CELSO RIBEIRO CAMPOS

O ENSINO DA MATEMÁTICA E DA FÍSICA NUMA PERSPECTIVA INTEGRACIONISTA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE em Educação Matemática**, sob orientação da Profa. Doutora Sonia Barbosa Camargo Igliori.

PUC/SP
São Paulo
2000

COMISSÃO JULGADORA

____

____

____

RESUMO

Este trabalho visa realizar um estudo sobre as relações Matemática/Física pertinentes aos processos de ensino/aprendizagem, referentes aos conteúdos específicos de cinemática escalar (Física) e de funções (Matemática), no nível médio escolar. Pretendemos mostrar que alguns fenômenos físicos, especificamente da cinemática, podem ser abordados tomando por base suas relações matemáticas, admitindo que estas atuam como uma linguagem estruturante, que dá corpo ao conhecimento físico. Uma integração dessas duas disciplinas, pode ser conseguida nesse contexto, contribuindo para uma melhor significação dos conceitos por parte dos alunos. Investimos então, nesta pesquisa, num modelo de integração para esses dois ramos do conhecimento científico e procuramos avaliar se essa integração pode oferecer alguma contribuição pedagógica aos alunos. A perspectiva integracionista que abordamos trata da construção de conceitos físicos baseados na experimentação empírica, combinada com a análise matemática de fenômenos específicos da cinemática. Apoiamo-nos no pressuposto de que a Matemática é mais do que uma simples coadjuvante no desenvolvimento dos conceitos físicos. Ela está sempre presente nas atividades científicas: seja no seu processo ou no seu produto, seja na definição de um conceito, seja na articulação entre os elementos de uma teoria científica. A integração dos conteúdos citados encontra respaldo na epistemologia do conceito de função, através dos trabalhos de Oresme (séc. XIV), bem como no trabalho de Galileu (séc. XVI), os quais também abordamos aqui. Adotamos um quadro teórico que se baseia principalmente nos conceitos de registros de representação, contrato didático, situações didáticas e a-didáticas, bem como nas idéias de ação, formulação e validação, oriundos dos fundamentos da didática francesa. Utilizamos a metodologia da engenharia didática para formularmos uma seqüência de atividades que visa desenvolver a integração construtiva dos conteúdos mencionados.

ABSTRACT

This paper seeks to accomplish a study of the Mathematics/Physics relationship relevant to the teaching/learning processes, concerning the specific contents of scalar kinematics (Physics) and functions (Mathematics), in medium level schooling. We show that some physical phenomena, specifically of kinematics, can be approached from its mathematical relationships, which can be admitted as acting as a structural language, that gives consistency to the physical knowledge. An integration of these two disciplines, can be achieved in this context, in which we believed that contributes to a better significance of the concepts by the students. In this research, we invest in an integration model of these two contents and try to evaluate what kind of pedagogic gain this integration can offer to the students. The integrationist perspective that we approached is about the physical construction of concepts, starting from the empiric experimentation combined with the mathematical analysis of specific phenomena of the kinematics. We understand that Mathematics is more than a simple support in the development of the physical concepts, it is current in the scientific activities: either in its process or in its product, either in a concept definition or in the articulation among the elements of a scientific theory. The integration of the contents mentioned above finds back-up even in the epistemology of the function concept, through the works of Oresme (séc. XIV), as well as Galileu (séc. XVI), which we also approached here. We adopt a theoretical picture that is based mainly on the concepts of registering representations, didactic contract, didactic and a-didactic situations, as well as in the ideas of action, formulation and validation, all coming from the foundations of the French didacticism. We use the methodology of the didactic engineering and formulate a sequence of activities which seeks to develop the constructive integration of the mentioned contents.

AGRADECIMENTOS

Esta dissertação só se tornou possível graças à colaboração de pessoas que não merecem só um "obrigado", mas uma demonstração efetiva do quão importante foi a sua participação. E o espaço que disponho para essa demonstração se limita a essas poucas linhas, insuficientes para quantificar a dimensão do agradecimento merecido. Por isso, cada um que mencionar aqui deve sentir que a dimensão afetiva, pessoal e espiritual dos agradecimentos segue "anexo" e em minha memória estará "subjacente" a este trabalho, pois sempre que pensar nele, estarei lembrando dos amigos que cultivei nos quatro longos anos de <u>vida</u> na PUC-SP.

À Sonia, pela orientação, pela paciência, pela disponibilidade ilimitada, pela compreensão, pelo exemplo, por não cair na tentação de tornar as coisas muito fáceis e assim valorizar sobremaneira a conquista, pela confiança e pela amizade.

Aos meus pais, que certamente sofreram mais que eu as agruras desse desafio, que torceram, rezaram, opinaram, que quantas vezes olharam para o céu na esperança de que não chovesse e que acompanharam com o coração na mão cada viagem, cada aula, cada degrau, e que, principalmente, acreditaram e confiaram na ousadia desse filho metido a estudioso.

Ao professor, "companheiro" e amigo Luis Lindegger, pelo incentivo, pela cumplicidade, pelo exemplo de dedicação, caráter e humanismo. O aprendizado não começava na aula, e sim na viagem, assim como não terminava quando deixávamos a PUC, continuava durante a volta. Essas "viagens" nunca serão esquecidas, assim como a amizade que delas nasceu.

Aos professores integrantes da banca, pelas valiosas contribuições que muito ajudaram a enriquecer esta obra.

À Adriana, que gentilmente compreendeu os momentos de ausência, que monitorava minuto a minuto os dias de batalha, que viveu as angústias e conquistas em nosso dia-a-dia, que soube me ouvir como ninguém e que sempre me incentivou a enfrentar cada obstáculo com a força do seu amor, e que além de tudo isso, ainda "arrumou" o trabalho (sem erros, parabéns) de forma impecável.

Aos meus colegas da PUC, que compartilharam o cotidiano dessa jornada, em especial à minha amiga Gisela. Que a força esteja com você!

Ao Francisco (François), pela dedicação, pela paciência, por compreender nossas angústias e segurar as pontas sempre com um sorriso generoso.

À Esmeralda e à Ariluci, que são muito mais que amigas, pelo incentivo, pela força, pela torcida, pelas revisões fora de hora, pela presença e pelo carinho.

Aos professores do programa, pela dedicação, pelo profissionalismo, por nos ajudar a construir, por valorizar cada degrau que ora galgamos.

Aos meus alunos, que mesmo sem saber, desempenharam um papel inestimável na nossa luta pelos ideais da pedagogia, pois são a fonte de onde bebemos a coragem de enfrentar os desafios que a profissão e a vida nos colocam.

"Quero pertencer à escola dos loucos, porque tenho certeza de que a dos prudentes nada fará senão trazer o expediente em dia".

Trecho de um discurso do Conselheiro Saraiva, de 10/8/1860.

Espero e luto para que a "escola dos loucos" não seja extinta.

ÍNDICE GERAL

1 – INTRODUÇÃO - PROBLEMÁTICA

O interesse pelo assunto tratado neste estudo tem origem em oito anos de experiência em sala de aula, lecionando as disciplinas de Matemática (Ensino Médio e Fundamental) e Física (ensino médio) e vivendo as dificuldades do dia-a-dia da prática docente dessas disciplinas.

Este trabalho visa realizar um estudo sobre as relações Matemática/Física pertinentes aos processos de ensino/aprendizagem, especificamente no que tange ao nível médio, referentes aos conteúdos específicos de cinemática escalar (Física) e de funções (Matemática).

Pretendemos mostrar que alguns fenômenos físicos, especificamente da cinemática, podem ser abordados tomando por base suas relações matemáticas, admitindo que estas atuam como uma linguagem estruturante, que dá corpo ao conhecimento físico. Uma integração dessas duas disciplinas, pode ser conseguida nesse contexto, contribuindo para uma melhor significação dos conceitos por parte dos alunos.

Uma série de questionamentos pode ser levantada, servindo como base para este estudo: Considerando a cinemática, é possível que o aluno assimile os conceitos relacionados ao estudo do movimento sem que ele tenha uma firme noção de função? A assimilação do conceito de função por parte do aluno pode ser conseguida somente com exemplos numéricos abstratos? A noção de variável dependente e variável independente fica clara para o aluno quando se ensina função somente utilizando o "x" e o "y"? Os professores, em geral, estão cientes da estreita vinculação entre as funções matemáticas e as fórmulas da Física? Em que grau de aprofundamento a interdisciplinaridade Matemática/Física é apresentada nos livros didáticos do Ensino Médio? Qual o papel da realização de experiências empíricas por parte dos alunos na construção de conceitos matemáticos de análise de fenômenos, particularmente as funções?

São muitas as perguntas e certamente existem outras, não menos importantes, que não foram citadas. Uma investigação sistemática e rigorosa de algumas relações entre essas duas disciplinas nos permitirá apresentar uma perspectiva de trabalho pedagógico que possa enfrentar, com mais propriedade, certas dificuldades vivenciadas pelos estudantes na aprendizagem de alguns conteúdos específicos.

Esperamos, ao longo deste trabalho, explorar algumas respostas para certas questões centrais:

⇒ É possível obter, no universo pedagógico da sala de aula, a integração de conteúdos matemáticos e físicos, especificamente no que se refere à cinemática e às funções?

⇒ Há algum ganho pedagógico nessa integração?

⇒ É possível promover junto aos alunos a construção de conceitos físicos com base na experimentação empírica combinada com a análise matemática de alguns fenômenos específicos?

Este estudo apoiou-se na condição do conhecimento como processo, isto é, dinâmico, envolvido numa evolução histórica que leva em consideração sua construção ao longo dos séculos, em um determinado mundo, em uma determinada sociedade, em uma certa condição de humanidade, e por isso, resultado de uma interferência do homem sobre o real e vice-versa, numa relação que transforma o homem e o mundo, e que deixa em ambos marcas indeléveis dessa interação. O conhecimento se mostra, então, como um produto histórico, e nessa perspectiva de temporalidade, aparece caracterizado pela possibilidade de erros e acertos, de avanços e retrocessos, apresentando seu caráter provisório e inacabado, envolto num contexto de controvérsias e divergências que traz consigo uma legião de compromissos, interesses e alternativas, que vão de encontro ao seu caráter universalista, como fonte de verdades absolutas e estáticas

Transportemos, pois, esse posicionamento para o espaço pedagógico, onde o conhecimento aparece muitas vezes de maneira artificial, enfatizando seu caráter de produto, ou seja, acabado, pronto e arrumado. O conhecimento a ser transmitido no âmbito escolar deve se revelar harmonioso, coerente e lógico, nunca estático, finalizado, totalmente elaborado e sistematizado.

Entendemos ser importante e indispensável um constante reexame do saber acumulado pela humanidade, investigando sempre que possível a vivência da produção do conhecimento em seu caráter global e em suas partes específicas. E nesse reexame, podemos convocar os alunos a vivenciar a aquisição do conhecimento de forma a exaltá-los como sujeitos ativos do processo de aprendizagem.

Com o intuito de trazer a realidade mais próxima ao educando, assumimos pois, neste trabalho, uma postura contrária ao ensino tradicionalista, que apresenta a Matemática e a Física como Ciências acabadas, que evoluem por acumulação. Em oposição a isso, nortearemos nossos estudos na visão filosófica construtivista, pois acreditamos que esta linha de pensamento trabalha em um ambiente pedagógico mais adequado na medida em que ressalta o papel essencialmente ativo do sujeito que aprende.

A linha pedagógica construtivista propõe que o conhecimento científico é uma construção humana, transitória e dinâmica, que não é um registro puro da realidade, nem está livre de divergências e contestações. Nessa visão, a experimentação se mostra como um dos principais meios de auxílio aos processos de ensino, permitindo que os alunos participem mais diretamente da construção de suas próprias representações do saber e manipulem-nas para realizar as interpretações dos conteúdos científicos.

Fundamentamo-nos no pressuposto de que a Matemática é mais do que simples coadjuvante no desenvolvimento dos conceitos físicos. Ela está sempre presente nas atividades científicas: seja no seu processo ou no seu produto, seja na definição de um conceito, seja na articulação entre os elementos de uma teoria científica. Sobre a ligação intrínseca entre a Física e a Matemática, HULIN (1983) escreveu que na sua gênese, sua estrutura, seu funcionamento, a Física é indissoluvelmente ligada à mão de obra de seu formalismo matemático.

A Física e a Matemática assumem, então, papéis complementares passando esta a ser um instrumento de conceituação dos conteúdos científicos, emprestando-lhes mais consistência, atuando mais do que como um simples modelo.

Subjacente a essa visão, a interdisciplinaridade se mostra um caminho importante na construção de um conhecimento que enfatiza a cooperação entre áreas diversas das ciências e que auxilia na compreensão das múltiplas interseções entre saberes, muitas vezes, aparentemente distintos, contribuindo para a formação de um sujeito mais autônomo e crítico, na medida em que uma visão global do conhecimento o situa melhor dentro do universo escolar.

Particularmente, abordamos neste trabalho, as interseções entre a Matemática e a Física dentro do contexto da cinemática escalar e do estudo de funções. Firmados em nossa experiência pedagógica, constatamos que as conexões entre os conteúdos citados são geralmente desprezadas pelos professores da 1ª série do Ensino Médio (tanto os de Física como os de Matemática). Os próprios livros didáticos de Matemática e de Física não as valorizam, relegando-as a segundo plano, através de citações colocadas na parte final dos capítulos ou simplesmente ignorando o assunto.

A integração dos conteúdos já citados encontra respaldo na epistemologia do conceito de função. Podemos constatar isso observando os trabalhos de Oresme (séc. XIV), bem como os de Galileu (séc. XVI), nomes que abordaremos com mais detalhes em capítulos posteriores.

Apoiados num quadro teórico de análise didática que se baseia principalmente nos conceitos de registros de representação, contrato didático, situações didáticas e a-didáticas, bem como nas idéias de ação, formulação e validação, todos oriundos dos fundamentos da didática francesa, basear-nos-emos na metodologia da engenharia didática para formularmos uma seqüência de atividades que visa desenvolver a integração construtiva dos conteúdos mencionados (cinemática e funções) a fim de responder as questões centrais aqui levantadas. Levaremos em conta também, os estudos que encaram a Matemática como linguagem estruturante da Física, a fim de respaldar nossa idéia de integração dessas disciplinas no Ensino Médio.

Temos então um norte para guiarmos nossas investigações, e pretendemos ao final deste trabalho mostrar que é possível conseguir essa integração entre a Matemática e a Física no ensino da cinemática escalar e das funções de 1º e 2º graus, e que tal integração pode ser vantajosa pois proporciona um ganho pedagógico a partir do momento que um conceito empresta mais significação para o outro e que amplia o universo de aplicação de ambos os conteúdos no contexto interdisciplinar ora vivenciado pelo estudante.

Diante dessa argumentação, abrimos caminho para enfrentar alguns desafios do ensino conjunto da Física e da Matemática, sabendo que este estudo certamente não esgota o assunto, mas pretende possibilitar a realização de reflexões mais aprofundadas, contribuindo para um amadurecimento concreto no enfrentamento da problemática aqui levantada.

2 – ANÁLISE HISTÓRICA E EPISTEMOLÓGICA

2.1 - GERAL

Neste trabalho, procuramos valorizar a idéia de integração entre certos conteúdos matemáticos e físicos, com vistas aos processos pedagógicos, defendendo a idéia de que esta integração contribui significativamente para melhor assimilação, por parte dos estudantes, de alguns aspectos da Ciência, especialmente a Física.

A idéia de estudar o processo de ensino/aprendizagem da Física por meio da óptica da valorização dos conteúdos matemáticos envolvidos nos fenômenos analisados já foi objeto de extenso trabalho do Prof. Maurício Pietrocola, bem como da Prof.ª Terezinha de Fatima Pinheiro, ambos da UFSC, que serão citados oportunamente, neste capítulo e quando da apresentação de nosso quadro teórico

Nessa área de pesquisa, fizemos ainda um levantamento bibliográfico junto ao banco de dissertações e teses da Universidade de São Paulo e da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Não encontramos nenhum trabalho cujo tema seja associado às idéias que ora investigamos.

Faremos aqui um levantamento histórico e epistemológico de determinados conteúdos físicos e procuraremos mostrar que a íntima relação entre a Matemática e a Física possui antecedentes altamente relevantes, que podem justificar, a princípio, a nossa idéia de promover uma aproximação entre essas duas disciplinas, no âmbito da sala de aula do Ensino Médio.

Mas a abordagem histórica e epistemológica da Física não possui apenas essa finalidade e devemos neste ponto tecer algumas considerações importantes sobre esses aspectos.

Primeiramente podemos indagar: de que epistemologia estamos falando? Essa palavra pode ter vários significados e diferentes sentidos. Nesta investigação, adotamos a visão de IGLIORI (1999) de epistemologia como o ramo do saber que se interessa por questões tais como: O que é conhecimento? Como se processa o conhecimento? Qual a natureza dos objetos que compõem uma determinada Ciência? Qual é a natureza e a função de um novo conceito, um novo procedimento, um novo tipo de raciocínio, uma nova representação na história da Ciência?

A idéia de epistemologia que tratamos nesta dissertação é consonante com a definição de ARTIGUE (1990) quando esta se refere à epistemologia da Matemática. O que vamos considerar como fazendo parte do trabalho epistemológico é uma reflexão sobre as características dos objetos matemáticos e físicos, dos modos de pensamento que qualificamos como científicos em sua diversidade e também dos modos de ação, de trabalho, que temos na Matemática e na Física, levando em conta, seu desenvolvimento e sua evolução histórica. Isso pode ser feito de modo global, mas nós nos limitaremos a um domínio específico, já que não somos filósofos. Dentro da linha de pesquisa que estamos adotando neste trabalho, ARTIGUE (op. cit.) sugere que sempre que possível, as pesquisas dessa linha devem apoiar-se no estudo da evolução histórica dos conhecimentos, sejam eles saberes científicos ou saberes escolares.

A primeira questão levantada pela epistemologia - O que é conhecimento? - nos leva a uma segunda: O que é Ciência? Segundo FERREIRA, (1988), Ciência é conhecimento, ou ainda, Ciência é um conjunto organizado de conhecimentos relativos a um determinado objeto, especialmente os obtidos mediante observação, experiência dos fatos e um método próprio. Já para a Filosofia, Ciência é o processo pelo qual o homem se relaciona com a natureza, visando à dominação dela em seu próprio benefício. Poderíamos encontrar outras definições, mas nos restringimos a essas, pois com base nelas já podemos passar para outras questões: Em que consiste o conhecimento? Como ele se processa?

KNELLER (1980), investiga em que consiste o conhecimento científico e qual a sua finalidade, já fazendo uma alusão ao papel da Matemática.

> O conhecimento científico consiste em conhecimento empírico – dados, esquemas de classificação, generalizações e leis descrevendo padrões entre coisas e eventos – e conhecimento teórico dos mecanismos ou causas que produzem esses padrões. Em suma, a Ciência procura descrever as coisas e os eventos do universo físico, classificando-os e expressando as suas inter-relações em leis e generalizações; e procura explicar essas leis unificando-as em teorias. (...) A Matemática é usada pelos teóricos de três maneiras principais. Por vezes, como Schröringer, o cientista cria um formalismo matemático e depois interpreta-o. Mais freqüentemente, como Maxwell e Einstein, ele recorre à Matemática para expressar mais precisamente uma hipótese física. Em ambos os casos entretanto, o cientista emprega a Matemática para deduzir as conseqüências testáveis de seus pressupostos (idem, op. cit., p. 153).

O conhecimento científico pode ser estudado segundo duas manifestações distintas e complementares entre si: ele pode se revelar como produto e como processo. LEITE (1993) faz esta distinção com muita propriedade. De acordo com ela, o conhecimento parece ser estático, acumulativo, acabado, um corpo de informações sobre o real, resultado de um determinado estudo e que lhe confere uma aparência terminal, quando analisado como *produto*. Por outro lado, na qualidade de *processo*, o conhecimento apresenta sua face dinâmica, envolvido em um contexto de controvérsias e divergências, caracterizado pela possibilidade do erro e do acerto, do avanço e do recuo, marcado pela perspectiva da história, temporal, provisório, manifestando sua dimensão ideológica nas suas diferentes concepções de explicação do mundo real.

> ...o processo de produção do conhecimento é um processo de interferência do homem sobre o real e do real sobre o homem, isto é, um processo de interação que envolve o sujeito e o mundo. Sendo um

> processo que conta com a presença do homem, ele é histórico e é ação. Enquanto processo de descobrimento do real, a 'verdade' do mundo e do homem não é dada; é buscada. E nesta procura ela é construída, marcando o homem e o mundo, transformando o homem e o mundo, deixando gravadas no homem e no mundo as marcas da ação do homem sobre o mundo e do mundo sobre o homem (LEITE, op. cit., p. 24).

Como essa relação envolve o sujeito homem, a ideologia estará sempre subjacente, pois o homem traz consigo suas experiências, seus valores e seus sentimentos, dos quais ele não pode se separar. A questão da evolução histórica está estreitamente vinculada ao conhecimento como processo.

> O conhecimento-produto encobre a realidade conflituosa do aparecimento das idéias e da constituição do saber científico através da apresentação de informações aparentemente harmoniosas, organizadas, lógicas. O conhecimento-produto esconde não só o conflito presente no próprio processo de sistematização do saber, como também não mostra a existência social contraditória das idéias, dos conceitos, do corpo do conhecimento. O conhecimento-produto é o resultado acabado, pronto e arrumado do processo de desvendamento do real: é a narração do vivido (LEITE, op. cit., pp. 24/25).

Sobre as implicações da ideologia no desenvolvimento científico, KNELLER (1980) afirma que a Ciência é sempre realizada num ambiente intelectual que inclui as visões do mundo e ideologias de uma sociedade. Uma visão do mundo é um conjunto de crenças, não suscetíveis à refutação empírica, sobre as características fundamenteis da natureza, ou sobre o homem e a sociedade, ou ambas as coisas. Uma ideologia é um conjunto de crenças acerca do modo como os homens vivem e atuam num mundo desta espécie. Porque impregnam o pensamento e o sentimento de sociedades e classes, as visões do mundo e ideologias têm considerável influência sobre a vida da Ciência.

O caráter dinâmico e provisório presente na manifestação de processo do conhecimento, também se encontra exaltado no trabalho de PINHEIRO (1996) que considera o conhecimento científico como uma construção humana, decorrente de embates entre o homem e a natureza e definido por critérios internos, próprios desse conhecimento, bem como por critérios externos a ele. Por ser uma construção humana, é passível de erros e está em contínua transformação, não sendo, portanto, fonte de verdades absolutas.

KNELLER (1980) destaca também que a Ciência é história na medida em que todo e qualquer enunciado ou conjunto de enunciados científicos está aberto a revisão ou substituição, à luz de novas provas ou novas idéias. Sendo assim, a Ciência é conjetural, e também pode ser revolucionária.

> A Ciência é histórica no sentido de que é uma atividade, uma instituição e um corpo de conhecimentos que mudam no tempo em função da busca de uma completa explicação da ordem da natureza (idem, op. cit., p. 27).

Ainda segundo KNELLER (op. cit.), a maioria dos filósofos da Ciência concorda que a finalidade geral da Ciência é aumentar o nosso cabedal de conhecimentos, ou seja, propor teorias que prevejam com êxito mais fatos do que as suas predecessoras, e que representem de maneira mais simples, coerente e estética a ordem da natureza. Para isso, a Ciência deve permanecer em constante evolução, por meio de atos de homens e mulheres – atos tais como inventar hipóteses, realizar experimentos, ponderar provas e publicar resultados. A finalidade desses atos é produzir um conhecimento verificado – conhecimento que mereça aceitação pela comunidade científica. Para produzir tal conhecimento, a Ciência deve ser racional, pois, se as alegações do conhecimento não forem racionalmente fundamentadas, faltarão argumentos para que elas sejam preferidas às pretensões de gurus e adivinhos, e a investigação científica não terá qualquer significado.

E por que o homem quer produzir conhecimento? VIEIRA PINTO (1969) afirma que o homem não se dispõe a conhecer o mundo porque o percebe como um enigma que lhe daria "gosto" resolver. Explicações que apelam para a "vontade de decifração de um mistério", de espanto em face das "maravilhas" da realidade (Platão), de "vontade de poder" (Nietzche) são ingênuas e situam-se fora de alguma base objetiva. A simples afirmativa de Aristóteles, no preâmbulo da *Metafísica*, ao dizer que o homem é um animal naturalmente desejoso de conhecer, tem a superioridade de concordar com a situação de fato, embora falte explicar-nos por que isto acontece. A proposição aristotélica não funda a epistemologia da pesquisa científica porque serve apenas para reconhecer um fato inicial, não oferecendo a explicação dele, que deveria ser a verdadeira fundamentação de todas as cogitações subseqüentes. Tal fundamentação é encontrada na teoria dialética da existência, ao considerar o homem não um ser (no sentido aristotélico), um animal dotado de atributos invariáveis, mas um existente em *processo* de fazer-se a si mesmo, o que consegue pelo enfrentamento das obstruções que o meio natural lhe opõe e pela vitória sobre elas, graças ao descobrimento das forças que o hostilizam e dos modos de empregar umas para anular o efeito de outras, que o molestam, o destroem ou o impedem de realizar os seus propósitos. O homem não conhece, não investiga a natureza para satisfazer um desejo imotivado, mas para *se realizar* na condição de ente humano.

2.2 - A EVOLUÇÃO DA CIÊNCIA

Sobre a evolução e o desenvolvimento da Ciência, POPPER (1972), um filósofo contemporâneo da Ciência, sustenta que ela é progressiva, mas em bases muito diferentes. Ele afirma que nunca podemos saber com certeza se uma teoria científica é verdadeira ou mesmo provável porque a teoria pode ser sempre refutada pelo próximo teste. Não obstante, ainda é possível a uma série de teorias, mesmo quando refutadas, acercarem-se sucessivamente da verdade. Uma teoria pode ser menos inverídica do que outra, e podemos conjeturar com bastante precisão qual delas é.

Já para KUHN (1970) e FEYERABEND (1975), as teorias não podem ser comparadas e é impossível sabermos se uma tem mais verossimilhança do que outra. Eles admitem alguma intertradução de teorias: alguns enunciados de uma teoria podem ser traduzidos para a linguagem da outra, ou alguns enunciados de ambas as teorias para uma terceira linguagem, mas mesmo com uma tradução parcial, o conteúdo conhecido de verdade e falsidade das teorias não pode ser inteiramente comparado. Logo, não se pode formular uma boa conjetura da verossimilhança relativa das teorias, e a tese de Popper parece ser refutada.

Sobre a importância da influência sociológica no avanço da Ciência, KUHN (1995) já discordava dos livros de História da Ciência que descrevem o seu desenvolvimento por acumulação. Para esclarecer seu ponto de vista, ele utilizou o conceito de paradigma. Segundo ele, a atividade científica se apresenta na maior parte do tempo como normal; a Ciência normal consiste em resolver problemas ou quebra-cabeças, obedecendo-se um conjunto de princípios que ele denominou paradigma. Os paradigmas são transitórios e ele pode ser a teoria aceita no momento, mas também pode existir antes mesmo da teoria se tornar consenso. Esta é uma de suas discordâncias com Popper: Kuhn critica tanto o positivismo lógico quanto o tipo de análise feito por Popper, o qual só se preocuparia com a atividade científica extraordinária, que se manifesta no momento das rupturas. Estas rupturas se instauram quando a comunidade científica muda de ponto de vista, deixando de suportar as incongruências e contradições presentes na teoria em vigor. As rupturas só serão solucionadas por uma outra teoria, e é exatamente aí que se instala um novo paradigma. Com ele, surgem novos problemas, novos rumos de pesquisa, novas maneiras de pensar e até novas linguagens, que podem até usar alguns termos do paradigma anterior, só que com novos significados.

A causa das rupturas não seria, então, o "falseamento" popperiano, mas apresentaria sim uma natureza muito mais sociológica do que lógica. KUHN (op. cit.) diz ainda que cada paradigma provém do anterior, sendo sua evolução, mas ele não aceita (como Popper) que a cada paradigma novo a Ciência se aproxime mais da verdade. Talvez a maior originalidade de Kuhn esteja em sua abordagem sociológica do progresso científico. Da visão kuhniana podemos assumir que as teorias que foram substituídas não eram "Ciências erradas": elas eram corretas com base em paradigmas abandonados.

Segundo CHALMERS (1976), o quadro de Kuhn do modo como a Ciência progride pode ser sumariado pelo seguinte esquema:

pré-Ciência – Ciência normal – crise – revolução – nova Ciência normal – nova crise ...

À parte dessa discussão, neste estudo valorizaremos o conhecimento como processo, e encaminharemos nossas discussões tendo este pressuposto como o mais adequado, na medida em que expõe as condições sociais, econômicas, intelectuais e ideológicas que podem influenciar o desenvolvimento do saber científico.

Tendo, então, como pano de fundo esse caráter dinâmico do conhecimento é que pretendemos proceder nossa análise histórica e epistemológica, a qual pretendemos estender até a discussão pedagógica da sala de aula. Levando ao estudante a possibilidade de compreensão dos processos de desenvolvimento do conhecimento científico, entendemos, assim como PIETROCOLA (1993), que damos a ele oportunidade de ter uma visão mais ampla e crítica a respeito dos conteúdos estudados.

> É importante reconhecer, que contextualizações históricas ou apresentação de sistemas epistemológicos melhoram o ensino na medida em que desdogmatizam o conteúdo científico, buscando justificações na evolução conceitual. Quebra-se o mito de 'teorias verdadeiras' que devem ser aprendidas sem questionamento, justificadas unicamente pela lógica formal interna que lhes operacionaliza. Esta prática mostra de maneira clara que o conteúdo científico, seja ele exposto na forma de leis, conceitos, etc., é sempre obtido de forma complexa e descontínua, negando a 'descoberta ingênua' e a 'acumulação progressiva' do conhecimento (idem, op. cit., p. 7).

Como vimos até aqui, o estudo histórico e epistemológico já se justifica por duas razões básicas: buscar no passado as raízes das íntimas conexões entre a Física e a Matemática no que tange à origem do conhecimento científico e buscar uma compreensão mais completa da dimensão da exploração do conhecimento ao longo da história do homem com o objetivo de trazer essa experiência para a sala de aula, enriquecendo o processo pedagógico, pois ainda segundo PIETROCOLA (op. cit.), essa conscientização permitirá uma compreensão ampla do objeto que se pretende ensinar, colaborando na construção de estratégias que resultem em uma aprendizagem mais eficiente.

A despeito dos conteúdos que pretendemos destacar nesta investigação, a história da Ciência nos remete à Europa renascentista, onde ela (a Ciência) iniciou sua carreira meteórica com as descobertas de Galileu. A respeito disso, JUPIASSU (1989) destaca que a principal contribuição de Galileu ao desenvolvimento da Ciência moderna está precisamente na combinação do uso da linguagem matemática na construção das teorias, o que lhes dá maior rigor e precisão, com o recurso aos experimentos que permitem comprovar as hipóteses científicas.

KNELLER (1980) ressalta que enquanto as Ciências anteriores estavam vinculadas a uma cultura, expressando-se na linguagem de um determinado povo, a Ciência européia torna-se internacional e universal, a partir do momento em que passa a se expressar na linguagem supracultural da Matemática e é praticada no mundo inteiro. A combinação de hipóteses matemáticas e testes experimentais requer conhecimento da Matemática e uma tradição experimentalista, e isso é o que vai sustentar o grande avanço da Ciência na Europa. Temos então a Ciência ocidental que é tomada por nós como paradigma, não porque seja a única Ciência, mas porque foi a mais bem sucedida.

2.3 - EVOLUÇÃO HISTÓRICA E EPISTEMOLÓGICA DOS CONCEITOS

Sabemos que os conceitos matemáticos se formam e evoluem de maneira lenta e gradual, num processo que está subordinado às necessidades dos cientistas e pesquisadores. Um exemplo destes conceitos é o de função, que surgiu a partir das primeiras investigações científicas sobre movimento, e também proporcionou a evolução da análise matemática. Ao propormos então, um exame histórico e epistemológico do conceito de função e da cinemática estamos tentando construir um elo de ligação entre a Física e a Matemática.

A idéia de função surgiu da necessidade de se entender e explicar a realidade, e acredita-se que tenha aparecido com Nicole Oresme (1323 - 1382), sábio parisiense que se tornou Bispo de Lisieux. Para melhor compreender as idéias de Oresme, devemos nos reportar a um período anterior a ele.

A mecânica atraiu muitos estudiosos do século XIII e XIV, que dispunham tanto da estática de Arquimedes quanto da cinemática de Aristóteles. As conclusões de Aristóteles sobre o movimento já eram questionadas e modificações foram sugeridas. Durante o século XIV o estudo das mudanças em geral, e do movimento em particular, foi um tópico favorito nas universidades, especialmente em Oxford e Paris. Em Merton College, Oxford, os filósofos escolásticos tinham deduzido uma formulação para o movimento de velocidade com variação uniforme, que tem o nome de regra de Merton. Expressa em termos de distância e tempo, a regra diz essencialmente que se um corpo se move com movimento uniformemente acelerado, então a distância coberta será igual à que seria percorrida por outro corpo que se deslocasse com movimento uniforme durante o mesmo intervalo de tempo com velocidade igual à do primeiro no ponto médio do intervalo de tempo. Como nós o formularíamos, a regra diz que a velocidade média é a média aritmética entre as velocidades inicial e final.

Nicole Oresme, juntamente com Thomas Bradwardine

(1290 1349), ampliaram a visão de proporcionalidade existente na época. Os elementos de Euclides continham uma teoria da proporção, ou igualdade de razões e essa fora aplicada pelos estudiosos antigos e medievais a questões científicas. Para um tempo dado, a distância coberta num movimento uniforme é proporcional à velocidade; e para uma distância dada, o tempo é inversamente proporcional à velocidade. Oresme estendeu as idéias de Bradwardine sobre proporções. Em *De proportionibus proportinum*, escrito em 1360, ele generalizou a teoria da proporção de Bradwardine de modo a incluir qualquer potência de expoente racional e estabeleceu regras para combinar proporções equivalentes. Em *Algorismus proportionum* , ele aplica as regras em problemas geométricos e físicos. Naquela época, os filósofos escolásticos vinham estudando, por quase um século, a quantificação de formas variáveis, um conceito de Aristóteles, e entre tais formas, havia coisas como a velocidade de um objeto móvel.

As discussões eram exageradamente prolixas, pois os instrumentos de análise disponíveis eram insuficientes. Oresme escreveu que tudo que é mensurável, é imaginável na forma de quantidade contínua, e como ele conhecia a regra de Merton, ocorreu-lhe, em algum momento antes de l36l, um pensamento brilhante: Por que não traçar uma figura, ou gráfico, da maneira pela qual variam as coisas? Vemos aqui, uma sugestão antiga daquilo que agora chamamos representação gráfica de funções. Oresme traçou então um gráfico velocidade-tempo para um corpo que se move com aceleração constante. Ao longo de uma reta horizontal, ele marcou pontos representando instantes de tempo (ou longitudes) e para cada instante ele traçou, perpendicularmente à reta de longitudes, um segmento de reta (latitude) cujo comprimento representava a velocidade. As extremidades desses segmentos, ele percebeu, jazem ao longo de uma reta; e se o movimento uniformemente acelerado parte do repouso, a totalidade dos segmentos velocidade (que chamamos ordenadas) preencherá um triângulo retângulo (fig. 1).

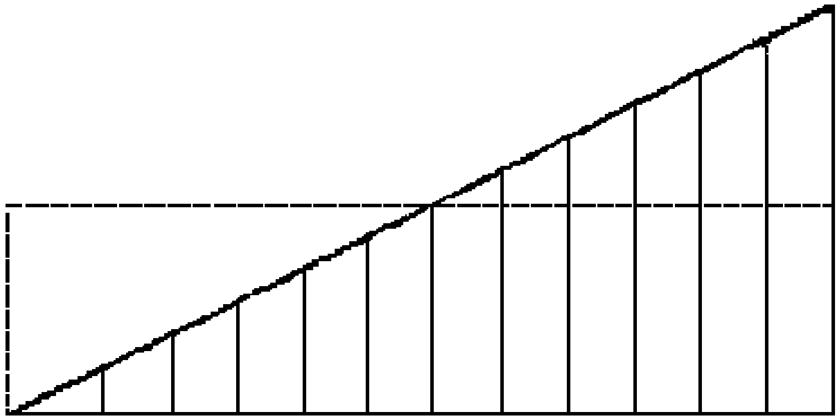


Fig. 1: representação gráfica de Oresme.

Como a área desse triângulo representa a distância percorrida, Oresme forneceu assim uma verificação geométrica da regra de Merton, pois a velocidade no ponto médio do intervalo de tempo é a metade da velocidade final. Do diagrama geométrico, resulta que a área da primeira metade do intervalo de tempo está para a área da segunda metade na razão de 1 para 3. Se subdividirmos o tempo em três partes iguais, as distâncias cobertas (dadas pelas áreas) estão na razão 1: 3 : 5. Para quatro partes iguais, as distâncias estão na razão 1 : 3 : 5 : 7. De modo geral, como Galileu mais tarde observou, as distâncias estão entre si como os números ímpares; e como a soma dos n primeiros números ímpares consecutivos é o quadrado de n, a distância total percorrida varia como o quadrado do tempo: a familiar lei de Galileu para os corpos que caem (detalharemos mais adiante).

Os termos latitude e longitude, que Oresme usou, são equivalentes ao que conhecemos hoje por ordenada e abcissa, e sua representação gráfica assemelha-se com a da geometria analítica. O uso de coordenadas, é bom destacar, não era inédito, pois Apolônio e outros já tinham usado sistemas semelhantes, mas sua representação gráfica de uma quantidade variável era uma novidade. Ele parece ter vislumbrado o princípio fundamental que possibilita representar uma função de uma variável como uma curva, mas ao que tudo indica, ficou restrito à função linear. Oresme estava particularmente interessado na área sob a curva e, talvez, por isso não tenha percebido a outra parte do princípio da geometria analítica, segundo a qual uma curva plana pode ser representada como uma função de uma variável. Ele ressaltou a propriedade de inclinação constante para o seu gráfico de velocidade em função do tempo no movimento uniformemente acelerado, o que equivale à equação por dois pontos de uma reta em geometria analítica.

Quando achou a função distância (a área sob o gráfico), Oresme realizou geometricamente uma integração que resulta na regra de Merton. Ele não explicou por que a área sob a curva do gráfico velocidade-tempo corresponde à distância percorrida, mas ele talvez tenha pensado na área como sendo formada de vários segmentos verticais ou indivisíveis, cada qual representando uma velocidade que era mantida por um tempo bastante curto.

A Matemática do Ocidente no século XIV era imaginativa e continha precisão de pensamento, porém não possuía técnica algébrica e geométrica.

A representação gráfica de funções continuou a ser objeto de estudo muito popular até a época de Galileu Galilei, mas as palavras "função" e "variável independente" foram usadas primeiramente pelo filósofo e matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) em carta ao matemático suíço Jean Bernoulli (1667 - 1748), onde o termo "função" é mencionado várias vezes e com significado claramente geométrico. Bernoulli passou a utilizar o termo função com sentido mais preciso, mas foi o suíço Leonhard Euler (1707 - 1783) quem definiu função de uma quantidade variável como qualquer expressão analítica formada daquela quantidade variável e de números ou quantidades constantes. A partir de Euler, o conceito de função passa a ter um novo *status*, passando a ser a linguagem preferida dos matemáticos.

Ressaltamos ainda que uma aplicação considerável do conceito de função deve-se ao trabalho de D'Alembert, Fourier, Dirichlet, Cauchy, Riemann e Weierstrass.

Em 1861, com DEDEKIND (1985), encontramos um apelo à idéia de função como um fenômeno: ele definiu função com base na idéia de uma lei da natureza, envolvendo grandezas físicas.

Mas voltemos ao estudo do movimento, iniciado por Oresme, centrando agora nossa atenção para o desenvolvimento da cinemática. A Leonardo da Vinci (1452 – 1519) é atribuída a frase: "*A mecânica é o paraíso das Ciências matemáticas, porque nela se chega ao fruto matemático*" (ENRIQUES & SANTILLANA, 1940, p. 315) e vamos atrás desse fruto dentro da mecânica, especificamente no avanço da cinemática escalar protagonizado por Galileu.

Galileu Galilei (1564 – 1642) afirmava:

> A filosofia está escrita neste enorme livro que continuamente temos aberto ante os olhos (digo o universo), mas não se pode entender se antes não se aprende a entender a língua, e conhecer os caracteres nos quais se acha inscrito. Está escrito em língua matemática, e os cacteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, meios sem os quais é humanamente impossível entender qualquer coisa (apud DRAKE, 1957, pp. 237-8).

O estudo da cinemática escalar foi retomado com vigor com Galileu, que chegou inclusive a ser apelidado de platônico, pois como pudemos verificar em sua frase acima, ele buscava o ideal matemático na natureza. Ele acreditava que se os esforços empreendidos para se matematizar a natureza não dão certo, é porque a tarefa foi levada a cabo incorretamente.

Galileu nasceu e viveu na Itália. Suas idéias iam frontalmente contra as verdades ensinadas pela Igreja e por isso foi perseguido. Apesar desses contratempos realizou uma grande produção científica, sendo responsável por um dos maiores avanços da Ciência em todos os tempos. Ficou visível o seu empenho em traduzir os fenômenos físicos em termos quantitativos, ou seja, em medidas e em descobrir as relações matemáticas que os descrevessem de maneira mais simples.

Dois homens devem ser considerados como vanguardistas do método científico: Galileu e Bacon. Unidos em sua oposição às idéias aristotélicas, em todo o resto marcharam separadamente. Os procedimentos de investigação de Bacon (*interpretatio naturae*) eram indutivos e em diversas ocasiões ele atacou os métodos de Galileu, que talvez nunca compreendera acertadamente. Verdadeiramente, já antes de Galileu havia muitas tendências pelos métodos de investigação, mas foi ele quem primeiro as abraçou intrepidamente, sabendo o que fazia. Ele demonstrou quão débil era a Física aristotélica ao contradizê-la grosseiramente em suas experiências.

A análise feita por DRAKE (1957) destaca que a experimentação quantitativa desempenhou um papel crucial na criação da teoria matemática do movimento de Galileu. Já CHALMERS (1976) acredita que em oposição ao mito popular, Galileu parece ter realizado poucos experimentos em mecânica. Muitos dos experimentos a que ele se refere, enquanto articula sua teoria, são experimentos mentais. Isto é um fato paradoxal para aqueles empiristas que pensam que novas teorias foram de alguma maneira derivadas de fatos, mas é compreensível quando se percebe que a experimentação precisa só pode ser realizada se alguém tiver uma teoria precisa capaz de efetuar previsões na forma de relatórios de observações precisas.

As pesquisas de Galileu começaram aos 19 anos quando conseguiu uma autorização de seu pai para estudar Física e Matemática (Ciências tidas na época como inúteis) e neste mesmo ano já descobriu o fato de que a duração da oscilação de um pêndulo é independente da amplitude do movimento. A imperfeição dos recursos matemáticos existentes não permitiu a ele chegar à verdadeira fórmula do pêndulo.

Galileu foi o primeiro exemplo do que os alemães chamam de *Gedankenexperiment* (experimento no pensamento). Também assim ele refutou a tese de Aristóteles sobre a queda dos corpos:

Ele imaginou duas pedras, uma grande e outra pequena. Se forem soltas, e se Aristóteles estivesse certo, a grande cairia mais depressa que a pequena. Supondo que a pedra pequena seja amarrada em cima da grande de modo que ambas formem um corpo só, este será mais pesado que a pedra grande e, portanto, cairá mais depressa que uma das pedras separadamente. Parece que a pedra pequena, amarrada sobre a grande, pressiona esta para baixo, fazendo-a cair mais depressa.

Entretanto, a pedra menor, se sozinha, cairia mais devagar do que a grande, e, portanto, não deveria pressioná-la. Reciprocamente, a pedra grande cairia mais depressa do que a pequena, e deveria, portanto, puxar esta por meio do amarrio. Por esses raciocínios, o corpo formado pelas duas pedras deveria cair com velocidade intermediária entre a da pedra grande e a da pequena. A afirmação de Aristóteles leva, portanto, as duas previsões contraditórias entre si, e não pode ser verdadeira.

Galileu usou ainda o plano inclinado e o pêndulo para descrever os movimentos de queda livre. Sua maior dificuldade foi conseguir um meio de medir pequenos intervalos de tempo tão exatamente quanto exigia a aceleração da queda. Ele chegou a usar as batidas do próprio coração como medidor de tempo e depois construiu uma espécie de relógio de água para resolver o problema.

O movimento uniforme não foi tão densamente estudado por Galileu como o movimento acelerado. Ele achava que o movimento uniforme poderia ocorrer apenas em situações muito especiais, para não dizer quase impossíveis. Percebe-se que a aceitação do movimento uniforme está estreitamente vinculada à noção do princípio da inércia, a qual Galileu chegou próximo, mas não o bastante.

Os *paripatéticos* (físicos aristotélicos) criam que um corpo cai com velocidade crescente, pois é impulsionado continuamente pelo ar que fica sobre ele. Mas, Galileu viu a causa na aceleração permanente da gravidade. Seu sistema de razonamento (1604), que foi publicado somente em 1638, apoio-se no de Oresme, que chegou, assim, a se tornar viável. No movimento de queda, ao cabo de um espaço determinado de tempo, o corpo adquire certa velocidade, que em virtude da ação constante da gravidade, encontra-se duplicada ao fim do segundo espaço de tempo, triplicada ao fim do terceiro e assim sucessivamente.

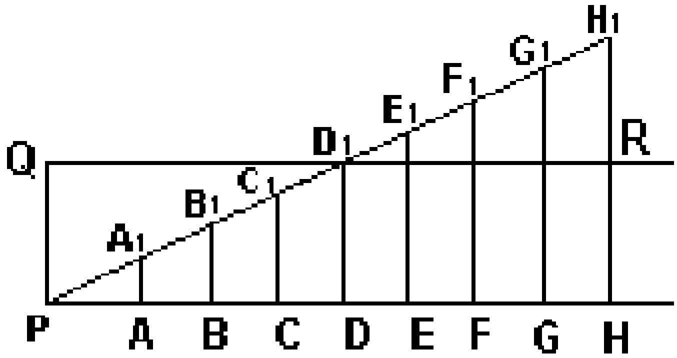


Fig. 2- Galileu - movimento de queda I

As velocidades estão, pois, na mesma relação que os tempos transcorridos desde que começou a queda. Se AB, BC etc., representam os espaços de tempo, as perpendiculares A1A, B1B, C1C etc., podem representar as velocidades correspondentes. Procede-se então a lei das velocidades dadas para os tempos PD = t_1 e PG = t_2, a proporção:

$$DD1:GG1 = t_1:t_2 = PD:PG$$

Mas, segundo sabemos, esta é a condição geométrica para que os pontos P, D, G e análogos estejam situados sobre a mesma reta. Seja D1 o ponto médio de PH1 e QR uma paralela a PH traçada pelo ponto D1. As perpendiculares até a reta QR têm todas a mesma longitude, precisamente igual à metade da velocidade final HH1. Estas perpendiculares dão, portanto, as velocidades de um corpo animado de um movimento uniforme com a metade da velocidade final HH1. Evidentemente, a soma de todas as velocidades é igual a soma das velocidades do corpo que cai. Se pode, pois, determinar o espaço percorrido, substituindo o movimento de queda por outro uniforme, sempre que a este se atribua uma velocidade cujo valor seja a metade do que corresponde a velocidade final do tempo de queda. Na queda livre deverão, portanto, os espaços s e S estar na mesma relação que os semiprodutos das velocidades finais v e V pelos tempos de queda t e T. Assim:

$$s : S = ½ . v . t = ½ . V . T$$

ou

$$s : S = v . t : V . T$$

mas como v:V pode ser substituído por t:T, teremos que:

$$\frac{s}{S} = \frac{t^2}{T^2}$$

Os espaços estão, pois, entre si como os quadrados dos tempos empregados para percorrê-los. Para provar esta lei, Galileu deveria proceder um experimento circunstancial, porque naquele tempo não existia nenhum meio de medir pequenos intervalos de tempo tão exatamente quanto exigia a grande aceleração de queda. Para isto, ele se serviu de um plano inclinado, partindo da seguinte consideração: um pêndulo MA (fig.3) que se deseja oscilar livremente desde a posição A, alcança, depois de passar pela posição de equilíbrio MB, um ponto C situado à mesma altura sobre a horizontal H_1H_2 que o ponto A.

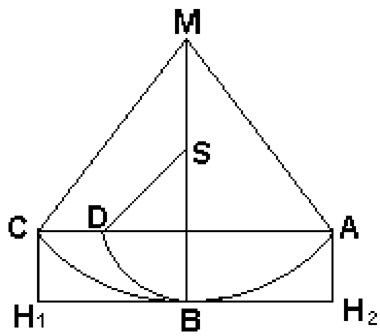


Fig. 3 - Galileu - Movimento de queda II

Se ao oscilar, o pêndulo chocar-se com um obstáculo (S), ele se elevará à mesma altura (ponto D). Em seu movimento de retrocesso (desde a esquerda), o pêndulo volta a alcançar o ponto A, havendo obtido, portanto, sobre o caminho DB a mesma velocidade que sobre o caminho CB. Esta lei da velocidade é aplicável a todas as curvas, com a única condição que tenham a altura CH_1, e também, portanto, ao plano inclinado. Galileu deduziu baseando-se nisto que a velocidade final deve ser a mesma, tanto quando o corpo cai sobre o plano inclinado, como quando cai livremente da mesma altura. Se substituirmos estes movimentos de queda por outros movimentos uniformes com a metade das velocidades que os corpos que caem têm ao final da queda, os tempos para os movimentos vertical e inclinado deverão estar, como em todo movimento uniforme, na mesma relação que os caminhos percorridos, ou seja, que a altura e a longitude do plano inclinado. Pela substituição, isto é aplicável também aos verdadeiros movimentos de queda vertical e inclinada. Em ambas se produz a mesma velocidade final em tempos diferentes, evidentemente devido a forças de diferentes intensidades, que devem ser inversamente proporcionais àqueles tempos, e, portanto, também à altura e longitude do plano. Em outras palavras:

A aceleração que a gravidade comunica a um corpo sobre o plano inclinado está para a aceleração da queda livre, como a altura do plano está para sua longitude.

O valor desta relação é certamente menor que a unidade, de modo que pela aplicação de um plano inclinado se diminui a aceleração, permanecendo aplicáveis todas as leis da queda livre. Se pode, portanto, comprovar experimentalmente com um plano inclinado, as leis da queda livre. Galileu empregava para isso uma tábua de aproximadamente 12 varas de longitude (12 braços de comprimento) e meia vara de altura. Por ela, deixava rolar umas esferas de bronze, determinando os tempos de queda pelo aumento de peso de um recipiente em que caía um delgado jorro de pingos de água. Os resultados que aí se obteve correspondiam verdadeiramente à sua teoria.

Galileu também estudou ligeiramente os lançamentos oblíquos, averiguando (1609) que a curva de projeção era um segmento de parábola mais ou menos deformada pela resistência do ar.

Torricelli (1608 - 1647) e Viviani (1622 - 1703) continuaram os estudos de Galileu, e suas contribuições para a cinemática referem-se principalmente a soluções para problemas relacionados ao movimento da ciclóide.

D'Alembert (1717 - 1783), Euler (1707 - 1783) e Carnot (1796 - 1832) elaboraram a teoria geométrica do movimento.

Mas foi Ampère (1775 - 1836) quem batizou o estudo dos movimentos, sem se preocupar com as causas, de cinemática em sua obra *Philosophie des Sciences*, de 1834, clareando os contornos dessa Ciência especial e situando-a no estudo da Mecânica.

A cinemática evoluiu muito no século XIX, quando chegou-se ao estudo dos movimentos do som e da luz.

O estudo das relações de espaço pertence à geometria Euclideana, ao passo que quando introduzimos a variável tempo, entramos no campo da cinemática. Assim, o espaço percorrido, o ângulo descrito, variáveis conhecidas em geometria, com a intervenção do tempo, passam para outras variáveis, tais como velocidade, aceleração, velocidade angular e aceleração angular. Os movimentos podem ser estudados do ponto de vista analítico (cinemática escalar) e gráfico (cinemática vetorial).

Física e Matemática, historicamente, caminharam juntas. Foi somente com Newton e Leibniz, que criaram o cálculo infinitesimal, que estas Ciências começaram a tomar rumos distintos. No que tange à cinemática, a limitação dos conhecimentos matemáticos não impediu a elucidação de fenômenos físicos. Pelo contrário, a Matemática permitiu, a partir de Galileu, se proceder o estudo analítico dos fenômenos, configurando-se um instrumento poderosíssimo de argumentação e de tomada de decisões.

As leis do movimento como as conhecemos hoje, só foram enunciadas muito depois de sua descoberta, mas isso também foi causado pela ausência de um sistema de unidades apropriado, que permitisse uma perfeita correlação entre as grandezas. Um obstáculo grande encontrado pelos cientistas foi a falta de instrumentos apropriados para realizar as experiências por eles imaginadas. Por exemplo, Galileu deduziu que os corpos de pesos e formas diferentes cairiam exatamente na mesma velocidade no vácuo, mas naquele tempo ele não se conseguia o vácuo para poder provar essa afirmação. Outra limitação instrumental encontrada por Galileu foi a inexistência de um relógio preciso o suficiente para medir os tempos de queda dos objetos por ele estudados.

A Matemática, portanto, configurou-se na única arma disponível para os físicos provarem suas teorias, em tempos onde as experiências eram muito difíceis de serem levadas a cabo.

Galileu sabia muito bem disso:

> O critério racionalista da Ciência é demonstrado em toda a pesquisa de Galileu, que tende sempre à dedução dos fenômenos de princípios simples formulados e estudados na linguagem das matemáticas. A observação (e portanto também a experiência) é invocada para sugerir as hipóteses, mas destas se requer uma ‘demonstração necessária’, a qual parecerá efetivamente possível, se se admite que as entidades que formam o objeto do pensamento matemático são também os elementos constitutivos da natureza (ENRIQUES & SANTILLANA, 1940, p. 378).

A valorização da Matemática feita por Galileu também pode ser evidenciada em uma de suas biografias:

> Para Galileu, *a Matemática é o cimento das Ciências*, é a garantia de sua coerência, é a defesa segura contra qualquer tentativa de acolher no mesmo edifício, ‘com distorções de palavras’, proposições de várias procedências incompatíveis entre si. Neste sentido a Matemática se

> constitui um complemento indispensável da experiência, constitui o único instrumento que pode transformar os dados recolhidos pela observação em autêntico conhecimento. Galileu não podia medir toda a complexidade deste instrumento, mas o mérito que teve ao der-lhe importância mantém-se, de qualquer maneira, fundamental (GEYMONAT,1997, p. 319).

Como podemos perceber ao longo do que foi visto até aqui, a interface Matemática/Física, no que tange ao conceito de função e na cinemática remonta seus mais remotos antepassados, chegando a se confundir com a própria gênese do desenvolvimento da mecânica, na qual apresentam uma origem comum. Entendemos que não foi por acaso que isso aconteceu, e nossa idéia é, em princípio, reeditar essa epistemologia, trazendo-a para a sala de aula. Evidentemente que não nos limitaremos à regra de Merton, pois hoje dispomos de instrumentos mais elaborados para o desenvolvimento do estudo das funções e do movimento, mas, guardadas as devidas proporções, planejamos construir uma situação-problema que leve o aluno a abstrair a idéia de função com base na análise de fenômenos físicos, como o movimento uniforme e o movimento uniformemente variável. Discursaremos mais propriamente sobre essa situação-problema em capítulos posteriores.

O estudo histórico dessa íntima ligação Física/Matemática nos dá respaldo suficiente para que acreditemos que essa idéia possa ser levada a cabo com sucesso. Estaríamos, assim, aproximando os alunos da própria construção da Ciência, esperando que isso motive ainda mais os estudantes no caminho da aprendizagem, aprimorando sua capacidade de investigação, e despertando neles o exercício do pesquisar, lado a lado com o gosto pelo conhecer, a inquietude no buscar e o prazer da descoberta científica, fato que é, em última análise, o objetivo deste trabalho.

3 – METODOLOGIA

Empregaremos neste trabalho a metodologia de pesquisa conhecida como *engenharia didática*, amplamente utilizada nos estudos da Didática da Matemática, e inserindo-se, portanto, em seu quadro teórico.

A noção de engenharia didática emergiu no início da década de 80, e apresentamos aqui seus pontos mais relevantes a esta pesquisa, com base no texto de ARTIGUE (1988). Segundo ela, o termo engenharia didática indica uma forma de trabalho didático:

> ... um trabalho comparável ao de um engenheiro, que para realizar um projeto preciso, se apoia sobre os conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle tipicamente científico, mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre os objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e a enfrentar praticamente, com todos os meios de que dispõe, os problemas que a ciência não quer ou não pode ainda levar em conta (idem, op. cit., p. 283).

Características Gerais da Engenharia Didática

Segundo ARTIGUE (op. cit.), temos as seguintes características gerais:

I) É um esquema experimental com base em “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de seqüências de ensino. Nela se distinguem dois níveis: a microengenharia e a macroengenharia. As pesquisas de microengenharia estudam um assunto específico, são localizadas, ponderam principalmente os fenômenos da sala de aula. A macroengenharia leva em consideração os fenômenos ligados à duração nas relações ensino/aprendizagem.

II) A engenharia didática se diferencia das outras modalidades de pesquisas baseadas em experimentação em sala de aula pelos registros nos quais ela situa os modos de validação que lhe são associados. Essa validação é feita internamente, baseando-se na confrontação de uma análise *a priori* (que é baseada no quadro teórico) com uma análise *a posteriori*.

III) Os objetivos de uma pesquisa de engenharia didática podem ser diversos. DOUADY (1987) distingue, por exemplo, as pesquisas que visam estudar os processos de aprendizagem de um dado conceito e, portanto, uma elaboração particular com origens artificiais para um dado conceito, daquelas que são transversais ao conteúdo, mesmo que se baseiem no ensino de um domínio específico.

Fases da Engenharia Didática

A engenharia didática se divide em quatro fases distintas, que detalhamos a seguir.

Fase 1 – As análises preliminares

São análises que se efetuam e se apóiam em um quadro teórico didático geral e sobre os conhecimentos didáticos então adquiridos nos domínios estudados. Essas análises embasam a concepção da engenharia e são retomadas e aprofundadas ao longo da pesquisa. Os objetivos da pesquisa é que norteiam o grau de aprofundamento dessas análises.

Fase 2 – Concepções e análise *a priori*

Nesta segunda fase, o pesquisador deve agir sobre certas variáveis do sistema chamadas variáveis de comando, que podem ser de dois tipos:

→ variáveis macrodidáticas ou globais, que concernem à organização global da engenharia;

→ variáveis microdidáticas ou locais, que concernem à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase. Essas podem ser de ordem geral, dependendo do conteúdo didático de ensino visado. Por exemplo, podemos ter variáveis intrínsecas ao problemas, que são de ordem geral, e variáveis que dependem da situação, que concernem à organização e gestão do meio, que são específicas.

Segundo BROUSSEAU (1981), é preciso assegurar-se constantemente da capacidade da concepção geral de permitir a invenção, a organização e o desenvolvimento de situações locais, conforme os quadros teóricos gerais sobre os quais se apóia a engenharia.

Desde esta fase de concepção e de análise *a priori*, deve-se instaurar o processo de validação.

> A análise a priori deve ser concebida como uma análise do controle dos sentidos: muito sistematicamente, a teoria construtivista parte do princípio do engajamento do aluno na construção do conhecimento por intermédio de interações com um certo meio, a teoria das situações didáticas, que serve de referência à metodologia da engenharia teve desde sua origem a ambição de se constituir como uma teoria do controle das relações entre sentidos e situações (ARTIGUE,1988, p. 293).

ARTIGUE escreve ainda que:

> O objetivo da análise a priori é determinar no que as escolhas feitas permitem controlar os comportamentos dos alunos e o significado de cada um desses comportamentos. Para isso, ela vai se basear em hipóteses e são essas hipóteses cuja validação entrará, em princípio, indiretamente em jogo, na confrontação entre a análise a priori e a análise a posteriori a ser operada na quarta fase (idem, op. cit., p. 294).

Em geral, a análise a priori comporta uma parte descritiva e uma parte previsiva, que é centrada sobre as características de uma situação a-didática que se quer construir e que se quer aplicar aos alunos visados na experimentação. Nela deve-se:

a) descrever as escolhas feitas no âmbito local e as características da situação a-didática decorrente;

b) analisar o desafio da situação para o aluno, decorrente das possibilidades de ação, escolha, decisão, controle e de validação de que ele disporá durante a experimentação;

c) prever os campos de comportamentos possíveis e mostrar no que a análise efetuada permite controlar o sentido desses comportamentos e assegurar que eles resultarão no desenvolvimento do conhecimento visado.

Fase 3 – A experimentação

Esta fase compreende a execução da engenharia com uma determinada população de estudantes, respeitando as escolhas e deliberações feitas na análise *a priori*. Ela pressupõe:

a) a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa aos alunos que participarão da experimentação;

b) o estabelecimento do contrato didático;

c) o registro das observações feitas durante a experimentação.

Fase 4 – Análise *a posteriori* e validação

Esta fase se apóia sobre os dados recolhidos na fase de experimentação. É feito um tratamento dos dados e, se necessário, recorre-se a dados complementares, tais como questionários, entrevistas e outros.

Por fim, procede-se à validação ou refutação das hipóteses levantadas no início da engenharia através da confrontação entre as análises *a priori* e *a posteriori*.

4 – QUADRO TEÓRICO

4.1 – O CONTRATO DIDÁTICO

No estudo das relações professor/aluno, identificamos regras e convenções estabelecidas que atuam em sala de aula. Em geral, tais regras são implícitas e se manifestam apenas quando são quebradas, tal como se fossem cláusulas de um contrato.

Ao conjunto dessas regras e comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e vice-versa, dá-se o nome de contrato didático.

> Esse contrato é o conjunto de regras que determinam, uma pequena parte explicitamente mas sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro (BROUSSEAU, 1986, p. 51).

O contrato didático depende das escolhas pedagógicas adotadas pelo professor e pela instituição de ensino. Uma prática pedagógica comum, é aquela na qual o professor dá aulas expositivas, seguindo uma seqüência contida em um determinado manual didático que os alunos possuem. Ele explica um certo conteúdo ou conceito, apresenta exemplos e passa exercícios para os alunos resolverem em sala de aula. O aluno deve compreender a explicação e conseguir resolver os exercícios. Se ele não conseguir, o professor deve ajudá-lo, guiando o seu trabalho por meio de indicações diretas sobre a resolução do exercício em questão.

Já em uma modalidade pedagógica na qual os alunos trabalham em duplas e seguem roteiros contidos em seqüências didáticas elaboradas e organizadas pelo professor, o contrato didático é diferente. Apoiado na produção dos alunos é que o professor procede à institucionalização do saber, através de sessões coletivas com a participação interativa dos alunos. Os exercícios propostos na situação-problema não necessariamente têm solução e a validação dos resultados configura uma parte dessa prática pedagógica.

Em geral, o contrato didático se manifesta quando se procede uma ruptura por qualquer um dos parceiros. Neste caso, é comum se proceder uma renegociação para que se possibilite a continuidade do processo de ensino/aprendizagem. A não ser que a ruptura seja premeditada e deliberada, essa renegociação não é percebida pelos parceiros da relação didática.

O contrato didático prevê a evolução do saber e, via de regra, qualquer procedimento ou comportamento que dificulte ou inviabilize essa evolução, será entendido como uma ruptura, e um novo contrato terá que ser estabelecido entre o professor e os alunos.

Os alunos geralmente evidenciam dificuldades no processo de adaptação a novas regras de um contrato. É importante que o professor, consciente dessas dificuldades momentâneas, seja compreensivo o suficiente para garantir que haja uma adaptação o tão harmônica quanto possível, para que não se prejudique a continuidade do processo ensino/aprendizagem.

BROUSSEAU (1986), afirma que grande parte das dificuldades manifestadas pelos alunos no processo de aprendizagem, deve-se a efeitos nocivos provocados pelo contrato didático. Alguns desses efeitos (também chamados de paradoxos ou incoerências) são: efeito *Topaze*, efeito *Jourdain*, o escorregamento metacognitivo (*glissement métacognitif*), o uso abusivo de analogias e o envelhecimento das situações de ensino[1]. Não nos aprofundaremos nesses efeitos por não terem ligação direta com nossa investigação.

Segundo CHEVALLARD (1988), o contrato didático reúne três elementos: o professor (aquele que ensina), o aluno (aquele a quem se ensina) e o saber (considerado o *saber ensinado*). As interações didáticas entre o professor e o aluno, a propósito do saber, são regidas pelo contrato didático através das chamadas relações didáticas. As cláusulas do contrato regem essas relações e até os detalhes do processo, estando tudo submetido à sua legislação.

Dentro de nossa visão de ensino, entendemos que o contrato didático deve ser estabelecido de forma a permitir que os alunos avancem no projeto de ensino de forma *autônoma*, que *possam caminhar com seus próprios pés*, que possam construir o conhecimento num processo dinâmico e interativo com os colegas e com o professor. O professor deve, o tanto quanto possível, evitar os efeitos nocivos do contrato, e para isso, pode precisar efetuar renegociações contínuas. Essas renegociações devem ser firmes, para garantir que os objetivos do processo ensino/aprendizagem não sejam desvirtuados ao longo das sessões/aulas. Em outras palavras, o que estamos afirmando é que os alunos tendem a solicitar ao professor uma postura que transforme o processo de aprendizagem em algo cômodo para eles, que o professor facilite o máximo a transmissão dos conteúdos, explicando tudo em detalhes, com bastante exemplos e que os exercícios propostos aos alunos sejam fáceis. O professor deve então, ter uma postura bem definida e firme para evitar esse tipo de comportamento e não deixar que isso modifique sua prática pedagógica.

Os contratos mal negociados, mal adaptados ou mal compreendidos podem gerar desentendimentos com os alunos, e eles podem ter a sensação de estarem sendo enganados. Esse tipo de descontentamento pode, em última instância, se constituir em verdadeiros fracassos escolares.

[1]: mais detalhes: BROUSSEAU, Guy: Fondaments et Méthodes de La Didactique des Mathématiques, RDM, Vol. 7, nº 2, pp. 41-46, 1986)

4.2 – A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Esta teoria foi desenvolvida na França por Guy Brousseau e trata das diferentes maneiras de se apresentar um conteúdo didático aos alunos. Ela está intrinsecamente ligada aos conteúdos matemáticos, mas sua abrangência nos permite estendê-la ao ensino da Física também.

O significado do saber escolar para o aluno é influenciado pela forma didática pela qual os conteúdos lhe são apresentados. O conhecimento deve fazer sentido para o aluno e deve estar vinculado a um processo de promoção existencial.

Situação Didática e Situação A-didática

> A concepção moderna de ensino requer que o professor provoque nos alunos as adaptações necessárias, por escolha judiciosa dos problemas de modo que o aluno aceite agir, falar, refletir, evoluir por si mesmo. Entre o momento que o aluno aceita o problema como seu e produz sua resposta, o professor se recusa a intervir como o que propõe os conhecimentos que ele quer invocar. O aluno sabe bem que o problema foi escolhido para lhe fazer adquirir um novo conhecimento, mas ele também deve saber que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que ele pode construí-lo sem apelo às razões didáticas. (...) Uma situação desse tipo é chamada situação a-didática. Neste sentido, desaparece a intenção de ensinar (ela é sempre específica do saber) (BROUSSEAU, 1986, p. 49).

Essa situação ou esse problema escolhido pelo professor é uma parte essencial da situação mais ampla: o educador procura fazer a “devolução” ao aluno de uma situação a-didática que provoca nele a interação a mais independente e a mais fecunda possível. Por isso, ele comunica ou se abstém de comunicar, conforme o caso, a partir das informações, das questões, dos métodos de aprendizagem. O professor está então implicado dentro de um jogo com um sistema de interações dos alunos com os problemas que lhe são propostos. Este jogo ou esta situação mais ampla é a situação didática.

Em outras palavras, a situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos e um sistema educativo (o professor) com o intuito de transmitir a esses alunos um saber constituído ou em vias de constituição.

A noção de devolução é definida por BROUSSEAU (op. cit.) como o ato pelo qual o professor faz o aluno aceitar a responsabilidade de uma situação de aprendizagem a-didática e aceita as conseqüências dessa transferência de responsabilidade.

Se o aluno toma para si a convicção da necessidade da resolução de um problema e o faz com sucesso, então inicia-se o processo de aprendizagem.

A situação a-didática representa, assim, o momento mais importante da aprendizagem, pois o sucesso que o aluno nela alcança significa que conseguiu sintetizar um conhecimento. E essa proposta está diretamente ligada ao construtivismo, na medida em que coloca o aluno numa posição de construção do conhecimento. Sendo assim, o trabalho com a resolução de problemas torna-se o eixo condutor de toda uma atividade educacional.

O papel principal do professor passa a ser o de encontrar problemas adequados que possam instigar a mobilização de conhecimentos por parte do aluno, impulsionando-o para a elaboração de novos saberes. O aluno deve ser sempre estimulado a procurar superar, por seu próprio esforço, os desafios e as passagens que conduzem ao raciocínio na direção de sua aprendizagem.

BROUSSEAU (op. cit.) desenvolveu uma tipologia de situações didáticas para descrever as relações do aluno com o saber.

a) Ação: é uma situação que coloca para o aluno um problema cuja solução constitui o conhecimento a ensinar e o aluno passa a agir sobre o problema, de maneira direta através da manipulação livre ou segundo instruções, sem a intervenção do professor. O conhecimento produzido é de natureza operacional e o aluno não é solicitado a explicar os modelos teóricos em que se fundamentou.

b) Formulação: é uma situação na qual o aluno, para resolver o problema, utiliza esquemas teóricos explícitos, por meio de uma linguagem apropriada, mais elaborada, com base em uma atitude mais reflexiva. O aluno troca informações com uma ou várias pessoas, através de mensagens escritas ou orais, explicando as ferramentas que utilizou e a solução encontrada.

c) Validação: é o momento em que o aluno ou grupo de alunos utilizam mecanismos de prova, nos quais o saber é tomado com esta finalidade. BALACHEFF (1988) descreve este processo como uma atividade que tem por finalidade assegurar a validade de uma certa proposição, podendo consistir na produção de uma explicação teórica. Essa explicação pode se consistir de um discurso que tem por objetivo tornar o conhecimento compreensível a outra pessoa. Assim, a dialética da validação pode se dar por meio de debates sobre a certeza das asserções, e em interações entre os alunos e o meio.

d) Institucionalização: é uma situação que tem por objetivo estabelecer o caráter de objetividade e universalidade do saber, que passa a ter uma função que extrapola o contexto local. São situações em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber, elevando-o a um *status* que não depende de aspectos subjetivos e particulares. O professor é encarregado de selecionar os pontos essenciais que devem passar a constituir um saber formal, oficial, que deve ser incorporado como patrimônio cultural.

É importante observar que essas categorias de situações se interrelacionam intensamente. A atividade de formulação, por exemplo, é indissociável da atividade de validação. Tanto numa quanto em outra, o aluno pode recorrer a dois tipos de linguagem: a natural e a simbólica, sendo que é mais comum que ele se expresse numa linguagem que associa os dois tipos, de forma simultânea. Muitas dificuldades reveladas pelos alunos podem estar associadas ao domínio insuficiente de um dos dois tipos de linguagem.

Os procedimentos pedagógicos que permitam aos alunos o acesso aos conceitos desejados devem ser tais que contemplem os quatro tipos de situações descritos nesta teoria. O principal a ser observado é que o professor não forneça ele mesmo as respostas. Ele deve procurar situações que dêem ao aluno a oportunidade de elaborar o seu próprio conhecimento. A abordagem construtivista, baseada nas concepções piagetianas de aprendizagem, encaixa-se bem nesse contexto.

Neste trabalho, através da metodologia da engenharia didática, procuramos apresentar situações-problema que são concebidas com base nas idéias básicas desta teoria de situações, visando abraçar os objetivos pedagógicos já descritos por nós nos capítulos precedentes.

4.3 – OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

O uso das representações no ensino da Matemática vem sendo largamente pesquisado na França por Raymond Duval, e seu trabalho é vastamente utilizado no âmbito das pesquisas que investigam a aquisição de conhecimentos e a organização de situações de aprendizagem.

A teoria de Duval é bastante ampla e complexa. Faremos aqui um breve resumo dos pontos mais significativos ao nosso trabalho relacionados com essa teoria.

A aprendizagem matemática está vinculada à utilização de sistemas de expressão e representação que extrapolam a língua natural e as imagens: são sistemas diversos de escrita para números, notações simbólicas para objetos, escritas algébrica e lógica que adquirem *status* de línguas paralelas para exprimir as relações e operações, as figuras geométricas, os gráficos, diagramas, esquemas e outros.

Devemos observar que para a compreensão da Matemática e da Física, é fundamental que se consiga fazer a distinção entre o objeto matemático ou físico tratado e a sua representação. É importante perceber que a construção do objeto se dá mediante diferentes formas de representações e o aluno, em geral, encontra dificuldades em transitar de uma forma a outra.

Para analisar essas dificuldades, devemos entender como se operam as representações. DUVAL (1993) chama de representações semióticas as:

> ... produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais tem suas dificuldades próprias de significado e funcionamento (idem, op. cit., p. 39).

Estas representações parecem ser somente o meio do qual um indivíduo dispõe para exteriorizar suas representações mentais e atendem apenas a funções de comunicação. Mas DUVAL (op. cit.) entende que esta percepção é enganosa, pois segundo ele as representações semióticas são igualmente essenciais para as atividades cognitivas do pensamento, isto é, sem as representações semióticas fica impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que aprende.

DUVAL designa por "*semiósis a apreensão ou a produção de uma representação semiótica e por noésis os atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto"* (op. cit., p. 39). Com base nessa idéia, ele afirma que a noésis somente será possível com a coordenação pelo sujeito que apreende, de várias semiósis, isto é, quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto.

Chamamos de registro de representação a um sistema semiótico que permite preencher funções cognitivas fundamentais ao plano de funcionamento cognitivo consciente. Assim, estabelece-se uma lei fundamental do funcionamento cognitivo do pensamento: não há noésis sem semiósis, ou seja, sem o recurso de uma pluralidade ao menos potencial de sistemas semióticos, recurso que implica sua coordenação pelo próprio sujeito.

Números, palavras (letras), figuras geométricas, gráficos, etc., são representações semióticas, e elas têm dois aspectos distintos: a forma (ou o representante) e o conteúdo (ou representado). Exemplo: em dinâmica, costuma-se usar a representação gráfica de vetores para indicar as forças que agem sobre um corpo. Ora, o vetor não **é** a força, ele **representa** a força, e é importante que o aprendiz saiba fazer essa distinção. A força pode também ser representada por outros símbolos, tais como $\vec{F}$. Desta forma, podem existir diversos registros de representação possíveis para um mesmo objeto, cada qual inserido em um tratamento cognitivo específico.

A passagem de um sistema de representação a outro ou a mobilização simultânea de diversos sistemas de representação durante uma mesma atividade, fenômeno freqüente nas atividades de Matemática e de Física, não é evidente nem espontâneo para a maior parte dos alunos.

Freqüentemente, eles não reconhecem o mesmo objeto através das representações que podem ter sido dadas em sistemas semióticos diferentes.

DUVAL (op. cit.) afirma que é na passagem de um registro de representação a um outro que se pode observar a importância de uma forma de representação. Esta passagem corresponde a operações que são de natureza diferente daquelas de um tratamento. Entende-se por tratamento as operações que transformam uma representação, permanecendo no interior de um mesmo registro e chama-se conversão as operações que transformam uma representação pela mudança de registro. Desta forma, ele entende que as operações de conversão são cognitivamente mais complexas que aquelas de tratamento e, igualmente, bem mais difíceis de se adquirir.

Em seu trabalho, DUVAL (op. cit.) identifica uma notável dificuldade entre os estudantes do Ensino Médio (francês) em operar conversões do tipo representação gráfica → escrita simbólica de relações, registrando em funções do primeiro grau um índice de sucesso inferior a 50%.

Da teoria aqui relatada, entendemos como essencial para nosso trabalho a constatação de que o que garante a apreensão do objeto é a conceitualização e esta é obtida na coordenação entre vários registros de representação. Além disso, devemos enfatizar que essa coordenação nada tem de espontânea. Em nossa seqüência didática, levamos em conta essa coordenação, sem que isso se configure em um objeto de nossa análise didática.

4.4 – A MATEMÁTICA COMO ESTRUTURANTE DA FÍSICA

De acordo com PIETROCOLA (1993), na visão empiricista da Ciência, estabelecida por volta do séc. XVIII, a Física é pensada como sendo a tomada de dados da realidade (experiência) e sua tradução em linguagem matemática. No início do século XX, com Bachelard, Meyerson, Poincaré e algumas décadas depois com Popper, Kuhn, Lakatos e outros, surge uma corrente opositora desse modelo reducionista da produção da Ciência baseada na simples coleta e sistematização de fatos.

Essa nova visão, classificada por alguns autores como *construtivista*, integra a idéia da Ciência dinâmica, inserida num contexto histórico-social, fruto de uma dialética entre o homem e a realidade que já discorremos em capítulos anteriores.

Pois bem, com base nessa nova concepção, PIETROCOLA (op. cit.) destaca dois aspectos complementares sobre o conhecimento físico, que ele define como dimensões temporal e espacial.

a) Dimensão Temporal: esse aspecto se relaciona com a evolução do conhecimento físico ao longo do tempo. Com base nessa dimensão, destacamos o caráter eminentemente humano do conhecimento e valorizamos a epistemologia dos conceitos científicos apoiados no estudo dos processos que viabilizaram sua obtenção. Assim, por meio da epistemologia moderna e a historiografia atual, o conhecimento físico tem seus horizontes alargados, chegando à investigação dos seus modos de produção ao longo do tempo.

b) Dimensão Espacial: esse aspecto trata da estrutura interna do conhecimento científico. Na concepção construtivista a estrutura do conhecimento físico passa a ser reflexo do contexto teórico dentro do qual ele foi forjado. Ele se reveste de um estatuto epistemológico próprio, refletido na própria forma como os conceitos nele presentes são articulados.

A Matemática é encarada, com base nessa concepção, como um elemento essencial na estruturação desse conhecimento.

> Os conhecimentos da Física englobam fenômenos e teorias, sendo estas últimas baseadas em conceitos e leis, e estruturadas por meio da Matemática. As leis fazem o papel de "postulados" da estrutura matemática da teoria, "postulados" esses formulados levando-se em conta a experimentação. As leis físicas fogem, portanto, ao domínio da lógica pura, uma vez que não são justificáveis somente em termos matemáticos (ROBILOTTA, 1988, p.13).

Baseado nessa análise, entende-se que os conteúdos físicos se estabelecem em estruturas lógico-formais, nas quais identificam-se conceitos, princípios, leis, convenções etc., articulados por regras matemáticas bem definidas que lhes conferem uma coerência interna muito forte. Nesta estrutura, os elementos encadeiam-se uns aos outros, formando uma rede conceitual na qual cada um pode ser ponto de partida ou de chegada para as seqüências dedutivas (PIETROCOLA, 1993).

GIORDAN (1987) firma que deve-se examinar os conceitos não tomados isoladamente, mas dentro das redes que eles formam uns com os outros e que conferem sua significação. Os significados são obtidos não pelo conceito em si, mas pela função que eles ocupam dentro da estrutura ou rede conceitual.

Trazendo essa concepção para a prática pedagógica, não nos parece possível ensinar um conteúdo encerrado numa teoria baseada na fragmentação dos elementos conceituais nela inseridos, operando definições de maneira isolada e deduzindo as demais com a pretensão que toda teoria tenha sido apreendida.

> Conscientizar-se das dimensões temporal e espacial do conhecimento permite uma compreensão completa do objeto que se pretende seja apreendido pelo aluno, auxiliando na elaboração de estratégias que o levem a uma aprendizagem eficiente (PIETROCOLA , 1993, p.7).

Ao estabelecer relações operatórias entre os conceitos físicos, a Matemática cumpre uma função estruturadora do conhecimento, emprestando forma às teorias. Esse papel pode ser historicamente comprovado e modernamente não pode mais ser desprezado.

Didaticamente falando, entendemos que não se trata apenas de saber Matemática para poder operar as teorias físicas que descrevem um fenômeno, mas de saber apreender teoricamente o real através de sua estruturação matemática. PIETROCOLA (op. cit.) sugere que sejam desenvolvidas propostas metodológicas para introduzir os alunos na prática de modelização matemática de fenômenos naturais, entendendo esta modelização como uma “arte” que não é “inata” nos indivíduos, mesmo àqueles que já operam com a Matemática como uma ferramenta.

Ressaltando essa necessidade, PINHEIRO (1996) afirma que devemos proporcionar ao estudante oportunidades de adquirir o domínio de modelos matemáticos de modo que possa verificar que por meio deles, é possível resolver problemas práticos e expressar regularidades e transformações, mudanças e permanências entre grandezas físicas.

É nesse contexto que nossa proposta de integração dos conteúdos matemáticos e físicos se situa. A concepção das atividades didáticas que apresentamos nos capítulos subseqüentes toma emprestada a idéia aqui descrita de que a Matemática atua na estruturação do conhecimento físico e essa noção norteia, de maneira implícita, os objetivos gerais desse trabalho, que em última análise, pretende contribuir com o enriquecimento das discussões a respeito das posturas pedagógicas frente às interfaces dos conhecimentos físicos e matemáticos no âmbito da série inicial do Ensino Médio.

4.5 – CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES

Os itens apresentados neste capítulo compõem a estrutura padrão que determina o quadro teórico dentro do qual se encerra o nosso trabalho. Acreditamos que os pilares teóricos aqui fincados, fortalecidos pelos instrumentos de análise didática que descrevemos ao longo dos itens precedentes serão suficientes para nos guiar no rumo dos objetivos específicos traçados para esta investigação e descritos nos capítulos iniciais.

Tal quadro teórico está inserido no âmbito de teorias complexas que não temos a pretensão de esmiuçar, mas com o que foi exposto, entendemos que dispomos dos argumentos necessários ao completo entendimento das hipóteses aqui levantadas e suficientes para as validações teóricas que pretendemos atingir.

5 – A ENGENHARIA DIDÁTICA

Dentro do objetivo deste trabalho de investigação, qual seja analisar as implicações do aspecto interdisciplinar dos conteúdos de Matemática e Física referentes ao ensino/aprendizagem dos conceitos de cinemática escalar básica e de funções de 1º e 2º graus, empreendemos uma engenharia didática com o intuito de validar nossas hipóteses no campo pedagógico.

Nesse contexto, nossa engenharia didática é engendrada no sentido de demonstrar a importância das articulações conceituais entre os conteúdos físicos e matemáticos acima mencionados. Nos capítulos anteriores, fizemos uma análise de ordem epistemológica para nossas hipóteses e agora buscamos sua validação por meio da engenharia didática.

As fases da engenharia didática são desenvolvidas a seguir, começando com uma descrição preliminar do ambiente em que se desenvolverá a aplicação das situações didáticas que serão apresentadas posteriormente.

5.1 – DESCRIÇÕES PRELIMINARES

5.1.1 – O AMBIENTE ESCOLAR

A execução das situações didáticas que propomos neste capítulo foi levada a efeito em uma escola particular de uma cidade do interior do estado de São Paulo. Trata-se de uma escola que conta na presente data com uma população de aproximadamente dois mil alunos, distribuídos desde a Pré-escola até o Ensino Médio. A experiência de ensino que apresentamos foi executada numa sala de primeira série do Ensino Médio propedêutico, que na ocasião deste trabalho, contava com cinqüenta alunos, sendo que a quase totalidade pertence à faixa etária de 14 a 15 anos, advindos da chamada classe média da cidade.

Essa escola é caracterizada por ter postura tradicionalista em relação ao contrato didático. A atuação da direção e da orientação é fortemente punitiva em relação à disciplina, e essa postura também é cobrada de seus professores. É comum nessa escola a existência de câmaras de vídeo nos corredores e nas salas de aula, com o objetivo de inibir os atos indisciplinare. Os alunos que compõem a população que participará deste trabalho são, em sua maioria, advindos da própria escola em suas séries anteriores, o que os torna bastante habituados ao controle disciplinar já mencionado.

Em relação à metodologia de ensino, observamos nessa escola uma tendência ao ensino tradicionalista, como já descrito neste trabalho, revelado por meio de posturas bastante severas dos professores no trato com os alunos e de uma predominância de aulas expositivas e conteudistas. Posturas diferenciadas dos professores são pouco incentivadas, mas também não são coibidas.

As disciplinas de Matemática e de Física adotam livros didáticos de apoio ao trabalho pedagógico. Tais livros são:

Carron & Guimarães. *As faces da Física*: volume único. São Paulo: Moderna, 1997.

Giovanni, Giovanni Jr. & Bonjorno. *Matemática Fundamental*: volume único. São Paulo: FTD, 1994.

Esses livros são escolhidos pelos próprios professores das disciplinas, que todos os anos se reúnem para debater possíveis mudanças ou alterações que julgarem necessárias.

As sessões da seqüência didática foram realizadas em meados do primeiro semestre de 1999 pelo próprio professor pesquisador, em meio às aulas de Física ministradas regularmente.

5.1.2 – OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS

Os alunos chegam ao nível médio de ensino com alguma noção de cinemática, trabalhada anteriormente no nível fundamental. Geralmente, tal noção é meramente descritiva dos movimentos uniforme e uniformemente variável, sendo pouco aprofundados os conceitos envolvidos, tais como velocidade, aceleração e o princípio da relatividade do movimento. Nenhuma ligação com o conceito matemático de função é feita, mesmo porque este só é abordada na disciplina de Matemática ao final do oitavo (e último) ano do ensino fundamental.

Temos portanto uma população de alunos que já ouviu falar em movimento uniforme ou uniformemente variado, mas dispõe de um conhecimento bastante restrito desse assunto, meramente descritivo e sem nenhuma conexão com algum conteúdo matemático nem com alguma aplicação prática em situações reais. Freqüentemente os alunos não lembram mais a que se refere o estudo do movimento, nem têm idéia do contexto em que ele se insere dentro do conhecimento científico.

O conteúdo matemático de função é abordado com maior intensidade no início da primeira série do Ensino Médio. Os alunos que trabalhamos tiveram contato com esse conteúdo por meio do professor de Matemática, com apoio do livro didático já mencionado. Tal livro não apresenta qualquer menção à aplicação do conceito de função na mecânica, nem em alguma outra área da Física.

5.2 – ANÁLISES PRELIMINARES

O conceito matemático de função tem inúmeras aplicações. Dentre elas, interessa-nos particularmente aquela que se refere ao estudo da cinemática. Em geral, nos livros didáticos de Física, o ensino do movimento é efetuado com base na apresentação de fórmulas matemáticas que descrevem o comportamento dos corpos. Sabemos que tais fórmulas são obtidas com o apoio do conceito de função e espera-se que os alunos também saibam. Está se objetivando isso, mas não é dada nenhuma condição para que ele assim faça.

Organizamos uma série de atividades que procuram demonstrar isso. Mostramos nessas atividades que não deve ser um procedimento extremamente trabalhoso operar essa junção de conceitos. Num total de cinco atividades, abordamos os conceitos de MU e MUV, que são descritos por intermédio de suas respectivas funções horárias. Não pretendemos investir no conceito de função; como nossa seqüência didática será aplicada em aulas de Física, procuramos investir nos conceitos relativos ao fenômeno físico estudado, qual seja o movimento.

Com base no uso da linguagem matemática como elemento estruturador dos conceitos físicos, estamos dando maior significação ao próprio conceito de função, e contribuindo para uma aprendizagem mais integrada, na medida que nos utilizamos dos procederes da teoria das situações didáticas e também investimos na questão da conversão de registros, que Duval demonstrou ser de grande importância na aquisição de novos conhecimentos.

5.3 – CONCEPÇÃO DAS ATIVIDADES E ANÁLISE *A PRIORI*

5.3.1 – O MOVIMENTO UNIFORME

O movimento uniforme é estudado com base em duas fórmulas ou equações:

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \text{ (I)} \qquad \text{e} \qquad S = S_0 + V.t \text{ (II)}$$

A primeira é a fórmula usada na determinação da velocidade média de um corpo em movimento. Como o movimento uniforme pressupõe uma velocidade constante ao longo de toda a sua extensão, a velocidade média de uma partícula em movimento uniforme é a mesma em todo instante, podendo ser entendida como velocidade instantânea em qualquer ponto da trajetória. A partir da definição de deslocamento e caminho percorrido, podemos desmembrar o termo ΔS por $S - S_0$, e assim chegamos à segunda equação apresentada. Essa equação é então chamada de função horária do movimento uniforme (MU).

Atividade 1: Exercícios Preliminares; Título: Cálculo da velocidade de um móvel

O conceito de velocidade (comumente confundido com o de aceleração) é de grande importância no estudo do movimento uniforme. Esse conceito é geralmente menosprezado nos livros didáticos, que costumam apresentar apenas a definição da velocidade por meio de uma fórmula. Considerando isso, em nossa seqüência didática elaboramos uma atividade preliminar que aborda o conceito de velocidade.

Essa atividade tem também o intuito de inserir a quebra do contrato didático vigente até então, estabelecendo novas regras entre o professor-pesquisador e os alunos. Basicamente, a ruptura do contrato didático já se manifesta quando o professor pede aos alunos que deixem de lado o livro didático para se dedicar a uma outra atividade. Continua-se alterando o contrato quando os alunos são levados a saber que a atividade a ser feita por eles não estará valendo nota alguma, sendo somente uma atividade comum de classe. Outra ruptura é estabelecida quando o professor pede que os alunos se organizem em duplas, e a última e principal ruptura se manifesta quando os alunos são convidados a começarem a fazer as atividades, sem que o professor as “ensine antes”. Reações do tipo “o senhor não vai explicar o enunciado?” , “não entendi o que é para fazer” , “não sei fazer”, “como começa?” e “a teoria não foi dada” são esperadas e o professor deve insistir nas novas regras para que o aluno deixe de lado a postura cômoda a qual ele está habituado e passe a integrar a nova concepção de aprendizagem construtiva. Investimos assim, na “devolução”, conforme foi definido por Brousseau.

Somente a parte relativa à velocidade é tratada nessa atividade, que se encontra no anexo 1. Os exercícios são em um total de 11, partem do pressuposto de que o aluno tem uma idéia intuitiva do que vem a ser velocidade e procura fazer uma lapidação nessa idéia, permitindo que ele deduza sua fórmula algébrica. A situação modelizada nessa atividade se aproxima bastante de uma situação real, o que deve auxiliar o aluno a compreender a aplicação concreta do conhecimento que ele está experimentando.

Em resumo, os objetivos dessa atividade são:

- permitir ao aluno construir o conceito de velocidade média;

- familiarizar o aluno com problemas práticos envolvendo grandezas físicas muito utilizadas na cinemática;

- proceder uma ruptura e propiciar a renegociação do contrato didático, além de começar a instalar a abordagem construtivista de ensino, introduzindo os alunos ao trabalho em duplas.

Essa atividade leva o aluno a deduzir a fórmula do cálculo da velocidade média de um móvel, evitando apresentá-la como fórmula pronta. Os conhecimentos disponíveis necessários são: conceito de movimento, trajetória e posição. Os conhecimentos antigos e bem estáveis necessários compreendem as operações aritméticas básicas (adição, subtração etc.) e a resolução de equações do 1º grau. O problema parte de uma situação concreta, que envolve conhecimentos que o aluno já possui, através das experiências que já teve em sua vida. A atividade não introduz as palavras *velocidade média*, deixando para o professor a tarefa de fazê-lo, em uma institucionalização posterior.

Os exercícios números 1 a 5 são predominantemente de ação. O aluno age sobre o problema a partir de instruções que materializam um conhecimento de natureza puramente operacional.

Destacamos os exercícios 6 a 9, nos quais ocorrem a formulação e a validação. Essa última é evidenciada na medida em que o aluno deve produzir uma explicitação literal das operações efetuadas. Sabemos que a velocidade média é: (matematicamente) o quociente entre a distância percorrida e o tempo gasto pelo móvel para percorrê-la, ou (fisicamente) uma grandeza física que mede a rapidez com que um móvel se desloca perante um referencial inercial. Pois bem, o conceito físico o aluno já possui (ele sabe que a velocidade mede a rapidez), mas o conceito matemático não. A distância percorrida é obtida com base na diferença entre as distâncias de duas posições distintas ocupadas pelo móvel e o tempo gasto para percorrer essa distância é obtido pela diferença entre o tempo registrado para as duas posições respectivas. Nos exercícios supracitados o aluno é solicitado a dar essas explicações e, portanto, estará validando o conhecimento que estamos investindo. É possibilitada aí a generalização dos resultados, (exercício 9 no qual o aluno descreve a fórmula do cálculo da velocidade média) que servirá como alavanca para uma institucionalização posterior.

Nos exercícios 10 e 11, observamos a materialização da validação, ou seja, o aluno deve utilizar os esquemas teóricos que ele descreveu anteriormente para buscar a solução dos exercícios. Entendemos que os alunos que obtiverem sucesso no final desse grupo de exercícios estarão demonstrando que apreenderam o conteúdo investido.

Na institucionalização, o professor deve explicitar a generalização por meio da fórmula de cálculo da velocidade média, utilizando a linguagem simbólica mais adequada, baseado nisso, propor aos alunos a resolução de outros exercícios sobre o assunto, que podem ser os contidos nos manuais didáticos comuns.

Esperamos que essa atividade proporcione a renegociação do contrato didático e situe os alunos em uma nova realidade de ação pedagógica. Essa renegociação pode ser explícita, para que não pairem dúvidas sobre os objetivos das sessões e sobre os novos métodos empregados. Evidentemente, são esperadas dificuldades nessa adaptação e justamente por isso essa atividade foi concebida e assim classificada como exercícios preliminares. Nela, ainda não investimos em uma integração explícita da Matemática com a Física.

O tempo previsto para aplicação dessa atividade é de duas aulas de 50 min, preferivelmente em aula dupla (duas aulas contínuas).

Atividade 2: Situação Problema; Título: estudando o movimento do trem.

Essa atividade (anexo 2) é dividida em três partes, A, B e C, cada qual com finalidades distintas, num total de 19 questões. Comentamos separadamente cada uma das três partes.

A parte A é a parte experimental, a parte prática, e é composta por 6 exercícios. Com um trenzinho de brinquedo, os alunos são convidados a demarcar vários pontos em sua trajetória, e com o auxílio de um cronômetro, determinar os tempos gastos no percurso do trem até cada ponto demarcado na trajetória. Com o intuito de evitar erros na medida do tempo, o exercício pede que o aluno efetue várias medidas e calcule uma média. De posse das indicações de tempo e distância, os alunos devem calcular a velocidade média do trem, que é constante ao longo de todo o trecho. Essa é uma experiência simples, mas vale a pena ressaltar que os livros didáticos não costumam dar exemplos práticos (reais) de movimento uniforme. A despeito disso, nessa atividade nós partimos de uma situação real e bastante simples para atingir nossos objetivos. No final dessa parte, pedimos que os alunos construam um gráfico, em papel quadriculado, representando as posições do trem e o tempo gasto para percorrê-las a partir de uma origem pré determinada. O aluno deve constatar, no final dessa atividade, que o gráfico obtido representa uma reta.

A parte subsequente (parte B), é composta por 12 (doze) questões, mas nem por isso é mais longa que a primeira parte. Nesses exercícios, fazemos uso do conhecimento matemático do aluno a respeito de função do 1º grau. Partimos da hipótese de que o aluno não sabe, com base no gráfico, escrever a função que o gerou. Em seu trabalho, DUVAL (1993) identifica a dificuldade que os alunos apresentam na conversão de registros no sentido gráfico → algébrico. Sendo assim, elaboramos exercícios que levam o aluno a construir esse domínio. São atividades dirigidas, onde as estratégias possíveis são restritas para que não haja desvio do objetivo desejado. Nessa parte, então, o aluno determina a equação que gerou o gráfico da reta que ele construiu no final da parte anterior, e a partir daí, constrói um modelo geral para qualquer reta. Quando ele faz isso, acaba escrevendo a equação do movimento uniforme que descrevemos no item 5.3.1, que é então apresentada a ele como sendo a função horária do movimento uniforme.

Nessa parte, procuramos levar ao aluno a idéia da importância do domínio do conceito matemático de função no estudo do movimento uniforme. Não se trata mais de usar apenas operações aritméticas básicas para atingir os resultados necessários, mas de utilizar um conhecimento matemático preciso no estudo de um fenômeno físico. Estamos aqui, colocando o aluno frente a frente com uma interseção fundamental de dois conceitos: um físico e outro matemático, mostrando a ele que esses conhecimentos não fazem parte de conjuntos disjuntos. Nessa parte da situação-problema, estamos utilizando um conceito para construir outro ao mesmo tempo que valorizamos o primeiro como parte fundamental da construção.

Pelo que já foi exposto até aqui, a conversão do registro gráfico para o algébrico tende a ser problemática para os alunos. Devemos lembrar também que os alunos que configuram nossa população não dispõem de conhecimentos utilizáveis de trigonometria ou de geometria analítica e, por isso, ficamos restritos ao domínio da álgebra.

Os exercícios dessa parte B proporcionam uma integração explícita do conteúdo matemático de função do primeiro grau e do conceito de MU. A atividade começa com um gráfico de função do 1º grau (reta) e termina com a fórmula da função horária do MU. Sabemos que as conversões de registros verificadas aqui não ocorrem espontaneamente e por isso a atividade é dirigida.

À primeira vista, pode parecer uma seqüência de exercícios bastante simples, mas é importante registrar aqui que os manuais didáticos não procedem de forma semelhante. Acreditamos que os alunos não encaram esses exercícios com a facilidade que a princípio podemos imaginar. Pelo contrário, muitas dúvidas podem e devem aparecer, e esperamos que a constante troca de idéias entre os componentes das duplas sirva para auxiliá-los na obtenção de sucesso ao final dessa parte.

Com base na modelização proposta pelo estudo do movimento de um trenzinho elétrico, podemos, com a estruturação matemática, chegar à construção de um conceito físico. Mas o mais importante é que proporcionamos aos alunos a vivência dessa construção, com exercícios simples extraídos de uma situação real.

A parte C é composta por um exercício formado por dois itens. Trata-se de um exercício de aplicação das conclusões obtidas na parte anterior, sem construir novas estruturas de conhecimento. Damos a oportunidade ao aluno de aplicar os conhecimentos que acabou de construir por meio da resolução das situações propostas nesse exercício,. Antes da execução dessa parte, é necessário que o professor faça uma institucionalização dos resultados obtidos na parte B, que pode ser feita pela revisão dos passos dos exercícios, agora feitos pelo professor, e o destaque ao resultado final, que é justamente a expressão matemática da função horária do movimento uniforme.

Nessa parte C, o professor deve solicitar aos alunos que deixem na folha de resolução da atividade, de maneira explícita, todos os procedimentos que foram utilizados na obtenção da função horária. Aqui, o aluno pode lançar mão de duas estratégias distintas:

a) ele pode calcular a velocidade pela definição trabalhada na Atividade 1, verificar (no item a) o valor do espaço inicial no gráfico e assim construir a fórmula ou

b) trabalhar com a expressão geral da função do primeiro grau ($y = a.x + b$), calcular a função que gerou a reta do gráfico e depois substituir y por S e x por t.

Ou seja, o aluno pode optar por trabalhar no domínio matemático de função ou ficar no domínio físico dos conceitos de velocidade e espaço inicial que foram abordados na parte B dessa atividade. Dessa maneira, podemos observar como os alunos promovem, de forma espontânea, a integração efetiva dos conteúdos de função do 1º grau e de MU.

Ao evidenciar os passos que os conduzem ao resultado procurado, os alunos estão promovendo a validação dos conhecimentos que aqui estão sendo investidos, pois estão trabalhando com uma linguagem formal com a finalidade de demostrar a resposta. Essa validação deve ser reforçada no momento da institucionalização, mediante a promoção de um debate coletivo no qual os alunos são solicitados a explicar como obter a resposta do exercício proposto e de outros que o professor deve criar com esse objetivo. É importante também que, nesse momento, o professor introduza o caso da função decrescente, fazendo com os alunos a associação dessa característica da função com o movimento retrógrado. O professor deve se assegurar de não fazê-lo de forma expositiva, a fim de valorizar a participação dos alunos no debate e assim fortalecer o processo de validação, para podermos garantir que se iniciou o processo de aprendizagem, da forma como Brousseau define.

O tempo previsto para aplicação dessa atividade é de 5 aulas de 50 min. Além dessas aulas, são necessárias outras para as institucionalizações necessárias.

Em síntese, os objetivos dessa atividade são:

- Introduzir os alunos à experimentação física, pois conforme mencionamos no capítulo sobre a epistemologia, esse tipo de experimentação quantitativa se tornou um importante procedimento na busca da elucidação de fenômenos da natureza, e foi a partir de Galileu Galilei que a experimentação passou a ser valorizada nesse sentido. Estaremos, assim, aproximando os alunos da construção da teoria científica e instigando a sua capacidade de investigação, fomentando o gosto pelo ato de pesquisar e despertando o prazer da descoberta.

- Trabalhar a Matemática como estruturante da Física. A partir de uma modelização empírica em que ela dá corpo ao conceito físico de movimento, estamos valorizando seu papel estruturante e resgatando a sua importância dentro do contexto pedagógico na formulação da conceituação científica, ou seja, estamos em pequena escala reeditando parcialmente o processo de construção do conceito de função, conforme descrito no capítulo 2, cuja origem está, entre outras coisas, no estudo do movimento.

- Levar o aluno a construir passo a passo a função horária do movimento uniforme, permitindo que ele vivencie cada etapa desse processo dentro de uma linha construtivista de ação pedagógica.

- Introduzir o conceito de movimento uniforme, apoiado na idéia de velocidade constante, a partir de um exemplo prático, o que é muito diferente de um simples "conhecer a fórmula", pois não investimos na definição e sim na conceitualização.

- Entender o significado dos coeficientes *a* e *b* da função afim. As atividades elaboradas nessa situação problema levam, entre outras coisas, a uma elucidação do papel desses dois coeficientes dentro do comportamento da função afim, bem como trabalham a sua obtenção a partir do gráfico.

- <u>Evidenciar a integração Matemática-Física no estudo do movimento uniforme e suas correlações com o estudo da função afim</u>. Acreditamos que, ao trazer para o primeiro plano essa integração, estamos, em última análise, tornando evidente a nossa hipótese inicial, a gênese deste estudo. A demonstração dessa integração é que pode valorizar toda a nossa idéia e essa atividade evidencia o imbricamento construtivo entre essas duas disciplinas, podendo assim validar as nossas hipóteses.

- Provocar a mudança de registros de forma que os conteúdos sejam abordados sob diferentes aspectos, para que o aluno possa ter a oportunidade de conviver com diferentes representações dos objetos em suas diversas formas e aspectos, facilitando assim o seu acesso ao conhecimento investido, em consonância com o referencial teórico por nós adotado.

- Apresentar aos estudantes um exemplo prático (real) de movimento uniforme, um exemplo simples feito com objetos presentes no cotidiano do aluno, objetos que fazem parte do seu hábitat extra-escola, e que favorecem para que seja criada uma situação a-didática propícia para a germinação de um novo conhecimento.

Ainda dentro de uma análise didática dessa atividade, podemos identificar como conhecimentos disponíveis: sistemas de medidas, sistema internacional de unidades, operações fundamentais com números racionais (adição, subtração, multiplicação e divisão), função do 1º grau, equação do 1º grau, velocidade, velocidade média. Há uma generalização do resultado quando o aluno deve escrever (deduzindo) qual é a função horária do movimento uniforme, no exercício 18 da Parte B. Estimulam-se as mudanças de registro: registro numérico (operações com inteiros e decimais são ferramentas básicas para o estudo), registro gráfico (a construção de um gráfico dá suporte aos objetivos do problema), bem como registros algébricos (determinando a variação das grandezas relacionadas e escrevendo essa relação).

A Matemática envolvida nesse processo atua como estruturante do novo saber, pois o que está em jogo não é apenas a utilização da fórmula de função do 1º grau, mas fundamentalmente o seu conceito.

Numa etapa subseqüente à institucionalização dos novos conhecimentos investidos nessa situação-problema, o professor deve promover a resolução de exercícios de aplicação, que podem ser aqueles que são sugeridos nos manuais didáticos adotados.

5.3.2 – O MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

Atividade 3: Situação Problema; Título: equação das velocidades

Essa situação problema, que está no anexo 3, é composta por 14 exercícios que culminam, como o título já diz, na determinação da equação das velocidades de um móvel. Nesse momento, já estamos nos referindo a um tipo de movimento classificado na Física como movimento uniformemente variado (MUV).

O MUV é um tipo de movimento caracterizado pela aceleração constante ao longo de toda a trajetória. Formalmente, a aceleração é definida como a grandeza física que mede a variação da velocidade ao longo do tempo. Matematicamente, a aceleração é calculada pelo quociente entre a variação da velocidade e o tempo gasto nessa variação, por meio da fórmula:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{(III)}$$

O conceito de aceleração baseia-se na constatação da variação da velocidade. O movimento uniforme (MU) que vimos anteriormente, possui aceleração nula, pois a velocidade do móvel é constante ao longo de toda a trajetória. Em atividades anteriores à aplicação dessa situação problema, deve então ser trabalhado esse conceito de aceleração para que seja possível introduzir a equação das velocidades de um móvel. Chega-se a essa equação substituindo-se na expressão acima, ΔV por $V - V_0$. A expressão final é:

$$V = V_0 + a \, . \, t \quad \text{(IV)}$$

onde V_0 representa a velocidade inicial do móvel.

Essa é a equação de uma função do 1º grau, e os alunos devem, nessa atividade, deduzir sua forma geral a partir de uma tabela onde são dados diversos valores para a velocidade e o tempo. Devemos ressaltar que não foi dado aos alunos a possibilidade de medir as velocidades devido a dificuldades práticas em se realizar a experimentação, mas entendemos que essa restrição não prejudica o desenvolvimento da atividade.

O processo no qual se chega à formula acima é semelhante ao trabalhado na atividade anterior. Conseguimos isso com menos exercícios pois já utilizamos alguns passos trabalhados nos exercícios precedentes. A partir de um registro numérico com os valores das grandezas relacionadas, os alunos deverão, passo a passo, chegar à fórmula geral da função das velocidades. Para isso, existem diversas conversões de registros: numérico → gráfico → algébrico. Essas conversões podem ser problemáticas para os alunos, pois não tendem a ocorrer espontaneamente. Em virtude disso, os exercícios possuem estratégias restritas, sendo essencialmente dirigidas.

Além das conversões de registros, a atividade, assim como a sua precedente, apresenta exercícios que operam os domínios da Matemática e da Física. A atividade começa no domínio da Física (quadro de valores das grandezas e exercício 1), passa para o domínio da Matemática (exercícios 2 a 7) e retorna ao domínio da Física nos exercícios 8 a 14. Assim, estamos novamente promovendo a integração dos conteúdos investidos e conferindo à Matemática o estatuto de estruturadora do conhecimento físico. Esse aspecto é valorizado à medida que partimos do conceito de função do primeiro grau para estudar e explicar um fenômeno físico. O aluno é solicitado a identificar o gráfico como sendo de uma função de 1º grau e, a partir do momento em que se verifica uma grandeza física como constante (a aceleração), procedemos à junção dos conteúdos investidos que culminam na dedução de uma fórmula para a descrição do comportamento da velocidade de um móvel dotado de MUV. Conforme PIETROCOLA (1993) ressalta, estamos trabalhando a apreensão teórica de um fenômeno real com base em sua estruturação matemática, buscando a sua compreensão conceitual global.

O tempo previsto para a aplicação dessa atividade é de duas aulas de 50 min.

As mudanças de registros observadas nessa atividade ocorrem entre os registros numéricos, gráficos e algébricos. Temos ainda os domínios físico e matemático sendo articulados nos exercícios. O conhecimento novo aqui investido é o da equação das velocidades do MUV e ocorre uma generalização de resultados quando o aluno conclui a atividade e chega à forma final da função em questão.

Podemos listar em poucas palavras os objetivos dessa atividade:

- Utilizar os conhecimentos adquiridos na atividade anterior para levar os alunos a construir, com base no estudo da função afim, a expressão de cálculo da velocidade de um móvel em MUV.

- Fortalecer o conceito de aceleração constante como característica determinante do MUV.

- Demonstrar a importância da integração Matemática–Física para a construção do conceito de MUV.

- Provocar a mudança de registros de representação no sentido de corroborar os novos conhecimentos que estão sendo investidos nesses exercícios.

Esperamos que os alunos já estejam habituados ao novo modelo de atividade, representado pela situação-problema e pelo trabalho em duplas. A essa altura, os alunos já devem estar integrados com o novo contrato didático e não devem impor restrições a esse tipo de atividade.

Nos exercícios 1 a 3, observamos uma situação onde predomina os mecanismos de ação. Já do exercício 4 em diante, observamos a presença de esquemas teóricos mais elaborados que caracterizam uma situação de formulação.

Durante a aplicação dessa atividade, o professor deve salientar junto aos alunos a necessidade de que eles sempre explicitem, na folha de respostas, os passos que os levaram à resolução de cada item. Esse tipo de atitude, além de permitir uma avaliação didática mais apurada sobre o material produzido pelos alunos, faz com que eles desenvolvam mecanismos de validação, pois sabem que serão solicitados a explicar os procedimentos que os levaram à resolução de cada item.

O fechamento da atividade deve ser feito com um debate sobre as respostas produzidas pelos alunos, de forma que se proceda uma validação coletiva dos saberes investidos. Nesse debate, feito num momento em que já se dispõe do material produzido pelos alunos, o professor faz perguntas sobre os procedimentos desenvolvidos na solução dos exercícios, dando ênfase às conversões de registros e à generalização dos resultados. A participação dos alunos deve ocorrer de forma interativa, sendo que o professor deve atuar como um mediador, que solicita a participação dos elementos presentes e valoriza cada resposta, utilizando-a como uma alavanca para o desenvolvimento de um conhecimento formalizado.

Atividade 4: Exercícios Intermediários; Título: Função Horária dos Espaços

Essa atividade é composta por 5 exercícios, e é introdutória ao trabalho com a função horária dos espaços do MUV. Essa atividade se encaixa dentro da linha pedagógica defendida nessa engenharia didática, de modo a evitar o fornecimento ao aluno da fórmula pronta.

Destacamos nessa atividade uma propriedade do gráfico *V x t* observada já no movimento uniforme, que prevê que o deslocamento de um móvel pode ser dado pela área da superfície sob o gráfico. Essa propriedade deve ser trabalhada em algum momento anterior à aplicação dessa atividade. Num texto introdutório, afirmamos que essa propriedade também é válida no MUV e, com base nela, organizamos alguns exercícios dirigidos que culminam na equação:

$$S = S_0 + V_0 \, . \, t + ½ \, . \, a \, . \, t^2 \quad (V)$$

apresentada então ao aluno como a função horária das posições de um móvel em MUV.

Essa atividade visa levar o aluno a construir a fórmula acima, levando em conta os pressupostos metodológicos e didáticos descritos neste trabalho.

O tempo previsto para essa atividade é de uma aula de 50 min, que deve ser sucedida por uma institucionalização acompanhada de exercícios de aplicação. Esses exercícios devem envolver a identificação dos coeficientes (que no caso representam o espaço inicial, a velocidade inicial e a aceleração) e a construção do gráfico *S x t*, chamando-se a atenção para a diferença desse gráfico no MUV e no MU. Feito isso, os alunos estão preparados para enfrentar atividade seguinte.

Atividade 5: Situação Problema; Título: A função quadrática e a função horária dos espaços do MUV.

A função horária dos espaços do MUV é uma função do segundo grau. Conhecendo-se as peculiaridades desse tipo de função, podemos estudar com mais detalhes o comportamento de um móvel cujo movimento é descrito pela equação deduzida na atividade anterior.

Essa atividade é composta de apenas dois exercícios, que têm o intuito de evidenciar as relações existentes entre os conceitos físicos e matemáticos envolvidos no conteúdo em questão. Ao compreender que a fórmula (V) é expressa por uma relação funcional apresentada por uma função do 2º grau, o aluno poderá manipular seus elementos componentes, conseguindo dessa forma descrever o movimento que está sendo estudado.

O primeiro exercício situa-se no domínio da Matemática, e tem a finalidade de levar o aluno a determinar certas características da função do 2º grau que serão usadas na questão seguinte. Essas características são: os zeros da função, as coordenadas do vértice, o crescimento e decrescimento, a posição da concavidade (para cima ou para baixo), o gráfico cartesiano e as coordenadas de interseção com o eixo *y*. As estratégias possíveis a serem utilizadas pelos alunos para resolver esse exercício situam-se exclusivamente no domínio da Matemática. Os alunos devem utilizar seus conhecimentos disponíveis de resolução de equação do 2º grau (fórmula de Baskara) e as demais relações que permitem a determinação do vértice da parábola, as raízes e outros. Acreditamos que aqui os alunos não devem manifestar dificuldades, pois esse assunto já é abordado na série final do ensino fundamental e costuma ser novamente tratado na disciplina de Matemática no início do Ensino Médio.

Cada uma das características que descrevemos acima possui uma interpretação física, no caso da função horária do MUV, as quais explicitamos a seguir:

- raízes ou zeros → instantes nos quais o móvel passa pela origem dos espaços;
- coordenadas do vértice da parábola → instante e posição onde ocorre a mudança de sentido do movimento;
- concavidade voltada para cima → aceleração positiva;
- concavidade voltada para baixo → aceleração negativa;
- trecho decrescente da função → movimento retrógrado;
- trecho crescente da função → movimento progressivo;
- interseção com o eixo y → posição inicial do movimento.

No segundo exercício, então, o aluno é solicitado a fazer essa associação. Evidencia-se assim a importância do domínio dos conceitos envolvidos em um gráfico de função do 2º grau para o educando identificar as características do fenômeno físico estudado (MUV). A intrínseca conexão entre os conteúdos físicos e matemáticos demonstram a integração construtiva que se pode conseguir ao evidenciarmos esses conceitos.

O exercício número 1 traz itens que configuram uma situação de ação (itens *a*, *b*, *c* e *f*) e outros que já integram uma situação predominantemente de formulação (*d*, *e*), já que exigem uma atitude mais reflexiva do aluno para respondê-los.

No segundo exercício, no qual o aluno passa para o domínio da Física, entendemos que existe uma situação de validação, visto que o aluno é solicitado a explicar cada item fisicamente, descrevendo o que acontece com o movimento do ponto material, e por isso mesmo, esse exercício apresenta um grau de dificuldade maior em relação ao primeiro, e acreditamos que os alunos apresentem certa insegurança ao fazê-lo. Esperamos que a constante troca de idéias entre os elementos componentes das duplas contribua para que eles alcancem o sucesso nessa atividade.

Os registros algébricos são predominantes nessa atividade, mas deve-se notar a existência de uma conversão para o registro gráfico no item (b) do primeiro exercício. Essa conversão (algébrico $\rightarrow$ gráfico) não deve ser estranha para os alunos, pois exercícios desse tipo são comuns nos manuais didáticos de Matemática.

Nessa atividade, observa-se um menor monitoramento dos passos dos alunos em cada exercício. Ao resolver o exercício 2, o aluno não precisa necessariamente seguir a ordem dos itens (a) a (f) que ele fez no exercício 1. Na verdade, espera-se que ele entenda que os itens (c), (e) e (f) devem ser feitos antes do item (b), para que o esboço do gráfico seja mais apurado. A essa altura, o aluno já deve estar habituado com um trabalho mais independente do professor, e essa autonomia é explorada então nessa atividade.

É importante ainda ressaltar que no início dessa atividade é dado um pequeno texto introdutório que faz menção a um fato histórico. Trata-se de uma breve menção ao cientista Galileu Galilei, que foi um dos grandes responsáveis pelo avanço da Ciência nessa área, conforme já comentamos no capítulo 2. Esse pequeno texto ajuda a situar historicamente o conteúdo abordado.

O tempo previsto para a aplicação dessa atividade é de duas aulas de 50 min. O professor deve proceder a institucionalização dos conhecimentos investidos nessa atividade em seguida à aplicação da mesma. Essa institucionalização deve ser feita de forma a fortalecer a validação e a generalização dos resultados. O professor deve, de posse do material produzido pelos alunos, solicitar deles as explicações que os levaram às respostas dadas e, a partir daí, gerenciar um tipo de debate que conduza às generalizações necessárias. Além disso, a atividade deve ser seguida de mais exercícios de aplicação, ou seja, mais funções horárias de MUV, utilizando movimentos acelerados e retardados, para que o aluno trabalhe com os vários tipos de movimentos.

5.4 – <u>EXPERIMENTAÇÃO</u>

Participaram das atividades os alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola da rede particular de ensino. Eles são em um total de 50 estudantes, mas nem todos estiveram presentes para realizar todas as atividades.

Durante as aplicações, portamos sempre um mini-gravador, no qual foram gravadas as descrições dos acontecimentos que julgamos relevantes. Após cada sessão, a gravação foi transcrita para facilitar a posterior análise.

Descrevemos a seguir como se deu a realização de cada uma das cinco atividades propostas nessa pesquisa, destacando os principais fatos observados.

Atividade 1: Exercícios Preliminares; Título: Cálculo da velocidade de um móvel

Essa atividade foi aplicada em 29 de março de 1999 e dela tomaram parte 47 alunos. Fizemos uma introdução à atividade, comentando com os alunos o que estava para acontecer, explicando os objetivos gerais das atividades que estavam prestes a fazer, inclusive avisando que era parte de um projeto de pesquisa didática sobre as disciplinas de Física e Matemática, mas isso não despertou grande interesse nos alunos, que não questionaram o professor em nenhum momento.

Dessa forma, estabelecemos as regras do novo contrato didático que estávamos para celebrar e em seguida os alunos foram divididos em duplas. Como o número de alunos presentes era ímpar, formaram-se 22 grupos de dois alunos e um grupo de três alunos. Esses grupos foram formadas espontaneamente, sem nenhuma interferência, e logo em seguida a atividade foi distribuída a todos. A princípio não foi demonstrada nenhuma resistência ao novo tipo de atividade. Cada grupo, que designaremos genericamente como dupla, recebeu apenas uma cópia da atividade, e as respostas deveriam ser marcadas no próprio papel, pois havia espaço para isso.

Embora os exercícios fossem até certo ponto simples, os alunos hesitaram a respondê-los, pois estavam incomodados com o tipo de questão que se lhes propunham. Solicitaram por diversas vezes a intervenção do professor, não entendendo porquê ele estava pedindo que fizessem exercícios sem ter explicado o assunto antes. Mesmo depois de explicado o *modus operanti* da atividade, eles ainda insistiram em solicitar ajuda do professor.

Outra questão que incomodou os alunos foi o fato de estarem fazendo exercícios os quais o professor se recusava a dar maiores explicações ou a corrigir, sendo que estes não estavam valendo nota alguma.

Depois de um certo alvoroço inicial, os alunos se colocaram a ler e a responder às questões. Algumas, de tão fáceis, acabavam sendo incompreendidas e suscitando muitas argumentações.

O tempo gasto nessa atividade foi de duas aulas de 50 min, em seqüência. Todos os alunos presentes tiveram tempo suficiente para responder todas as questões propostas, e não houve cobrança com relação a isso, o que contribuiu para deixar os alunos bem à vontade. Após o pequeno desconforto inicial, o restante do tempo transcorreu sem problemas disciplinares, apesar de existir um certo barulho constante na classe devido às discussões entre os componentes das duplas.

Na aula seguinte a essa aplicação, procedemos a institucionalização dos conhecimentos investidos, reforçando a generalização dos resultados, introduzindo uma linguagem simbólica adequada e propondo novas situações de aplicação da fórmula deduzida.

Atividade 2: Situação Problema; Título: estudando o movimento do trem.

Essa atividade foi dividida em três partes: A, B e C, cada qual aplicada em um momento distinto. Descrevemos a seguir a aplicação de cada uma dessas partes.

A parte A foi aplicada no dia 07 de abril de 1999 e dela tomaram parte 48 alunos.

A sala é muito numerosa, o que dificulta a realização da experiência com o trenzinho. A solução encontrada foi a seguinte: trouxemos a locomotiva de um trenzinho, bem pequena (aproximadamente 5 cm de comprimento), que funciona com uma pilha pequena (tipo AA) e portanto de fácil manuseio e transporte. Tal brinquedo pode ser encontrado facilmente em lojas de brinquedos importados, com preço bastante acessível. Essa locomotiva funciona também fora do trilho, o que facilita a execução da atividade. Pedimos que os alunos abrissem um espaço em forma de corredor entre as carteiras e posicionamos a locomotiva num ponto próximo da extremidade desse corredor. Em concordância com os alunos, foi traçada uma linha reta no chão, com giz, a partir da locomotiva, ao longo do corredor, representando a trajetória a ser descrita pela locomotiva. Os alunos já estavam de posse da folha que continha os exercícios da situação problema 2 parte A e deveriam então definir na trajetória, os pontos A, B, C e outros. Como o chão é composto por um piso quadrangular, os alunos acharam por bem que os pontos deveriam ser marcados em intervalos regulares de 2 pisos. Assim o fizeram, demarcando os pontos requeridos para a atividade. Depois, deveriam medir as distâncias e isso foi feito com a ajuda de um metro comum de marcenaria. Como cada piso tem lado de 40 cm, a distância entre os pontos demarcados foi de 80 cm, regular para todos os pontos.

Devido ao excesso de alunos, não seria possível dividi-los em grupos para que todos realizassem as medidas separadamente. Dessa forma, solicitamos a presença mais próxima de alunos que dispusessem de relógio com cronômetro. Sete alunos se apresentaram e então foi combinado o seguinte: o professor iria ligar a locomotiva no ponto O. Quando ela passasse pelo ponto A, todos os sete deveriam disparar seus respectivos cronômetros, parando-os quando a locomotiva atingisse o ponto B. Depois disso, um outro aluno (voluntário) foi para o quadro negro e, assim que todos tivessem marcado o tempo, ele iria escrevendo-os no quadro. Foram feitas então sete marcações de tempo. Depois, o procedimento foi repetido, sendo então obtidas mais sete marcações. Outros três alunos voluntários foram somando os tempos para a determinação da média aritmética deles. O mesmo procedimento foi feito para a marcação do tempo em relação aos outros marcos (C, D e outros). Algumas marcações tiveram que ser desprezadas, principalmente as dos marcos mais distantes, pois o movimento da locomotiva era atrapalhado por irregularidades no piso que a tiravam da trajetória. Assim, cada tempo colocado na tabela foi obtido com a média aritmética de 14 marcações e arredondado para a primeira casa decimal.

A realização dessa atividade motivou os alunos, que não estavam acostumados a fazer experiências práticas. A classe toda se envolveu e participou com entusiasmo da primeira parte da atividade. A ausência do trilho acabou não prejudicando a atividade e o fato de ter sido feita na própria sala de aula facilitou sua execução, pois remanejar os alunos para o laboratório seria complicado no sentido de que dependeria de um agendamento prévio e disponibilidade de mais tempo.

Os alunos em geral se empenharam na execução da atividade, não encontrando grandes dificuldades em realizá-la. O tempo gasto nessa parte foi de duas aulas de 50 min em seqüência.

Dois dias após a aplicação da parte A, foi então realizada a segunda parte dessa atividade. Isso aconteceu em uma aula isolada de 50 min e algumas dificuldades foram vivenciadas.

O tempo de aula foi insuficiente para completar a atividade. Os alunos, acostumados com a dependência em relação ao professor, solicitaram constantemente por ajuda, sentindo-se inseguros para trabalharem sozinhos. Ainda insistiram na questão da nota, incomodados por não serem premiados por fazer uma série de exercícios sem ajuda do professor. Por não serem atendidos pelo professor, passaram a conversar entre os grupos, visando obter de maneira mais fácil as respostas certas das questões propostas.

Entre as dúvidas mais freqüentes, estavam a manipulação com expressões literais e dificuldades em operações com números decimais.

A essa altura, os alunos ainda não se habituaram ao trabalho em dupla. Geralmente ou dividem as tarefas (um deles faz um exercício enquanto o outro faz o próximo), ou então o aluno mais preparado toma para si a responsabilidade de fazer a atividade, não se importando com a presença do colega, que apresenta uma postura passiva frente a essa atitude.

Os alunos apresentaram dificuldades em entender os enunciados, aparentemente por não lerem com atenção. Uma aluna de nome Carolina foi indagada sobre o nível de dificuldade das questões e respondeu:

_ *É fácil, basta ler com atenção os enunciados que as respostas são simples.*

Mais da metade dos alunos não conseguiu concluir a atividade no tempo de uma aula, deixando de fazer os dois últimos exercícios.

Após essa etapa, realizamos uma institucionalização dos conhecimentos investidos, revisando os passos dos exercícios, chamando a atenção para a fórmula deduzida (função horária do MU) e dessa forma preparando os alunos para enfrentarem as atividades seguintes.

Em 23 de abril de 1999 foi aplicada a parte C dessa situação-problema. Houve um grande intervalo de tempo entre a realização da parte B até a data acima, devido à realização de uma prova bimestral obrigatória pelo regimento da escola e cuja data é determinada pela coordenação pedagógica. Outro fator que contribuiu para o atraso foi o feriado nacional de 21/04 e as comemorações escolares da semana: dia do índio, semana Monteiro Lobato e descobrimento do Brasil, que mobilizam boa parte da escola em torno desses temas. Vale ressaltar que das três aulas semanais de Física que dispomos, duas são na quarta-feira, dia em que se deu o feriado supracitado.

Foi preciso lembrar os alunos das conclusões obtidas na parte B para introduzir o assunto. Os grupos formados para essa parte da atividade foram os mesmos da parte B.

Os alunos continuaram a solicitar muito a presença do professor. Foi necessário relembrar os alunos da fórmula da velocidade média ($v = \Delta S/\Delta t$), que deveria ser usada para resolver a atividade 19b.

Alguns alunos optaram por trabalhar os exercícios mais no domínio matemático, enquanto outros partiam mais diretamente para o domínio físico. Essa diferenciação é analisada com mais detalhes na fase 4 dessa engenharia didática.

Não houve problema de tempo: os 50 min de uma aula foram suficientes para que todos terminassem a atividade.

Uma etapa de institucionalização foi efetivada após a realização da atividade, na aula seguinte. Os alunos foram solicitados a explicar os procedimentos que os levaram à resolução dos exercícios e o fizeram com empenho, demonstrando assim a validação dos novos conhecimentos envolvidos na atividade. As principais dúvidas eram a respeito do item (b), no qual não era dado o espaço inicial (coeficiente *b*), o que dificultava o cálculo do coeficiente *a*. Novos exemplos foram propostos, incluindo casos com função decrescente, visando dar aos alunos um panorama amplo das possibilidades de variação do fenômeno estudado.

Atividade 3: Situação Problema; Título: equação das velocidades

Essa atividade foi aplicada em 12 de maio de 1999 e dela participaram 43 alunos.

A princípio os alunos se mostraram pouco motivados, mas notadamente eles acabaram se empenhando na realização da atividade.

Ainda houve alunos que perguntaram se valia nota. Para essa atividade foram utilizadas duas aulas de 50 min consecutivas e não houve problema de falta de tempo pois a maior parte dos alunos conseguiu terminar todas as questões antes do final da aula.

Os alunos se mostraram mais confiantes para fazer os exercícios, solicitando menos a interferência do professor. Muitos não sabiam o que é termo independente (citado na questão 5), dúvida que foi facilmente resolvida. Eles foram alertados para deixar explícito na folha de respostas os procedimentos utilizados na resolução dos exercícios.

Comentário do aluno Rafael a respeito dessa atividade:

_ *Achei legal e fácil, pois o próprio exercício ensina para a gente o que devemos fazer.*

Na aula seguinte à aplicação dessa seqüência, foi promovido uma espécie de debate visando ao fechamento do assunto. Os alunos foram solicitados a explicar verbalmente os passos da resolução dos exercícios da atividade, justificando-os. Algumas intervenções precisaram ser feitas para evitar o desvio do assunto e manter a atenção ao tema principal, sem que isso prejudicasse o andamento da atividade. Outros exemplos foram trabalhados, incluindo o movimento retrógrado e, em seguida, passou-se à resolução de exercícios contidos no manual didático.

Atividade 4: Exercícios Intermediários; Título: Função Horária dos Espaços

Em 28 de maio de 1999 foi aplicada essa atividade e dela participaram 48 alunos.

Houve necessidade de lembrar aos alunos a fórmula de cálculo da área de um trapézio. Embora essa atividade tenha poucos exercícios, alguns não conseguiram terminá-la no tempo de uma aula de 50 min. Os estudantes demonstraram insegurança no trabalho com expressões algébricas; eles não ficaram à vontade com os exercícios, reclamando a ausência de valores numéricos.

Atividade 5: Situação Problema; Título: A função quadrática e a função horária dos espaços do MUV.

Essa atividade foi aplicada em 25 de junho de 1999 e foi realizada por 45 alunos.

Os alunos se mostraram mais adaptados ao tipo de atividade, sem apresentar resistência prévia aos exercícios. As duplas foram formadas rapidamente, sendo que alguns alunos preferiram mudar de companheiro de dupla. O aluno Rodrigo, reconhecido por ser um aluno com desempenho acima da média, foi um dos que mudou de companheiro. Ao ser perguntado o porquê da mudança, respondeu:

_ *Na outra atividade, eu sabia que o Emanuel estava fazendo bobagem, mas ele não deixava eu interferir. Tudo foi feito do jeito que ele quis e saiu tudo errado. Não quero mais fazer os exercícios com ele, pois senão vamos brigar.*

Esse tipo de atitude não é esperado entre alunos na idade do Ensino Médio, mas de qualquer forma, não foi algo que atrapalhasse o andamento geral das atividades.

A resolução do exercício 1 foi tranqüila e desenrolou-se ao longo de uma aula inteira. Não aconteceram interpelações ao professor. Em geral, percebemos que não havia dúvidas quanto à resolução dos itens. Alguns alunos terminaram antes do final da aula e começaram a resolver o exercício 2. O professor interferiu e pediu que esses alunos aguardassem alguns minutos para que isso fosse feito durante a segunda aula.

No início da segunda aula, começou a resolução do exercício 2. Aqui percebemos dificuldades por parte dos alunos. Instruímo-los para que alterassem a ordem dos itens, devendo o item (d) ser respondido antes do item (c). Os alunos, de maneira geral, identificaram a função dos espaços como sendo a mesma do exercício anterior sem maiores problemas, mas o professor precisou explicar em alguns casos o que exatamente o exercício estava pedindo para ser feito. As explicações dadas pelo professor foram genéricas, sem instrumentalização, de modo que as conclusões tiveram mesmo que partir dos estudantes.

Não houve problemas com relação ao tempo de aplicação. A segunda aula foi totalmente utilizada, sem que sobrasse ou faltasse tempo.

Na aula seguinte, em 30/6, foi feita uma explicação geral da atividade, institucionalizando o saber contido na situação-problema e fazendo uma espécie de debate com os alunos sobre suas respostas ou dúvidas, propiciando assim uma situação de validação dos novos conhecimentos. O debate foi bastante proveitoso no sentido de que houve envolvimento de praticamente toda a classe que, de maneira geral, demonstrou interesse sobre o assunto tratado.

A aplicação da seqüência didática nessa sala provocou uma defasagem no andamento dos conteúdos em relação a uma classe comum, usada como objeto de comparação. Contornamos esse problema sem que se criasse um clima constrangedor ou indesejável e após as férias de julho as referidas classes já se encontravam em posição equivalente.

5.5 – ANÁLISE *A POSTERIORI*

Nessa quarta e última fase da engenharia didática, fazemos uma análise didática dos resultados obtidos na aplicação da seqüência didática, no sentido de validar as hipóteses levantadas nessa investigação. Tal análise baseia-se nos dados colhidos a partir da realização das atividades e de entrevistas efetuadas com alguns alunos que participaram desse projeto. Procuramos fundamentar essa análise com base no quadro teórico descrito nos capítulos anteriores, bem como nas bases da metodologia que adotamos para efetuar essa pesquisa.

5.5.1 – Atividade 1: Exercícios Preliminares; Título: Cálculo da velocidade de um móvel

Conforme ficou descrito na experimentação, a ruptura do contrato didático ocorreu na aplicação dessa atividade, causando estranheza aos alunos. A adaptação a um novo rol de regras não ocorreu naturalmente e nem se esperava que assim fosse. A própria palavra *ruptura* já fornece uma boa idéia da magnitude da mudança de comportamento que se obtém por parte dos alunos. Mas apesar de, e por causa de todos esses transtornos, a atividade cumpriu seu papel com relação a esse objetivo.

Quanto à análise didática, centramos nossas atenções em três grupos de exercícios. O primeiro grupo engloba os exercícios números 1 a 5 e compreende um conjunto de operações matemáticas que devem ser feitas para o cálculo da velocidade média. O segundo grupo abrange os exercícios 6 a 9 e compreende a generalização do cálculo da velocidade média com a dedução da fórmula. O terceiro e último grupo refere-se aos exercícios números 10 e 11, que demonstram a aplicação do conceito de velocidade média na resolução de um problema prático.

Para analisar o desempenho dos alunos nos três grupos de exercícios, assumimos a seguinte classificação hierárquica: não fez (NF);

respondeu errado (RE); sucesso parcial (SP) e sucesso completo (SC). A designação dos itens dessa hierarquia é auto-explicativa no que se refere aos elementos que deles integram. A exceção ocorre com (SP), que é detalhado para cada análise a seguir.

- Grupo 1: exercícios 1 a 5.

Esse grupo de exercícios engloba o que compreendemos como situação de ação. Nenhuma formalização é exigida na resolução desses itens, que consideramos com um grau de dificuldade baixo.

Entendemos como tendo completamente cumprido o objetivo, o grupo de alunos que conseguiu calcular corretamente a velocidade média do carro no trecho A → B.

NF	RE	SP	SC
0	0	0	23
0%	0%	0%	100%

Todas as duplas obtiveram sucesso completo nesse grupo de exercícios. Isso mostra que realmente o grau de dificuldade era pequeno e que aparentemente os alunos dispunham de um conhecimento prévio suficiente para compreender a situação modelizada no início da atividade.

Como dissemos, os mecanismos de ação configuram a base, o início dessa série de exercícios e seu sucesso credencia os alunos a iniciarem os processos de formulação e validação que analisamos a seguir.

- Grupo 2: exercícios 6 a 9.

NF	RE	SP	SC
0	1	10	12
0	4,4%	43,4%	52,2%

Aqui tivemos 1 caso classificado como RE. Essa dupla (n$^{\underline{os}}$ 26 e 27) inverteu os valores a serem subtraídos:

8) subtração 14 – 17

9) a) $S_A - S_B$ *b) $T_A - T_B$*

Ou seja, embora tenha obtido sucesso nos mecanismos de ação, não conseguiu formalizar os passos adotados na solução.

No grupo do Sucesso Parcial, temos alguns casos a destacar. A dupla n$^{\underline{os}}$ 15 e 16 respondeu assim o exercício número 9:

a) subtração

b) subtração

c) divisão

Essa dupla apresentou dificuldades em interpretar o enunciado da questão. Nos exercícios 6, 7 e 8, o mesmo padrão de resposta foi usado por ela.

Por outro lado, alguns alunos não identificam a operação como descrito acima; eles simplesmente indicam a operação que fizeram com os números, ignorando (ou não entendendo) o enunciado que pede para designar determinado resultado como "distância percorrida" e outro como "tempo gasto". Esses alunos em geral respondem no exercício 6:

$$\frac{240}{3} = 80\ \text{km/h}$$

Essas duplas demonstram falta de atenção ou de habilidade na manipulação das variáveis. Aqui não estamos mais trabalhando com números e sim com representações de grandezas, feitas a partir de símbolos (letras), necessárias para a correta demonstração da fórmula. Assim, notamos uma clara dificuldade em formalizar as operações, dificultando o acesso ao conceito investido. Provavelmente esses alunos nunca foram solicitados a responder uma questão semelhante, na qual precisam identificar números como grandezas variáveis e não constantes.

Vejamos outro caso: a dupla nº 13 e 33 assim respondeu o exercício 9:

a) $S_B - S_A = S_X$
b) $T_B - T_A = T_Y$
c) $T_X \div T_Y = ?$

Já os exercícios 6, 7 e 8 foram respondidos corretamente, assim:

6) $\dfrac{dist.percorrida}{tempo\ gasto} = \dfrac{240km}{3h} = 80km/h$

7) $D_F - D_I$ Distância Final – Distância Inicial 440 – 200

8) $T_F - T_I$ Tempo Final – Tempo Inicial 17h – 14h

Essa dupla se confundiu na troca de variáveis no exercício 9, demonstrando certa insegurança nesse aspecto, mas demonstrou dominar os conceitos envolvidos, pois nos demais itens teve ótimo desempenho, formalizando corretamente as operações.

Algumas duplas demonstraram conhecimento de uma linguagem simbólica típica desse conteúdo que é o Δ (delta), que em Física significa variação. A dupla nº 25 e 34 demonstrou esse conhecimento, mas nem por isso obteve sucesso completo:

6) $\dfrac{\Delta S}{\Delta T} = \dfrac{240km}{3h} = 80\ km/h$

7) A subtração entre a distância percorrida entre A e B

8) A hora que ele passou por B menos a hora que ele passou por A

9) a) $S_A - S_B$ b) $t_A - t_B$ c) $V = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$

Vemos aqui uma certa falta de domínio das grandezas física envolvidas, registrando hora como se fosse sinônimo de tempo e uma certa confusão entre distância e posição. Nos itens (a) e (b) do exercício 9 a dupla inverteu os termos demonstrando dificuldades nesse tipo de formulação.

No grupo do sucesso completo (SC), podemos verificar formalizações muito boas. Por exemplo, o caso da dupla Juan/Cintia, no exercício 6:

$$velocidade = \frac{espaço}{tempo} = V = \frac{240km}{3h} = V = 80km/h$$

Outro caso semelhante ocorreu com a dupla n^{os} 22 e 30:

6) divisão da distância pelo tempo

7) subtrai a distância de A (200 km) da distância de B (440 km)

8) subtrai o tempo de A (14 h) do tempo de B (17h)

9) a) $A \rightarrow B = S_B - S_A$

b) $Tempo = t_B - t_A$

c) $\frac{S_B - S_A}{t_B - t_A} = velocidade$

Essa dupla não demonstrou conhecimento prévio formal (não utilizou simbologia do tipo ΔS, Δt ou Vm) e mostrou domínio das operações, explicando corretamente cada uma, ou seja, procedendo à formulação e à validação necessárias à apreensão de um novo conhecimento.

Mais da metade das duplas obteve sucesso completo(12 ou 52,2%) e o grupo de fracasso (NF e RE) teve peso insignificante. Esses números demonstram o alcance dos objetivos propostos para esse grupo de exercícios, quanto ao saber investido.

- Grupo 3: exercícios 10 e 11.

Nos exercícios desse grupo, pretendemos avaliar se os alunos são capazes de aplicar os conhecimentos construídos nos exercícios anteriores, num problema que envolve a própria situação estudada.

Dentro da hierarquia de classificação já descrita para essa atividade, obtivemos as seguintes quantidades:

NF	RE	SP	SC
0	3	3	17
0	13%	13%	74%

A obtenção de sucesso completo pode ser feita por várias estratégias nesse grupo de exercícios. Dentre elas, destacamos as seguintes:

a) utilizando a fórmula obtida em 9c, efetua-se 444 ÷ 5 = 88 km/h; em seguida, usando a mesma fórmula, fazemos distância = V . tempo, ou seja d = 88 . 6 = 528 km.

b) após obter 88 km/h como descrito acima, verifica-se que o tempo gasto para ir de B até C_2 foi de 1 hora e conclui-se que a distância percorrida nesse tempo é de 88 km (distância entre B e C_2). Como a distância de C_1 até B é de 440 km, fazemos 440 + 88 = 528 km, que é a distância procurada.

A alínea (a) acima demonstra uma estratégia que utiliza uma linguagem mais elaborada, um esquema teórico explícito, caracterizando a formulação.

Já a estratégia evidenciada na alínea (b) evidencia um predomínio de esquemas de ação, indicando a ausência da formulação objetiva nos exercícios anteriores, a ausência de um conhecimento formal a respeito do cálculo da velocidade média.

A dupla nºs 22 e 30 utilizou-se da estratégia (b) e foi classificada no grupo do sucesso, embora como já dissemos, não podemos considerar que ela detenha o conhecimento formal que almejamos. Algumas duplas deixaram apenas os resultados nas folhas de questões, dificultando a nossa análise a respeito da estratégia que desenvolveram.

A dupla nºs 6 e 10 apresenta a seguinte solução para o exercício 11:

$$V = \frac{DP}{T} = V = \frac{DP}{6h} \quad 88\,km/h = \frac{DP}{6h}$$

$$DP = 6.88$$

$$DP = 528\,km$$

Essa dupla evidencia uma linguagem mais elaborada, o domínio do conhecimento formal de cálculo da velocidade, evidenciando que procedeu às fases de ação, formulação e validação com sucesso.

Dos três casos de fracasso, dois utilizaram uma estratégia que pode ser aparentemente lógica, mas que não leva ao sucesso. Eis a estratégia utilizada:

a) calcula-se a velocidade média entre C_1 e A: 100 km/h
b) calcula-se a velocidade média entre A e B: 80 km/h
c) para obter-se a velocidade média entre C_1 e B, tira-se a média aritmética dos dois resultados anteriores: 90 km/h
d) multiplica-se esse valor (90km/h) pelo tempo de viagem (6h) para obter-se a distância: 540 km

O erro ocorreu no passo (c), por dois motivos:

1º) as distâncias entre $C_1 \rightarrow$ A e entre A $\rightarrow$ B não são as mesmas;
2º) se as distâncias fossem as mesmas, a velocidade média não seria a média aritmética das velocidades e sim a média harmônica, o que pode ser facilmente demonstrado algebricamente.

Analisando globalmente essa atividade, entendemos que o método foi bem assimilado pela maioria dos estudantes que tomaram parte nessa fase, ou seja, a renegociação do contrato didática foi satisfatoriamente aceita pelos estudantes . Os alunos que não conseguiram o sucesso completo puderam sanar suas dificuldades em atividades posteriores de institucionalização, podendo assim se nivelar com os que apresentaram um entendimento total da atividade.

Com base no índice de sucesso demonstrado pelos números aqui apresentados, acreditamos que os principais objetivos, em termos de saberes investidos nessa atividade, foram atingidos. Destacamos entre esses objetivos a construção do conceito de velocidade média e a correta manipulação de grandezas físicas.

Apesar de demonstrarem uma certa insegurança no início, como comentamos na fase de experimentação, de maneira geral os resultados obtidos nos permite avaliar que a principal virtude dessa atividade foi ter iniciado, com sucesso, um novo modelo de atitude pedagógica, qual seja a ênfase ao construtivismo, baseado na teoria das situações de BROUSSEAU (1986).

5.4.2 – Atividade 2: Situação Problema; Título: estudando o movimento do trem

Parte A: realizada por 22 duplas. Essa parte é composta por 6 exercícios e para analisá-los vamos dividi-los em 3 grupos.

Grupo I: parte experimental, composta pelos exercícios 1 e 2 (itens a, b, c, d).

A parte experimental foi toda monitorada pelo professor e as duplas preencheram a tabela do exercício 2 com os mesmos valores, conforme descrevemos na parte de experimentação (item 5.4). À exceção de algumas duplas que não escreveram as unidades de medida que estavam utilizando e de uma dupla que inverteu as colunas de tempo e distância, os demais completaram com êxito esse grupo de exercícios

Grupo II: Cálculo da velocidade do trem e caracterização como movimento uniforme, composto pelos exercícios 2 (itens e, f), 3 e 4.

A seguir, apresentamos um quadro com os números referentes ao desempenho dos alunos nesse grupo de exercícios:

cálculo da velocidade

NF	RE	SP	SC
0	0	1	21
0	0	4,5%	95,5%

caracterização do movimento

NF	RE	SP	SC
2	6	0	14
9,1%	27,3%	0%	63,6%

Análise:

Os dados indicam que o conceito de velocidade parece estar bem estável. Um único caso de sucesso parcial ocorreu com uma dupla que errou uma operação matemática de divisão com números decimais, o que não compromete a conceituação de velocidade. Acreditamos que os exercícios preliminares (ativ. 1) foram fundamentais para o sucesso desse grupo de exercícios.

Quanto à classificação do movimento, o resultado se mostrou um pouco diferente. A grande maioria (mais de 60%) obteve sucesso completo, o que não quer dizer que todos escreveram que o movimento era uniforme. Significa apenas que a classificação do movimento foi coerente. Como exemplo, a dupla Rodrigo/Diego, ao comparar as velocidades calculadas, escreveu:

ex. 2, item f → *são iguais, o trem é estremamente* (sic) *estável e regular.*
ex. 3 → *ele permanece o mesmo em todos os pontos.*
ex. 4 → *estável e regular, em média.*

As seis duplas que responderam errado, classificaram o movimento como acelerado, provavelmente confundindo o conceito físico de aceleração (ainda não trabalhado com os alunos) com o significado comum (leigo) da palavra aceleração.

Duas duplas não responderam ao exercício 4. Embora tivessem calculado corretamente a velocidade nos itens anteriores, aparentemente lhes faltou criatividade para fazer uma classificação baseada na velocidade constante. Esses resultados não comprometem o sucesso da atividade até aqui.

Grupo III: construção do gráfico, exercícios 5 e 6.

NF	RE	SP	SC
1	0	0	21
4,5%	0	0	95,5%

Nenhum destaque a fazer nesse item no qual quase todas as duplas obtiveram êxito completo. Apenas uma dupla deixou em branco (não fez) o exercício. Apesar de existirem números decimais para o tempo (2,3; 4,6 etc.), acreditamos que o fato de os intervalos de tempo e de distância terem sido regulares atuou como elemento facilitador da construção do gráfico, deixando o exercício com um baixo grau de dificuldade.

Concluímos, com base nos resultados obtidos aqui, que a conversão do registro numérico (tabela) para o registro gráfico é dominada pelos alunos, sem relatos de dificuldades.

Parte B: composta por 12 exercícios que separamos em três grupos para a análise.

Grupo I: exercícios nº 7 a 10 – cálculo do coeficiente *b*.

NF	RE	SP	SC
3	1	7	11
13,5%	4,5%	32%	50%

Aparentemente, os exercícios nº 7 a 10 apresentam enunciados simples e objetivos, mas para os alunos não é bem assim. Esperávamos obter uma margem maior de sucesso completo, o que acabou não acontecendo e revelando assim uma dificuldade existente na interpretação dos enunciados. Três duplas sequer esboçaram alguma solução, enquanto uma dupla escreveu, no ex. 9:

$$b = 240x + 80$$

$$b = 320x$$

quando se esperava apenas que os alunos escrevessem $y = ax + 80$. O erro de origem algébrica acima compromete o sucesso da dupla, pois trata-se de um conhecimento que deveria estar disponível para a realização da atividade.

O subgrupo do sucesso parcial engloba duplas que conseguiram calcular o valor de b mas não foram capazes de escrever a fórmula $y = a.x + b$ substituindo o valor calculado. Como exemplo, apresentamos o caso da dupla nºs 8 e 32:

7) $y = a.x + b$

$y = a.0 + b$

$y = b$

8) $p/\ x = 0 \quad y = 80$

9) $y = b$

$y = 80 \quad ou \quad b = 80$

10) $y = a.x + b$

$y = a.0 + 80$

$y = 0 + 80 = 80$

Essa dupla obteve sucesso até o exercício 9, mas falhou no exercício 10 ao substituir x por 0. Aparentemente, os alunos não reconheceram x como uma quantidade variável, confundindo-o com um valor constante. Isso revela que o conhecimento que deveria estar disponível sobre funções não estava bem assimilado por essa dupla, ao menos quanto ao conceito de variável e constante.

Embora mais de 80% das duplas estejam no grupo do sucesso, entendemos que apenas as que obtiveram sucesso completo (SC) nesse grupo de exercícios têm chance de completar a atividade com êxito até o fim.

Grupo II: exercícios 11, 12 e 13 – cálculo do coeficiente *a* e identificação com a velocidade do móvel.

NF	RE	SP	SC
8	2	3	9
36,4%	9,1%	13,6%	40,9%

Nesse grupo de exercícios ainda temos o grupo do sucesso (SP + SC) com mais da metade das duplas. Observamos também um grande crescimento do número de duplas que não fizeram (passou de 3 para 8). Os alunos que responderam errado mostraram não dominar os registros algébrico e/ou numérico, como o exemplo abaixo (dupla Carolina/André/Aline):

160 = a.2,3 + 80

- a = 10,3 + 160 (-1)

a = 149,7

A manipulação de expressões algébricas simples e a resolução de equações do 1º grau são conhecimentos que deveriam estar consolidados nos alunos que trabalhamos, mas isso não é uma realidade para 100% deles.

Outra dupla (nºs 2 e 10) respondeu assim os exercícios11 a 13:

11) y = a.x + b

80 = a.0 + 80

a = 80 – 80

a = 0

12) y = 0x + 80

13) O valor de A representa a velocidade do carro. O carro está em repouso pois está em velocidade 0

Ou seja, no exercício11, que pede para substituir as coordenadas *x* e *y* do ponto *B* na expressão *y = a.x + 80,* a dupla substituiu as coordenadas do ponto *A* (*x = 0* e *y = 80*). Na sessão seguinte, quando foi realizada uma institucionalização dos saberes desenvolvidos nessa atividade, essa dupla foi indagada sobre sua resolução. Ao ser solicitada a explicar o que fez, uma das componentes da dupla respondeu:

_ *Substituí as coordenadas do ponto A porque é mais fácil do que o ponto B. Se fizesse com as coordenadas do ponto B, daria a mesma coisa.*

Em seguida, a dupla foi indagada sobre o que estávamos analisando, que movimento estávamos estudando (de um carro ou de um trem), até que perceberam que era o trem que estávamos estudando e que ele não estava em repouso, e que isso era um sinal de que alguma coisa estava errada. Posteriormente resolveram substituir as coordenadas do ponto B em lugar do A, e chegaram à resposta correta.

Esse exemplo demonstra a importância de uma fase de validação, na qual os alunos são solicitados a explicar os passos que os levaram ao resultado obtido, necessitando demonstrar a sua veracidade. Essa fase foi obtida com uma interferência construtiva e indagadora por parte do professor, remetendo os alunos a uma atitude reflexiva sobre suas atitudes. Em nenhum momento foi dado aos alunos a resposta pronta. Em virtude do grande número de alunos da sala, essa fase de validação precisa ocorrer coletivamente numa sessão posterior à realização da atividade e não individualmente.

Outro ponto a destacar nesse grupo de exercícios é que dentre as 8 duplas que não fizeram os exercícios (NF), estão as 4 que ficaram no grupo do fracasso (grupo I) anterior. Todas as 9 duplas que obtiveram sucesso completo (SC) também configuravam no quadro de SC do grupo I de exercícios dessa parte da atividade.

Concluímos a análise dessa parte da atividade após a apresentação dos números referentes ao grupo III de exercícios.

Grupo III: exercícios 14 a 18 – determinação da função horária do MU.

NF	RE	SP	SC
12	0	3	7
54,6%	0%	13,6%	31,8%

Este quadro revela o que já havíamos comentado na fase de experimentação, ou seja, que mais da metade das duplas reclamou da falta de tempo para terminar a atividade. Como podemos verificar, uma aula de 50 min realmente não foi suficiente para desenvolver toda a atividade. Com mais tempo, talvez tivéssemos mais duplas no grupo do sucesso, mas isso é apenas uma hipótese que também poderia não ocorrer. Diante desse quadro, na aula seguinte foi feita uma institucionalização dos conceitos envolvidos e os alunos puderam debater sobre suas dúvidas.

Os alunos classificados como SP fizeram corretamente os exercícios 15 e 16, mas deixaram em branco os exercícios 17 e 18, alegando que não tiveram tempo de terminar.

Análise geral da Parte B:

A despeito do tempo, podemos comentar alguns fatores que ficaram evidenciados nessa parte. A maioria das dificuldades se concentraram em:

→ manipulação de expressões algébricas;
→ distinção de variáveis e constantes numa expressão de função;
→ resolução de equação do 1º grau;
→ operações com números racionais em equações do 1º grau;
→ interpretação de texto.

Os resultados, as entrevistas e as perguntas durante a fase de experimentação revelam também alguma insegurança dos alunos nas mudanças de registros. Muitos se perdem ao passar do registro numérico para o algébrico e alguns simplesmente ignoram como fazê-lo.

No trabalho com cinemática, dentro do movimento uniforme, uma premissa básica é escrever sua função horária. Como se espera que um aluno, com base na expressão $S = S_0 + V.t$, escreva a função horária de um movimento específico, se ele não distinguir as constantes e as variáveis dependentes e independentes?

Nessa parte da atividade, os alunos vivenciaram essas dificuldades e muitos a superaram, obtendo sucesso nos exercícios propostos. Entrementes, os demais alunos que não superaram suas dificuldades realmente não dispunham dos conhecimentos básicos necessários para as novas estruturas que deles se esperava.

Por outro lado, os alunos que confirmaram a detenção dos conhecimentos julgados como disponíveis e mobilizáveis na Análise *a Priori*, configuraram o sucesso da atividade, realizando as mudanças de registro necessárias e assimilando satisfatoriamente os saberes investidos.

Essa parte B é composta por questões que evidenciam situações de ação e de formulação. Na sua parte final (exercício 13 em diante), o aluno é solicitado a ter uma atitude mais reflexiva em relação aos resultados que está alcançando, evidenciando uma atitude de formulação. Já a validação ocorre principalmente em uma situação de institucionalização realizada em uma sessão posterior à aplicação dessa atividade. Aí, a postura do professor indagando as duplas que demostram dificuldade, que não fazem o exercício ou que fazem errado, bem como a participação das duplas que obtém sucesso explicando com mais detalhes os passos que trilharam para chegar aos resultados é fundamental para a consolidação do processo de aprendizagem dos saberes que estão sendo investidos.

A integração dos conteúdos de Matemática e Física fica evidenciada nessa parte da atividade, que começa com um gráfico cartesiano e culmina na expressão algébrica da função horária do movimento uniforme. Nesse ínterim, os alunos são solicitados a trabalhar com as mudanças de registros dentro do campo conceitual[1] de função, manipulando seus elementos e fazendo uma ligação destes com os conceitos físicos de posição e velocidade. É verdade que as estratégias são restritas, mas isso não desconfigura a integração dos conteúdos. Dentre outras coisas, ficou exemplificada a dificuldade que os alunos encontram em interpretar uma função horária de um movimento se não sabem claramente a distinção entre variável e constante, se não dominam a conversão do registro gráfico para o algébrico. O domínio do campo conceitual das funções funciona como alavanca para a investida na construção do conceito de MU, a partir do imbricamento entre ambos.

Parte C: composta por 1 exercício, que a seguir fazemos a análise.

Exercício 19 – escrever a função horária com base no gráfico.

NF	RE	SP	SC
0	1	10	11
0%	4,6%	45,4%	50%

1: A teoria dos campos conceituais foi desenvolvida por VERGNAUD, Geràrd (1990). Vide bibliografia.

Nesse grupo de exercícios, metade das duplas apresentou sucesso total. As etapas anteriores de institucionalização e a retomada das conclusões das partes A e B feitas pelo professor atuaram como elementos facilitadores, contribuindo para que alunos que não obtiveram sucesso na atividade anterior pudessem obtê-lo agora. O fator tempo não provocou problemas e nenhuma dupla deixou de fazer a atividade.

As duplas classificadas como SP conseguiram intento no item *a* mas não chegaram ao resultado correto no item *b*, que apresenta um grau de dificuldade maior devido à ausência do espaço inicial (coeficiente *b*) no gráfico.

As mudanças de registro (gráfico → algébrico) se mostraram mais estáveis e não mais um elemento dificultador. Pudemos também observar a presença das estratégias descritas na Análise a *Priori*.

Observemos alguns casos:

→ dupla Amanda/Lívea

item (a)

$y = ax + b$

$x = 0 \qquad y = b$

$b = 30$

$y = ax + 30$

$54 = a.6 + 30$

$54 - 30 = a.6$

$$a = \frac{24}{6}$$

$a = 4$

$y = 4x + 30$

$S = 4t + 30$

item (b)

$$V = \frac{S_f - S_i}{t_f - t_i} = \frac{46 - 21}{8 - 3}$$

$$V = \frac{25}{5}$$

$V = 5\ m/s$

$46 = 5.8 + S_0$

$S_0 = 46 - 40$

$S_0 = 6$

$S = v.t + S_0$

$S = 5.t + 6$

No item (a), a dupla preferiu operar no domínio matemático, fazendo a mudança de variáveis somente no final. Já no item (b), a dupla já se sentiu segura o suficiente para trabalhar somente no domínio da Física, aplicando os conceitos matemáticos necessários de forma perfeita. Vemos nesse exemplo, a integração harmônica entre os conceitos matemáticos e físicos e que o correto trabalho no campo conceitual das funções aparece como elemento consolidante do saber físico,

→ dupla Maurício/Patrícia/Emanuel

item (b)

	S (m)	*T (s)*
A	*?*	*0*
B	*21*	*3*
C	*46*	*8*

$$Vm = \frac{46-21}{8-3}$$

$$Vm = \frac{25}{5}$$

$Vm = 5$

$S = v.t + S_0$

$46 = 5.8 + S_0$

$46 = 40 + S_0$

$S_0 = 6$

$S = v.t + S_0$

$S = 5.t + 6$

Essa dupla optou por operar no domínio da Física, utilizou perfeitamente os conhecimentos matemáticos desenvolvidos na parte (B) e ainda recorreu ao registro numérico (tabela), trabalhado na parte (A), para resolver o problema. O destaque fica por conta das conversões de registro: gráfico → algébrico → numérico, presentes na mesma atividade, atuando com o objetivo de atingir a solução.

Quase todas as duplas preferiram, no item (a), partir da expressão geral de função do 1º grau ($y = a.x + b$) para começar a resolver o exercício. Isso mostra que o domínio do trato com o conceito de função atua como elemento facilitador para os alunos desenvolverem os problemas de Física. Fica evidenciada assim a integração construtiva dos conceitos envolvidos, constituindo um ganho para os alunos em termos de conhecimentos investidos.

De modo geral, essa situação-problema opera a validação das hipóteses levantadas no início dessa investigação, a partir do momento que:

→ promovemos efetivamente uma integração dos conteúdos matemáticos e físicos investidos, na parte B e na parte C principalmente, na qual foi feita a integração de forma espontânea;

→ oferecemos um ganho pedagógico, na medida que a integração passa a atuar como elemento facilitador do trabalho com os problemas da Física (no item a, no qual os alunos optam por usar esquemas teóricos próprios do campo conceitual matemático de funções para encontrar a solução desejada) e que esse trabalho tende a atenuar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes para efetuar conversões de registros gráficos→algébricos (sucesso total de 50% que podemos confrontar com o parâmetro fornecido pelas pesquisas de Duval, descritas no quadro teórico);

→ operamos uma modelização empírica que atua como alavanca para a motivação dos alunos e para a construção de novos saberes, permitindo à Matemática atuar como linguagem estruturante do conhecimento físico, no que se refere aos conteúdos que nos propusemos a analisar.

Assim sendo, examinamos as demais atividades para podermos, ao final, retomar uma análise mais global desse trabalho.

Atividade 3: Situação Problema; Título: equação das velocidades

Essa atividade é composta por 14 exercícios e foi realizada por 22 duplas. Dividimos os exercícios em dois grupos para fazer a análise.

Grupo I: exercícios 1, 2 e 3 – cálculo da aceleração e construção do gráfico.

NF	RE	SP	SC
0	0	0	22
0%	0%	0%	100%

Este grupo de exercícios apresentou aproveitamento total por parte dos alunos. O fato de os exercícios serem semelhantes a outros realizados em atividades anteriores provavelmente foi determinante para a obtenção desse resultado.

Nesse grupo, destacamos um caso (dupla n$^{\underline{os}}$ 44 e 37) que, no exercício 3, quando se pergunta a forma do gráfico, apresenta a seguinte resposta:

_ *É o gráfico de uma função do 1º grau, portanto uma reta.*

Deve-se notar que a atividade não menciona tratar-se de uma função do 1º grau, mas a dupla provavelmente se valeu dos conhecimentos desenvolvidos na atividade anterior para afirmar isso.

Uma análise mais detalhada é feita após a verificação dos dados para o segundo grupo de exercícios .

Grupo II: exercícios 4 a 14 – cálculo dos coeficientes *a* e *b* e obtenção da equação das velocidades.

NF	RE	SP	SC
1	2	3	16
4,5%	9,1%	13,6%	72,8%

As duplas classificadas como SP chegaram corretamente até o exercício nº 12, mas deixaram em branco os dois últimos. As duas duplas que foram classificadas em RE apresentaram erros na manipulação das expressões e/ou em operações matemáticas básicas, demonstrando falhas em conhecimentos que deveriam estar disponíveis para esse nível escolar.

Destacamos aqui dois casos de SC para a nossa análise.

dupla nºs 42 e 43:

4) y = a.x + b → função do 1º grau

5) termo independente: b

p/ x = 0, y = 6

substituindo: 6 = a.0 + b

6 = b

6) y = a.x + 6

7) vamos usar o ponto B: x = 1 e y = 8

y = a.x + 6

substituindo: 8 = a.1 + 6

2 = a

8) Os resultados são iguais. A aceleração é sempre uniforme. (...)

dupla n^{os} 1 e 38:

*8) O resultado é o mesmo. Concluímos que o coeficiente **a** corresponde à aceleração da esfera.*

No primeiro caso acima, verificamos a preocupação da dupla em explicitar os passos utilizados na resolução dos problemas, revelando uma atitude reflexiva e uma linguagem mais elaborada, características de uma situação de formulação.

O exercício 8 dessa atividade pede que se faça uma comparação e que se conclua algo com base nessa comparação. Essas ações (comparar, concluir e também explicar) são próprias de situações de formulação e de validação. Vemos, nos dois casos acima, que as conclusões tiradas pelas duplas estão absolutamente corretas, embora sejam distintas. Note-se também que a atividade não menciona a palavra coeficiente, e portanto a iniciativa de escrevê-la revela o desenvolvimento de uma linguagem formal por parte da segunda dupla destacada acima. Já o outro caso, que diz que a aceleração é sempre uniforme, demonstra que a dupla entende que o coeficiente *a* é constante, e já interpreta isso fisicamente, <u>evidenciando uma integração construtiva de conceitos matemáticos e físicos.</u>

Apoiados nesses resultados, entendemos que os alunos já estão mais seguros no trabalho com a função do 1º grau. A obtenção da função a partir do gráfico já não é mais novidade, e o grupo do sucesso então predomina com ampla margem de diferença.

As mudanças de registro (numérico → gráfico → algébrico) foram realizadas pela maioria dos alunos com êxito ao longo da atividade. A articulação entre os domínios da Física e da Matemática é observada nos exercícios dos grupos I e II e podemos até estabelecer, de um modo geral, uma seqüência que mostra os domínios predominantes:

exercícios	domínio
1	física
2 a 9	matemática
10 a 14	física

Assim, a interação dos domínios é verificada a partir da harmonia dos exercícios e os alunos passam de um campo ao outro com tranqüilidade, agora que já estão numa fase avançada da seqüência didática.

Dessa forma, consideramos que mais uma vez pudemos demonstrar algumas articulações entre os conteúdos analisados e entendemos também que essa integração contribui para agregar valor ao aprendizado, na medida em que ocorre a edificação de um conceito (físico) a partir da "argamassa" proveniente de outro conceito (matemático), que está, assim, estruturando o primeiro.

Atividade 4: Exercícios Intermediários; Título: Função Horária dos Espaços

Essa atividade (anexo 4) é composta por 5 exercícios e foi realizada por 23 duplas.

Temos aqui uma série de exercícios preparados para introduzir a função horária dos espaços do movimento uniformemente variado. Através de uma propriedade do gráfico V x t, colocamos exercício dirigidos, com estratégias pré-determinadas, visando levar o aluno à expressão geral da função horária dos espaços.

NF	RE	SP	SC
1	4	6	12
4,3%	17,4%	26,1%	52,2%

Consideramos que o grau de dificuldade dessa atividade é pequeno e, assim sendo, o grupo do fracasso permaneceu bastante reduzido. A maior parte dos insucessos ocorreu na articulação da fórmula da área do trapézio. No gráfico apresentado no início da atividade, a figura não está em sua posição natural (com as bases horizontais) e isso causou alguns erros logo nos primeiros exercícios. Observemos um exemplo:

Dupla Flávia/Eveline:

exercício 1: $a = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$

$a = \frac{(t+V_0)\cdot V}{2}$ ...

Tendo errado logo o primeiro exercício, não há como obter sucesso no final, pois cada item parte do resultado obtido no passo anterior.

Dentro da linha pedagógica defendida nessa investigação, essa atividade preencheu satisfatoriamente o objetivo a ela atribuído na análise *a priori*, qual seja o de preparar os alunos para o trabalho com a função horária dos espaços do MUV, sem entregar a fórmula pronta aos alunos, mas permitindo que eles construam-na com base em propriedades já conhecidas e equações já trabalhadas.

Atividade 5: Situação Problema; Título: A função quadrática e a função horária dos espaços do MUV.

Essa atividade (anexo 5) é composta por 2 exercícios e foi realizada por 22 duplas. O tempo previsto na análise *a priori* (2 aulas) foi suficiente e os alunos não deixaram de fazer nenhuma questão por falta de tempo.

O primeiro exercício possui 6 itens que exploram as características gerais da função quadrática, trabalhadas exclusivamente no domínio matemático, com registros algébricos e gráficos. No segundo exercício, pedimos aos alunos que dessem uma interpretação física para essas características, no caso de a função quadrática representar um MUV.

Para o exercício 1, podemos resumir o desempenho dos alunos com os seguintes dados:

NF	RE	SP	SC
0	0	6	16
0%	0%	27,3%	72,7%

Essa primeira parte não acrescenta novas estruturas de conhecimento. O exercício é do tipo comum e é apresentado do mesmo modo que costuma aparecer em qualquer manual didático de Matemática da 1ª série do Ensino Médio, o que o torna familiar para os alunos. As duplas classificadas em Sucesso Parcial (SP) apresentaram dificuldades principalmente no estudo do crescimento da função (item d), o que não impede que obtenham sucesso no exercício posterior.

Nesse exercício, predominam as situações de ação, em que os procedimentos são de natureza operacional e o aluno não necessita explicar os modelos teóricos em que se baseou.

O exercício 2 mostra, então, a mesma função do exercício 1, mas apresentada como uma função horária do MUV, com tempo (*t*) no lugar de *x* e posição (*S*) no lugar de *y*. Invertemos também a ordem dos termos:

ex. 1: $y = x^2 - 6x + 5$

ex. 2: $S = 5 - 6t + t^2$

Para esse exercício não há cálculos a fazer, pois todos já foram feitos no exercício 1. Pedimos que os alunos procurassem interpretar fisicamente cada característica da função quadrática abordada no exercício anterior. As duplas foram chamadas à atenção quanto à ordem dos itens, para que pudessem estudá-los com maior clareza e objetividade. Observemos então os números relativos ao desempenho nessa atividade.

NF	RE	SP	SC
1	1	18	2
4,55%	4,55%	81,8%	9,1%

Ao mesmo tempo que tivemos poucos sucessos completos (2), também tivemos poucos fracassos (2). A grande maioria (81,8%) ficou mesmo no sucesso parcial (SP). Como esse exercício possui 6 itens (*a* a *f*), classificamos como SP as duplas tiveram um índice de acerto entre 2 e 5 itens.

Os itens que tiveram maior número de acertos foram:

(b) – gráfico – 15 das 18 duplas acertaram;

(d) – classificação do movimento – 13 das 18 duplas acertaram.

Gráfico → os erros no gráfico ocorreram principalmente por não indicação das coordenadas do vértice e pelo prolongamento da função no lado negativo do eixo horizontal (não existe tempo negativo).

Classificação do movimento → nesse item, o exercício 1 pede que se faça um estudo do crescimento da função. Para dar uma interpretação física para isso, deve-se observar que, quando o gráfico é decrescente, as posições estão decrescendo, ou seja, o móvel está se movimentando em sentido contrário à orientação da trajetória, o que caracteriza um movimento retrógrado. O movimento será progressivo no trecho do gráfico que apresentar um crescimento da função (as posições estão aumentando, ou seja, o móvel está se afastando no sentido positivo da trajetória). Os alunos que erraram esse item não conseguiram observar essas características e acabaram limitados à interpretação matemática.

Vejamos o que respondeu a dupla Rodrigo/Rafael no item d do exercício 2:

O vértice da parábola é muito importante. É nele que sabemos se o gráfico é crescente ou decrescente. No gráfico para $x \leq 3$ é decrescente, para $x \geq 3$ é crescente.

Essa dupla, assim como outras, não conseguiu passar para o domínio da Física; o grau de abstração requerido para isso não pôde ser atingido, revelando que esses alunos têm mais segurança no trabalho com a Matemática.

Os itens que tiveram maior incidência de erros no exercício 2 foram:

(c) - vértice, que corresponde ao instante no qual a velocidade do móvel vale zero: 16 das 18 duplas erraram;

(a) - raízes, que correspondem aos instantes nos quais o móvel passa pela origem dos espaços: 14 das 18 duplas erraram;

(f) - interseção da parábola com o eixo y, que corresponde ao espaço ou posição inicial do móvel (S_0): 13 das 18 duplas erraram.

Abaixo, destacamos algumas respostas do exercício 2:

dupla Aline/Marcela:

(c) *t S*

(3, -4) → *é o ponto que possue* (sic) *menor valor do espaço escalar (ponto de mínimo)*

Comentário: essa dupla parece estar procurando uma interpretação matemática (ponto de mínimo), ao invés de física. Embora a resposta seja verdadeira, não era essa interpretação que buscamos nesse item.

dupla Maurício/Lucas:

(a) raízes 1 e 5 pois cortam o eixo t nos pontos 1 e 5 respectivamente.
(f) S = 5 pois esse é o valor que corta o eixo S na parábola da função do 2º grau.

Comentário: para essa dupla, aparentemente, o simples fato de trocar *x* por *t* e *y* por *S* é suficiente para mudar para o domínio da Física.

O comentário acima para a dupla Maurício/Lucas revela um comportamento típico das demais duplas que erraram esses itens. Ao elaborarmos uma questão mais aberta como essa, é natural que se verifiquem dificuldades de interpretação, mas essas são superadas por meio de debates promovidos posteriormente à aplicação das atividades.

Ao solicitar que os alunos operem uma interpretação dos resultados obtidos, justificando cada uma delas, estamos caracterizando situações de formulação e de validação, pois as duplas precisam se valer de uma linguagem mais elaborada e de uma atitude reflexiva, ao mesmo tempo que precisam explicar o que estão interpretando. Essa validação é reforçada na sessão posterior, quando se propõe uma altercação a respeito dos resultados apresentados, servindo a discussão como alavanca para uma institucionalização dos saberes investidos.

Entendemos que a alta incidência de erros em alguns itens deve-se, principalmente, ao nível de abstração exigido para operar a formalização e a validação dessa atividade. Preferimos então valorizar o êxito obtido pelos alunos em muitos desses itens, acreditando que isso revela um grande potencial de avanço em direção ao entendimento mais amplo das conexões exploradas entre os conteúdos matemáticos e físicos.

Através dessa atividade, podemos observar como ocorre a integração do conteúdo matemático de função do 2º grau e do estudo do movimento uniformemente variado (MUV). O que podemos verificar é que essa integração fica mais difícil para os alunos construírem por si só, conforme fica demonstrado pelos números de sucesso completo e parcial. Os alunos talvez necessitem de uma vivência mais consolidada no trato com o MUV para poderem fazer dessas interconexões um mecanismo de construção de novas estruturas de conhecimentos de maneira mais eficaz.

6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base na aplicação da engenharia didática e na análise do material produzido pelos alunos, podemos levantar vários pontos relevantes à problemática por nós investigada.

No domínio da Matemática.

As mudanças para o registro gráfico foram, de maneira geral, efetuadas com tranquilidade pelos alunos. No caso da função do 1º grau, essa conversão foi trabalhada no sentido de registro numérico → gráfico, chegando a se obter 100% de sucesso (atividade 3, grupo I de exercícios). No trabalho com a função do 2º grau, obtivemos 83% de sucesso no sentido de registro algébrico → gráfico, na atividade 5, exercício nº 1. Esse elevado índice de sucesso não é espantoso, pois essas mudanças de registro exploradas são semelhantes às que encontramos em manuais didáticos comuns. O mesmo não podemos dizer quando essa mudança se procede em sentido contrário, onde não verificamos a mesma facilidade. Dado o gráfico de uma função afim, os alunos da 1ª série do ensino médio não apresentaram familiaridade com a sua mudança para o registro algébrico. Apesar disso, acreditamos que as atividades por nós realizadas contribuiram para diminuir essa dificuldade. Partindo da concepção de que esse tipo de conversão não é espontânea para os alunos, elaboramos exercícios que levam o aluno a construir a forma algébrica de uma função do 1º grau a partir de um gráfico. Num primeiro momento, obtivemos sucesso da ordem de 41% (atividade 2, parte B, grupo II de exercícios), e posteriormente atingimos perto de 73% de sucesso completo (atividade 3, grupo II), o que constitui um avanço nada desprezível. Com base em nossa prática pedagógica, sabemos da dificuldade dos alunos em operar esse tipo de conversão e DUVAL (1993) relatou essa dificuldade (citada no quadro teórico). Sendo assim, entendemos que as atividades aqui citadas contribuiram para que obtivéssemos um ganho pedagógico no domínio da

Matemática, pelo menos no que se refere ao aprendizado dos alunos frente à conversão de registros gráfico → algébrico. DUVAL (ibidem) afirma que a coordenação de diversos registros de representação e a mobilidade do sujeito que aprende perante diversos sistemas semióticos aumentam a possibilidade de apreensão do objeto em estudo (não há *noésis* sem *semiósis*) e, diante disso, nós podemos estender o ganho pedagógico acima mencionado ao domínio das funções como um todo, a partir do momento que procuramos em nossas atividades operar com sistemas de registro de diversas naturezas (numérico, algébrico, gráfico, físico) dentro do campo conceitual funcional da Matemática. É importante destacar também que nossas atividades envolveram conceitos importantes do domínio das funções, tais como constantes e variáveis (dependentes e independentes), apesar de não terem sido objeto de nosso estudo mais aprofundado,

No domínio da Física.

De maneira geral, os saberes físicos que investimos nas cinco atividades de nossa seqüência didática foram apreendidos de forma bastante satisfatória, como podemos perceber pelos resultados apresentados pelos alunos. Podemos citar, por exemplo, a parte C da atividade 2, que contém situações onde o aluno deve aplicar os conhecimentos desenvolvidos nos exercícios anteriores. O grupo do sucesso (SP + SC) compreendeu mais de 95% dos casos, revelando um desempenho muito bom perante os exercícios propostos. Na atividade 1, o grupo III de exercícios também servia à aplicação dos conhecimentos investidos na atividade e o grupo do fracasso (NF + FE) ficou com apenas 13% dos casos, demonstrando um bom grau de assimilação por parte dos alunos. Além desses casos, as demais atividades demonstraram que os saberes investidos foram satisfatoriamente assimilados. Assim sendo, mostramos ser possível proceder ao ensino da Física com base em atividades que valorizam a postura pedagógica construtivista e a estruturação matemática. A realização de experiências empíricas, por exemplo, empolgou os alunos e atuou como elemento motivador da aula. Contribuiu também para situar o aluno num contexto de investigação que representa a Ciência na história do conhecimento. Com base na estruturação matemática, o conhecimento físico ganhou corpo, ganhou consistência e ela conferiu-lhe mais significação trabalhando os conceitos a partir de sua função maior dentro de uma rede ou estrutura conceitual (GIORDAN, citado no quadro teórico). Como PIETROCOLA (1993) destaca, não se trata de saber Matemática para operar as teorias físicas que descrevem o fenômeno, mas de saber apreender teoricamente o real por meio de sua estruturação matemática. Acreditamos ter atingido esse ideal principalmente na atividade 2, onde pudemos operar a modelização de um fenômeno físico como ponto de partida para o estudo de um campo conceitual mais amplo.

Com relação à metodologia.

Os alunos se mostraram inicialmente cépticos quanto à possibilidade de obtenção de sucesso nas atividades a eles propostas. Eles aparentemente ficaram tomados por uma sensação de insegurança que a princípio parecia difícil de ser superada. Mediante a insistência do professor e a continuidade das sessões, as resistências iniciais puderam ser paulatinamente superadas e os alunos puderam trabalhar mais à vontade e com maior eficiência na troca de idéias e experiências entre os componentes das duplas. Com base no bom desempenho demonstrado pelos alunos na maioria das atividades a eles propostas, acreditamos que a linha construtivista que adotamos em nossas sessões frutificou bons resultados e reforça nossa opinião de que esse é um bom caminho para se obter sucesso no ensino das disciplinas escolares em geral. Outro ponto a se destacar foi a renegociação do contrato didático, que a princípio provocou estranheza e reações de resistência, mas que ao longo das atividades se mostrou harmônica e sem traumas, de forma a não comprometer o objetivo didático das sessões. Principalmente a partir das situações-problema por nós elaboradas, acreditamos ter construído situações a-didáticas propícias à germinação dos novos conhecimentos que investimos. O empenho dos alunos em busca da resolução das atividades e o bom resultado demonstrado por eles nesse intuito demonstra que conseguimos atingir o processo de devolução, como descrito por BROUSSEAU (1986).

As institucionalizações.

Ao final de cada etapa da seqüência didática, a prática da institucionalização dos saberes envolvidos nas atividades efetuadas pelos alunos se mostrou fortemente favorável a um bom nivelamento dos novos conhecimentos, permitindo a superação das dificuldades encontradas nas atividades e contribuindo para uma assimilação mais estável e concreta dos conceitos trabalhados nos exercícios.

Cada degrau que foi avançado em uma atividade precisa ser devidamente cercado de atenção para não ser retrocedido. Caminhos divergentes também são corrigidos nessa etapa, de modo a colocar todos os elementos da população em questão direcionados em um só sentido. Dentro do esquema teórico que adotamos para a análise didática desse trabalho, destacamos então nas institucionalizações a fase de validação dos conteúdos abrangidos nas atividades. A prática de debates com uma participação ativa e verdadeiramente interativa dos alunos permitiu que se formalizasse com sucesso os conhecimentos tratados nos exercícios. É bom destacar também que essa etapa é alavancada pelo próprio material produzido pelos alunos e é de posse dele que o professor age, provocando atitudes reflexivas dos alunos frente à sua produção e exigindo deles o uso de uma linguagem mais elaborada e explícita o suficiente para que os colegas possam acompanhar cada detalhe da explicação, produzindo assim os mecanismos de demonstração que caracterizam essa fase.

A linguagem estruturante.

Com base nas análises individuais das atividades propostas em nossa engenharia didática, percebemos que o domínio matemático entra para dar corpo ao conhecimento físico. Principalmente na atividade 2, onde pudemos vivenciar a modelização de um fenômeno real, valorizamos o imbricamento construtivo dos conhecimentos investidos, tendo a Matemática assumido então o *status* de linguagem estruturante do conhecimento físico. A Matemática entra para construir o conhecimento físico, pois esse não pode ser dissociado das expressões matemáticas que o descrevem.

Os conteúdos matemáticos envolvidos adquirem, dessa forma, mais significação. E essa significação é obtida não pelo conceito em si, mas pela função que ele ocupa dentro da estrutura maior, dentro de uma rede conceitual mais ampla.

Sendo assim, entendemos que fica evidenciado esse papel estruturante assumido pela Matemática na concepção dos conteúdos físicos que estudamos. É estruturante pois está presente desde a sua gênese, de forma indissociável, e permanece presente até na sua formulação final, por meio de uma fórmula ou função.

A integração.

Entendemos que a elaboração da seqüência didática foi feita com sucesso no que tange ao objetivo de promover a integração dos conteúdos físicos (cinemática escalar) e matemáticos (funções). Principalmente nas atividades 2 e 3, vimos os alunos transitarem de um domínio a outro sem prejuízo de nenhum dos dois. Pudemos vivenciar a edificação de conceitos físicos a partir de sua modelização matemática, mostrando um avanço construtivo no desenvolvimento dos conteúdos analisados. A perspectiva integracionista de ensino esteve presente, assim, nas atividades desenvolvidas junto aos alunos, andando lado a lado com a proposta pedagógica construtivista dentro da metodologia adotada nas situações-problema.

No caso do movimento uniforme, seu estudo foi alavancado a partir dos conceitos de função do 1º grau (função afim). Cada componente do estudo da função passa a ter uma significação física, que provém de um fenômeno concreto que os alunos podem vivenciar nas atividades.

Já o movimento uniformemente variável é um fenômeno mais complexo que o movimento uniforme. A presença da aceleração muda bastante o comportamento do móvel, a ponto de se estudar suas posições com base em uma função do 2º grau e não mais de uma função afim. Assim, trabalhamos na atividade 5 algumas conexões mais sutis entre os domínios matemáticos e físicos.

Acreditamos que, ao trazer o aluno frente a frente a essas intersecções de conteúdos, estamos promovendo um avanço considerável no entendimento do fenômeno físico estudado. Esse avanço torna-se mais significativo na medida que abrimos espaço para o aluno fazê-lo com autonomia, construindo sua própria interpretação, acertando e errando, arriscando, duvidando, tentando. Assim é a própria história da Ciência, assim é que se materializa o conhecimento, que se avança no desenvolvimento intelectual, que se segmentam as novas estruturas cognitivas.

A integração dos domínios físicos e matemáticos promovida em nossa engenharia didática tende a agregar valor aos conteúdos trabalhados e, em nossa opinião, favorece a materialização dos novos conhecimentos, pois concede maior suporte à edificação de novas estruturas de saberes na medida em que permite um universo de validação mais amplo e abrangente dentro de cada etapa do processo de construção da Ciência que ora analisamos.

Ao promover essa integração, ficamos com a nítida sensação de que estamos apenas visualizando um exemplo de um pequeno elo da enorme corrente que une as disciplinas Matemática e Física. Estamos construindo uma ponte para interligar dois continentes que na verdade são um só, pois por baixo das águas que os separam vemos que a ligação entre ambos já existia, e sempre existiu, apesar de não a enxergarmos.

O *feed-back*

Com base neste trabalho, podemos começar a prestar mais atenção à relação umbilical existente entre certos conteúdos dessas disciplinas e aos ganhos pedagógicos que podemos obter com base em um tratamento que assuma um integracionismo construtivo entre elas, semelhante ao que foi protagonizado em nossa engenharia didática.

Mediante um arsenal teórico proveniente das pesquisas em didática nós podemos concluir este trabalho tendo respondido às questões centrais que foram definidas no início desta investigação, mas entendendo que este estudo não se esgota nesta dissertação e sabendo que muitos aspectos importantes para o aprofundamento de nossa problemática não foram discutidos aqui, tais como a parte cognitiva que envolve o aprendizado dessas disciplinas. De qualquer forma, por tudo que já discorremos até aqui, acreditamos que os objetivos didáticos desta pesquisa foram alcançados.

Por fim, queremos acrescentar que este trabalho proporcionou também um amadurecimento no âmbito profissional e pessoal difícil de ser mensurado e certamente não seremos os mesmos após toda essa investida pedagógica. A vivência da aplicação de nossa engenharia didática mudou nossa concepção de aula e de aprendizado. Com a experiência que adquirimos com esta pesquisa, certamente passamos a enxergar de forma diferente o trabalho pedagógico e nos sentimos muito mais confiantes agora para trabalhar dentro daquilo que acreditamos ser o verdadeiro papel de professor, entendendo de forma muito mais ampla as relações dialéticas com os alunos e com o saber.

BIBLIOGRAFIA

ARSAC, G., TIBERGHIEN, A. & outros. *La transposition didactique en mathématiques, en physique et en biologie*. IREM de Lyon. Lirdis, 1989.

ARTIGUE, Michèle. Episthemologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 10/2.3, pp. 241-286. Grenoble, 1990.

__________. Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 9. 3, pp. 281-308. Grenoble, 1988.

ASTOLFI, J-P. & DEVELAY, M. *A didática das ciências*. Tradução de FONSECA, M. S. S. Campinas: Papirus. 1995.

BACHELARD, G. A filosofia do não; O novo espírito científico; A poética do espaço. *Os pensadores*. São Paulo : Abril Cultural, 1978.

BALACHEFF, N. *Une étude des processus de preuve en mathématiques chez que élèves de collège*. Thèse, Grenoble, Université J. Fourier, 1988.

BOYER, C. B. *História da matemática*. Tradução de GOMIDE, E. F. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BROUSSEAU, G. Problemes de didactique des decimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques* (2.3), pp. 37-127. Grenoble, 1981.

__________. Fondaments et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* (7.2), pp. 33-116. Grenoble, 1986.

__________. Le contract didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques* (9.3), pp. 309-336. Grenoble, 1988.

CHALMERS, A. F. *What is this thing called Science?* St. Lucia, Queensland: University of Queensland Press, 1976.

CHEVALLARD, Y. *Sur l'analyse didactique: deux études sur les notions de contract et de situation*. Publication de l'IREM d'Aix Marseille, 14. 1988.

CHEVALLARD, Y. & JOSHUA, M-A. La transposition didactique – du savoir savant au savoir enseigné. *La Pensée Sauvage*. Grenoble, 1991

DEDEKIND, R. *Vorlesung über Differential – und Integralrechnung 1861/62*. Braunschweig/Wiesbaden: Deutsche Mathematiker. Vereinigung, 1985.

DOUADY, Régine. L'ingénierie didactique un instrument privilégie pour une prise en compte de la complexité de la classe. *Actes du Congrès PME XI,* pp. 222-228. *Juillet 1987*. Montréal: Ed. J.C. Bergeron, N. Hercovics, C. Kieran, 1987

___________. A universidade e a didática da matemática: os IREM na França. *Caderno da RPM* (1.1). São Paulo: SBM, 1990.

___________. L'ingénierie didactique: un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage. *Cahier de DIDIREM* (19.1). Paris: Université Paris VII,1993.

DRAKE, Stillman. *Galileo's Notes on Motion*, Monografia nº 3. Florença: Instituto e Museo di Storia della Scienza, 1979.

DUVAL, Raymond. Registres de representation sémiotique et fonctionnements cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*, Vol. 5, IREM-ULP, Strasborg, 1993.

___________. *Sémiosis et pensée humaine*. Berne: Peter Lang. 1995

ENRIQUES, F. & DE SANTILLANA, G. *Pequena história do pensamento científico – da antigüidade aos tempos modernos*. Tradução de DAVIDOVICH, E. Rio de Janeiro: Casa Editora Vecchi Ltda., 1940.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda & J.E.M.M. Editores. *Dicionário Aurélio Básico de Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1988.

FEYERABEND, Paul K. *Against method*. Londres: New Left Books, 1975.

FIORENTINI, Dario. *Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática*. Tese de doutorado. Campinas: FE-UNICAMP, 1994.

GALILEI, Galileu. Il Saggiatore, 1623. In: DRAKE, Stillman. *Discoveries and Opinions of Galileo*. New York: Doubleday, 1957.

GEYMONAT, Ludovico. *Galileu Galilei*. Tradução de AGUIAR, Eliana. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

GIORDAN, A. *L'élève et/ou les connaissances scientifiques*. Paris: Peter Lang, 1987

HALL, A. Rupert.. *A Revolução na ciência 1500 – 1750*. Tradução de PÉREZ, M. T. Lisboa: Edições 70, 1983.

HULIN, M. Quelques “thèses” pour la didactique de la physique. *Communications aux Journées du CIRDDS*. Marseille, Nov 1983.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A noção de obstáculo epistemológico e a educação matemática, In: *Educação matemática uma introdução*, pp. 89-113. São Paulo: Educ, 1999

JUPIASSU, Hilton & MARCONDES, Danilo. *Dicionário Básico de Filosofia*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1989.

KISTNER, A. *Historia de la física*. Tradução de Rodrigo Gil. Barcelona – Buenos Aires: Editorial Labor, 1934.

KNELLER, George F. *A ciência como atividade humana*. Tradução de Antonio José de Souza. Rio de Janeiro: Zahar; São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1980.

KUHN, Thomas S. *The structure of scientific revolutions*. Chicago: University of Chicago Press, 1970.

_____________. A função do dogma na investigação científica. In : *A crítica da ciência*. DEUS, J. D. (Org.), pp. 53-80. Rio de Janeiro : Zahar, 1974,

LEITE, Siomara Borba. Refletindo Sobre o Significado do Conhecimento Científico. In: *Em Aberto*, ano 12 (58), abr./jun., pp. 23-29. Brasília, 1993.

PIETROCOLA-OLIVEIRA, M. *A história e a epistemologia no ensino da física*. Florianópolis: Mimeo UFSC, 1993.

PINHEIRO, Terezinha de Fatima. *Aproximação entre a Ciência do aluno na sala de aula da 1ª série do 2º grau e a Ciência dos cientistas : Uma discussão*. Florianópolis, 1996. 156p. Dissertação (Mestrado em Educação), UFSC.

POPPER, Karl. Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific knowledge. Londres: Routledge & Kegan Paul, 1972.

_________. *Conhecimento Objetivo*. Belo Horizonte: Ed. Itatiaia/EDUSP, 1975.

ROBILOTTA, M. *Construção e realidade no ensino da física*. Monografia. São Paulo: IFUSP, 1985.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuals. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, 10 (2.3), pp. 133-169. Grenoble, 1990,

VIEIRA PINTO, Álvaro. *Ciência e existência*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1969.

ANEXOS

Anexo 1: Atividade 1: SITUAÇÃO PROBLEMA

Título: Cálculo da velocidade de um móvel.

Para descrever/estudar o movimento de um corpo, precisamos basicamente de três grandezas: o tempo, o espaço (posição, deslocamento, distância) e a velocidade. A noção de tempo é primitiva, ou seja, é uma noção aceita sem definição. O espaço já foi estudado por nós, e agora estudaremos um pouco a velocidade.

Considere a seguinte situação:

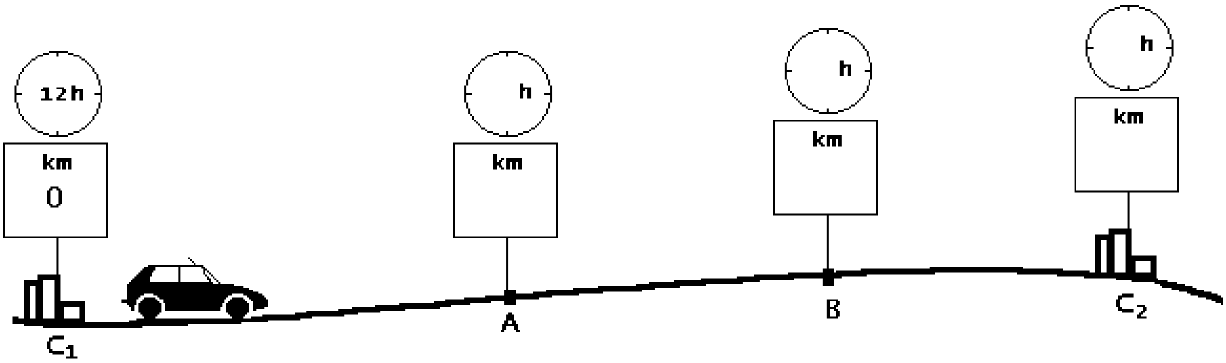


Fig. 1: movimento I

Um carro sai da cidade C_1 às 12h, em direção à cidade C_2. Às 14h, ele passa pelo ponto A, distante 200 km de C_1. Às 17h ele passa pelo ponto B, distante 440 km de C_1. Às 18h, ele finalmente chega a C_2.

1) Indique na figura as posições e os tempos descritos no enunciado.

2) Qual a distância entre os pontos A e B ?

3) Quanto tempo o carro levou para ir de A até B ?

4) Entre os pontos A e B, podemos então dizer que o móvel percorreu ______km em _____horas. Logo, neste ritmo, o carro percorre em 1h a distância de ____km.

5) Qual foi, em quilômetros por hora, a velocidade desenvolvida pelo carro neste trecho (A → B)?

6) Chamando o resultado do item 2 de distância percorrida e o resultado do item 3 de tempo gasto, que operação matemática você faz que fornece como resultado a velocidade do carro?

7) Descreva a operação que você fez para descobrir a distância percorrida.

8) Descreva a operação que você fez para descobrir o tempo gasto.

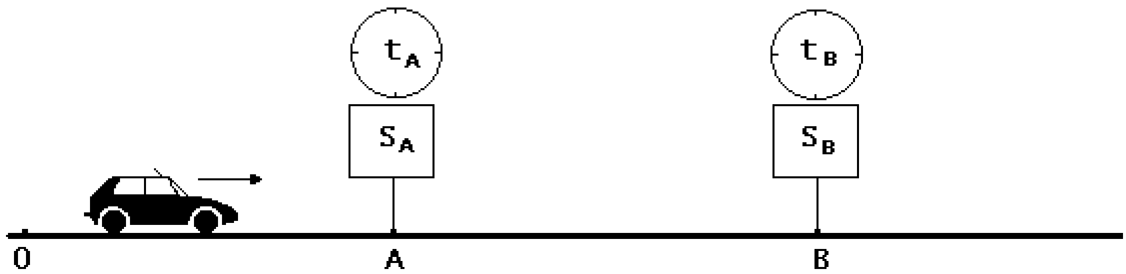


Fig. 2: movimento II

9) Considerando a fig. 2, na qual a origem da trajetória é o ponto O, que o ponto A está a uma distância S_A da origem, que o ponto B está a uma distância S_B da origem, e ainda que o carro passa pelo ponto A no tempo t_A e pelo ponto B no tempo t_B, indique a operação matemática a ser feita para calcular:

a) a distância percorrida entre os pontos A e B;
b) o tempo gasto no percurso entre A e B;
c) a velocidade do carro entre os pontos A e B.

10) Na fig. 1 (anterior), calcule a velocidade no trecho entre C_1 e B.

11) Supondo que no trecho entre B e C_2 a velocidade do carro tenha sido a mesma que a calculada acima (item 10), determine a distância entre as cidades C_1 e C_2.

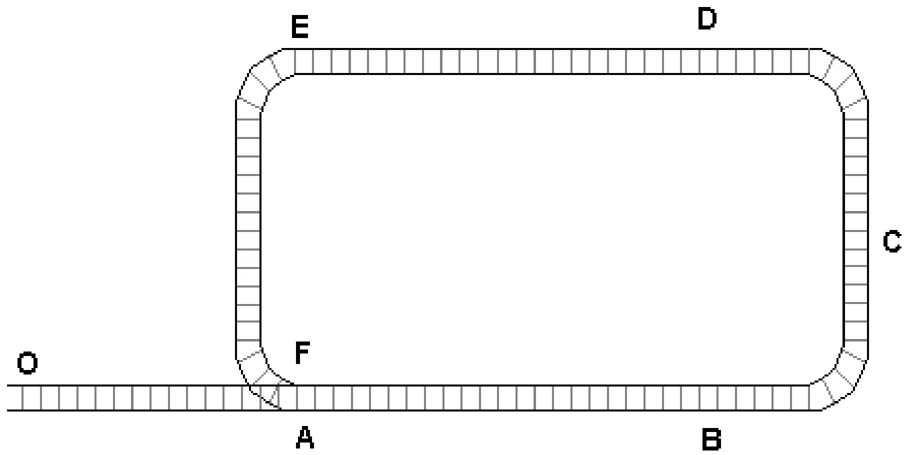
Anexo 2: Atividade 2: SITUAÇÃO-PROBLEMA

Assunto: Movimento Uniforme

Título: Estudando o movimento do trem

Material: trenzinho elétrico de brinquedo, fita métrica, giz, cronômetro.

PARTE A



1) Analisando a trajetória do trem, demarque com giz os pontos O, A, B, C, D, E e F. Utilizando uma fita métrica, meça as distâncias desses pontos até o ponto O. Marque os resultados.

2) Acione o trem, a partir do ponto O. Dispare o cronômetro quando o trem passar pelo ponto A.

a) Marque o tempo que o trem gasta para atingir o ponto B que você marcou na trajetória. Repita mais quatro vezes essa marcação e anote os resultados. Tire a média dos resultados encontrados.

b) Marque o tempo que o trem gasta para atingir o ponto C que você marcou na trajetória. Repita mais quatro vezes essa marcação e anote os resultados. Tire a média dos resultados encontrados.

c) Repita esta operação para os pontos D, E e F.

d) Complete a tabela:

MARCO	tempo médio unidade:	distância do ponto O unidade:
A		
B		
C		
D		
E		
F		

X Y

e) Responda:

e_1) Qual a diferença entre os valores de x de A para B ?

e_2) Qual a diferença entre os valores de y de A para B ?

e_3) Qual a velocidade do trem entre A e B?

e_4) Quanto varou a grandeza x de C para D ?

e_5) Quanto varou a grandeza y de C para D ?

e_6) Qual a velocidade do trem entre C e D?

e_7) Repita e_1 e e_2 para os pontos E e F.

f) Compare os resultados dos quocientes obtidos em e_3, e_6 e e_7.

3) Com os valores que você comparou no item (f) anterior, o que você pode dizer sobre o comportamento da velocidade do trem no movimento analisado?

4) Com relação à velocidade, como você classificaria o movimento do trem?

5) Coloque os pontos da tabela do item 2 (d) num sistema de eixos, considerando o eixo x para os valores de tempo e o eixo y para os valores de distância. Utilize um papel quadriculado.

5) Unindo os pontos, que tipo de gráfico você obtém?

PARTE B

Você já sabe que toda reta é a representação gráfica de uma função do 1º grau. Sendo assim, vamos montar uma função do 1º grau que é do tipo **y = a.x + b** e que represente a reta que você desenhou no item anterior. Para isso, precisamos descobrir os valores de **a** e **b**.

7) Na expressão **y = a.x + b**, encontre o valor de **y** para **x = 0**.

8) Agora verifique no seu gráfico qual o valor de y para x = 0.

9) Comparando os resultados de (7) e (8), determine o valor do coeficiente **b**.

10) Rescreva a expressão **y = a.x + b**, substituindo o valor de **b**.

11) Nosso trabalho agora é achar o valor do coeficiente **a**. Para isso, vamos escolher o ponto B da tabela ou do gráfico. Substitua na expressão do item anterior os valores **x** e **y** do ponto **B**. Você ficará com uma expressão que vai apresentar uma só incógnita (**a**). Determine o valor de **a**.

12) Rescreva a função **y = a.x + b**, substituindo agora o valor de **a** e de **b** obtidos. Pronto, você já encontrou a função cuja reta representa o movimento que você observou.

13) Agora, compare o valor de **a** com o valor da velocidade média que você já tinha calculado. O quê você conclui dessa comparação?

14) Rescreva a expressão **y = a.x + b** obtida e substitua **y** por **S** e **x** por **t** [S de espaço (space) e t de tempo].

15) O marco **A** é chamado de espaço inicial, pois é o espaço já percorrido pelo trem quando começamos a marcar o tempo. Geralmente, é indicado por S_0. Para este movimento, S_0 = ... Compare este valor com o valor que você encontrou para o coeficiente **b**. O que você conclui dessa comparação?

16) Na função que você escreveu no item 14, você encontra a velocidade do trem? E o espaço inicial?

17) Se um trem se deslocasse com velocidade de 10 cm/s, a partir de um espaço inicial de 30 cm, qual seria a função de seu movimento?

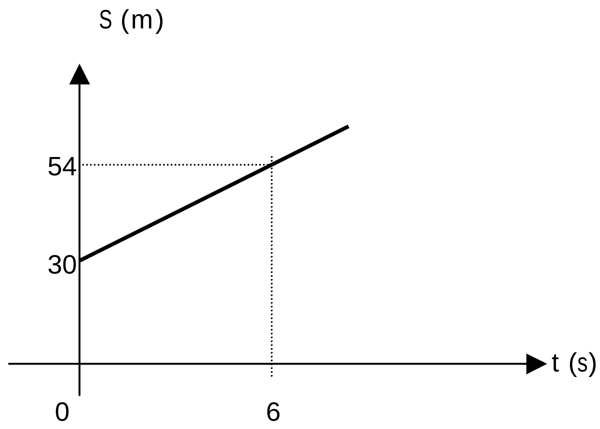
18) Para um movimento genérico qualquer, no qual a velocidade é constante e igual a **V**, com espaço inicial igual a S_0, qual seria sua função?

A função do 1º grau obtida em (18) é chamada na física de **função horária do movimento uniforme**.

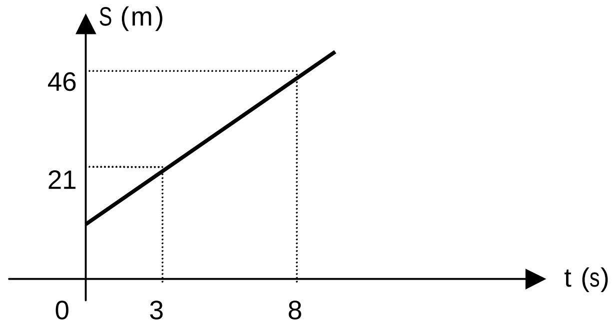
PARTE C

19) Descubra as funções horárias que descrevem os movimentos representados nos gráficos abaixo.

a)



b)



Anexo 3: Atividade 3: SITUAÇÃO PROBLEMA

Título: MUV – EQUAÇÃO DAS VELOCIDADES

Uma esfera rola por um plano inclinado, e sua velocidade foi registrada para cada valor de tempo, conforme a tabela abaixo:

	t (s)	V (m/s)
A	0	6
B	1	8
C	2	10
D	3	12
E	4	14

1) A partir da expressão $a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$:

a) Calcule a aceleração no trecho AB.

b) Calcule a aceleração no trecho BC.

c) Calcule a aceleração nos trechos CD e DE.

d) Compare os resultados.

2) Considere o tempo como x e a velocidade como y e construa no espaço abaixo um gráfico para os valores da tabela.

3) Qual a forma deste gráfico ?

4) Se é uma reta, então deve haver uma expressão matemática que gerou esse gráfico. Qual é a forma geral dessa expressão?

5) Determine o termo independente de x da expressão

6) Rescreva a expressão substituindo o valor deste termo.

7) Utilize um ponto da tabela (ou do gráfico) para achar o valor do outro coeficiente na expressão acima.

8) Compare resultado do item anterior com a aceleração calculada no item (1). O que você conclui dessa comparação?

9) Rescreva a expressão do item (4) substituindo os valores dos coeficientes.

10) Com x é o tempo e y é a velocidade, rescreva a expressão acima trocando-os por t e v.

11) Chamamos de V_0 a velocidade inicial do móvel, ou a velocidade do móvel quando o tempo t é igual a zero. Neste movimento, temos V_0 = ...

12) Na expressão do item 10 aparecem a aceleração e a velocidade inicial do móvel?

13) Se um móvel tivesse velocidade inicial 11 m/s e aceleração 4 m/s^2, qual seria a expressão das velocidades desse movimento?

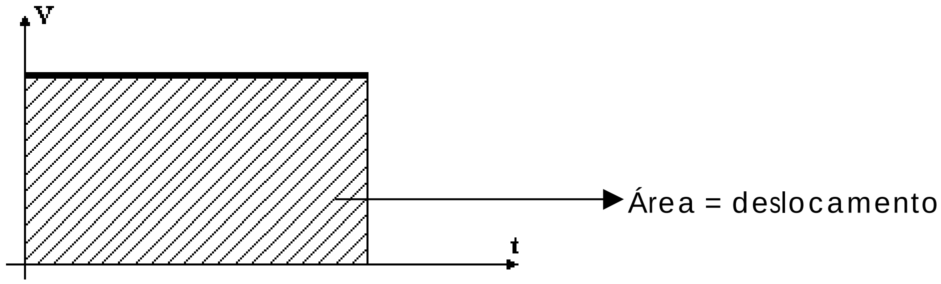
14) Para um movimento genérico, com velocidade inicial V_0 e aceleração a, qual é a expressão que determina a variação da sua velocidade com o passar do tempo?

Obs.: esta expressão é chamada de função horária das velocidades do MUV.

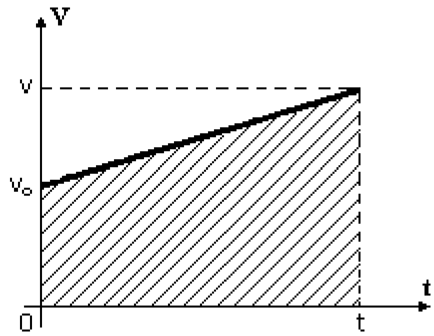
Anexo 4: Atividade 4: Exercícios Intermediários

Título: – Função Horária dos Espaços

Já sabemos, do estudo do movimento uniforme, uma propriedade importante do gráfico da velocidade em função do tempo:



Esta propriedade continua válida no movimento uniformemente variado:



1) Com os valores genéricos indicados na figura, calcule a área da parte hachurada.

2) Como esta área é numericamente igual ao deslocamento do móvel, iguale a expressão obtida a ΔS.

3) Lembrando que $V = V_0 + a.t$, faça a substituição.

4) Faça as reduções necessárias, deixando ΔS isolado.

5) Como $\Delta S = S - S_0$, substitua e isole S.

Esta expressão é chamada de função horária dos espaços ou das posições de um móvel em M.U.V.

Anexo 5: Atividade 5: SITUAÇÃO PROBLEMA

Título: A função quadrática e a função horária dos espaços do MUV

Texto introdutório: os movimentos classificados como M.U.V. (Movimento Uniformemente Variado) são descritos através de funções quadráticas (do 2º grau), conforme demonstrado na função horária dos espaços $\left(S = S_0 + V_0 .t + \frac{a}{2} .t^2\right)$.

Galileu Galilei descobriu isso no séc. XVI, fazendo rolar esferas em um plano inclinado. Ele notou que as distâncias percorridas pelas esferas eram proporcionais ao quadrado dos tempos medidos nos movimentos. Foi a partir daí que, anos mais tarde, se chegou à formula como conhecemos hoje. Nesta atividade, vamos estudar um pouco o comportamento dessa função.

1) Considere a função $y = x^2 - 6x + 5$.

a) determine as suas raízes (ou zeros);
b) faça um esboço do seu gráfico;
c) dê as coordenadas do vértice da parábola;
d) faça um estudo do crescimento dessa função;
e) indique, para essa função, o quê determina a posição da concavidade da parábola.
f) determine as coordenadas do ponto de intersecção da parábola com o eixo y.

2) Um móvel realiza um MUV sobre uma trajetória retilínea obedecendo à função horária $S = 5 - 6t + t^2$ (no SI). Repita os passos (a) a (f) do exercício anterior, procurando dar uma interpretação física para cada item, ou seja, explicando o que acontece com o movimento do móvel.