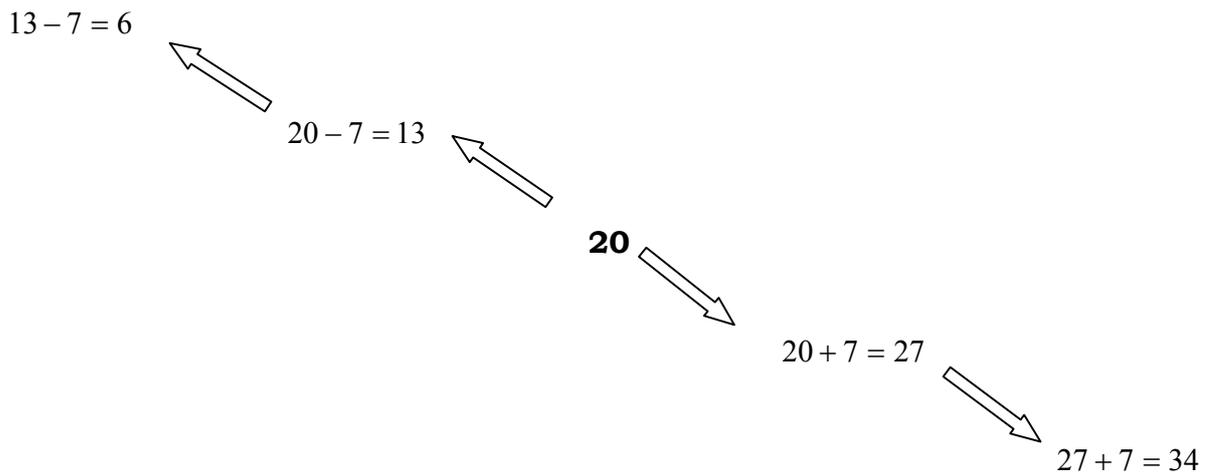
$20 + 7 = 27$ telegramas entregues no quarto dia e

$27 + 7 = 34$ telegramas entregues no quinto dia.

O problema pode ser resolvido ainda por meio de 'tentativa', isto é, atribuindo e testando valores para o primeiro dia até que se encontre o valor adequado. Por exemplo, supondo que sejam entregues 10 telegramas no primeiro, então o carteiro teria entregado $10 + 7 = 17$ telegramas no segundo dia, $17 + 7 = 24$ no terceiro dia, $24 + 7 = 31$ no quarto dia e $31 + 7 = 38$ no quinto dia. Para verificar se esses valores são adequados para o problema, basta somar a quantidade de telegramas entregues em cada dia e verificar se esse total é igual a 100. Neste caso, temos $10 + 17 + 24 + 31 + 38 = 120$ telegramas, ou seja, o valor atribuído não satisfaz uma das condições do problema, devendo-se escolher outro valor e proceder de forma semelhante até que se encontre o adequado.

Uma outra maneira de resolvê-lo é dividindo $100 \div 5 = 20$, obtendo-se a média de telegramas entregues pelo carteiro nos cinco dias. Como se trata de uma seqüência na qual a diferença entre os termos é fixa (7), o valor encontrado nesta divisão (20) corresponde ao total de telegramas entregues pelo

carteiro no terceiro dia (elemento central desta seqüência). Com essa informação é possível saber qual é a quantidade de telegramas entregues em cada um dos outros dias.



4.6.1 Desempenho dos alunos na Questão 3

Dos vinte e cinco (25) alunos que fizeram a prova, todos escolheram um procedimento que não resolve esta questão. Como o índice de acerto foi de 0%, esta questão foi considerada muito difícil para os alunos.

Quanto à estratégia utilizada, todos empregaram apenas procedimento tipo escolar.

Do total de alunos, onze (11) utilizaram apenas divisão ou uma multiplicação, três (3) usaram apenas multiplicação, um (1) optou por adição, quatro (4) efetuaram uma divisão e uma multiplicação, cinco (5) escolheram divisão e adição, e um (1) preferiu uma subtração e uma multiplicação, como representamos no quadro a seguir:

QUADRO 12: PROCEDIMENTO UTILIZADO PELOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 3

CASOS	PROCEDIMENTO	ALUNOS	NÚMERO DE ALUNOS
(1)	$100 \div 5$ OU $100 \div 5$ E 20×5	A3, A5, A8, A11, A15, A18, A22 E A23	8
(2)	$100 \div 5$ E 20×7 OU $100 \div 5$ E 50×7 OU $100 \div 5$ E 51×7	A1, A12, A21 E A25	4
(3)	100×5 OU 100×5 E 500×7	A9, A13 E A20	3
(4)	$100 \div 5$ E $20 + 7$	A2, A4, A6, A14 E A24	5
(5)	$5 + 7$ E $100 + 12$	A16	1
(6)	$7 - 5$ E 100×12	A19	1
(7)	$100 \div 12$	A7	1
(8)	$107 \div 10$	A10 E A17	2

Caso 1

Seis (6) alunos, A3, A11, A15, A18, A22 e A23, apontaram como resposta o resultado da divisão $100 : 5 = 20$, valor que na verdade representa a média de telegramas entregues pelo carteiro nos 5 dias.

Outros dois (2) alunos, A5 e A8, procederam de forma semelhante, isto é, realizaram a divisão citada, mas incluíram a operação inversa: $20 \times 5 = 100$. Eles parecem ter efetuado a ‘prova real’, atitude que indica preocupação em realizar corretamente a operação escolhida.

De acordo com a estratégia adotada, observamos que esses alunos reconheceram que o problema envolvia divisão, a qual efetuaram

corretamente, contudo não perceberam que apenas esta operação não seria suficiente para resolvê-lo.

Esse tipo de erro pode estar relacionado ao fato de existirem alunos que apenas retiram os dados do problema e aplicam uma operação de acordo com certas palavras presentes no enunciado, neste caso: “*Quantos telegramas entregou em cada dia*”, que, interpretado isoladamente, pode ter dado a idéia de divisão em partes iguais.

Do mesmo modo, pode ter sido ignorado, ou não compreendido, o trecho: ‘*A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior*’, no qual está presente a idéia de que a quantidade de telegramas entregue foi diferente a cada dia. Tal fato nos chama a atenção porque esses alunos parecem pensar apenas na divisão em partes iguais.

Caso 2

Dois (2) alunos, A_{12} e A_{25} , dividiram corretamente $100 \div 5 = 20$ e depois multiplicaram corretamente $20 \times 7 = 140$, respondendo que foram entregues 140 telegramas por dia.

Neste caso, a estratégia adotada envolveu todos os dados presentes no enunciado do problema, contudo não foi estabelecida uma relação lógica entre eles.

De maneira análoga, um (1) aluno, A_1 , dividiu incorretamente $100 \div 5 = 50$ e depois multiplicou incorretamente $50 \times 7 = 140$, respondendo também que foram entregues 140 telegramas por dia. Aparentemente, este erro na resolução das operações parece estar relacionado mais à falta de atenção do que a problemas ligados a multiplicação, pois em outras operações resolvidas por esse mesmo aluno nessa prova não aconteceram ‘erros de tabuada’. Assim, parece-nos que nas duas operações o 50 foi ‘visto’ como 20, troca que tornaria as duas operações corretas.

De acordo com o procedimento utilizado e a resposta dada por esses três alunos, é possível pensarmos que eles não compreenderam o

enunciado do problema que afirma terem sido entregues 100 telegramas no total, tratando-se, assim, principalmente de um problema de leitura e interpretação.

Utilizando estratégia semelhante (dividindo 100 por 5, depois multiplicando o resultado encontrado por 7), um (1) aluno, A₂₁, dividiu incorretamente $100 \div 5 = 51$, depois multiplicou corretamente $51 \times 7 = 357$, respondendo que foram entregues 357 telegramas por dia.

Na divisão realizada, o aluno dividiu incorretamente 10 dezenas por 5 ou subtraiu corretamente $10 - 5 = 5$, escrevendo 5 como resposta no quociente, a seguir multiplicou corretamente este valor pelo divisor ($5 \times 5 = 25$), e depois subtraiu o valor encontrado de 10. Podemos verificar que o aluno parece não se importar que o valor do minuendo seja menor que o do subtraendo, o que não é adequado acontecer no algoritmo da divisão. Nesta subtração feita ($10 - 25 = 05$), observarmos que ele utilizou corretamente recurso a ordem superior entre a centena e a dezena, subtraindo corretamente a ordem referente à das unidades ($10 - 5 = 5$) e incorretamente à das dezenas ($0 - 2 = 0$). Prosseguiu a operação ignorando o zero referente à ordem das unidades no dividendo e dividiu apenas as cinco dezenas, valor que obteve como resto da subtração feita anteriormente (aqui é importante observarmos que ele parece não perceber que o valor obtido como resto é igual ao divisor), escreveu 1 no quociente, obtendo, assim, 51. A seguir, multiplicou corretamente $1 \times 5 = 5$ (quociente \times divisor) e realizou corretamente a subtração $5 - 5 = 0$. Prosseguiu 'abaixando' o zero referente à ordem das unidades no dividendo e não realizou a divisão deste valor, finalizando, assim, a operação.

$$\begin{array}{r} 210 \overline{) 1005} \\ \underline{25} \\ 05 \\ \underline{5} \\ 00 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 51 \\ \times 7 \\ \hline 357 \end{array}$$

Entendemos que esse aluno utilizou o algoritmo da divisão de forma parcialmente equivocada, tendo erros de multiplicação e em uma das subtrações presentes nessa operação.

Numa outra divisão feita na prova, que não continha ‘zeros’ no dividendo, este aluno efetuou corretamente. Outras operações também foram feitas corretamente. Assim, parece que o problema não está só na compreensão da estrutura do algoritmo da divisão, mas sim na realização do cálculo em situações de maior complexidade, neste caso envolvendo ‘zeros’.

[...] As crianças aprendem na escola que o zero é ‘nada’, num momento em que ainda não têm um bom conceito do valor posicional dos algarismos. Diante de situações conflitivas elas ‘inventam’ regras para completar as tarefas, regras estas que acabam incorporando a seus esquemas. De simples erros ‘construtivos’, essas regras transformam-se em ‘erros sistemáticos’, em razão das formas indevidas de apropriação de alguns conceitos básicos (PINTO, 2000, p. 117).

Caso 3

Um (1) aluno, A₂₀, multiplicou corretamente $100 \times 5 = 500$, não respondendo a questão. Observamos que ele não utilizou todos os dados presentes no enunciado e que o fato de não escrever resposta para o problema ocorreu em todas as questões da prova.

Outros dois (2) alunos, A₉ e A₁₃, multiplicaram corretamente $100 \times 5 = 500$ e depois $500 \times 7 = 3500$, respondendo que foram entregues 3500 telegramas. Apesar de terem sido utilizados todos os dados presentes no problema, a estratégia apresentada indica que eles não compreenderam o que estava sendo pedido, já que não conseguiram estabelecer relações lógicas entre os dados e também não perceberam que a resposta encontrada contradizia o que foi afirmado no enunciado.

Caso 4

Cinco (5) alunos, A₂, A₄, A₆, A₁₄ e A₂₄, dividiram corretamente $100 \div 5 = 20$, depois somaram corretamente $20 + 7 = 27$. Quanto ao procedimento utilizado, percebemos que foram envolvidos todos os dados presentes no enunciado do problema, porém não foi estabelecida uma relação lógica entre eles e o que foi proposto. Como resposta,

a) dois (2) alunos, A₂ e A₂₄, escreveram que foram entregues 27 telegramas em cada dia.

Por meio dessa resposta, podemos inferir que eles não compreenderam o enunciado do problema que afirma que em cada dia foram entregues quantidades diferentes de telegramas. Além disso, mesmo não percebendo o erro que cometeram, caso tivessem feito a verificação da solução encontrada, poderiam ter percebido que a resposta dada não é adequada para o problema, ou seja, ter multiplicado pelo número de dias a quantidade de telegramas entregue em cada dia ($27 \times 5 = 135$).

b) um (1) aluno, A₄, escreveu que ‘em cada dia entregou 20, mas no outro foi 27’.

Neste caso, após entrevista feita, verificamos que ele entendeu que em apenas um dia foram entregues telegramas a mais. Assim, concluímos que o erro está ligado à interpretação que foi feita do problema.

$$\begin{array}{r} \widehat{100}15x \\ \underline{10} \quad 20 \\ 000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ + 7 \\ \hline 27 \end{array}$$

R: Em cada dia entrega
vou 20, mas no outro
foi 27.

c) um (1) aluno, A14, escreveu que foram entregues 20 telegramas em cada dia.

Apesar de ter efetuado a adição $20 + 7 = 27$, o aluno não a levou em consideração para atribuir resposta ao problema.

d) um (1) aluno, A6, respondeu que foram entregues 23 telegramas por dia.

O fato de esse aluno ter dado como resposta um valor diferente do encontrado em suas operações nos levou a entrevistá-lo para obtermos esclarecimentos. Na entrevista, pedimos para resolver a questão e observamos que ele utilizou uma estratégia diferente da utilizada na prova, ou seja, dividiu incorretamente $100 \div 7 = 14$, deixando resto 18. Ficamos surpresas quando novamente ele deu como resposta um valor diferente daquele que tinha encontrado (escreveu 18 no lugar de 14, talvez porque o 18 aparece como resto da divisão feita). Antes que perguntássemos o porquê da resposta dada, ele percebeu seu erro, corrigindo-o, isto é, escrevendo 14 telegramas. Algum tempo depois, mostramos que ele tinha feito algo parecido na prova e ele respondeu que a sua intenção foi escrever 27 e não 23.

É relevante incluirmos a maneira como este aluno comparou a estratégia utilizada na data da prova com a feita durante a entrevista: desconsiderou rapidamente o que havia feito na data da entrevista, dizendo que

estava correta a que tinha feito na prova. A maneira como ele reinterpretou a resolução feita na prova foi interessante: disse que dividiu 100 por 5, obtendo 20 e a esse resultado somou 7. Prosseguiu a estratégia iniciada somando 7 aos resultados que foi encontrando e dizendo:

A conta eu dividi 100 por 5 que deu 20, aí eu fiz 20 mais 7, aí, e aí a cada dia ele entregava, aí, num dia ele entregou 27, aí no outro dia ele ia entregar 34. [...] 34, no outro ele entregava 41, 48 e 55 (A6, 2003).

Feito isso, disse que não tinha dado certo. Fez outras tentativas sem obter sucesso, ficando perplexo diante do problema. Vendo isso, pedimos que explicasse por que não estava dando certo e ele disse:

Porque em 5 dias se ele for aumentando de 7 em 7, ó no primeiro dia 27, no segundo 34, no terceiro 41, no quarto 48 e no quinto 55, ainda fica 45 telegramas sem entregá (A6, 2003).

Perguntamos então se no último dia tinham que ser entregues 100 telegramas e ele disse que não, explicando:

Ó: primeiro ele entregou 27, segundo 34, terceiro 41, quarto 48, no último pra completar os 100 ele teria que entregá 52, mas não tá dando certo (A6, 2003).

Perguntamos por que tinha que ser 52 e ele respondeu:

Porque, muito fácil, é só cê pegá 100 e divi e fazê menos 48 (A6, 2003).

Com a explicação dada, pudemos perceber que o que interessava a ele eram apenas os dois últimos dias, ou seja, se no penúltimo dia tinham sido entregues 48 telegramas, então no último dia deveriam ser entregues 52 e não 55 como foi obtido, já que $48 + 52 = 100$ e não $48 + 55 = 103$. Percebemos que ele pareceu ignorar o fato de que foram entregues 7 telegramas a mais a cada

dia e de que se desejava saber o total entregue em cada um dos dias. Quanto aos valores encontrados para os três primeiros dias (27, 34 e 41), serviram apenas para que ele pudesse encontrar 'o quanto foi entregue em um dia e no dia seguinte'.

O aluno concluiu, mesmo insatisfeito, dizendo que ficaria como resposta para o problema o valor encontrado para o último dia: 55 telegramas.

Caso 5

Um (1) aluno, A16, efetuou corretamente a adição $5 + 7 = 12$, juntando elementos de natureza diferente, isto é, dias e telegramas. Depois somou incorretamente $100 + 12 = 88$, erro que possivelmente ocorreu por distração, já que foi indicada uma operação e realizada outra (uma subtração). Como resposta, o aluno escreveu que foram entregues 88 telegramas.

A estratégia adotada e a resposta apresentada indicam que esse aluno não compreendeu o que foi pedido no enunciado do problema.

$$\begin{array}{r} 5 \\ +7 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 09 \\ \cancel{100} \\ + 12 \\ \hline 088 \end{array}$$

Caso 6

Um (1) aluno, A19, subtraiu incorretamente $7 - 5 = 12$, operando, assim, como o aluno do caso anterior, com elementos de natureza diferente.

Além disso, talvez por distração, indicou uma operação e realizou outra (provavelmente uma adição).

Depois multiplicou corretamente $100 \times 12 = 1200$, riscando os dois zeros desse resultado e respondendo que foram entregues 12 telegramas. A escolha dessas operações pode ter sido feita devido à não compreensão do enunciado do problema. Quanto a riscar os dois zeros, ele pode ter tentado estabelecer conexão com alguma estratégia de porcentagem, conteúdo que estava sendo estudado em sala de aula na época da realização desta prova.

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 5 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ \times 12 \\ \hline 200 \\ 1000 \\ \hline 1200 \end{array}$$

Caso 7

Um (1) aluno, A₇, dividiu incorretamente $100 \div 12 = 7$, deixando resto 16, e respondendo que foram entregues 7 telegramas. O fato de ter sido deixado um resto maior que o divisor indica que esse aluno ainda não tem entendimento completo da estrutura do algoritmo da divisão. Quanto à estratégia adotada, é possível que ele tenha somado mentalmente o número de dias com o de telegramas que foram entregues a mais em cada dia ($5 + 7 = 12$) e, a partir desse resultado, ter ‘armado’ a divisão.

$$\begin{array}{r} 100 \\ -87 \\ \hline 13 \\ 7 \\ \hline 16 \end{array}$$

Caso 8

Dois (2) alunos, A10 e A17, efetuaram a divisão $107 \div 10$. Um deles dividiu incorretamente $107 \div 10 = 10$, não deixando resto e respondendo que foram entregues 10 telegramas, e o outro dividiu corretamente $107 \div 10 = 10$, deixando resto 7, respondendo que foram entregues 10 telegramas em cada dia.

Nessas resoluções, esses alunos podem ter considerado que em um período de 5 dias o carteiro entregou 100 telegramas e num outro período, também de 5 dias, entregou mais 7 e não '7 telegramas a mais ...' como foi afirmado no enunciado do problema. De acordo com essa interpretação, 107 poderia ser o total de telegramas entregues no período todo e 10, o total de dias desse período.

5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Iniciamos este trabalho destacando uma das preocupações dos envolvidos com a educação: o modo como a avaliação vem sendo praticada nas salas de aula servindo para verificar, de forma superficial, a existência ou não de determinado conhecimento pelos alunos; dando importância apenas ao ‘produto final’; assim como, lembramos os diferentes papéis que a avaliação é convidada a realizar: subsidiar o processo ensino/aprendizagem, fornecer informações úteis sobre o desenvolvimento dos alunos etc.

Com a discussão sobre a avaliação, procuramos evidenciar a necessidade de sua reorientação, isto é, que ela deixe de servir apenas para verificar o desempenho do aluno e passe também a valorizar a sua aprendizagem, suas tentativas, suas hipóteses. Por considerarmos necessária a reorientação da avaliação, optamos por analisar a produção escrita dos alunos mostrando que é possível olhar para ela buscando conhecer quais conhecimentos eles demonstraram ter, quais ainda estão em construção.

Para contribuir na reflexão sobre a avaliação e na compreensão dos registros escritos, começamos por sintetizar os aspectos mais relevantes presentes na produção escrita dos alunos de 4^a. série do Ensino Fundamental aqui em estudo.

No capítulo quatro, verificamos que todos os alunos utilizaram em suas resoluções apenas procedimento tipo escolar, isto é, os algoritmos convencionais das quatro operações fundamentais que tradicionalmente são ensinados na escola. Essa preferência parece apontar para o fato de que essas ferramentas são mais aceitas pelo professor, embora seja importante que o aluno construa as suas próprias para resolver problemas.

É possível que muitos professores não incentivem seus alunos a construir seus próprios algoritmos por desconhecerem essa possibilidade. Por conseguinte, como não é dada aos alunos essa oportunidade, resta-lhes

aceitar que a única forma possível de resolvê-los é pelo uso do algoritmo convencional ensinado pelo professor. Por outro lado, um dos motivos por que muitos alunos utilizam incorretamente os algoritmos convencionais das quatro operações é o fato de apenas ‘aprenderem as regras’ de como utilizá-los, sem compreenderem sua estrutura e funcionamento e suas relações com o sistema de numeração decimal.

É preciso lembrar que o ensino das operações fundamentais não pode se restringir à aplicação de regras sem compreensão. O trabalho a ser realizado deve concentrar-se na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos: exato, aproximado, mental etc (BRASIL, 2001). Apesar disso, sabemos que é possível resolver corretamente esses algoritmos mesmo sem compreensão, ou seja, resolvendo-os de forma mecânica.

Ao resolverem os algoritmos convencionais, constatamos que a maioria dos alunos efetuou corretamente subtrações e divisões simples, bem como as subtrações que envolviam ‘recurso à ordem superior’ e também as adições ou multiplicações com ou sem ‘reserva’.

Entretanto, no que se refere aos erros relacionados à resolução de algoritmos, na produção escrita dos alunos aqui em estudo, destacamos os seguintes:

- ✓ erros de contagem;
- ✓ erros relacionados à utilização incorreta do algoritmo (em subtrações foi retirado o menor algarismo do maior sem se importar se este estava no minuendo ou no subtraendo; parte de uma subtração foi feita adicionando os algarismos e parte subtraindo-os; em divisões foi deixado resto maior que o quociente, etc.);
- ✓ erros de ‘tabuada’;
- ✓ erro relacionado à forma como a operação foi escrita.

Os tipos de erros citados podem ser divididos em dois grupos, de acordo com sua natureza: os conceituais – que surgem da falta de domínio ou do domínio parcial de determinados conceitos; do não estabelecimento de conexões entre conceitos já aprendidos etc., e os casuais – que podem acontecer por descuido, pressa, adversidades emocionais ou físicas etc. Nesse sentido, o professor, entendendo que diferentes tipos de erros dos alunos podem ter naturezas diferentes, deve incluir em seu trabalho o planejamento de diferentes intervenções, e estas precisam estar ajustadas às dificuldades apresentadas pelos alunos para assim poder ajudá-los a avaliar o caminho percorrido.

Verificamos também que, apesar de vários alunos terem resolvido corretamente os algoritmos que ‘armaram’, eles não obtiveram sucesso em alguns problemas. Isso aconteceu porque eles não escolheram o algoritmo adequado para resolver a situação em questão.

Diante desse fato, fica evidente o quanto não é suficiente que os alunos saibam apenas operar corretamente com os algoritmos convencionais. Isto indica que não basta aprender procedimentos, é necessário transformar os procedimentos aprendidos em ferramentas de pensamento (NUNES; BRYANT, 1997).

A compreensão das diferentes idéias presentes nas operações fundamentais é essencial para a construção do conhecimento matemático e também para o estabelecimento de relações entre estas operações e situações do cotidiano. Desse modo, para que os alunos utilizem as operações entendendo-as, e com desenvoltura, é importante que eles tenham contato com diferentes situações-problema nas quais as idéias presentes nas operações envolvidas sejam exploradas. Contudo não estamos afirmando que fazer cálculos não seja importante. O que buscamos ressaltar é a relevância de se compreender a situação em questão, pois os cálculos muitas vezes podem ser feitos por meio de computadores ou calculadoras.

Para que seja possível resolver problemas corretamente, uma condição fundamental é que se compreenda o seu enunciado como um todo,

para que assim se possa escolher uma estratégia adequada. Apesar disso, muitos alunos, tendo aprendido com seus professores, estão acostumados a ‘ler’ apenas determinadas ‘palavras’ consideradas ‘chaves’, contidas no enunciado dos problemas. Isso pode interferir na sua compreensão, como pensamos ter acontecido com alguns dos alunos que fazem parte deste estudo.

Como exemplo disso, podemos pensar no modo como os alunos parecem ter entendido o item c da Questão 1, no qual a idéia de observar ‘palavras-chaves’ pareceu prevalecer na leitura que fizeram. É possível que eles tenham entendido que a idéia dominante no enunciado era a de dobrar uma certa quantidade - já que nele aparece a palavra ‘dobro’ - e não que o esperado era que observassem se existia uma relação entre o número de pessoas que viajou nos dois anos citados. Também podemos relembrar um dos casos da Questão 2, no qual a expressão ‘a mais’ foi associada por alguns alunos com a adição, ou, da Questão 3, em que para vários alunos a divisão pareceu ser pensada apenas em partes iguais.

Desse modo, é importante lembrarmos que ao resolver problemas passamos por um processo de elaboração de modos de resolução e são esses processos que nos permitem ‘lidar’ com os enunciados. Assim, considerando que tão importante quanto resolver problemas é elaborar problemas, não é suficiente o reconhecimento e a utilização de ‘palavras-chaves’.

Este estudo mostra que isso nem sempre é possível, isto é, resolver problemas corretamente utilizando esse tipo de artifício ou fazendo uma leitura fragmentada. A estratégia de utilização de ‘palavras-chaves’ para resolver problemas acaba se tornando um obstáculo porque na maioria das vezes aprendemos um ‘macete’ porque alguém nos ensinou e não porque se trata de um processo de elaboração pessoal. Existem professores que propõem problemas aos alunos e com o passar do tempo vão destacando determinadas ‘palavras-chaves’. Como consequência disso, os alunos acabam não lendo os problemas como um todo, mas apenas buscam determinadas palavras, que os professores ensinam que devem observar, e com elas fazem o que supõem que

as palavras indicam que se deva fazer, não havendo, desse modo, leitura adequada do enunciado.

É importante que o professor realize um trabalho no qual não fique preso a ‘palavras-chaves’, mas sim que trabalhe a leitura de enunciados como um todo, e que também proponha problemas que explorem as diferentes idéias presentes nas operações fundamentais.

Notamos ainda que muitos dos alunos, mesmo considerando que tenham lido os enunciados como um todo, podem ter tido dificuldade na sua compreensão e, como resultado disso, acabaram optando por uma estratégia que não os solucionou. Nesse sentido, é necessário levar em consideração que a escolha da estratégia utilizada pelo aluno é feita, muitas vezes, considerando o que ele sabe de matemática e o modo como compreendeu o enunciado da questão. A exemplo disso, podemos citar a estratégia utilizada por alguns alunos para resolver a Questão 2 e a resposta que deram ao questionário que faz parte da prova. Esta questão foi apontada por oito alunos (32%) como a questão mais fácil da prova, e por cinco (20%) como a mais difícil. Assim, apesar de na opinião de alguns alunos esta questão não ter sido apontada no questionário como a mais difícil, verificamos, de acordo com o desempenho apresentado no Quadro 2 (página 48), que ela foi considerada muito difícil, uma vez que ficou no intervalo de [0%;15%] de acerto. Este fato mostra que esses alunos podem pensar que resolveram corretamente a Questão 2, não tendo, desse modo, nem mesmo consciência da dificuldade que tiveram na compreensão do enunciado.

Dos alunos que assinalaram essa mesma questão como a mais fácil, a maioria realizou apenas a subtração $R\$75,00 - R\$23,00 = R\$52,00$. É possível pensarmos que responderam isso por terem entendido que o valor de uma das peças já tinha sido dado no enunciado do problema, bastando, portanto, encontrar o valor da outra peça, como foi o caso de A4, que até riscou a palavra saia e escreveu blusa no lugar. De acordo com essa interpretação, é coerente utilizar apenas uma operação simples de subtração para resolver o problema.

Nesse sentido, podemos considerar que, mesmo tendo entendido que o problema envolvia uma subtração, os alunos não perceberam que apenas ela não era suficiente para solucioná-lo.

De um modo geral, como já destacamos, os alunos que fazem parte deste estudo tiveram dificuldade em resolver principalmente as Questões 2 e 3, entretanto as dificuldades apresentadas parecem estar ligadas mais ao processo de leitura e interpretação do que aos cálculos. É possível que nas salas de aula não sejam muito exploradas as diferentes idéias presentes nas operações, uma vez que os alunos apresentam pouca familiaridade com elas.

Em sala de aula, para contribuir com o desenvolvimento da leitura e interpretação dos alunos, é preciso que se desenvolva um trabalho no qual tanto professor quanto os alunos levantem questões que esclareçam o que o problema pede, que os alunos sejam incentivados a verificar se a estratégia que adotaram resulta ou não numa solução adequada.

Uma maneira de realizar esse trabalho é por meio do diálogo aluno-aluno e aluno-professor no qual são feitas perguntas, levantamento e refutação de hipóteses. Tendo em vista que compreender¹⁹ os enunciados dos problemas é essencial para a aprendizagem em matemática, cabe ao professor ajudar os alunos, sempre que necessário, nesta tarefa.

Quanto aos erros do aluno, quando o professor não conseguir identificar o mecanismo que os originou, é importante questioná-lo, pois assim poderá conhecer a razão e as falhas das escolhas que foram feitas. Com essa postura investigativa, o professor poderá acompanhar melhor o processo de aprendizagem dos alunos, reorientando-os sempre que necessário.

Também os alunos, com o desenvolvimento de uma postura crítica diante de problemas, poderão perceber incoerências entre a resposta que encontraram e as informações presentes no enunciado do problema.

¹⁹ Consideramos aqui que compreender é apreender algo intelectualmente, utilizando a capacidade de ‘compreensão’, de entendimento.

Outra maneira de o professor explorar muito dos erros cometidos pelos alunos é pedindo que eles registrem com palavras o seu procedimento, o que pode favorecer também o aluno, uma vez que ele tem a chance de refletir sobre as estratégias e os conceitos que utilizou.

Um exemplo disso seria o registro de um dos alunos que resolveu a Questão 3 dividindo $100 \div 5 = 20$ e que escreveu 'dividi 5 por 100', escrita que dá indícios de que ele não percebeu que sua escrita se refere a uma divisão diferente da realizada por ele. O professor poderia explorar esse erro propondo aos alunos que dividissem $100 \div 5$ e também $5 \div 100$, aproveitando para questioná-los sobre a diferença entre os resultados encontrados e ainda trabalhar números decimais.

Em situação envolvendo o sistema monetário (Questão 2), notamos que onze alunos escreveram o símbolo referente a este sistema (R\$), tanto na operação que realizaram quanto na resposta que deram ao problema, o que torna claro com qual sistema estão trabalhando. Oito alunos escreveram-no, ou por extenso ou o símbolo, apenas na resposta dada ao problema, e seis não o indicaram em lugar algum. Isso sugere que, para a maioria desses alunos, parece ser importante escrever em qual sistema estão trabalhando.

Com relação à verificação da resposta encontrada, observamos que nenhum dos alunos realizou-a por escrito, o que parece indicar que eles não estão familiarizados com a verificação dos problemas que resolvem. É preciso que os alunos sejam familiarizados com procedimentos de verificação para que percebam que muitos erros podem ser evitados por meio de uma pré-correção. No caso do aluno que, na Questão 2, dividiu $R\$75,00 \div 2 = R\$37,50$ e depois subtraiu $R\$37,50 - R\$23,00 = R\$14,50$, chegando à conclusão de que a saia custou R\$14,50 e a blusa R\$37,50, por exemplo, ele poderia ter percebido que esses valores não eram adequados, ou seja, poderia ter verificado que de fato a diferença entre os valores das peças ($R\$37,50 - R\$14,50 = R\$23,00$) é igual a R\$ 23,00, mas que somando-os ($R\$37,50 + R\$14,50 = R\$52,00$) não é possível obtermos R\$ 75,00, como foi afirmado no enunciado do problema.

Em sala de aula, ao terminarem suas atividades, é importante que os alunos realizem uma verificação. Caso não consigam perceber sozinhos o que precisam observar durante a verificação, o professor pode ajudá-los fazendo perguntas adequadas para este fim, como por exemplo:

- ✓ Como vocês pensaram enquanto resolviam este problema?
- ✓ O que significa a resposta encontrada?

Especificamente na Questão 2:

- ✓ Já que vocês encontraram o preço da saia, qual deve ser o valor da blusa?
- ✓ Considerando os valores que vocês encontraram para a saia e para a blusa, será que a diferença entre eles é, de fato, de R\$23,00?
- ✓ E se vocês somarem esses valores, será que o resultado encontrado será R\$75,00?

Especificamente na Questão 3:

- ✓ O carteiro entregou quantos telegramas no total?
- ✓ Ele entregou o mesmo número de telegramas todos os dias?

Os alunos devem ser estimulados a analisar e validar as estratégias adotadas bem como os resultados encontrados. Realizando a validação, os alunos podem desenvolver diferentes formas de raciocínios, o que pode deixá-los mais seguros de sua capacidade de construir conhecimento matemático. Esse tipo de trabalho favorece o desenvolvimento de uma postura crítica e investigativa diante dos problemas que resolvem, o que possivelmente

contribuirá, entre outras coisas, para o aprendizado e também para a tomada de decisões no dia-a-dia.

Entretanto, devemos ressaltar que alguns alunos efetuaram a verificação da operação que realizaram, isto é, a ‘prova real’. Com este procedimento o que eles fizeram foi apenas verificar se a operação que realizaram estava correta ou não, não servindo, portanto, para analisar a validade da resposta encontrada.

O processo de validação pode ser entendido como aquele no qual o aluno, depois de retirar informações do enunciado de um problema e resolvê-lo, analisa e interpreta a(s) solução(ões) encontrada(s), questionando-se sobre os significados dessa(s) solução(ões). Para realizar o processo de validação é preciso empregar procedimentos que possam garantir ou não a aceitação da(s) resposta(s) encontrada(s), o que pode ser feito à medida que se responde a perguntas como:

- ✓ A(s) resposta(s) encontrada(s) serve(m) para responder o problema?
- ✓ É (São) adequada(s) para o contexto do problema?
- ✓ Satisfaz(em) todas as condições presentes no enunciado do problema?

A colocação do símbolo da operação realizada e a indicação de respostas nos problemas feitos são elementos importantes que parecem ter sido negligenciados na produção escrita de alguns desses alunos. Assim, é relevante que se propiciem situações nas quais os alunos percebam a importância de se indicar qual foi a operação realizada, bem como se existe(m) e qual (is) é (são) a(s) resposta(s) para o problema.

O fato de colocar resposta nos problemas que resolve pode contribuir com o aluno na medida em que ele pode refletir sobre o seu procedimento, interpretar seus cálculos com base no contexto do problema e decidir sobre o que é adequado ou não apresentar como resposta.

Corrigir problemas que não apresentem resposta pode provocar ações equivocadas por parte do professor. Podemos pensar, por exemplo, que existem alunos que, não sabendo como resolver um problema, realizam diversos cálculos ao acaso e, entre os cálculos feitos, pode estar o correto. Nesses casos, a ausência da resposta pode levar o professor a considerar o problema como correto, já que ele identificou que a operação correta estava presente. Com isso, quem de fato reconheceu se existia e qual era a resposta adequada para o problema foi o professor e não o aluno.

Outro exemplo a ser citado poderia ser o de situações nas quais não é suficiente que o aluno saiba qual é a operação a ser realizada. Ele precisa saber interpretá-la para então atribuir uma resposta coerente ao problema dado. Uma situação desse tipo é a seguinte:

Trinta crianças vão de carro a um parque. Cada carro pode levar até quatro crianças. Quantos carros, no mínimo, são necessários para levá-las?

Mesmo realizando corretamente a divisão $30 \div 4 = 7$, com resto 2, a ausência de resposta impede que o professor saiba se o aluno atribuiu ou não sentido para o resto dessa divisão.

Por meio da análise dos registros dos alunos e das entrevistas que realizamos, pudemos conhecer vários aspectos de sua produção escrita. Em síntese, observamos que a maioria deles demonstra saber:

- i) retirar informações de gráfico de barras e com elas preencher uma tabela;
- ii) operar adequadamente com números naturais os algoritmos convencionais: adições ou multiplicações com e sem ‘reserva’, subtrações e divisões simples, bem como as que envolvem ‘recurso a ordem superior’;
- iii) que é preciso retirar do enunciado do problema dados para poder resolvê-lo;

- iv) que devem retirar de suas operações uma resposta para o problema;
- v) que é necessário colocar resposta por escrito nos problemas que resolvem e
- vi) que é importante deixar claro em que sistema estão trabalhando.

Conhecemos também algumas dificuldades desses alunos. Como consequência da análise das dificuldades encontradas, pudemos nos questionar, entre outras coisas, sobre a forma como estes e outros alunos estão sendo envolvidos em atividades em sala aula:

- ✓ desde aquelas nas quais é necessário apenas utilizar procedimento algorítmico - aquele que segue um modelo determinado podendo ser memorizado;
- ✓ até em problemas que possibilitam a exploração de leitura e interpretação de textos matemáticos.

Com informações sobre a produção escrita dos alunos, que apresentam tanto as suas dificuldades quanto as suas possibilidades, é possível realizar uma intervenção que de fato contribua para o desenvolvimento dos alunos. Nessa perspectiva, a avaliação, enquanto processo de recolha e interpretação de dados seguido de uma intervenção informada e ajustada, colocar-se-ia a serviço da regulação do processo de ensino-aprendizagem (HADJI, 2001).

Para realizarmos a análise dos dados, a Análise de Conteúdo teve um papel fundamental: ela nos ajudou a ‘quebrar’²⁰ a produção escrita dos alunos e assim pudemos olhar para ela tanto na horizontal quanto na vertical.

²⁰ ‘Quebrar’ é entendido aqui como separar em partes para procurar encontrar quais as relações que constituem a produção escrita encontrada, quais os motivos de sua configuração, e não para reduzir o significado dos registros escritos ao que é imediatamente observável.

Na vertical, quando relacionamos a produção de cada um dos alunos nas três questões de sua prova, considerando as características, as dificuldades apresentadas. Na horizontal, quando olhamos a primeira questão de todos os alunos, depois a segunda e a terceira, analisando os pontos em comum e as regularidades presentes na produção escrita desse grupo de alunos.

Nesse processo de ‘desconstrução’ e ‘construção’ da produção escrita, pudemos realizar inferências: O que o aluno fez? Por que fez assim? É isso mesmo que ele queria dizer?

Realizar inferências serviu para que pudéssemos levantar hipóteses, estabelecer conexões entre as informações encontradas, separar as informações em unidades de análise. Semelhante a isso, na medida em que o professor se propõe a observar e a ouvir o que o aluno faz ao resolver um problema, ele pode realizar ‘inferências’ em sala de aula e tomar consciência de como o aluno pensou, quais são suas dificuldades, para então tomar decisões referentes a sua prática pedagógica.

Quanto a estratégias/procedimentos utilizados pelos alunos na resolução das três questões da prova, já destacamos que eles empregaram apenas o tipo escolar, mesmo sendo dada ênfase na importância de o professor iniciar e/ou ampliar o trabalho com os conteúdos a partir do que os alunos já sabem, bem como de incentivá-los a construir seus próprios algoritmos e estratégias. Em decorrência dessa constatação, um ponto a ser refletido é o seguinte: do mesmo modo que nossos alunos não apresentaram procedimentos próprios para resolver os problemas, será que os professores, de um modo geral, têm procedimentos próprios para resolver problemas ou apenas reproduzem os procedimentos escolares que geralmente aparecem nos livros?

Mesmo que um dos papéis da escola seja o de socializar e sistematizar conceitos e procedimentos, é preciso que os professores tenham consciência da existência e da relevância de outros procedimentos além dos convencionais. Incluir também o conhecimento da existência das diferentes idéias envolvidas nas quatro operações fundamentais é essencial para que o professor possa escolher problemas que envolvam todas essas idéias,

possibilitando que os alunos resolvam diferentes situações, o que poderá prepará-los para resolver diferentes tipos de problemas.

Dentre as diferentes idéias presentes nas operações²¹, algumas geralmente não fazem parte dos problemas propostos em sala de aula ou raras vezes são incluídas. No caso dos alunos aqui em estudo, verificamos que eles parecem não ter familiaridade com as diferentes idéias presentes nas operações, já que nenhum deles acertou as Questões 2 e 3. Supondo que a maioria dos problemas resolvidos por esses alunos em sala até então trouxeram apenas algumas das idéias presentes nas operações e que a estratégia de utilizar ‘palavras-chaves’ tem sido enfatizada pelo professor, é possível que para resolver as questões 2 e 3 dessa prova, eles tenham pensado apenas nas idéias das operações de que eles possivelmente já tinham conhecimento e na ‘palavra-chave’ presente no enunciado, não havendo, desse modo, espaço para dúvidas de que procedimento utilizar.

Essa falta de familiaridade dos alunos com as diferentes idéias presentes nas operações pode levar ao seguinte questionamento: será que os professores das séries iniciais têm conhecimento das diferentes idéias presentes nas quatro operações fundamentais?

Mesmo que a resposta seja sim, ainda assim devemos nos questionar sobre o que mais pode ter contribuído para que nenhum dos alunos tenha resolvido corretamente essas duas questões. Uma das respostas pode ser a de que nossos alunos não lêem os enunciados dos problemas como um todo. Por que isso acontece?

Uma das causas desse e de outros problemas – o não re/conhecimento de procedimentos e/ou algoritmos além dos convencionais; a falta de familiaridade com as diferentes idéias presentes nas operações; o trabalho de interpretação de enunciados de textos matemáticos feitos a partir do reconhecimento e utilização de ‘palavras consideradas chaves’ – pode estar

²¹ Idéias da adição: a de ‘juntar’ e a de ‘acrescentar’. Idéias da subtração: a de ‘tirar’, a de ‘comparar’ e a de ‘completar’. Idéias da multiplicação: a de ‘soma de parcelas iguais’ e a idéia de ‘combinatória’. Idéias da divisão: a de ‘repartir’ e a de ‘medir’ (PIRES, GOMES, 2004).

relacionada à formação do professor. Se o professor não tem uma formação consistente, dificilmente conseguirá desenvolver adequadamente o seu trabalho em sala de aula. Por isso, é imprescindível que seja oferecida uma formação, tanto inicial quanto continuada, de ‘qualidade’.

Outro aspecto relevante a ser destacado é o de que não é só quem resolve que comete erros, mas também quem avalia. Na Questão 1, o item c foi incluído na prova com a intenção de verificar se os alunos reconheceriam que não havia dados suficientes para resolvê-lo. Diferente disso, muitos professores elaboram questões esperando ‘ver’ determinadas coisas, mas os itens elaborados por eles, por vezes, não condizem com suas intenções. Nesse caso, dizemos que a questão carece de validade. Com isso, todo o instrumento fica prejudicado.

Uma das conseqüências de enunciados mal elaborados é o professor considerar incorreto o que o aluno fez ao resolver uma questão, considerando que o que foi apresentado pelo aluno é diferente do esperado pelo professor. Diante disso, devemos nos perguntar: O que estamos avaliando? Será que os instrumentos que utilizamos para avaliar nos mostram o que queremos ‘ver’? De que forma estamos avaliando? Em qual patamar estamos nos situando?

Quanto às limitações de nosso estudo, temos claro que uma delas foi a impossibilidade de verificarmos algumas das hipóteses que elaboramos sobre a produção escrita dos alunos em alguns dos casos que apresentamos, tais como:

- ✓ Caso 3 da questão 2 (p. 79), no qual o aluno pode ter somado o ‘2’ e o ‘3’ de R\$ 23,00, obtendo 5, e escrevendo esse valor como divisor da operação que ‘montou’;
- ✓ Caso 6 da questão 3 (p. 94), em que o aluno pode ter tentado estabelecer conexão com alguma estratégia de porcentagem;

- ✓ Caso 8 da questão 3 (p. 95), no qual pode ter sido considerado que o carteiro entregou um total de 107 telegramas em um período de 10 dias.

Apesar disso, sabemos que essas hipóteses podem contribuir para que os professores iniciem um processo de reflexão sobre as tentativas de seus alunos, com a vantagem de poder confirmá-las ou não com estes em sala de aula.

É importante esclarecermos que durante o trabalho não tivemos a intenção de fazer julgamentos sobre a prática docente, entretanto entendemos que muitas das estratégias utilizadas pelos alunos refletem, de alguma forma, o modo como é conduzida a prática do professor. Sabemos que mudar costumes, práticas não é tarefa fácil. Mesmo assim, cabe ao professor estar sempre em busca de novos caminhos que o ajudem a melhorar a sua prática pedagógica.

Com esta investigação conhecemos um pouco mais sobre a produção escrita dos alunos bem como sobre avaliação. Entretanto, sabemos que os conhecimentos construídos até aqui sobre esses elementos não são, e nem poderiam ser, definitivos.

Esperamos que este trabalho, além de contribuir para a discussão sobre a avaliação e para a compreensão dos registros escritos dos alunos, possa fornecer subsídios para que os professores reflitam sobre o modo como estão conduzindo a avaliação em sala de aula, bem como sobre a importância da análise da produção escrita de seus alunos na avaliação da aprendizagem no cotidiano escolar. É urgente que a avaliação comece a ser entendida como um meio de se compreender melhor o processo ensino/aprendizagem, o que possibilita, entre outras coisas, que as diferenças sejam respeitadas, além de contribuir para o desenvolvimento dos envolvidos no processo.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática: ensino de primeira a quarta séries**. 3. ed. Brasília, 2001.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática: ensino de quinta a oitava séries**. Brasília, 1998.

BURIASCO, R. L. C. **Avaliação em matemática: um estudo das respostas dos alunos e professores**. Marília, 1999. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Marília. 1999.

_____. Algumas considerações sobre avaliação educacional. In: **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 22, jul./dez. 2000.

_____. **Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido**. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO (ENDIPE), 7., 2004, Curitiba. Anais... Curitiba: Editora Universitária Champagnat, 2004.

_____. Sobre a avaliação em matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 7, n. 36, dez. 2002.

BURIASCO, R. L. C.; CYRINO, M. C. C. T.; SOARES, T. C. **Manual para correção das provas com questões abertas de matemática – AVA/2002**. Curitiba: SEED, 2004. No prelo.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. 10. edição. São Paulo: Cortez, 1998.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 4.ed. Campinas, SP: Papirus, 1998.

_____. Desafios da educação matemática no novo milênio. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, Ano 8, n. 11, dez. 2001.

ESTEBAN, M. T. A avaliação no cotidiano escolar. In: ESTEBAN, M. T. (Org.). **Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos**. 3. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2001.

_____. **Avaliar: ato tecido pelas imprecisões do cotidiano**. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/0611t.htm>> Acesso em: 10 maio 2002.

FRANCO, M. L. P. B. O que é análise de conteúdo. In: SOUSA, E. C. B. M. (Org.). **Avaliação de currículos e de programas: leituras complementares**. Brasília: Universidade de Brasília, 1997. v. 3. Curso de Especialização em Avaliação a Distância.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, ano 3, n. 4. 1995.

GOLDENBERG, E. P. Quatro funções da investigação na aula de matemática. In: ABRANTES, P.; PONTE, J. P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. (Org.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: CRL. 1999.

HADJI, C. **A avaliação regras do jogo: das intenções aos instrumentos**. 4. ed. Portugal: Porto Editora, 1994.

_____. **Avaliação desmistificada**. Tradução de Patrícia C. Ramos. Porto Alegre: ARTMED. 2001.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. São Paulo: Cortez, 12. Edição. 2002.

_____. Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude. In: _____. **A construção do projeto de ensino e a avaliação**. São Paulo: FDE, 1990. (Série Idéias, n.9).

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional, 1991.

_____. **Normas para avaliação em matemática escolar**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional, 1999.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PERRENOUD, P. **Avaliação**: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas. Tradução de Patrícia C. Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

OLIVEIRA, E.; ENS, R. T.; ANDRADE, D. B. S. F.; MUSIS, C. R. **Análise de conteúdo e pesquisa na área da educação**. São Paulo: PUC, 2004 . (Programa de pós-graduação em Educação, Psicologia da Educação).

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP: Papirus, 2000.

PIRES, M. N.M.; GOMES, M. T. **Fundamentos teóricos do pensamento matemático**. Curitiba, PR: IESDE, 2004.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

CURY, H. N. **Análise de erros e análise de conteúdo:** subsídios para uma proposta metodológica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2. 1997, Santos. Anais ... Santos: SBEM, 2003.

EDWARDS, V. **Os sujeitos no universo da escola.** Tradução de Josely Vianna Baptista. São Paulo: Ática, 1997.

ELLIOT, L. G. Critérios de julgamento: chave para a avaliação da aprendizagem. **Ensaio – Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 8, n. 27, abr./jun., 2000.

GUNTHER, H. Como elaborar um questionário. In: PASQUALI, L. (Org.) **Questionamentos psicológicos:** manual prático de elaboração. Brasília: Lab-PAM/IBAPP, 1999.

LACUEVA, A. **La evaluación en la escuela: una ajuda para seguir aprendiendo.** Disponível em: <www.scielo.br/scielo.php?script=sci>. Acesso em: 05 abril 2002.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo básico para a escola pública do estado do paraná.** 3. ed. Curitiba: SEED, 1990.

VIANNA, H. M. Avaliação: considerações teóricas e posicionamentos. In: **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 16, jul./dez.1997.

ANEXOS

ANEXO 1

ANEXO 2

ANEXO 3

