

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

CENTRO DE EDUCAÇÃO

PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

**GEAN PIERRE DA SILVA CAMPOS**

**Matemática e Música: práticas pedagógicas em  
oficinas interdisciplinares**

**VITÓRIA**

**2009**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

CENTRO DE EDUCAÇÃO

PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

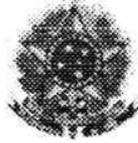
**GEAN PIERRE DA SILVA CAMPOS**

# **Matemática e Música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Educação, na linha de pesquisa Educação e Linguagens na área de concentração Educação Matemática, sob a orientação da Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov.

**VITÓRIA**

**2009**



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

**GEAN PIERRE DA SILVA CAMPOS**

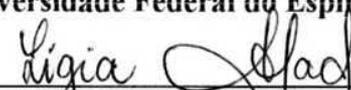
**MATEMÁTICA E MÚSICA: PRÁTICAS  
PEDAGÓGICAS EM OFICINAS  
INTERDISCIPLINARES**

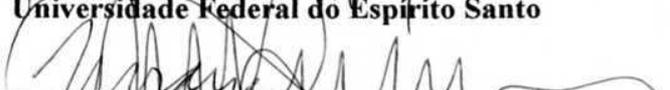
Dissertação apresentada ao  
Curso de Mestrado em  
Educação da Universidade  
Federal do Espírito Santo como  
requisito parcial para obtenção  
do Grau de Mestre em  
Educação.

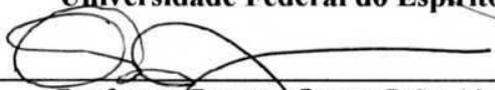
Aprovada em 24 de abril de 2009

**COMISSÃO EXAMINADORA**

  
\_\_\_\_\_  
Professora Doutora Circe Mary Silva da Silva Dynnikov  
Universidade Federal do Espírito Santo

  
\_\_\_\_\_  
Professora Doutora Lígia Arantes Sad  
Universidade Federal do Espírito Santo

  
\_\_\_\_\_  
Professora Doutora Viviana Mônica Vermes  
Universidade Federal do Espírito Santo

  
\_\_\_\_\_  
Professor Doutor Oscar João Abdounur  
Universidade de São Paulo

  
\_\_\_\_\_  
Professora Doutora Irina Vladirinova Dynnikova  
Conservatório de Música de Moscou

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)  
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

---

C198m Campos, Gean Pierre da Silva, 1970-  
Matemática e Música : práticas pedagógicas em oficinas  
interdisciplinares / Gean Pierre da Silva Campos. – 2009.  
146 f. : il.

Orientador: Circe Mary Silva da Silva Dynnikov.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Espírito  
Santo, Centro de Educação.

1. Música. 2. Matemática. 3. Música - História e crítica. 4.  
Matemática - História. 5. Aprendizagem. 6. Ensino. I. Dynnikov,  
Circe Mary Silva da Silva. II. Universidade Federal do Espírito  
Santo. Centro de Educação. III. Título.

CDU: 37

---

*À Lourdes e à minha linda Samira, por tudo.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos que contribuíram para a realização deste trabalho e em toda a trajetória de minha pesquisa. De forma especial, à Dr<sup>a</sup> Circe Mary Silva da Silva Dynnikov, minha orientadora, pela confiança, incentivo, disponibilidade, orientação, carinho, atenção e por me mostrar, na prática, como é ser um educador.

Ao professor Dr. Oscar João Abdounur, primeiramente pela inspiração e depois pela atenção, orientações e comentários valiosos. Às professoras Dr<sup>a</sup> Lígia Arantes Sad, Dr<sup>a</sup> Viviana Mônica Vermes e Dr<sup>a</sup> Irina Vladimirovna Dynnikova pelas importantes sugestões e observações.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro no desenvolvimento da pesquisa. Ao Programa de Pós-graduação em Educação (PPGE) pelo auxílio em diferentes momentos da pesquisa.

A Celso Ramalho, Hebert Baioco, Gabriel Bernardo e Marcus Vinícius, respectivamente coordenador e monitores do projeto MUSIVAMENTANDO e ao Departamento de Artes e Música pelo apoio e suporte para realização das oficinas.

A Andréa Locatelli, Tom Boechat, Simone Neiva, Daniel Delvano, Soraya Freitas, Luiza de Marilac, Graziela Menezes, Isabel Cristina, Plínio Soares, Rodolfo Lauar, Hellen Castro, Luiz Carlos, Jacob Messer, Kajmacleyne Silva, Ana Paula, Vagner Velhim, Fernanda Bandeira por também fazerem parte desse trabalho.

## **RESUMO**

Este trabalho investigou as relações entre música e matemática para serem usadas em fins didáticos auxiliando no ensino/aprendizagem dessas duas áreas do saber. Usamos a história da matemática/música como fio condutor desse processo. O objetivo foi verificar como essas práticas pedagógicas podem produzir afetividade no aluno e auxiliá-lo na compreensão de alguns conceitos matemáticos e musicais. Com esse intuito, utilizamos como procedimento de investigação a realização de oficinas pedagógicas interdisciplinares de matemática e música, ministradas a licenciandos e professores dessas áreas. As atividades desenvolvidas nessas oficinas foram exercícios teóricos e práticos, confecção de instrumentos e materiais didáticos, leitura e interpretação, discussões, contendo uma compreensão básica da música e da matemática, para que fosse possível entender suas inter-relações. Para a captação de dados utilizamos gravação em videoteipe, questionários, observações do pesquisador e de dois participantes das oficinas. As análises dos dados mostraram que a proposta apresentada pode favorecer a produção de afetividade e pode ser uma alternativa no ensino/aprendizagem de proporções, razões, notas musicais, intervalos musicais e escalas. Percebemos também que as atividades podem ser desenvolvidas em uma sala de aula, mas que requer um preparo mais abrangente do professor, por se tratar de atividades interdisciplinares que exigem conhecimento de conteúdos das áreas da matemática e da música.

### **Palavras Chave**

Música, Matemática, Aprendizagem, Ensino, História da Matemática e da Música.

## **ABSTRACT**

This work investigates the relations between music and mathematics for didactic purposes assisting in the teaching/learning of these two areas of knowledge. We used the history of mathematics and the history of music as connecting threads for the process. The objective was to verify how such pedagogical practices could promote affectivity in the students and help them understand some mathematical and musical concepts. With such goal, we used as investigation procedure the making of interdisciplinary pedagogical workshops of music and mathematics addressed to undergraduate students and to teachers. The activities developed in the workshops included theoretical and practical exercises, the making of musical instruments and didactic materials, reading and interpretation, discussions, having basic comprehension of music and mathematics to be able to understand their inter-relations. To gather data we used video recordings, questionnaires and observations done by the researcher and by two other workshop participants. The analysis of such data showed that the present proposal can improve the production of affectivity corroborating to an interdisciplinary environment, being also an alternative to the teaching/learning of fractions, proportions, ratios, musical notes, musical intervals and scales. We noticed that the activities may be developed in the classroom, although they require a broader preparation by the teacher, since these interdisciplinary activities demand a body of knowledge that must include mathematics and music.

Keywords: music, mathematics, learning, teaching, history of mathematics, history of music.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Theorica musicae, 1492 de Franchinus Gafurius	50
Figura 2 – Partes do violão	59
Figura 3 – Monocórdio	60
Figura 4 – De Musica de Boethius	73
Figura 5 – De Institutione Musica de Boécio	76
Figura 6 – “Mysterium Cosmographicum” (1596) de J. Kepler	83
Figura 7 – Le Istitutioni Harmoniche de Gioseffo Zarlino	87
Figura 8 – Harmonia do Mundo (Harmonices Mundi) de Kepler	88
Figura 9 – Página do livro Harmonie Universelle (1636) de Marin Mersenne	89
Figura 10 – Compendium Musicae de René Descartes	90
Figura 11 – Tratado de Harmonia de Rameau	91
Figura 12 – Ensaio de uma nova teoria da música (Tentamen novae theoriae musicae) 1739 de Leohnard Euler	93
Figura 13 – Metalofone	112
Figura 14 – Violão	113
Figura 15 – Flauta Pã	113

## **LISTA DE FOTOS**

Foto 1 – Medindo as notas no violão	61
Foto 2 – Explicando os intervalos no violão	61
Foto 3 – Órgão de Tubos	109
Foto 4 – Tocando a Flauta Pã	115

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO I	
MÚSICA, MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO, É POSSÍVEL?	15
CAPÍTULO II	
PESQUISANDO OUTROS SONS E NÚMEROS	32
CAPÍTULO III	
CONHECENDO OS SUJEITOS	40
CAPÍTULO IV	
AS OFICINAS INTERDISCIPLINARES	49
Oficina 1: Pitágoras e a Música	50
Oficina 2: Música na Idade Média	73
Oficina 3: Renascimento	83
Oficina 4: Escalas Musicais	101
Oficina 5 : Instrumentos Musicais	109
CONCLUSÃO	120
GLOSSÁRIO	125
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	129
ANEXOS	134
Planos de aula; roteiros das oficinas; cartaz de divulgação; questionários; CD-ROM com vídeos, áudios, slides e programas (softwares) usados nas oficinas.	

## INTRODUÇÃO

As relações entre matemática e música, embora sejam consideradas por muitas áreas totalmente distantes, são conhecidas e estudadas desde a antiguidade e sempre se mantiveram muito próximas uma da outra (BIBBY, 2003). Por exemplo, a matemática está presente no desenvolvimento das escalas musicais, nas principais leis da acústica, na teoria musical. Pitágoras foi o primeiro a relacionar razões de cordas vibrantes a intervalos musicais. Foi ele, Pitágoras, o “descobridor” do que viria a ser o quarto ramo da matemática<sup>1</sup>, através de suas experiências com o monocórdio<sup>2</sup>.

Essas duas áreas, matemática e música, estão há muito tempo presentes em minha vida. Comecei minha primeira graduação em Engenharia Mecânica. Nessa época lecionava matemática numa turma de quinta série em um colégio público estadual, estudava música de maneira autônoma, atuava como músico profissional e como professor particular de música.

Nessa turma de quinta série, vivenciei dificuldades e realidades do ensino público. A dificuldade em ensinar matemática era grande, não tinha experiência como professor, trabalhava no período noturno e as turmas eram muito diferenciadas quanto ao nível social, à idade e ao passado escolar. Alguns alunos vinham de outras escolas públicas e de supletivos, outros com um longo período de afastamento da escola. Por um lado, o curso de engenharia me qualificava com uma boa formação técnica, por outro, as dificuldades e os problemas da sala de aula eram muitos, e me faltava um preparo pedagógico específico para a profissão.

Depois disso fiz minha transferência para o curso de licenciatura em matemática. Entendi o quanto matérias pedagógicas e estágios supervisionados podem me auxiliar como professor. O saber agora passou por uma mudança: ter conhecimento de determinado conteúdo para saber como ensiná-lo e, para mim, esse “detalhe” foi importantíssimo.

---

<sup>1</sup> Na Idade Média, as artes liberais eram consideradas as disciplinas próprias para a formação de um homem livre, desligadas de toda preocupação profissional, mundana ou utilitária. Essa era formada pelo *Trivium* - Lógica, Gramática e Retórica - e pelo *Quadrivium* - Aritmética, Geometria, Astronomia e Música (BOYER, 1987).

<sup>2</sup> Instrumento composto por uma única corda estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha ou mesa possuindo um cavalete móvel colocado sob a corda para dividi-la em duas seções. (ABDOUNUR, 1999, p. 4).

Após concluir o curso de matemática, comecei o curso de licenciatura em música. Até então tinha aprendido música como autodidata e não tinha nenhuma experiência no ensino de música em sala de aula. Nas aulas de história da música, arte e arquitetura, educação musical, prática de ensino da música e nos estágios na escola básica, comecei a estudar e pesquisar algumas conexões entre música e matemática. Experimentava algumas atividades<sup>3</sup> nas aulas do estágio supervisionado e percebia como os alunos conseguiam aprender alguns conceitos de música e matemática de uma forma mais prazerosa. Nesse contexto, vi o grande potencial que havia unindo essas áreas para fins didáticos e, com o estudo formal e sistemático da música, comecei a organizar e estabelecer um diálogo entre a música, matemática e educação.

Nesse trabalho, procuramos propor atividades relacionando matemática e música que possam ser usadas para fins didáticos/educacionais. No primeiro capítulo abordamos a problematização dessa pesquisa, ressaltando a prática da matemática em sala de aula, na maioria das vezes, usada longe do cotidiano dos alunos, tornando-a desinteressante. Nele chamamos a atenção para a ligação entre a música e a matemática, procurando contribuir para ambas as áreas tanto em relação a conceitos matemáticos quanto musicais. Em seguida propomos a justificativa/hipótese e traçamos os objetivos do projeto.

A seguir, na fundamentação teórica, mostramos a afetividade como fator relevante para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, nos baseando na proposta de Henri Wallon. Essa pesquisa fundamenta-se também nos estudos de Howard Gardner, autor da teoria das inteligências múltiplas. Gardner definiu 7 tipos de inteligências, partindo do conceito que o ser humano possui um conjunto de diferentes capacidades. Logo após tratamos dos procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa e adicionamos uma especial atenção à metodologia de captação e análise de videoteipe.

No capítulo II comentamos sobre alguns trabalhos diretamente utilizados e que tratam do mesmo assunto da nossa pesquisa. Encontramos poucos trabalhos em língua portuguesa que tratam das relações entre matemática e música usados para fins educacionais. No capítulo III conhecemos os sujeitos envolvidos nesta pesquisa analisando o questionário proposto como forma de inscrição dos participantes. As oficinas interdisciplinares foram descritas e analisadas no capítulo IV.

---

<sup>3</sup> Algumas dessas atividades, conexões e pesquisas constam na metodologia e na aplicação das oficinas.

Apresentamos a constituição de um processo de aprendizagem relacionando a matemática e a música, produzindo assim, ações pedagógicas que possam ser compartilhadas com o professor da escola básica no seu processo de ensino. Analisamos os dados obtidos na pesquisa através de videoteipes gravados das oficinas, dos relatórios do pesquisador e dos monitores e dos questionários.

## CAPÍTULO I

### MATEMÁTICA, MÚSICA E EDUCAÇÃO, É POSSÍVEL?

*Para alguns alunos é a partir talvez da beleza da música, da alegria proporcionada pela beleza musical, tão freqüentemente presente em suas vidas em outra forma, que chegarão a sentir a beleza na literatura, o misto de beleza e verdade existente na matemática, o misto de beleza e eficácia que há nas ciências e nas técnicas.*

*Snyders (1994, p. 138)*

O ensino da matemática tem considerado conceitos advindos das produções teóricas do seu campo de saber, distanciando-se da possibilidade de analisar questões e dilemas do próprio processo de ensino. Autores da área da Educação Matemática como D'Ambrósio, 1986, 1996; Skovsmose, 2004; Silva, 2003; Lins, 2004, têm criticado o modelo de ensino tradicional da matemática utilizado freqüentemente nas escolas de educação básica. Há uma dificuldade de relacionar o que é ensinado ao uso prático e com isso percebe-se o desinteresse e a falta de estímulo dos alunos na escola em compreender e significar o que é ensinado.

Com minha experiência, para uma boa quantidade de alunos, a matemática parecia uma coisa estranha, algo de que desejamos ficar o mais longe possível. Notava que muitos alunos gostavam mais de mim como professor do que propriamente do conteúdo das aulas. Uma boa referência de um trabalho mostrando esse assunto é o da inglesa Célia Hoyles (Institute of Education, University of London). Em sua investigação, pesquisou a correlação entre gostar ou não de uma “matéria” e gostar ou não do (a) professor (a):

O resultado a que ela chegou era o de que com relação à matemática, muito mais do que em qualquer outra disciplina, havia uma forte correlação positiva entre gostar do professor e gostar da matéria, isto é, na grande maioria dos casos alunos se colocavam em “gostar do professor e gostar da matéria” ou em “não gostar do professor e não gostar da matéria”. Nos outros casos, cruzados, muito poucos. (LINS, 2004, p. 93).

Esse distanciamento ou repúdio que alguns alunos sentem pela matemática atrapalha o entendimento, a compreensão dos conceitos e contribui para a perda da motivação. Quanto mais longe do cotidiano e da prática na abordagem de alguns assuntos da matemática, mais difícil se torna o entendimento dos alunos.

Observamos também que há uma grande afetividade nas situações didático-pedagógicas envolvendo atividades musicais. A música cria um ambiente livre de tensões, facilita a sociabilização, cria um ambiente escolar mais abrangente e favorece o desenvolvimento afetivo. Na música, vários motivos são simultaneamente acionados: a audição, o canto, a dança, o ritmo corporal e instrumental da criação melódica – contribuindo para o desenvolvimento da pessoa e servindo para transformar o ato de aprender em uma atitude prazerosa no cotidiano do professor e do aluno. Há interação com o outro e consigo mesmo, capacidade de criar e experimentar, dinamizar a aprendizagem de conteúdos formais do currículo da escola e trazer alegria ao ambiente escolar, estimulando a comunicação, a concentração, a capacidade de trabalhar e de se relacionar melhor em grupo.

Nesse cenário, queremos valorizar conceitos formais e científicos que estão presentes em algumas partes da música<sup>4</sup> e que inclusive tornaram-na uma ciência. E não somente atrelarmos a música ao aspecto subjetivo e, às vezes, até como algo sobrenatural. “A música é uma das áreas em que é muito comum evocar a noção de dom” (SNYDERS, 1994, p. 132). O dom e/ou a aptidão são importantíssimos para o desenvolvimento e o aprendizado da linguagem musical, mas não devemos esquecer, por exemplo, de conceitos matemáticos, imprescindíveis para o entendimento pleno de alguns conceitos musicais.

Como hipótese, propomos que é a partir da co-relação entre música e matemática, pode-se criar uma vontade maior de relacionar as duas áreas, servindo, tanto para dar a matemática um sentido mais prático, mais prazeroso e mais lúdico, quanto para explicar ou entender conceitos musicais que só são plenamente definidos quando usamos a matemática.

Não queremos dizer com isso que a música tenha somente o papel lúdico, de entretenimento e de alegrar o ambiente. Ou mesmo que a matemática somente precise ser ligada a aspectos lúdicos e/ou práticos para ser aceita. Queremos aqui propor ações para o ensino e aprendizagem tanto da música como da matemática e uma área se fundamente na outra, desenvolvendo competências cognitivas múltiplas. A intenção é contribuir no entendimento de vários conceitos, como

---

<sup>4</sup> A acústica, por exemplo, teve um salto no século XVII, deixando de ser mais voltada aos dogmas aritméticos e dando mais enfoque as evidências experimentais.

exemplo: razões e proporções, radiciação, potenciação, progressão geométrica, ciclo das quintas, intervalos musicais, escalas musicais, timbre, consonância, dissonância e teoria musical.<sup>5</sup>

Pretendemos utilizar estratégias educacionais que considerem as múltiplas inteligências, partindo dos conhecimentos mais próximos da região carregada de afetividade e que esses conhecimentos formem distintos caminhos para um mesmo conteúdo, sendo cada um com sua determinada competência intelectual e buscando soluções próprias e autônomas.

Nosso principal objetivo é evidenciar, propor e analisar atividades didáticas relacionando matemática e música por meio de um viés histórico matemático-musical. Além desse objetivo central, estamos em busca de outros objetivos secundários: elaborar estratégias para o ensino da música e da matemática – fazendo uso de analogias entre as duas áreas do saber – montar um panorama histórico sobre as ligações entre matemática e música, utilizar a música para o ensino e a aprendizagem da matemática e vice versa.

Em busca desses objetivos, nossa principal questão se concentra em:

- **Como práticas pedagógicas interdisciplinares de matemática e música podem proporcionar uma alternativa didática e auxiliar no ensino e na aprendizagem de razões e proporções, progressões geométricas, notas, intervalos e escalas musicais?**

Além dessa pergunta principal, outras indagações secundárias são pertinentes para essa pesquisa: Como a música contribui para a aprendizagem da matemática? Como a matemática auxilia a aprendizagem musical? Quais as possibilidades de constituição de práticas pedagógicas para o ensino de matemática e de música que considerem a trajetória histórica das relações matemática/música como fio condutor desse processo? Que papel a história da matemática e da música têm na compreensão da música e da matemática? Como produzir afetividade<sup>6</sup> no ensino de matemática e de música através de práticas pedagógicas que envolvam essas duas áreas?

Procuramos responder essas perguntas tendo como base nossas leituras e experiência e analisando os dados (a) relativos ao contexto presencial, coletados através de gravações em áudio

---

<sup>5</sup> Esses conceitos serão definidos ao longo desse trabalho e também no glossário contido nos anexos.

<sup>6</sup> A afetividade colocada aqui se refere à disposição do ser humano de ser afetado pelo mundo externo e interno a partir de sensações agradáveis. Para nós é fator muito importante um ambiente em que há sensações agradáveis, e que essa possa produzir afetividade entre os sujeitos envolvidos nesse contexto.

e videoteipe das cinco oficinas de matemática e música; (b) os relatórios das oficinas feitos pelo pesquisador e pelos observadores<sup>7</sup>, (c) e a análise dos questionários.

Tendo como base o que foi colocado até agora, temo como objetivo fundamentar teoricamente nossa proposta. Para isso ressaltaremos aspectos afetivos como parte importante no processo de ensino e aprendizagem, considerando relações afetivas e o desenvolvimento cognitivo como inseparáveis nesse processo. Estaremos nos concentrando na proposta do médico, psicólogo e filósofo francês Henri Wallon (1879 – 1962), que aborda uma psicologia do desenvolvimento da personalidade, concebida como integração de afetividade e inteligência.

Iremos também nos respaldar na teoria das inteligências múltiplas, defendida pelo professor Howard Gardner (1943 - ), psicólogo ligado à educação, publicou seus trabalhos após 1983. Nesse trabalho foram definidas sete inteligências a partir do conceito de que o ser humano possui um conjunto de diferentes capacidades: **Lógico-Matemática, Lingüística, Espacial, Corporal-Cinestésica, Interpessoal, Intrapessoal e Musical.**

Sentimentos afetivos são difíceis de investigar e estudar, tanto em relação à sua definição, quanto ao uso da metodologia para sua pesquisa e análise. Na maioria das vezes, afeto, emoção e sentimento são utilizados como sinônimos. Ferreira (1994), por exemplo, define “afetividade” como “Conjunto de fenômenos psíquicos que se manifestam sob a forma de emoções, sentimentos e paixões, acompanhados sempre da impressão de dor ou prazer, de satisfação ou insatisfação, de agrado ou desagradado, de alegria ou tristeza”.

Escolhemos Henri Wallon para fundamentar nossa percepção sobre afetividade e como ela se manifesta. Embora esse autor não sendo pedagogo, ele mostra em sua obra vários elementos que nos permite formar uma proposta para a educação. Em sua teoria, focaliza a noção de “meio”, que é o lugar onde a criança se desenvolve, sendo a escola o principal lugar para esse desenvolvimento. Outra razão para a escolha é que, pela sua obra, torna-se possível fazer uma conexão entre afetividade e inteligência.

Vários autores (FREIRE, 2007; DANTAS, 1993; SNYDERS, 1994) têm debatido sobre a afetividade na educação, colocando-a como indispensável nas relações de ensino e aprendizagem, sendo possível notar que tais sentimentos favorecem a interação professor aluno. Partindo desse

---

<sup>7</sup> Que foram escolhidos entre os participantes das oficinas.

pressuposto e fundamentados nas oficinas de matemática e música<sup>8</sup>, afirmamos que a afetividade é fundamental nas relações de ensino e aprendizagem.

Antes de falarmos sobre a teoria de Wallon a respeito da afetividade, destacaremos alguns momentos da sua trajetória de vida. Nasceu em Paris em 15 de junho de 1879 e veio de uma família de eminentes universitários, ligados todos à história da França. Passou sua infância interessado e apaixonado pelas coisas públicas e, com um pai que cultivava a filosofia humanitária, teve uma criação saudável, serena e doce, mas com uma liberal e ampla abertura às preocupações sociais e aos problemas humanos (DANTAS, 1983)

Antes de interessar-se pela Psicologia, ingressou na Escola Normal Superior e licenciou-se em Filosofia. Logo após, interessado nos valores culturais das teses socialistas, estudou Medicina em Paris, doutorando-se em 1908.

Viveu em um período conturbado da história, num contexto de duas guerras mundiais, do fascismo do período entre guerras, das revoluções socialistas e das guerras para libertação das colônias da África, que atingiram boa parte da Europa e, em especial, a França. Ao voltar da Primeira Guerra Mundial, trabalhou com feridos de guerra e depois no trabalho de controle de uma instituição para crianças com necessidades especiais. Nesse momento, pesquisou relações existentes entre as manifestações psíquicas e orgânicas.

De 1920 a 1937, foi encarregado de conferências sobre a psicologia da criança na Sorbonne e outras instituições de ensino superior. Em 1925 fundou um laboratório destinado à pesquisa e ao atendimento de crianças deficientes. Tornou-se membro da Comissão de Reforma do Ensino, de 1944 a 1947, onde acabou por redigir um documento intitulado “Projeto Langevin-Wallon”, um projeto de reforma para o ensino da França, elaborado em parceria com o físico Paul Langevin, que expressou suas idéias sobre a pedagogia, mas que não chegou a ser implantado.

Wallon tomou a afetividade como tema central de sua obra. Para ele, sentimento, paixão e emoção não são sinônimos de afetividade, e sim suas manifestações, portanto, devem ser diferenciados. Para Wallon, a afetividade deve ser vista como um campo mais amplo, que inclui esses sentimentos.

---

<sup>8</sup> Oficinas descritas detalhadamente no capítulo IV.

Wallon diz que as emoções são a exteriorização da afetividade, que é, aliás, imprescindível no processo de desenvolvimento da personalidade da criança. A emoção é a forma utilizada pela criança para estabelecer uma relação com o mundo humano. Aos poucos, a expressão da criança, primeiramente fisiológica, caminha até se tornar um comportamento afetivo mais complexo, em que a emoção vai dando lugar aos sentimentos e depois às atividades intelectuais. Para Wallon (2007, p.121)

Por seu sincretismo, por seu exclusivismo no tocante a qualquer orientação divergente, pela vivacidade de seu interesse e de sua impressão, a emoção está muito particularmente apta a suscitar reflexos condicionados. Sob a influência deles, pode muitas vezes parecer contrária à lógica ou à evidência. Assim se constituem complexos afetivos irreduzíveis ao raciocínio. Mas ela também dá às reações uma rapidez e sobretudo uma totalidade que convém aos estágios da evolução psíquica e às circunstâncias da vida em que a deliberação está proibida.

A emoção pode ter a tendência para reduzir a eficácia do funcionamento cognitivo. Mas soluções inteligentes serão facilmente encontradas se o indivíduo retomar o controle da situação e se ele for bem sucedido em suas ações, nesse caso fazendo com que a emoção diminua, embora não desaparecendo completamente.

Wallon (2007, p. 117) coloca a afetividade como um dos “níveis funcionais” e os define como o estudo propriamente dito dos estágios de desenvolvimento da personalidade. Ele diz que “os domínios funcionais, entre os quais vai se distribuir o estudo das etapas que a criança percorre, serão os da afetividade, do ato motor, do conhecimento e da pessoa”. São esses domínios funcionais que direcionam o desenvolvimento do ser humano no decurso da vida, sendo cada um responsável por um determinado campo de atuação.

Como domínio funcional, a afetividade depende da ação dos fatores orgânico e social. No decorrer da formação do indivíduo, esses fatores modificam tanto as fontes de onde vêm as manifestações afetivas, quanto as suas formas de expressão. A afetividade que inicialmente é um fator orgânico passa a ser fortemente influenciada pela ação do meio social. Wallon defende um desenvolvimento progressivo da afetividade, cujas manifestações vão se distanciando da base orgânica, tornando-se progressivamente mais relacionadas ao social e isso é claramente visto em suas teorias do desenvolvimento e das emoções, que permitiram evidenciar o social como origem da afetividade.

Além de uma das dimensões da pessoa, a afetividade é uma das fases mais arcaicas do seu desenvolvimento. O ser humano foi logo no início da vida um ser afetivo. Da afetividade

diferenciou-se lentamente a vida racional. No início da vida, afetividade e inteligência estão misturadas com predomínio da afetividade (TAILLE, OLIVEIRA e DANTAS, 1992).

Para Wallon (2007, p. 122) as influências afetivas que acompanham a criança desde seu nascimento têm uma ação determinante em sua evolução mental. Isso acontece porque na medida em que o indivíduo (criança) desperta para a vida, elas se dirigem a “[...] automatismos que o desenvolvimento espontâneo das estruturas nervosas contém em potência, e por intermédio deles, a reações de ordem íntima e fundamental. Assim, o social se amalgama ao orgânico”.

A diferenciação entre o que é afetivo e o que é cognitivo se mantém de modo que as aquisições de cada uma repercutem sobre a outra. Nessa trajetória, a afetividade reflui para dar espaço à intensa atividade cognitiva assim que a maturação põe em ação o equipamento sensório-motor necessário à exploração da realidade. A história da construção da pessoa será constituída por uma sucessão de momentos afetivos ou cognitivos, não paralelos, mas integrados. Para melhorar a afetividade a pessoa depende de conquistas realizadas no plano da inteligência e vice-versa.

Há diferentes tipos de pessoas e cada uma delas processa as informações ligadas à afetividade de sua própria maneira, de acordo com suas características e relacionadas com a área cognitiva e emocional atingida. Fatores afetivos e cognitivos exercem influências decisivas, que permitem relacionar vários tipos de áreas cognitivas específicas, influenciando de modo significativo a presença ou ausência de afetividade.

Nesse ponto, citamos a teoria das inteligências múltiplas de Gardner (1994). Essa teoria de competências intelectuais humanas veio a público na década de 1980 e é uma teoria que desafia a visão clássica da inteligência e sustenta que as pessoas manifestam as mais distintas habilidades e que todas estas atividades requerem algum tipo de inteligência, mas não necessariamente o mesmo tipo de inteligência.

A escola tradicional está centrada na exploração das inteligências lingüísticas e lógico-matemáticas. Gardner (1994, p. 5) defende a escola com uma educação pessoal, centrada no aluno. Sua teoria de aprendizagem mostra a inteligência não apenas como uma capacidade de entender algo, mas também sustentada em criatividade e compreensão.

Para Gardner (1994), razão, inteligência, lógica, conhecimento não são sinônimos. Há um esforço para mostrar diversas habilidades e capacidades que foram atribuídas ao mental. Evidencia a

existência de diversas competências intelectuais humanas, relativamente autônomas. Essa teoria não determinou exatamente o número dessas inteligências e nem sua totalidade quanto à natureza, extensão e estrutura, coloca, porém, como indubitável a existência de algumas inteligências que atuam de forma independente e são modeladas e combinadas de diversas maneiras por indivíduos e culturas.

A idéia das inteligências múltiplas é antiga, mas, mesmo não sendo um fato cientificamente comprovado, adquiriu o direito de ser seriamente discutida através da teoria desse autor. A seguir, uma breve descrição das principais inteligências de acordo com Gardner.

**A Inteligência lingüística** caracteriza-se por uma sensibilidade para lidar com as palavras, através de seus significados, seus signos e sons. Além disso, há uma especial capacidade de manipular os vários domínios da linguagem (semântica, fonética, sintaxe, etc.). Esta habilidade é vista nos poetas, oradores, atores e atrizes de teatro, etc.

**A Inteligência espacial** é caracterizada nos indivíduos que têm capacidade para perceber o mundo visual e espacial de forma precisa e manipular formas e objetos mentalmente. É a inteligência dos artistas plásticos, dos engenheiros e dos arquitetos.

**A Inteligência cinestésica** se refere à habilidade para resolver problemas ou criar produtos através do uso de parte ou de todo o corpo. É a habilidade para usar a coordenação grossa ou fina em esportes, artes cênicas ou plásticas no controle dos movimentos do corpo e na manipulação de objetos com destreza.

**A Inteligência interpessoal** é descrita como uma habilidade para entender e responder conjuntos de sentimentos. Tem a capacidade de perceber e fazer distinções no humor, intenções, motivações e sentimentos de outras pessoas. Ela é melhor apreciada na observação de professores, pastores, padres, políticos e vendedores bem sucedidos.

**A Inteligência intrapessoal** é a habilidade para conhecer seus próprios sentimentos, sonhos e pensamentos, fazendo assim seu processo de ação tendo como base esse conhecimento. Pessoas com essa inteligência são capazes de formular uma imagem precisa de si próprio.

**A Inteligência musical** se manifesta através de uma habilidade para apreciar, compor ou reproduzir uma peça musical. Inclui discriminação de sons, habilidade para perceber temas musicais, sensibilidade para ritmos, texturas e timbre, e habilidade para produzir e/ou reproduzir

música. A criança pequena com habilidade musical especial percebe desde cedo diferentes sons no seu ambiente e, freqüentemente, canta para si mesma.

**A Inteligência lógico-matemática** tem como componentes centrais a sensibilidade para padrões, ordem e sistematização. É a habilidade para explorar relações, categorias e padrões através da manipulação de objetos ou símbolos; é a habilidade para lidar com séries de raciocínios, para reconhecer problemas e resolvê-los. É a inteligência característica de matemáticos e cientistas. Para Gardner, embora o talento científico e o talento matemático possam estar presentes num mesmo indivíduo, os motivos que movem as ações dos cientistas e dos matemáticos não são os mesmos. Enquanto os matemáticos desejam criar um mundo abstrato consistente, os cientistas pretendem explicar a natureza. A criança com especial aptidão nesta inteligência demonstra facilidade para contar e fazer cálculos matemáticos, resolver problemas, criar notações práticas de seu raciocínio, entre outros.

De especial interesse para a investigação é a análise da relação entre matemática e música. Embora Gardner apresente as inteligências como autônomas, ele diz que pouquíssimas vezes funcionam separadamente. Para ele “[...] estas inteligências trabalham em harmonia, então sua autonomia pode ser invisível” (GARDNER 1994, p. 7). Quando nos aproximamos e observamos mais cuidadosamente, emerge a natureza peculiar de cada inteligência.

Gardner (1994, p. 98) revela especial atenção às relações entre as competências matemática e musical. Diz que para a sabedoria popular, essas áreas encontram-se intimamente ligadas.

A meu ver, há elementos claramente musicais, quando não de “alta matemática” na música: estes não deveriam ser minimizados. Para apreciar a função dos ritmos no trabalho musical o indivíduo deve ter alguma competência numérica básica. [...] Meu palpite é que estas analogias provavelmente podem ser encontradas entre duas quaisquer inteligências e que, de fato, um dos grandes prazeres em qualquer área intelectual se deve a uma exploração do seu relacionamento com outras esferas da inteligência.

Nas relações e atividades didáticas envolvendo matemática e música, propostas nesse trabalho, há um grande potencial que incentiva processos afetivos e cognitivos. As inteligências múltiplas são potencializadas nesse cenário, pois em cada área, há a sua forma de entender e tratar os assuntos. Usando isso podemos estimular o afeto e a cognição em áreas que estão mais próximas desses alunos, por exemplo, alunos que têm uma maior habilidade em música (inteligência musical) estarão muito mais próximos da compreensão de conceitos como razões e proporções, intervalos e escalas, quando esses estiverem sendo expostos em um monocórdio. Já quem é da área da

matemática, também estará próximo de suas competências, quando tratarmos desses assuntos, pois seu raciocínio lógico abrirá caminhos mais fáceis para esse entendimento.

A fim de tornar o aprendizado impregnante, consiste estratégia educacional efetiva a injeção de afeto em territórios cujas ligações mostram-se, ainda, pouco consolidadas, possibilitando, àqueles envolvidos na dinâmica de ensino/aprendizagem, sentir o conhecimento [...]. Entre as táticas de ensino, considera-se fortemente a utilização das competências promissoras como apoio para o desenvolvimento de outras em que o aluno possui mais dificuldade, estabelecendo pontes conectoras de afeto e cognição. (ABDOUNUR, 1999, p. 176-177)

O conhecimento das tendências promissoras e das dificuldades de um aluno torna-se um elemento significativo no contexto presente. Ou seja, saber onde o aluno tem melhor desenvoltura auxilia o professor a conhecê-lo melhor e, a partir desse ponto, mostrar ligações com outras áreas que tem mais dificuldades; ao passo que, sabendo as dificuldades do aluno, o professor pode utilizar, por exemplo, conexões em áreas em que esse aluno tem mais facilidade.

Faz-se relevante preocupar-se constantemente com a dinâmica de ensino do aluno e com a maneira como distribuem-se ponderadamente suas capacidades, a fim de oferecer terrenos que possibilitem ao estudante desvendar sua originalidade, bem como desenvolver aquelas competências consideradas mais deficientes.

Gardner (1994) revela, através de sua teoria, vários pensamentos que estão incluídos nesse trabalho. Por exemplo, quando mostra os componentes da inteligência musical dizendo que muitos especialistas colocaram aspectos afetivos como parte central da música.

As relações entre música e matemática estão aqui para serem olhadas como uma via de mão dupla, em que as distintas aptidões, respeitando sua área de atuação, possam auxiliar uma a outra. Com o conhecimento das múltiplas inteligências propostas por Gardner, teremos mais subsídios para entender os motivos pelos quais os alunos têm melhores e piores desempenhos em determinadas atividades de ensino.

As atividades propostas nesta pesquisa têm o papel estimulador de inteligências e, com o passar do tempo, propiciam-se condições para que os alunos sejam responsáveis pela sua própria aprendizagem e também pelo aprimoramento de suas habilidades. Essas atividades tendem a proporcionar uma aproximação de áreas próximas ao seu entendimento, em suas respectivas áreas, tornando assim um ambiente favorável para a afetividade e assim podendo melhorar seu aprendizado.

A execução das tarefas propostas nas atividades requer uma combinação de inteligências e afetividade, para nós, essenciais para o processo de ensino e aprendizagem. Essas tarefas variam de situações relativamente direcionadas pelo professor a outras em que os alunos agem livremente, decidindo o que e como fazer.

Nessas situações, podemos desenvolver uma linha de raciocínio baseada na interdisciplinaridade. Essas ações propostas passam por diversas disciplinas tendo a matemática e a música em primeiro plano, mas também envolvendo outras disciplinas, como por exemplo física, educação ambiental e biologia. Talvez a dificuldade de achar uma definição única e delimitada para a interdisciplinaridade seja a mesma que temos em praticá-la e por isso requer uma atenção especial.

Apesar de ser um conceito já bastante discutido, a interdisciplinaridade ainda passa por uma formação e é um de nossos objetivos alcançar o que seria a plenitude de uma educação interdisciplinar. Para Fazenda (1998, p.13), nas práticas interdisciplinares

[...] impera a circulação de conceitos e esquemas cognitivos sem consistência, ou apenas disciplinarmente consistentes, portanto, insuficientes para agir ou pensar interdisciplinarmente. Essa constatação tem-nos compelido a um trabalho de construção conceitual interdisciplinar que visa ao ingresso de olhares paralelos e à abertura a esses olhares, convergentes ou divergentes, em suma, ao exercício pleno da ambigüidade nas questões de educação.

Demo (1998, p. 88-89) define a interdisciplinaridade “[...] como a arte do aprofundamento com sentido de abrangência, para dar conta, ao mesmo tempo, da particularidade e da complexidade do real”. Segundo Japiassu (1976), para se ter a interdisciplinaridade é necessário a intercomunicação entre disciplinas e que haja uma mudança entre elas, dialogando entre si, e não apenas troca de informação.

Apesar da dificuldade, há uma interação muito maior entre alunos e professor quando se utiliza atividades que envolvem diversas áreas do saber. Por exemplo, na atividade das palmas e das consonâncias<sup>9</sup> várias competências foram utilizadas: a lógico-matemática, a musical, a corporal cinestésica, as inter e intrapessoal. Nesse sentido, pretendemos desenvolver juntamente com professores e licenciandos das áreas em estudo, atividades pedagógicas que possibilitem a constituição de um processo de aprendizagem relacionando a matemática e a música. Pimenta (2000) indica a necessidade de uma maior aproximação entre as práticas escolares e a produção

---

<sup>9</sup> Atividade aplicada na oficina 3.

de conhecimento desenvolvida na universidade. Acredita que essa aproximação favoreça mudanças significativas na cultura organizacional da escola parceira e contribua no aprofundamento de conhecimentos sobre o processo de construção dos saberes pedagógicos.

Esse tipo de proposta enfatiza a substituição das relações hierárquicas entre quem faz pesquisa e quem aplica pesquisa, por relações de colaboração no contexto de sala de aula entre pesquisador e professor. Seu objetivo é favorecer o desenvolvimento profissional do professor e do pesquisador, assim como, a ampliação dos conhecimentos sobre os processos de ensino, de aprendizagem, de formação continuada e de desenvolvimento de pesquisa numa perspectiva reflexiva, crítica e colaborativa.

## **A Metodologia de Pesquisa**

Em busca de respostas para a questão desta pesquisa, organizamos oficinas junto a professores e alunos licenciandos de matemática e música. Nessas oficinas, sugerimos atividades que envolvessem essas duas áreas e através dos questionários, relatórios e videoteipes gravados nas oficinas, procuramos investigar de que maneira as relações entre matemática e música poderiam ser utilizadas. Essa forma de investigação aproxima o investigador dos sujeitos para quem esse trabalho está direcionado e, além disso, proporciona o envolvimento direto dos sujeitos investigados, tanto na aplicação das atividades como nas discussões, reflexões e sugestões de como essas atividades podem ou não ser aplicadas em sala de aula.

As oficinas foram realizadas na Célula Modelar Universitária V (CEMUNI V), sala 12 na Universidade Federal do Espírito Santo. O formato foi como curso de extensão e teve apoio do projeto *Musivamentando*<sup>10</sup> e do Departamento de Teoria de Artes e Música do Centro de Artes – DTAM/CAR – ambos da mesma universidade. O curso foi gratuito com carga horária de 10 horas, sendo duas horas por oficina com o título “*Matemática e Música: práticas pedagógicas desenvolvidas em oficinas interdisciplinares*”. Optamos por realizar as oficinas nesse local – onde fica localizado prédio do centro de música da Universidade Federal do Espírito Santo – pois

---

<sup>10</sup> Esse projeto tem como objetivo promover eventos programados (palestras, mini-cursos, debates, workshops) com profissionais do campo musical que possam dialogar com a comunidade do Centro de Artes e especialmente com o curso de música a respeito de temas relevantes para a formação artístico-musical e pedagógica. A equipe é formada pelo coordenador Celso Ramalho, subcoordenador Marcus Vinícius das Neves, os monitores Márcio Rodrigues, Herbert Baioco, Gabriel Alves, Osmar Takashi e Bráulio Bosi. O projeto está em funcionamento desde 2007 cadastrado sob o número 40481 no SIEX e proporcionou suporte para a divulgação e realização das oficinas além de providenciar o local e o material didático utilizado.

tínhamos maior contato com o chefe do departamento e o coordenador deste curso, facilitando assim a viabilização do espaço, dos equipamentos e de todo o processo para regulamentação e realização das oficinas.

Foram oferecidas 30 vagas sendo 10 vagas para professores de música e alunos de licenciatura em Música, 10 vagas para professores de matemática e alunos de licenciatura em matemática e 10 vagas para ouvintes. No final do curso foi emitido um certificado para aqueles que cumpriram setenta e cinco por cento (75%) da carga horária do curso, certificado esse oferecido pela Pró-reitoria de Extensão – PROEX /UFES.

O principal motivo de realizar as oficinas com esse público foi discutir, ouvir sugestões, e colher respostas desses sujeitos às indagações da pesquisa. Esses sujeitos vivenciam o ambiente escolar e atuam diretamente em sala de aula. Para nós, é importante que o conhecimento produzido na academia esteja em parceria com o conhecimento produzido na escola, e os alunos e professores envolvidos possam colaborar para a proposta desse trabalho considerando-os parceiros e responsáveis pelo processo e não apenas executores.

Aproximadamente 40 pessoas procuraram informações sobre as oficinas; desses, 18 se inscreveram, sendo 5 licenciandos em música, 6 licenciandos em matemática, 2 professores de matemática, 3 professores de música e 2 ouvintes. Por questões éticas usamos codinomes para os sujeitos da pesquisa. Esses codinomes foram inspirados em nomes importantes da Bossa Nova<sup>11</sup>, como forma de homenagem ao aniversário dos seus 50 anos de existência em 2008. A seguir, os codinomes dos sujeitos com suas respectivas formações.

1. Nara – Cursando o quarto período de música licenciatura.
2. Miúcha – Cursa o sétimo período de matemática licenciatura.
3. Menescal – Cursa o último período de matemática licenciatura.
4. Maysa – Mestranda em matemática.

---

<sup>11</sup> Em 1958, é lançado um compacto simples com as canções “Chega de Saudade” (Tom Jobim e Vinícius de Moraes) e “Bim Bom” (João Gilberto) por um cantor e violonista baiano João Gilberto. O disco contraria alguns puristas, mas ele define, sobretudo, um gênero musical inédito, a Bossa nova.

5. Antonio – Cursando o quarto período em música licenciatura.
6. João – Cursando o quarto período em música licenciatura.
7. Astrud – Graduada em matemática, mestre em educação na linha de educação matemática e professora universitária.
8. Vinícius – Formado em matemática e professor de matemática.
9. Célia – Cursando o segundo período de música licenciatura.
10. Fátima – Cursando sexto período em pedagogia e bacharelado em violino.
11. Marcos – Cursando o segundo período em música licenciatura.
12. Wanda – Professora de matemática e cursa o sétimo período de matemática licenciatura.
13. Stan – Licenciado em matemática e mestrando em matemática.
14. Sylvia – Professora de matemática.
15. Edu – Graduado em música licenciatura.
16. Gilberto – Cursando o sétimo período em música licenciatura.
17. Dorival – Vestibulando do curso de música.
18. Baden – Cursando o segundo período em música licenciatura.

Devido à opção de realizar a pesquisa no formato já descrito (oficinas pedagógicas) tínhamos a preocupação de como seria o envolvimento do pesquisador com o contexto da pesquisa e como iríamos realizar as observações e as coletas de dados, pois o próprio pesquisador estaria com a função de ministrar as oficinas. Além disso, tínhamos que ter cuidado ao registrar apenas a versão do pesquisador, pois, por mais que esteja captando a realidade, seria sempre a “sua” versão dessa realidade suscetível, inclusive, a mudanças ou ainda a cometer o erro de registrar somente os fatos que confirmem sua hipótese inicial. Para tentarmos diminuir esses possíveis efeitos negativos, resolvemos utilizar várias fontes de captação de dados: observações do pesquisador, observadores externos, questionários e gravação em videotape das oficinas.

Os observadores externos foram dois monitores<sup>12</sup> que registravam os dados através de relatórios durante e após as oficinas. Os relatórios foram direcionados para registrarem como as oficinas foram conduzidas, a participação dos sujeitos, as possíveis mudanças e as sugestões de como utilizar ou não as atividades propostas; os questionários, feitos para que pudéssemos ter uma fonte de dados mais direta dos sujeitos da pesquisa. Esses procuravam investigar se, para aqueles sujeitos da pesquisa, as atividades poderiam ser utilizadas ou não em sala de aula e para obter sugestões de mudanças. Procuravam verificar se a forma como foram abordados os conteúdos auxiliaria os próprios sujeitos a entenderem os conceitos expostos nas atividades e o que lhes chamava mais a atenção. Havia também um espaço reservado para que pudessem fazer observações e justificativas. Essas fontes de dados foram complementadas pela gravação em videoteipe, instrumento a que vamos dedicar uma especial atenção a seguir.

As gravações em videoteipe captadas durante as oficinas possibilitaram uma complementação nas diversas fontes de obtenção de dados em nossa pesquisa. Esses registros permitem uma análise minuciosa de aspectos não perceptíveis nas anotações durante ou após as oficinas por terem a opção de serem revistos quantas vezes quisermos e serem analisados com mais cautela, diminuindo algumas interpretações antecipadas que tivemos no momento da aplicação das oficinas e permitindo uma análise completa de cada momento.

Como referência teórica para a captação e principalmente análise do videoteipe, utilizamos o texto de Powell; Francisco; Maher (2004) publicado no periódico Boletim de Educação Matemática – Bolema, com o título “Uma abordagem à análise de videoteipe para investigar o desenvolvimento de idéias e raciocínios matemáticos dos estudantes”. Esse artigo examina a literatura sobre a metodologia de videoteipe e traz questões a respeito da coleta, análise e transcrição de dados, além de outros assuntos a respeito dessa forma de investigação.

Nesse artigo (p. 86) encontramos vários fatores que mostravam a importância do videoteipe para captação de dados em uma pesquisa. Os autores afirmam que o vídeo é um importante e flexível instrumento para coleta e informação oral e visual, que captura comportamentos valiosos e interações complexas, permitindo reexaminar o conteúdo dos vídeos.

---

<sup>12</sup> Foram selecionados dois alunos do curso de música que fizeram parte da montagem e aplicação das oficinas. Os relatórios foram anexados de forma integral ao trabalho.

Em relação às limitações (p. 87), aborda que o videoteipe é seletivo devido a entraves mecânicos, e é incapaz de capturar o conteúdo subjetivo e o contexto histórico do comportamento capturado. Mostra também que podem ser escolhidas cenas com base na tecnologia utilizada e nos interesses teóricos, e isso molda análises posteriores e a apresentação dos resultados, pois editam e escolhem exemplos quando focalizam ou não determinados eventos.

O artigo recomenda (p. 89) que sejam utilizadas outras fontes de dados para complementarem a análise de vídeo e aborda possíveis problemas de ordem ética, alertando para que os consentimentos sejam pactuados de forma escrita e que todos os participantes tenham ciência de como serão utilizadas tais gravações. Sugere que os participantes sejam bem informados e compreendam o significado de suas participações e implicações potenciais por terem suas vozes e imagens gravadas.

Os autores colocam várias vantagens a respeito da análise de dados das gravações em vídeo, como a possibilidade de visualizar eventos gravados com a frequência que for necessária e de diversas formas, em “tempo real, câmera lenta, quadro a quadro, para adiante, para trás” e podem se ocupar com suas diferentes características; o vídeo auxilia também nas interpretações sob diversas perspectivas; indica outros potenciais para a análise dos dados de vídeo, e oportuniza aos participantes compartilhar seus pontos de vista a respeito de seus comportamentos.

Vazquez (2004, p. 63), concordando com Powell, Francisco e Maher (2004), coloca que

O vídeo tem sido considerado uma ferramenta importante para a Educação matemática, pois permite captar e registrar cada momento da coleta de dados, além de permitir revê-los ilimitadas vezes nos reportando ao campo, sem necessidade presencial real dos sujeitos no contexto da coleta, favorecendo refinarmos pontualmente, de um modo flexível e de acordo com o interesse do pesquisador, possibilitando ainda colocar para reflexão e discussão a outros pesquisadores interessados.

A possibilidade de revermos várias vezes as gravações nos trouxe a possibilidade de olhar minuciosamente momentos que talvez passassem despercebidos em observações diretas no campo. Além disso, é possível separar fatos importantes para a análise, bem como gestos e falas que seriam perdidos.

Ao todo, captamos aproximadamente dez horas de gravação. Para Maher (in VAZQUEZ, 2004, p. 41) a análise de videoteipe requer cinquenta horas de trabalho pessoal para cada vinte minutos,

e que pudemos certificar quando começamos a analisar as fitas de videoteipe. Portanto, tornou-se necessário delimitar o que estaríamos analisando. Decidimos então privilegiar algumas falas dos participantes e os trechos em que eram aplicadas as atividades. Orientados por Powell, chamamos esses trechos de *eventos críticos*.

Por meio da observação e da descrição dos dados do videoteipe, os pesquisadores adquirem um conhecimento profundo suficiente de seu conteúdo. Mais tarde eles prosseguirão para a próxima fase da análise dos dados, que consiste em rever cuidadosamente as fitas e identificar momentos significativos ou, como denominamos, *eventos críticos* (POWELL, FRANCISCO E MAHER, 2004, p. 104).

Esses eventos críticos além de delimitar nossas análises, também tiveram relação com as questões dessa pesquisa. Através das análises dos eventos críticos, que centralizamos nas atividades propostas nas oficinas, observamos como os participantes se comportavam e o que diziam a respeito dessas atividades propostas. Outro ponto para escolha dos eventos críticos foi analisar, avaliar e refletir sobre nossa atuação como professor – na utilização desse modo de captação de dados, nossa prática pode ser minuciosamente avaliada, pois revimos várias vezes os videoteipes.

Usamos como modelo de descrição, transcrição e análise a proposta contida no artigo de Powell, Francisco e Maher (2004, p. 98), que diz

[...] Nosso modelo analítico para estudar o desenvolvimento do pensamento matemático emprega uma seqüência de sete fases interativas e não lineares: 1) Observar atentamente aos dados do vídeo; 2) Descrever os dados do vídeo; 3) Identificar eventos críticos; 4) Transcrever; 5) Codificar; 6) Construir o enredo.

A partir desse modelo proposto, compusemos o texto com as descrições, transcrições dos eventos críticos e observações numa cronologia temporal. Para nós, essa forma de narrativa ajuda na leitura e compreensão do texto. Na medida em que íamos descrevendo a oficina, íamos transcrevendo os momentos críticos para depois analisar e fazer as observações necessárias. Usamos o intervalo de tempo entre 2 a 5 minutos para descrição e transcrição dos eventos críticos, como sugeridos por Powell, Francisco e Maher.

## CAPÍTULO II

### PESQUISANDO OUTROS SONS E NÚMEROS

*A fim de tornar o aprendizado impregnante, consiste estratégia educacional efetiva, a injeção de afeto em territórios cujas ligações mostram-se, ainda, pouco consolidadas, possibilitando, àqueles envolvidos na dinâmica de ensino/aprendizagem, sentir o conhecimento. Tais reflexões sugerem pensar, agora, em teias mais amplas, com regiões mais ou menos embebidas de sentimento, o que denominaremos redes cognitivo/afetivas.*

*Abdounur (1999, p.176)*

A relação matemática e música é um assunto já abundantemente estudado e aplicado. A bibliografia disponível é ampla. Cabe citar, por exemplo, a compilação bibliográfica sobre Afinação e Temperamento realizada por Manuel Op de Coul, Brian McLaren e Dominique Devie, contendo 5.127 títulos, entre manuais, monografias e artigos publicados em periódicos, ou ainda a realizada no site da H.W. Wilson Company, esse com 4822 artigos<sup>13</sup>.

Nessa pesquisa pudemos observar, no entanto, a escassez de obras publicadas sobre o tema em português, e ainda as que relacionam tal assunto com a área educacional. É de se notar, pela leitura dos resumos, que a maioria desses títulos fala a respeito da área computacional, área eletro-acústica e da aplicação da matemática pura. Uns revelam o viés histórico em que a matemática e a música tiveram suas ligações e suas origens como ciência, outros tratam da teoria musical e poucos falam do seu uso educacional.

Listaremos e destacaremos algumas dessas obras que têm relevância e que foram diretamente usadas nesse trabalho como base de pesquisa, como base do referencial teórico ou como base da metodologia nas montagens das oficinas interdisciplinares. Listaremos obras direcionadas para a história da relação matemática/música e para o uso da relação matemática/música utilizada para fins didáticos.

---

<sup>13</sup> Esse levantamento bibliográfico pode ser encontrado gratuitamente nos endereços [http://vnweb.hwwilsonweb.com/hww/results/getResults.jhtml?DARGS=/hww/simplesearch/simple\\_search.jhtml.31](http://vnweb.hwwilsonweb.com/hww/results/getResults.jhtml?DARGS=/hww/simplesearch/simple_search.jhtml.31) e <http://www.xs4all.nl/~huygensf/doc/bib.htm>. O número de itens apresentados refere-se à consulta realizada em 06 de abril de 2008.

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados**. São Paulo: Escrituras, 1999. 333 p. (Coleção Ensaio Transversais, 3).

Nosso trabalho se baseou diretamente nos trabalhos desse livro, principalmente no relato a respeito das oficinas interdisciplinares de matemática e música e em suas considerações a respeito do desenvolvimento didático e pedagógico. O primeiro capítulo do livro descreve uma trajetória histórica da relação matemática/música intitulado “Da Matemática à Música: um passeio numérico através dos sons”. Ilustra as relações, as analogias, e os paralelos organizando historicamente momentos importantes dessas duas ciências. O autor fala dos teóricos musicais gregos, dos estudos através do experimento do monocórdio e a música na escola pitagórica.

Pitágoras deu continuidade a seus experimentos investigando a relação entre o comprimento de uma corda vibrante e o tom musical produzido por ela. Caracterizando a primeira lei descoberta empiricamente, o experimento de Pitágoras é ainda a primeira experiência registrada na história da ciência, no sentido de isolar algum dispositivo para observar fenômenos de forma artificial (ABDOUNUR, 1999, p. 5).

O autor atravessa a história da matemática/música pela Idade Média até o Renascimento, ressaltando vários nomes que contribuíram para o estudo dessa relação. Além de Pitágoras, nomes como Árquitas de Tarento, Gioseffo Zarlino, Marin Mersenne, Johannes Kepler, René Descartes, Jean Philippe Rameau, entre outros, são citados, evidenciando seus estudos e experimentos que utilizavam a matemática.

Esse capítulo aborda ainda a emergência do *Temperamento igual* – divisão do intervalo de oitava em 12 semitons associados a relações de frequências exatamente iguais (ABDOUNUR, 1999, p. 79), os *Harmônicos* – sons parciais de uma nota musical que compõem sua sonoridade e a *Série Harmônica* – seqüência dos Harmônicos ordenados do grave ao agudo (ABDOUNUR, 1999, p. 87).

No segundo capítulo, há uma organização teórica defendida pelo autor a respeito do pensamento analógico na construção de significados, implicações e conseqüências no processo didático/pedagógico. Cita o Conhecimento de Rede (LÉVY, 1993; MACHADO, 1995), a Inteligência como um espectro de Múltiplas Competências (GARDNER, 1994) e a Inteligência Coletiva (LÉVY, 1994) para ancorar e discutir as dinâmicas de participação do Pensamento Analógico.

O reconhecimento e desenvolvimento do espectro de competências da inteligência proporcionam maior diversidade de experiências ligadas a uma determinada situação, o

que favorece a construção de significados por meio de canais heterogêneos, possibilitando, reciprocamente, suas transformações por distintos caminhos (p. 108).

Apresenta o papel das metáforas e analogias como figuras conectivas de afeto e sentimento com a cognição na catálise de dinâmicas didático/pedagógicas, segundo concepção de Ricouer, além de tratar a respeito das redes cognitivo/afetivas.

No terceiro capítulo, revê a trajetória histórica da relação matemática/música traçada à luz do referencial e concepções por ele defendida investigando a interação entre matemática e música. No último capítulo o autor expõe metodologicamente as oficinas interdisciplinares realizadas e discute implicações educacionais a respeito do tema proposto, analisando as atividades e mostrando a importância do pensamento analógico na dinâmica de ensino/aprendizagem. Discorre sobre atividades desenvolvidas nas oficinas interdisciplinares e procura reproduzir a trajetória da matemática/música. Parte do experimento de Pitágoras e passa por intervalos musicais, por teóricos musicais gregos, pela música na Idade Média, pelo Temperamento, pelos pensadores do Renascimento e termina com as relações entre Séries de Fourier Série Harmônica.

Segundo Abdounur as atividades envolvendo matemática e música podem ser usadas como estratégia educacional, procurando assinalar a busca de um equilíbrio dinâmico das diversas competências e revelar outras que estão por vezes “adormecidas”, catalisando assim o desenvolvimento pessoal.

[...] a forma tradicional de organização dos trabalhos escolares não favorece a operacionalização da proposta apresentada neste trabalho, faz-se necessário naturalmente uma nova configuração para a estrutura/dinâmica de ensino/aprendizagem. [...] Para participar de uma oficina, deve-se praticar atividades concernentes a distintas competências intelectuais (p. 313-314).

É de particular interesse para esse trabalho a organização das atividades escolares propostas aqui. O intuito é investigar como atividades envolvendo matemática e música auxiliam o professor e o aluno no processo de ensino e aprendizagem. Para isso, usaremos algumas atividades descritas nesse capítulo juntamente com algumas que já utilizamos<sup>14</sup> além outras que serão criadas e desenvolvidas para as oficinas. Muito nos auxiliou a experiência vivenciada e relatada pelo autor e, principalmente, a forma como foram desenvolvidas, realizadas e analisadas as oficinas.

---

<sup>14</sup> Atividades já praticadas pelo pesquisador no exercício como docente.

MOTTA, C. E. M. Uma proposta transdisciplinar no ensino da matemática para deficientes visuais. In: Cury, H. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos e propostas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004, p. 407-430.

Motta descreve uma proposta metodológica de ensino da matemática para alunos da Educação Infantil com deficiência visual através de ritmos, músicas e utilização do corpo. Usa a audição como percepção e descreve atividades usadas em sala de aula, deixando claro como foi utilizado no projeto e a significância para fins educacionais.

A essência do projeto, intitulado DRUMMATH, caracteriza-se em transformar as abstratas compatibilidades e incompatibilidades matemáticas de um dado conceito aritmético em algo concreto através de ações de nível motor. São sons compatíveis e incompatíveis, provenientes de ações que terão na compatibilidade um sinônimo de conforto corporal no senso estético rítmico. Há uma sensação concreta na compreensão do conceito matemático relacionado com a audição na contextualização da idéia matemática por parte do deficiente visual.

As atividades partem de uma execução motora e estão intimamente ligadas a um ambiente afetivo despertando possibilidades cognitivas. Para Motta, as atividades ainda facilitam a compreensão de conceitos matemáticos e contribuem para a educação matemática de um maior número de alunos (p. 10).

Este conjunto de idéias, quando posto em prática em cursos de formação de professores, por exemplo, se coloca naturalmente sob a nova ótica curricular proposta para os cursos de Licenciatura. Ao mesmo tempo, chama a atenção dos licenciandos para algo importante: não existe, efetivamente, no conhecimento humano, uma linha de separação entre o pedagógico e o específico. Existe sim, em um primeiro instante, o levante de uma postura pedagógica em um ambiente orientado de maneira específica e, a seguir, a ação específica de teor pedagógico<sup>15</sup>.

Transmite um contexto natural de integração das distintas linguagens científicas, humanas e exatas, e promover a inclusão do deficiente visual no ambiente escolar trabalhando o próprio resgate do indivíduo em relação à sua auto-estima.

A proposta de Motta contribuiu significativamente para o nosso trabalho em relação à fundamentação teórica. O autor baseia-se em Henri Wallon e apresenta a questão afetiva na execução das atividades. Coloca a afetividade como ponto primordial para o ensino e

---

<sup>15</sup> O texto foi retirado de um resumo para apresentação no VI Reunião Regional da Sociedade Brasileira de Matemática, disponível em: <http://www.ufv.br/dma/eventos/virrsbm/resumos/motta.pdf>, p. 26.

aprendizagem de alguns conceitos matemáticos. Além disso, nas atividades utilizadas, há o envolvimento de relações entre matemática e música; na matemática, números primos, soma, subtração, máximo e mínimo múltiplo comum e na música, o aspecto rítmico.

O aspecto rítmico é o ponto principal frisado no projeto de Motta, que busca uma interação corporal-cinestésica, evidenciando os impulsos sonoros a fim de mostrar conteúdos matemáticos para os deficientes visuais. O artigo tem forte relação com aspecto lúdico e emocional, o assunto proposto aparece de maneira dinâmica e prática e é usado de maneira descontraída. Há um interesse em mostrar a matemática de forma mais dinâmica e prática, e não estática, cheia de símbolos e sem nenhum atrativo.

RODRIGUES, José Francisco. A Matemática e a Música. **Colóquio/Ciências**, nº23, pp.17-32, 1999. Disponível em [http://cmup.fc.up.pt/cmup/musmat/MatMus\\_99.pdf](http://cmup.fc.up.pt/cmup/musmat/MatMus_99.pdf) acesso em: 06 de abril de 2008.

Traz várias associações entre matemática e música e traça uma linha histórica com nomes que incluíram esse tema em suas pesquisas e experimentos. Diz que no entendimento, transmissão e criação da música, há uma série de relações simbólicas e sonoras que são associadas à matemática, ou seja, que a música seria a “ciência do número aplicada aos sons”.

Cabe ressaltar neste texto a “Aritmúsica Pitagórica”, com Pitágoras e seus experimentos com o monocórdio, relacionando razões de números perfeitos com cordas vibrantes. Para Pitágoras a harmonia do som correspondia diretamente com a aritmética das proporções: a  $2/3$  associava à quinta,  $3/4$  à quarta e  $1/2$  associada à oitava. Nesta mesma época surgem explicações sistemáticas das primeiras escalas musicais que seriam tratadas no antigo texto *Sectio Canonis*, ou a *divisão dum monocórdio*, escrito cerca de 300 a.C atribuído possivelmente a Euclides.

Segue uma linha histórica através de nomes, livros e textos: Boécio e sua *De Institutione Musica*, Aristóteles e a música das esferas, Cláudio Ptolomeu com sua obra *Mathematike Syntaxis*, Copérnico com sua publicação em 1543 de sua importante obra *De Revolutionibus Orbium Celestium*, Leonhard Euler e *Do verdadeiro carácter da música moderna* de Galileu Galilei, Kepler, Zarlino, entre outros cientistas que abordaram profundamente a teoria da música e da matemática.

Para nossa pesquisa utilizamos a abordagem histórica traçada nesse artigo. Pudemos acompanhar vários momentos da relação matemática e música e obter várias imagens e textos mostrados a partir de fontes primárias de livros. Por exemplo, Guido d'Arezzo e seu livro *Micrologus*, Euclides e o texto possivelmente escrito por ele *Sectio Canonis*, Boécio e o *De Institutione Musica*, Copérnico, com a publicação em 1543 da sua obra capital *De Revolutionibus Orbium Celestium*.

Na montagem das oficinas, utilizamos algumas imagens recolhidas desse texto. Essas imagens mostram momentos importantes que marcaram a história da relação matemática/música. Também utilizamos o cálculo das médias aritméticas e harmônicas na aplicação da atividade da escala de Árquitas<sup>16</sup>.

PEREIRA, Augusto Andrade. A Matemática e o Desenvolvimento da Acústica No Renascimento. Trabalho apresentado no Seminário Paulista de História e Educação Matemática. Disponível <http://www.ime.usp.br/~sphem/documentos/sphem-posteres.pdf> acesso em 28 de março de 2009.

O artigo traz uma leitura histórica da matemática no Renascimento com base nos estudos de Tomas Kuhn e suas explanações a respeito da Revolução Científica. O autor considera que a acústica, assim como a ciência como um todo, assumiu um caráter empírico e que ela foi baseada em princípios matemático-experimentais, mostrando uma diferente natureza da relação matemática e música. Nas palavras do autor,

Esse prévio ensaio trata as transformações da ciência acústica durante o Renascimento que abrangem diversas questões relacionadas, por exemplo, com os novos fundamentos matemáticos da acústica, abarcando além da concepção de som como onda ou consonância por coincidência de vibrações, como também conceitos relevantes como ressonância, superposição de ondas dentre outros que permitiram uma nova leitura matemático-empírica dos fenômenos musicais, leitura essa incomensurável, no sentido kuhniano, com as concepções acústico-matemáticas anteriores associadas a tais conceitos (p. 92).

O foco principal do autor é a possibilidade de enquadrar o Renascimento ao conceito Kuhniano de Revolução Científica e dessa forma aproximar a acústica da matemática experimental,

---

<sup>16</sup> Atividade descrita na segunda oficina.

permitindo uma leitura mais profunda. Essas características ilustram um possível enquadramento do período chamado de Revolução Científica de Kuhn na acústica renascentista.

Antes do Renascentismo, a especulação era predominante na história da acústica e somente nessa época adquiriu um caráter mais empírico ligado à matemática. Nesse período vários nomes colaboraram com experimentos que faziam a junção da matemática e a música, tais como Gioseffo Zarlino, Benedetti, Galileu Galilei, entre outros.

Esse texto nos auxiliou a entender e pesquisar o desenvolvimento da acústica através dos conceitos de Thomas Kuhn e de como foi a mudança de uma música matemático-especulativa para uma música matemático-empírica<sup>17</sup>. Essa mudança foi primordial para dar um caráter científico à música e assim transformá-la em ciência. O texto apresenta alguns exemplos dessa transformação, o que serviu de base para aplicar nossas atividades.

MONTEIRO JR., Francisco Nairon; MEDEIROS, Alexandre; MEDEIROS, Cleide Farias de. Matemática e Música: As Progressões Geométricas e o Padrão de Intervalos da Escala Cromática. **Bolema**, Rio Claro:Unesp, n.20, 2003, p.101-126.

Esse artigo explora possíveis abordagens para o ensino das progressões geométricas associadas à música, mais especificamente através do entendimento das escalas diatônicas e cromáticas, que são amplamente usadas na música ocidental.

Começa fundamentando teoricamente o estudo da matemática e da música, enumerando diversos estudos sobre o assunto e trazendo inúmeros exemplos de autores que tratam dos mais variados temas que abordam tal eixo temático. Descreve como surgiram os estudos sobre escalas e como surgiu o Temperamento, dissertando a respeito da escala diatônica e da escala cromática.

Explica como ocorre a construção da escala do braço do violão, citando cada parte desse instrumento e exemplificando a escala cromática no sistema de trastes que compõem o instrumento, fazendo aí a vinculação com a progressão geométrica. O artigo termina

---

<sup>17</sup> Na Grécia Antiga (VI a. C) a música, mais especificamente a acústica, foi abordada sob uma perspectiva matemático-especulativa. A partir do Renascimento, toda a ciência, e também a acústica, obteve um caráter empírico e começou a basear-se em princípios matemático-experimentais evidenciando uma nova natureza na relação entre a matemática e a música.

exemplificando o ensino de progressões geométricas a partir da música na construção de um conjunto de tubos sonoros.

A abordagem feita para as progressões geométricas através da música nos auxiliou na elaboração de atividades relacionadas a esse assunto. A escala cromática da música ocidental e as progressões geométricas foram utilizadas para acharmos a Escala Temperada. Utilizamos também o estudo feito para a construção do braço do violão e a apresentação das principais partes desse instrumento.

A construção do conjunto de tubos sonoros contribuiu para a elaboração da atividade de construção da Flauta Pã, descrita na oficina cinco. O exercício desenvolvido no artigo construiu dois conjuntos de oito tubos – ambos no padrão de intervalos da escala maior. Pudemos observar que a altura cresceu linearmente, enquanto a frequência cresceu numa progressão geométrica de razão  $2^{\frac{1}{12}}$  (p. 119).

## CAPÍTULO III

### CONHECENDO OS SUJEITOS

*Música é uma arte, algo harmonioso e belo que de algum modo faz bem para a mente.*

*Maysa (participante das oficinas)*

Foi proposto um questionário em forma de ficha de inscrição com o objetivo de conhecer e investigar possíveis ligações dos participantes sobre o assunto – relações entre matemática e música – e para saber se já teriam utilizado esta estratégia para o ensino e/ou aprendizado. A seguir, o questionário respondido pelos participantes seguidas de nossas análises.

#### 1) Qual sua ligação com a música?

1.Nara	<i>Estou tendo aula de violão e teclado, atualmente só canto.</i>
2.Miúcha	<i>Já tive algumas aulas de violão, mas agora somente aprecio.</i>
3.Menescal	<i>Apreciador.</i>
4.Maysa	<i>Estudei piano no conservatório de música de minha cidade durante seis meses com a idade de 10 anos, inclusive com aulas teóricas.</i>
5.Wanda	<i>Toco alguns instrumentos e gostaria muito de aprender mais.</i>
6.Antonio	<i>Faço faculdade de música licenciatura.</i>
7.João	<i>Sou estudante de piano e estudante do curso de licenciatura em música.</i>
8.Astrud	<i>Estudei piano clássico, curso básico, mas parei há muito tempo. Sei ler partitura.</i>
9.Vinícius	<i>Tive aulas de piano, órgão e flauta doce. Participei de banda musical e coral de vozes e flautas.</i>
10. Célia	<i>Toco violão e canto.</i>
11. Fátima	<i>Estudo bacharelado em Violino, dou aulas particulares de instrumento, toco profissionalmente em orquestras, eventos, etc..</i>
12. Marcos	<i>Sou cantor, toco violão, guitarra e participei de cursos livres e</i>

	<i>particulares.</i>
13. Stan	<i>Sou somente um apreciador.</i>
14. Sylvia	<i>Sou apreciadora</i>
15. Edu	<i>Formado em música. Toco Violão e Cavaquinho.</i>
16. Gilberto	<i>Faço música licenciatura, mas antes tocava violão e guitarra.</i>
17. Dorival	<i>Eu estou aprendendo a tocar violão! Já li um livro sobre fisiologia da voz e quero ser músico!!!</i>
18. Baden	<i>Toco violão e guitarra e sou autodidata em meus estudos.</i>

Todos assinalaram alguma ligação com a música. A maioria dos participantes (quinze) está estudando ou já teve aulas de música por um período de tempo ou mesmo toca algum instrumento musical. Três dos sujeitos assinalaram que são apreciadores (ouvintes), o que, para nós, também caracteriza um tipo de ligação com a música. Ou seja, nenhum é indiferente à música.<sup>18</sup>

Nove assinalaram que tocam violão e sete tocam piano (teclado). Notamos que esses instrumentos musicais são mais comuns à maioria dos participantes, confirmando nossa intenção de utilizá-los como material didático nas oficinas. Optamos utilizar violões ao invés de monocórdios, teclados ao invés de pianos, softwares<sup>19</sup> que simulavam no computador o osciloscópio, o freqüencímetro, etc. ao invés dos aparelhos citados. Um dos nossos objetivos foi utilizar instrumentos e materiais pedagógicos mais acessíveis ao professor. Em algumas atividades utilizamos a voz, o corpo (palmas, sapateados, dança, etc.), materiais reciclados (pilhas, garrafas de vidro, garrafas pet, etc.). Não queríamos que as atividades propostas nesse trabalho pudessem apenas ser reproduzidas em um laboratório exclusivamente equipado para as aulas.

Outro objetivo secundário seria de incentivar a educação ambiental com a fabricação de instrumentos musicais com materiais reciclados<sup>20</sup>. Esse tema não é o foco de nossas atividades –

---

<sup>18</sup> Já tivemos outras experiências com públicos diferentes. Por exemplo, uma turma formada com pedagogos e outros somente com matemáticos. Em ambas, poucos tocavam instrumentos musicais ou tinham alguma relação mais próxima com a música, onde pudemos observar que os conceitos da área da música tiveram que ser bem explicados e debatidos nas respectivas oficinas.

<sup>19</sup> Esses softwares (programas de computador) estarão disponíveis nos anexos, assim como a forma como foram utilizados.

<sup>20</sup> Atividades propostas na quinta oficina descrita no capítulo V.

que era o procedimento matemático para a construção dos instrumentos - mas que, diante do que era exposto e dos materiais utilizados, foram debatidos como uma forma de reutilizar e/ou reciclar o lixo.

## 2) Qual sua ligação com a matemática?

1. Nara	<i>Só estudei na escolar regular.</i>
2. Miúcha	<i>Estou concluindo a licenciatura em matemática e já atuei como professor particular de reforço.</i>
3. Menescal	<i>Professor e aluno de matemática.</i>
4. Maysa	<i>Sou bacharel em matemática, mestranda em matemática e curso o 7º período de licenciatura em matemática.</i>
5. Wanda	<i>Sou professora de matemática e já atuei no Kumon.</i>
6. Antonio	<i>Somente estudei no ensino fundamental e médio.</i>
7. Joao	<i>Somente escola básica.</i>
8. Astrud	<i>Fiz graduação em matemática e mestrado em educação matemática. Atualmente sou professora de matemática.</i>
9. Vinícius	<i>Formado em matemática e atuo como professor em escolas públicas.</i>
10. Célia	<i>Estudei somente o básico.</i>
11. Fátima	<i>Estudo matemática no curso de pedagogia. Sempre tive sérias dificuldades com matemática por ter “discalculia”.</i>
12. Marcos	<i>Atuei como professor particular, mas possuo formação em Ciências Contábeis.</i>
13. Stan	<i>Estudei matemática praticamente a maior parte da minha vida, já atuei como professor e atualmente estou cursando disciplinas do bacharelado em matemática.</i>
14. Sylvia	<i>Sou professora de matemática.</i>
15. Edu	<i>Estudei somente em escolas básicas.</i>
16. Gilberto	<i>Alguns anos de Kumon e interesse particular.</i>
17. Dorival	<i>Estudei somente na escola mesmo.</i>
18. Baden	<i>Estudei em escola técnica federal.</i>

Por se tratar de uma matéria obrigatória no currículo escolar, observamos que todos já estudaram ou estudam matemática. Naturalmente havia sujeitos com conhecimentos mais aprofundados em matemática do que outros, pois o bacharel em matemática evidencia mais estudos em matemática do que aqueles que somente cursaram (ou cursam) na escola básica.

Concordando com Foerste (2005, p. 30), “[...] a colaboração entre a academia e os profissionais do ensino básico dinamiza tanto a universidade como a escola básica”, observamos que a participação desses sujeitos veio enriquecer o debate acerca da proposta desse trabalho. Um dos nossos objetivos foi fazer a ligação do que estamos produzindo academicamente com o conhecimento e a experiência dos sujeitos que estão em sala de aula. As atividades e sugestões propostas nesse estudo devem ser utilizadas na escola básica tanto pelo professor de música quanto pelo professor de matemática e, portanto, a experiência e os saberes desses sujeitos devem ter papel importante na construção desse projeto.

### 3) Qual é seu conceito (idéia) de matemática?

1.Nara	<i>Números e as relações abstratas entre eles.</i>
2.Miúcha	<i>É a concretização do pensamento humano, surge a idéia cria-se o símbolo e relaciona esses símbolos surgindo novas idéias.</i>
3.Menescal	<i>A matemática é uma ciência formal (seus axiomas são independentes dos axiomas de outras ciências) que se baseia em: axiomas, teoremas, corolários, lemas postulados e proposições para chegar a conclusões teóricas de pensamento para reconhecer, classificar e explorar padrões.</i>
4.Maysa	<i>É uma ciência que estuda as relações numéricas usadas no cotidiano, estreitamente ligada à lógica. As idéias abstratas relacionadas a conceitos específicos das chamadas “grandes áreas” da matemática: Álgebra, Geometria e Análise.</i>
5.Wanda	<i>É uma ciência maravilhosa...</i>
6.Antonio	<i>Números</i>
7.João	<i>Razão</i>
8.Astrud	<i>Não respondeu</i>
9.Vinícius	<i>É a ciência que propõe ferramentas para as diferentes áreas do</i>

	<i>conhecimento.</i>
10. Fátima	<i>Acredito que a matemática esta em todos os momento de nossa vida e que ela é de extrema necessidade para todas as sociedades.</i>
11. Marcos	<i>Ciência que estuda os fenômenos da natureza e do cosmos, sistematizando-os através de símbolos e números, associados a conhecimentos científicos/filosóficos.</i>
12. Stan	<i>Uma Ciência que estuda através de entes abstratos as diversas ligações existentes na natureza, é rigorosa e precisa, manifesta-se de alguma forma em praticamente tudo que conhecemos, e está permanentemente em busca da verdade inquestionável.</i>
13. Sylvia	<i>Algo que está presente em tudo.</i>
14. Edu	<i>É uma ciência lógica que tem como uma de suas principais características resolver problemas.</i>
15. Gilberto	<i>A ciência do raciocínio lógico. Da vontade de aprender</i>
16. Dorival	<i>É uma ciência base, portanto essencial, para qualquer aprendizado mais profundo em que envolva números.</i>
17. Baden	<i>Ciência inerente a várias formas de conhecimento.</i>

O conceito de matemática está muito ligado ao de ciência. Observamos que nove (50%) entrevistados citam a palavra ciência em suas respostas. Percebe-se, portanto, como o cientificismo está presente no conceito matemático - o que não acontece com a música, como veremos a seguir. Para exemplificar, vejamos a resposta de Marcos:

*“Ciência que estuda os fenômenos da natureza e do cosmos, sistematizando-os através de símbolos e números, associados a conhecimentos científicos/filosóficos”.*

Entendemos que a matemática não é simples de ser definida, ela abriga um campo de conhecimentos muito diversificado. Através dessa resposta modelo constatamos que, na maioria das vezes, pensa-se que a matemática está somente ligada ao aspecto científico, simbólico e teórico, não sendo possível alcançar os aspectos práticos do nosso cotidiano. Esse é um ponto que gostaríamos de enfatizar. Em nosso modo de pensar, a matemática deve também servir para resolver assuntos práticos do dia-a-dia. Deve estar ligada ao uso em diversos campos e que aqui iremos direcionar para o uso ligado à música.

#### 4) Qual é seu conceito (idéia) de música?

1. Nara	<i>Sons organizados de forma a se tornar uma melodia.</i>
2. Miúcha	<i>É uma combinação de sons que envolve o intelecto.</i>
3. Menescal	<i>Sucessão de sons e silêncio organizados ao longo do tempo.</i>
4. Maysa	<i>Música é uma arte, algo harmonioso e belo, que de algum modo faz bem para a mente.</i>
5. Wanda	<i>O mais essencial possível.</i>
6. Antonio	<i>Som e silêncio.</i>
7. Joao	<i>Proporção.</i>
8. Astrud	<i>Não respondeu</i>
9. Vinícius	<i>É a arte que depende da matemática e do “dom” dos seus intérpretes e compositores.</i>
10. Célia	<i>Não respondeu</i>
11. Fátima	<i>Música é uma arte que sempre agrada a todos os gostos pois é a forma mais fácil de expressar sentimentos.</i>
12. Marcos	<i>A música seria arte mãe de todas as artes, parte do divino, perfeição. Já uma conceituação mais restritiva, definiria música no singular, como a arte de combinar sons, pausas e o silêncio matematicamente, expressando os sentimentos do ser, suas percepções, projeções e decepções.</i>
13. Stan	<i>A música é uma prática cultural humana que manifesta-se através de uma sucessão de sons, organizada ao longo de um determinado tempo, neste sentido acredito que a música é também uma manifestação da arte humana.</i>
14. Sylvia	<i>Um som agradável, um momento de relaxar.</i>
15. Edu	<i>Música é um ato de se utilizar do som e do ritmo, dentre outros elementos, de forma organizada, para atingir diversos objetivos.</i>
16. Gilberto	<i>Arte das musas.</i>
17. Dorival	<i>É a melhor expressão artística que conheço. A mais intensa, mais</i>

	<i>prazerosa, mais oportuna! Gosto muito dessa forma de expressão!!!</i>
18. Baden	<i>Uma combinação de arte e ciência não necessariamente na mesma medida.</i>

Diferentemente da matemática, a música é ligada a conceitos como arte, som e silêncio. Nas respostas observamos as palavras melodia, intelecto, harmonioso, belo, essencial, dom, gosto, sentimentos, divino, perfeição, agradável, relaxar, prazer, entre outros. O que vemos é que a música está ligada ao que é bom, agradável e prazeroso, que está ligada à arte, ao dom e não à ciência. Isso nos faz acreditar que, para esses alunos, a matemática somente está ligada ao aspecto científico, aos símbolos e aos números enquanto que a música, ligada à arte, ao belo e ao prazeroso. Não discordamos dessa idéia, mas também acreditamos que tanto a matemática pode ser relacionada com a arte, com o belo e o prazeroso, quanto a música ter o rigor científico.

#### **5) Já utilizou a música para ensinar/aprender matemática?**

1. Nara	<i>Não.</i>
2. Miúcha	<i>Costumo estudar ouvindo música. Me parece que consigo ficar mais concentrada é como se a música eliminasse os outros pensamentos.</i>
3. Menescal	<i>Não, utilizo em meu dia para relaxar ou por diversão, mas ainda não utilizei como instrumento de ensino.</i>
4. Maysa	<i>Não.</i>
5. Wanda	<i>Sim, relacionando partitura com fração na faculdade.</i>
6. Antonio	<i>Não.</i>
7. João	<i>Sim. Com conceitos como simetria, proporcionalidade.</i>
8. Astrud	<i>Sim. Na graduação, na disciplina de História da matemática, fiz um trabalho sobre música e matemática.</i>
9. Vinícius	<i>Sim, mas muito pouco. Canções voltadas para conceitos.</i>
10. Célia	<i>Não.</i>
11. Fátima	<i>A leitura do pentagrama está toda baseada na matemática.</i>
12. Marcos	<i>Sim, como forma de memorizar fórmulas para vestibular.</i>
13. Stan	<i>Não.</i>
14. Sylvia	<i>Não.</i>

15. Edu	<i>Não.</i>
16. Gilberto	<i>Não.</i>
17. Dorival	<i>Não diretamente pra aprender. Mas já fiquei escutando músicas enquanto resolvia os problemas de matemática.</i>
18. Baden	<i>Sim. Uma vez em um problema matemático que abordava o tema música.</i>

A análise dessas respostas encontra-se na próxima pergunta.

### 6) Já utilizou a matemática para ensinar/aprender música?

1. Nara	<i>Sim, na hora de dividir os compassos.</i>
2. Miúcha	<i>Não.</i>
3. Menescal	<i>Sim. Só apresentei um trabalho na faculdade sobre etnomatemática: matemática e música.</i>
4. Maysa	<i>Não.</i>
5. Wanda	<i>Sim, já dei aulas de violão.</i>
6. Antonio	<i>Não respondeu.</i>
7. João	<i>Sim. Análises de composições, utilizando elementos matemáticos.</i>
8. Astrud	<i>Não respondeu.</i>
9. Vinícius	<i>Não respondeu.</i>
10. Célia	<i>Não respondeu.</i>
11. Fátima	<i>Sim. No ensino da leitura do pentagrama, elas estão interligadas.</i>
12. Marcos	<i>Sim, no aprendizado da teoria musical e figuras de tempo, dividindo-as em variáveis, etc.</i>
13. Stan	<i>Não.</i>
14. Sylvia	<i>Não.</i>
15. Edu	<i>Sim. A música depende da matemática para organizar seus valores.</i>
16. Gilberto	<i>Sim. Ciclo das quintas, exercícios de digitação que envolve padrões, etc.</i>
17. Dorival	<i>Não.</i>
18. Baden	<i>Sim. Em várias situações como por exemplo no estudo de séries harmônicas.</i>

A maioria não utilizou a relação matemática e música para ensino ou aprendizagem. Em algumas respostas vemos que a música é utilizada como um meio de se concentrar ou tornar o ambiente propício para o estudo da matemática, como na resposta de Miúcha: “costumo estudar ouvindo música. Me parece que consigo ficar mais concentrada é como se a música eliminasse os outros pensamentos”. Em outros casos a relação matemática/música foi utilizada em trabalhos escolares, como na resposta de Menescal: “Sim. Só apresentei um trabalho na faculdade sobre etnomatemática: matemática e música”.

Todas as formas de associação entre matemática e música mencionadas nas respostas são legítimas e importantes. Pretendemos desenvolver atividades que ressaltem e/ou relacionem matemática e música a fim de desenvolver conceitos de ambas as áreas e que possam ser usadas em atividades em sala de aula, tanto pelo professor de música como pelo professor de matemática.

## CAPÍTULO IV

### AS OFICINAS INTERDISCIPLINARES

*[...] Na maioria das oficinas, a matemática ajuda mais a música do que vice-versa! A música ajuda muito a matemática por despertar interesse no aluno de saber que as escalas, os tons, são divisões matemáticas e não só sonoras! Talvez pra alunos de graduação, os conceitos de música ajudem mais pra entender a matemática; mas acho que pro ensino médio os conceitos de música não ajudam muito... Ajuda mais o fato de todos gostarmos de música!*

*Danilo (Participante das oficinas)*

Destacaremos nesse capítulo a aplicação das oficinas interdisciplinares de matemática e música. Apresentaremos o conteúdo<sup>21</sup> e as atividades propostas por meio de descrições dos videoteipes gravados e pelas informações obtidas pelos relatórios e questionários.

Propomos uma codificação para um melhor acompanhamento do texto visando facilitar o leitor a acompanhar a linha temporal dos acontecimentos descritos e auxiliar a diferenciar descrições, transcrições e análises. Usamos o tempo do videoteipe no início do parágrafo para indicar a sucessão dos fatos descritos. Para as transcrições dos eventos críticos usamos uma tabela que traz intervalos de tempo entre 2 a 5 minutos e para nossos comentários e análises indicamos com a sigla (**OBS**) no início do parágrafo.

As gravações foram captadas com uma filmadora em um ponto estratégico – que possibilitasse filmar o professor pesquisador e a maioria dos alunos – e que pudesse gravar um som de áudio razoável. Embora não obtivemos uma gravação com todos os detalhes e termos explorado somente um ângulo de visão (a câmera estava fixa em um ponto), tivemos um registro real das oficinas de maneira ininterrupta que funcionaram como um “back up” do que foi feito e produzido.

---

<sup>21</sup> Foi usado o Power Point para apresentação dos conteúdos.

## Oficina 1: Pitágoras e a Música



**Figura 1** - Ilustração de Franchinus Gafurius (*Theorica Musicae*, 1492).  
Imagem usada para representar a descoberta de Pitágoras das proporções das consonâncias.  
Fonte: [www.philophony.com](http://www.philophony.com)

(00:00:00) Exibimos a imagem<sup>22</sup> (figura 1) e tecemos alguns comentários a respeito da mesma. Logo após, direcionamos um debate com a apresentação dos participantes e algumas perguntas a respeito da experiência de cada um e das expectativas em relação às oficinas.

<sup>22</sup> Utilizamos imagens de fontes primárias de livros, gravuras e textos com a intenção de tornar mais interessantes as oficinas e mostrar imagens de importantes registros históricos da relação matemática/música.

Tempo	Transcrição do Primeiro Evento Crítico
00:02:35	<p>Pesquisador: <i>Qual sua experiência no ensino da matemática?</i></p> <p>Vinícius: <i>30 anos.</i></p> <p>Pesquisador: <i>O que você pensa a respeito do ensino, a respeito da afetividade... quanto aos alunos gostarem da matemática?</i></p> <p>Vinícius: <i>“Em geral, os alunos gostam mais de mim do que da matemática. A matemática é muito pobre pra eles. Mas eu faço muito jogo com eles e uma das aulas por semana sempre é uma atividade diferente”.</i></p> <p>Pesquisador: <i>Qual a idéia deles da matemática?</i></p> <p>Vinícius: <i>pra eles (...) na verdade, eles fazem matemática porque está no currículo, porque se não precisasse eles não fariam (...) e porque precisam no dia-a-dia, na vida deles eles acabam precisando (...). Aquilo que é a matemática elementar até que eles se dedicam mais mas quando chega na álgebra (...) aquilo que é longe da vivência deles já começa a ficar mais complicado Mas quando se faz jogo você até que consegue algum resultado. O último trabalho que eu fiz foi sobre o Trangram na matemática (...) em uma hora que eles vão brincando, vão jogando e vão fazendo as relações e depois você traz essas relações pra dentro do conteúdo, aí funciona!”. Eu sempre tive ligação com música (...) Eu toco piano, harmônica, flauta (...) mas como não dá dinheiro, agora eu toco por prazer... eu já tive grupo de flautas, quartetos.</i></p> <p>Pesquisador: <i>e já usou a música pra ensinar matemática?</i></p> <p>Vinícius: <i>Muito pouco, eu sempre tive curiosidade, eu vim fazer por causa disso... Eu estou me aposentando... Mas eu sempre quis fazer o estudo da relação matemática com a música...</i></p>
00:07:23	<p>Pesquisador: <i>Fale um pouco de sua prática.</i></p> <p>Astrud: <i>Eu trabalho com estágio supervisionado para alunos de licenciatura em matemática e também dou aula pra pedagogia. Eu comecei com estágio esse</i></p>

	<p><i>ano, então ainda não tenho muita experiência, mas eu já fui professora em escola de ensino médio, ensino fundamental, EJA, de outras atuações por certas instituições particulares...</i></p> <p><i>Pesquisador: E já usou a música pra ensinar matemática?</i></p> <p><i>Astrud: A gente sempre procurou usar metodologias, informáticas, jogos (...) mas música eu nunca usei (risos), embora eu tenha estudado música um tempo, piano clássico, já parei há muito tempo, ainda consigo ler partitura, mas estou meio “enferrujada” (...) mas nunca consegui, embora tenha os fundamentos da música. Também já parei pra pensar na época e a única coisa que eu me lembro foi no curso de matemática em história da matemática fiz um trabalho de história da matemática com a música, alguma coisa desse tipo mas, mas ficou por ali. Mas em termos de sala de aula, nada a declarar, quero aprender também.</i></p>
<b>00:10:23</b>	<p><i>Pesquisador: em algum momento você já pensou em usar a matemática na música ou já estudou alguma coisa?</i></p> <p><i>Edu: Nada, eu já consegui identificar algumas relações, mas utilizar mesmo não. O máximo que eu consigo é contar as músicas, os tempos...</i></p> <p><i>Pesquisador: E você, já utilizou... Ensinando ou aprendendo?</i></p> <p><i>Antônio: Não, o meu conhecimento de matemática é de segundo grau mesmo... Mas estudar a fundo a matemática para utilizar com a música, só na questão física... Alguma coisa sobre acústica...</i></p>

**(OBS)** A maior parte dos alunos mostrou-se bastante interessada a respeito do tema da oficina. Apesar de terem passado pela graduação e já conhecerem alguns estudos de Pitágoras, tiveram muito pouca, ou quase nenhuma experiência em realizar atividades didáticas que unissem essas duas áreas. Mesmos os professores já familiarizados com a linguagem musical, não conseguiam fazer as ligações necessárias para que pudessem usá-las em sua prática docente. Vimos claramente que estavam ali motivados a entender como as relações poderiam ser usadas para esse fim.

Os professores de matemática Vinícius e Astrud, com grande experiência no estudo e ensino da matemática, estavam preocupados em mostrar a matemática de uma forma mais prática, prazerosa e de maneira mais próxima ao cotidiano dos alunos. Segundo Vinícius, “[...]em geral, os alunos gostam mais de mim do que da matemática [...]”. Isso evidencia a preocupação da presença da afetividade nas interações pessoais. Concordando com Hoyles<sup>23</sup>, esse quadro constitui um fator de grande importância na natureza da relação entre professor e aluno. Para Wallon, o desenvolvimento da afetividade manifesta-se de diferentes formas de acordo com a idade da pessoa. Primeiramente, são nos gestos e na postura que a criança interage com o meio e mostra afetividade. Já com a fala, a afetividade pode ser alimentada com expressões de atividade cognitiva. Conforme a criança vai crescendo as trocas afetivas vão ganhando em complexidade. "As manifestações epidérmicas da ‘afetividade da lambida’ se fazem substituir por outras, de natureza cognitiva, tais como respeito e reciprocidade" (DANTAS, 1993, p. 75).

Essa afetividade não pode ser traduzida apenas por um contato físico. Mesmo mantendo-se o contato corporal como forma de carinho, falar da capacidade do aluno, elogiar o seu trabalho, reconhecer seu esforço, constituem formas cognitivas de vinculação afetiva. Deve-se adequar a tarefa à possibilidade do aluno e dar a ele meios de realizá-la com suas próprias capacidades e estar atento a possíveis dificuldades que possa ter nesse desenvolvimento.

**(00:14:00)** Apresentamos um apanhado geral do projeto de dissertação de mestrado. Os slides mostravam o resumo do trabalho, os objetivos, a justificativa, a questão problema, o referencial teórico e, finalmente, o roteiro das cinco oficinas. Nesse instante alertamos aos participantes para que perguntassem sobre algum termo que ainda não conhecessem ou que tivessem dúvida.

**(00:26:37)** Exibimos um trecho do filme *Donald no País da Matemática*. Esse filme é indicado para a educação infantil na faixa etária de 5 e 6 anos. Vinícius afirmou que já conhecia o filme e mencionou que pode ser usado até para a quinta série. Astrud disse que também conhece o vídeo e que foi exibido no centro de pedagogia.

**(00:32:50)** Pedimos aos participantes para que definissem os conceitos de fração, razão, proporção, intervalo musical, escala musical e círculo das quintas. Essa primeira atividade teve como objetivo homogeneizar a linguagem a ser utilizada e buscar as concepções dos participantes sobre os conceitos que usaríamos na oficina, uma vez que tínhamos um público diversificado,

---

<sup>23</sup> Ver página 14.

composto de um vestibulando, de alunos das licenciaturas de matemática e música e de professores de ensino médio e de ensino superior. Foram dados cinco minutos para que escrevessem. Aqui algumas respostas obtidas:

Fração	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Divisão por números acima de dois.</i></li> <li>▪ <i>É a relação existente entre a parte e o todo (inteiro)</i> <i>Pode ser definida como: sejam <math>a</math> e <math>b \in \mathbb{Z}</math> e <math>b \neq 0</math>. A representação <math>a/b</math> é uma fração</i> <i>Pode representar uma divisão, uma relação de parte-todo, uma razão, etc.</i></li> </ul>
Razão	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>É uma quantidade de partes inteiras e a sobra indivisível que um número é dividido por outro.</i></li> <li>▪ <i>É a relação existente entre dois números qualquer.</i></li> </ul>
Proporção	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Pode ser definida como a igualdade de frações.</i></li> <li>▪ <i>É a igualdade entre duas razões.</i></li> </ul>
Intervalo Musical	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>“Espaço”, “diferença” entre uma nota e outra.</i></li> <li>▪ <i>É o espaço entre duas notas quaisquer.</i></li> <li>▪ <i>Limites entre uma nota par outra.</i></li> </ul>
Escala Musical	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>É a seqüência de notas que obedecem à determinada relação matemática.</i></li> <li>▪ <i>Organização das notas com intervalo fixo.</i></li> </ul>
Ciclo das quintas	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>São as notas alteradas que permitem manter relação entre as notas.</i></li> <li>▪ <i>Organização das notas musicais com intervalo de quinta.</i></li> </ul>

**(OBS)** Nossa idéia principal era mostrar nas oficinas uma forma alternativa de propor conceitos que esses sujeitos já deveriam ter um entendimento amplo. Mas a análise das respostas mostrou que alguns participantes tinham idéias bem equivocadas sobre determinados conceitos. O que percebemos no decorrer da oficina foi que esses conceitos ficaram melhor entendidos tornando-os mais simples e objetivos.

Em algumas respostas, os alunos tentavam relacionar os conceitos de uma área com a outra, como na definição de Escala Musical sendo uma “seqüência de notas que obedecem à determinada relação matemática”. Nesse caso principalmente há uma identidade maior com a

lógica matemática, sendo talvez o campo que esses sujeitos se sentem mais à vontade e tratam de maneira mais afetiva. Os sujeitos com mais desenvoltura em uma área (matemática ou música) entendiam e definiam conceitos de forma diferenciada fazendo conexões da área que tinham mais segurança com outra que não o era tão familiar. Isso, para nós, revela o uso das diversas inteligências (competências intelectuais) a favor da interdisciplinaridade.

Um dos aspectos constantes dessa comunicação entre matemática e música seria a proporção. Pitágoras utilizou a linguagem matemática para conceber uma abordagem musical deste conceito no momento que descobriu as relações proporcionais dos comprimentos das cordas do monocórdio relacionadas aos intervalos musicais, a partir da idéia de que os números formam a essência de todas as coisas.

(00:49:28) Fizemos um apanhado histórico abordando as origens da relação matemática e música no ocidente. Apresentamos os temas que serão vistos durante a aplicação das atividades e o contexto histórico da época de Pitágoras, chamando a atenção para o experimento que o filósofo grego fez para obtenção de sua escala Pitagórica através de estudos com o monocórdio.

Tempo	Transcrição do Segundo Evento Crítico
00:51:29	<p>O pesquisador mostrou como Pitágoras relacionou comprimentos de cordas às notas musicais<sup>24</sup> através de seu experimento com o monocórdio.</p> <p>Pesquisador (lendo o slide): <i>Pitágoras observou que pressionando um ponto situado a <math>\frac{3}{4}</math> do comprimento da corda em relação a sua extremidade – o que equivale a reduzi-la a <math>\frac{3}{4}</math> de seu tamanho original – e tocando-a a seguir, ouvia-se uma quarta acima do tom emitido pela corda inteira. Exercida a pressão a <math>\frac{2}{3}</math> do tamanho original da corda, ouvia-se uma quinta acima e a <math>\frac{1}{2}</math> obtinha-se a oitava do som original. A partir desta experiência, os intervalos passam a denominarem-se consonâncias pitagóricas. Assim, se o comprimento original da corda for 12 e se a reduzirmos para 9, ouviremos a quarta, para 8, a quinta, para 6, a oitava.</i></p> <p>Pesquisador: Quais são as notas da escala Musical?</p> <p>Alguns participantes: <i>Do, re, mi, fa, sol, la, si e do.</i></p> <p>O pesquisador pede para que Astrud toque as notas no piano. Ela então toca as notas da escala</p>

<sup>24</sup>As notas musicais na Grécia Antiga eram chamadas de forma diferente da que usamos hoje em dia, mas, para fins de exemplificação e de melhor entendimento das atividades, usaremos os nomes das notas musicais que são usadas atualmente pelo ocidente (do, do sustenido, re, re sustenido, etc.).

	<p>de do maior (do re mi fa sol la si do).</p> <p>Pesquisador: <i>O do é a primeira nota. Qual seria a quarta?</i></p> <p>Vinícius: <i>Sol</i></p> <p>Pesquisador contando as notas: <i>Do, re, mi, fa!</i> E pergunta: <i>e a quinta?</i></p> <p>A maioria dos participantes: <i>Sol</i></p> <p>Pesquisador: <i>Para Pitágoras, exercendo uma pressão, isto é, diminuindo a corda do tamanho original em 2/3, tinha-se o intervalo de quinta acima e a metade obtinha-se a oitava da nota original, que é o próximo do.</i></p> <p>Nesse momento Astrud tocou a nota do e a oitava do.</p> <p>Pesquisador: <i>Agora sabemos o que é uma oitava. Para Pitágoras, a oitava é uma nota que, tendo-se uma corda esticada se pegamos a metade dela, vai se ter uma oitava. Esse experimento foi caracterizado como a primeira experiência empírica da ciência<sup>25</sup>.</i></p> <p>Sugerimos aos participantes calcularem os valores para a Escala Pitagórica partindo hipoteticamente de uma corda com valor “um” para a nota do e achando sucessivamente as notas da escala (do, sol, re, la, mi) relativas às razões por quintas perfeitas (<math>\frac{2}{3}</math> do valor original).</p>																		
<p><b>00:54:23</b></p>	<p><b>Segunda Atividade:</b> Complete o quadro abaixo com as notas da Escala Pitagórica<sup>26</sup>, percorrendo a escala por quintas ascendentes e transpondo as notas obtidas à oitava de referência em caso de ultrapassagem desse intervalo.</p> <p>Atribua o comprimento 1 (um) metro à primeira nota, o do. Tendo o Fa (4<sup>a</sup>) = <math>\frac{3}{4}</math> e Do (8<sup>a</sup>) = <math>\frac{1}{2}</math></p> <table border="1" data-bbox="549 1532 1254 1704"> <tr> <td><b>Nota</b></td> <td><b>Do</b></td> <td><b>Re</b></td> <td><b>Mi</b></td> <td><b>Fa</b></td> <td><b>Sol</b></td> <td><b>La</b></td> <td><b>Si</b></td> <td><b>Do</b></td> </tr> <tr> <td><b>Razão</b></td> <td><b>1</b></td> <td></td> <td></td> <td><math>\frac{3}{4}</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> </tr> </table>	<b>Nota</b>	<b>Do</b>	<b>Re</b>	<b>Mi</b>	<b>Fa</b>	<b>Sol</b>	<b>La</b>	<b>Si</b>	<b>Do</b>	<b>Razão</b>	<b>1</b>			$\frac{3}{4}$				$\frac{1}{2}$
<b>Nota</b>	<b>Do</b>	<b>Re</b>	<b>Mi</b>	<b>Fa</b>	<b>Sol</b>	<b>La</b>	<b>Si</b>	<b>Do</b>											
<b>Razão</b>	<b>1</b>			$\frac{3}{4}$				$\frac{1}{2}$											
<p><b>00:58:47</b></p>	<p>Pesquisador: <i>Nesta atividade procuramos obter as notas da escala Pitagórica partindo de uma nota de referencia e achando a quinta perfeita desta nota. Primeiramente achamos o sol</i></p>																		

<sup>25</sup> Essa lei foi caracterizada como a primeira lei descoberta empiricamente e também a primeira experiência registrada na história da ciência (Abdounur, 1999, p. 5).

<sup>26</sup> Tal seqüência constituída por quintas puras denomina-se “gama pitagórica”.

a partir da nota do (um metro). O sol será dois terços de um (comprimento da corda equivalente à nota do). O resultado é dois terços. Depois achamos a nota re (quinta perfeita da nota sol). O comprimento de corda relativa à nota re será quatro nonos. E assim achamos as nota la, mi e si. Vamos utilizar as notas apenas em uma oitava, ou seja, se acharmos uma nota acima da oitava de referencia, multiplicamos por dois e achamos a oitava desta nota.

Destinamos 10 minutos para resolução do exercício, após fizemos os seguintes cálculos no quadro:

$$\text{Do} = 1$$

$$\text{Sol} = \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$$

$$\text{Re} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \text{ (achando a oitava) } \text{Re} = \frac{4}{9} \times 2 = \frac{8}{9}$$

$$\text{La} = \frac{8}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{27}$$

$$\text{Mi} = \frac{16}{27} \times \frac{2}{3} = \frac{32}{81} \text{ (achando a oitava) } \text{Mi} = \frac{32}{81} \times 2 = \frac{64}{81}$$

$$\text{Si} = \frac{64}{81} \times \frac{2}{3} = \frac{128}{243}$$

Assim montamos o quadro:

<b>Nota</b>	<b>Do</b>	<b>Re</b>	<b>Mi</b>	<b>Fa</b>	<b>Sol</b>	<b>La</b>	<b>Si</b>	<b>Do</b>
<b>Razão</b>	<b>1</b>	<b>8/9</b>	<b>64/81</b>	<b>3/4</b>	<b>2/3</b>	<b>16/27</b>	<b>128/243</b>	<b>1/2</b>

A maioria dos participantes teve dúvidas de como achar os intervalos da escala pitagórica. Talvez se calculássemos primeiramente as quintas perfeitas de algumas notas (valores), auxiliaria na compreensão do exercício. Assim que conseguiram entender o processo de obtenção das quintas e a passagem para uma mesma oitava, todos puderam visualizar cada intervalo.

Houve uma pergunta sobre em qual série ou faixa etária poderíamos aplicar tal atividade. Sugerimos para alunos de seis a oito anos, ou mesmo no ensino médio, com algumas

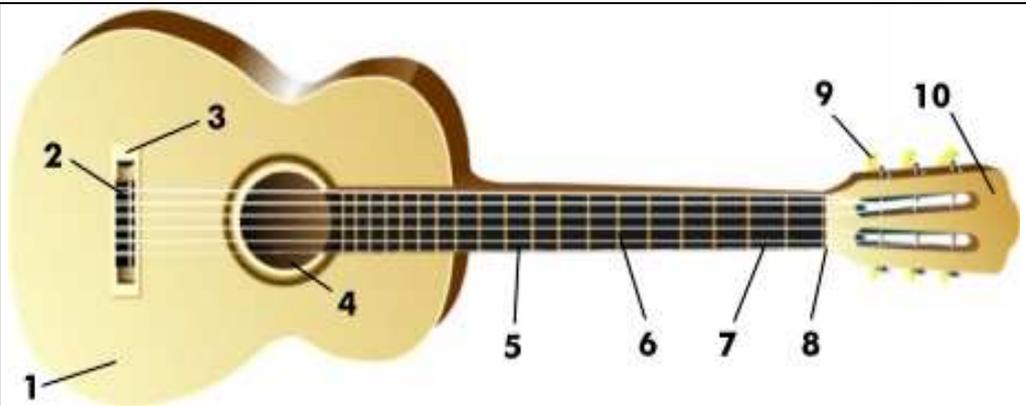
	<p>modificações. Alguns participantes acharam difícil para um professor de matemática com pouca familiaridade em música pudesse aplicar a atividade. Talvez uma pesquisa sobre quais sejam as notas musicais da escala cromática ou como elas estão dispostas seriam suficientes para desenvolvê-la.</p>
--	--

**(OBS)** Os participantes multiplicaram e somaram razões matemáticas fazendo ligações com as notas e os intervalos musicais. Nessas relações, os alunos puderam construir novas formas de entender esses conceitos e entender as noções formais dos conceitos musicais. Essa forma de abordar os assuntos ocasiona um desenvolvimento diferenciado das competências intelectuais. Será muito mais atrativo para um aluno que tem uma melhor desenvoltura na competência lógico-matemática entender intervalos musicais relacionando-os com razões. De maneira análoga, estudar razões fazendo a relação com intervalos musicais torna o estudo mais interessante significando esses conceitos. Além disso, pode propiciar ao estudante condições de entender a construção da trajetória da relação matemática/música e perceber como foram formadas as escalas, notas, intervalos e como esses experimentos foram construídos através do pensamento matemático que está por trás desses conceitos musicais. Puderam assim “reproduzir”<sup>27</sup> como Pitágoras chegou às notas de sua escala, base da música que temos hoje.

<b>Tempo</b>	<b>Transcrição do Terceiro Evento Crítico</b>
<b>01:06:45</b>	<p>Pesquisador sugeriu que fizessem o experimento de Pitágoras no monocórdio<sup>28</sup>. Nesta atividade foram usados violões em substituição ao monocórdio. Primeiramente, definimos e mostramos as partes do violão (MONTEIRO JR., MEDEIROS E MEDEIROS, 2003) e do monocórdio.</p>

<sup>27</sup> Considerando as limitações e a ausência de fontes escritas pelo autor (Pitágoras), supõe-se que os experimentos tenham sido conduzidos de maneira semelhante ao que realizamos na oficina.

<sup>28</sup> Foi utilizado um violão sem trastes e dois violões com trastes.



**Figura 2** – Partes do violão

Fonte: Monteiro Jr., Medeiros e Medeiros (2003, p. 113)

1 – **Caixa de Ressonância** – Corresponde ao corpo do violão. Onde a sonoridade varia de acordo com o tamanho, formato ou madeira usada na confecção do instrumento. É composta pelo tampo (parte superior e principal responsável pela amplificação do som), fundo (parte inferior) e faixas (parte lateral).

2 – **Rastilho** – Haste de marfim ou acrílico onde começa a parte útil da corda.

3 – **Cavalete** – Peça de madeira que prende cordas e rastilho.

4 – **Boca** – Orifício localizado no corpo do violão por onde o som se propaga.

5 – **Cordas** – Parte fundamental onde são produzidas as notas musicais. O som é formado a partir da casa pressionada no braço do instrumento ou pela corda solta.

6 – **Braço e trastes** – O **braço** é a parte do instrumento onde se localizam as casas e os trastes. Os **trastes** (ou trastos) dividem o braço do instrumento em casas de maneira a alcançar a altura correta das notas (comprimento efetivo da corda). São hastes de metal, fixadas transversalmente ao comprimento do braço.

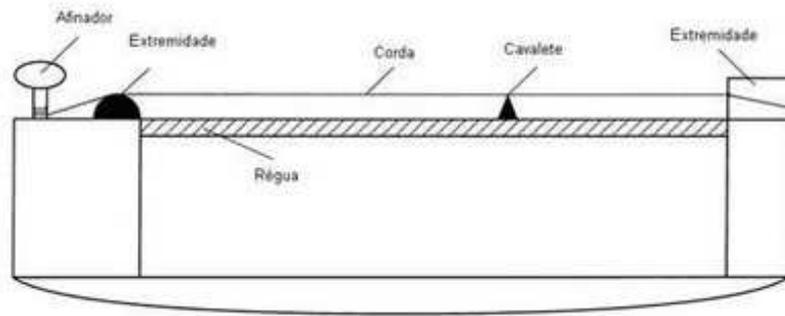
7 – **Casas** – Espaços entre os trastes.

8 – **Pestana** – Tem a função de servir como apoio para as cordas direcionando-as para as tarrachas.

9 – **Tarrachas** – Têm a finalidade de alcançar a afinação correta, esticar ou

distender as cordas.

10 – **Cabeça** – Encontrada na parte superior do braço. Serve de suporte para o mecanismo das Tarrachas.



**Figura 3** – Monocórdio

Fonte: Google

Instrumento composto por uma única corda estendida entre duas extremidades (cavaletes) fixas sobre uma prancha (régua) ou mesa, possuindo ainda um cavalete (móvel) colocado sob a corda estendida.

Nas atividades substituímos o monocórdio por um violão. Nossa intenção era facilitar a realização da atividade, pois é bem mais fácil ter acesso a um violão do que um monocórdio.



**Foto 1:** Medindo as notas no violão  
Fonte: Foto do Pesquisador



**Foto 2** – Explicando os intervalos no violão  
Fonte: Foto do pesquisador

<p><b>01:13:00</b></p>	<p><b>Terceira Atividade:</b> Achar as notas da escala pitagórica no monocórdio (violão).</p> <p>Medir (com uma régua) o comprimento da sexta corda do violão a partir de seus pontos extremos (cavelete e ponte). Depois disso, achar as relações de cada nota da escala pitagórica, marcando (com pincel atômico) o tamanho encontrado. Para tocar a nota encontrada delimite a corda através de um traste móvel colocado sob a corda nos locais marcados.</p> <p>Dividimos a sala em dois grupos sendo que cada um tinha um violão. Nesse momento houve uma mudança do ambiente, e os alunos se levantaram e puderam interagir uns com os outros. Percebemos que nesta atividade poderia utilizar uma pilha sobre a corda (no local marcado com o pincel atômico) para reprodução da nota ao invés de utilizar o traste móvel. Exemplificou as duas formas de obter as notas da escala (com o traste móvel e com a pilha). Foram dados 20 minutos para a realização da atividade.</p>																		
<p><b>01:17:37</b></p>	<p>Os participantes dividiram as tarefas: uns medem o comprimento do violão e outros calculam o valor da próxima nota da escala. Cada escala do violão tem um valor diferente, pois são de tamanhos diferentes. Uma dúvida ocorreu no momento que faziam as medições no violão: onde seria o ponto inicial de medição dos valores, pois para cada valor conseguido, dividia-se a corda em dois pedaços. Escolhemos o cavelete (que fica perto da boca do violão) para ser nosso ponto de origem, pois ouviríamos os intervalos de maneira mais satisfatória pela a caixa de ressonância do violão.</p> <p>Aqui, os resultados para um dos violões. Convencionamos o tamanho total da sexta corda como a nota do (valores aproximados e expressos em cm):</p> <table border="1" data-bbox="403 1697 1401 1868"> <thead> <tr> <th>Nota</th> <th>Do</th> <th>Re</th> <th>Mi</th> <th>Fa</th> <th>Sol</th> <th>La</th> <th>Si</th> <th>Do</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Valores</td> <td>65</td> <td>57,78</td> <td>51,36</td> <td>48,75</td> <td>43,33</td> <td>38,52</td> <td>34,24</td> <td>32,5</td> </tr> </tbody> </table> <p>Alguns alunos puderam visualizar que os tamanhos de corda encontrados na</p>	Nota	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do	Valores	65	57,78	51,36	48,75	43,33	38,52	34,24	32,5
Nota	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do											
Valores	65	57,78	51,36	48,75	43,33	38,52	34,24	32,5											

escala pitagórica não coincidiam com os trastes da escala do violão. As notas da escala pitagórica estavam pouco antes (ou pouco depois) desses trastes e pudemos debater a respeito da escala temperada igual (assunto que seria abordado nas próximas oficinas). Houve o entendimento claro que a escala do violão ficou um pouco “desafinada” em relação à escala de Pitágoras (ou vice-versa). Somente o intervalo de oitava (a metade da corda) coincidiu com o traste, porque essa nota também é a metade tanto na escala temperada (usada no violão) quanto na escala pitagórica.

Percebemos que os tamanhos das marcações na corda do violão obedeciam a seqüência das notas da escala maior: tom – tom – semitom – tom – tom – tom – semitom, marcadas na corda do violão com o pincel atômico. Os espaços entre as notas conseqüentes obedeciam a esta seqüência, sendo observado inclusive por um aluno da área da matemática.

**(OBS)** O desenvolvimento da atividade de calcular, medir e tocar as notas (razões) pitagóricas no violão formando a escala proporcionou uma grande interação entre os participantes. As relações matemática/música puderam ser vivenciadas pelos participantes que entendiam as relações de conceitos outrora considerados distintos e distantes, podendo fazer associações dos conceitos abordados e relacionar conhecimentos. Através desta atividade, percebemos em cada aluno sua individualidade e reconhecemos alguns de seus pontos fortes ou fracos, estimulando-o da maneira correta. O maior desafio era conhecer cada aluno como ele realmente é e saber o que é capaz de realizar e concentrar a educação nas capacidades, forças e interesses dessa pessoa (GARDNER, 1995). Aqueles da área da matemática tiveram mais facilidade nos cálculos e os da área musical mais facilidade na utilização do violão. A partir de relatos e comentários notamos que as aplicações no violão e a audição das escalas (notas) produzidas, trouxeram uma forma diferente de ver conceitos como de razões, proporções, intervalos, notas e escalas, além de entender como funciona a “matemática” do violão.

**(01:40:34)** A partir dessa atividade propusemos que chegássemos à nota *do* no percurso de quintas puras (quinta da escala pitagórica =  $2/3$ ) e contando o número de oitavas que teríamos até chegar a esse *do*. Montamos então a seguinte seqüência:

### **Do, Sol, Re, La, Mi, Si, Fa#, Do #, Sol #, Re #, La #, Fa, Do**

Enquanto os intervalos de quinta pitagóricos (puros) associam-se a relações de  $\frac{2}{3}$ , os intervalos de oitavas possuem relações correspondentes a  $\frac{1}{2}$ . Se contarmos, passarão 12 quintas puras e teremos o valor  $\left(\frac{2}{3}\right)^{12}$ . Pelo outro percurso de intervalos, passarão 7 oitavas e teremos o número  $\left(\frac{1}{2}\right)^7$ . Esses dois valores encontrados deveriam ser iguais, pois se tratam da mesma nota, mas há uma diferença, chamada de *Coma Pitagórica*, que conseguimos dividindo esses dois valores encontrados anteriormente:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^7 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{12} = 1,01136432\dots$$

A Coma Pitagórica vai influenciar diretamente no Temperamento, como seria visto mais adiante, nas próximas oficinas.

**(OBS)** Os alunos já estavam habituados com a linguagem e com os termos que usávamos. Explicamos o que seria a escala cromática, o que era o sustenido (#) e o bemol (b) e como eram os nomes das notas. Como cada um já conseguia entender os conceitos matemática e musicalmente, as ligações foram se tornando fatos comuns. Como na obtenção da quinta pura como  $\frac{2}{3}$  da nota (tamanho da corda) anterior, e a oitava como  $\frac{1}{2}$  da nota anterior. Implicitamente, o conceito de intervalo musical já estava ligado ao conceito de razão, na verdade ligado ao conceito de tamanho de corda. Os participantes utilizavam as razões para obter as notas da escala cromática.

### **Resposta ao 1º Questionário<sup>29</sup> - Pitágoras e a Música**

1) Você conhecia os experimento de Pitágoras em relação à música?

---

<sup>29</sup> Nomes que não responderam aos questionários foram retirados das tabelas.

Apenas um não conhecia o experimento O restante (oito) conhecia os experimentos de Pitágoras em relação à música, o que facilitou a aplicação e o desenvolvimento das atividades.

2) Os exercícios (atividades) propostos podem ser aplicados na sala de aula?

1. Nara	<i>Sim, ajuda a entender melhor os intervalos (com relação à música) e fração (com relação à matemática).</i>
2. Miúcha	<i>Sim. É um recurso didático muito rico no ensino e aprendizagem do conceito de razões, mas a partir do segundo exercício eu senti dificuldade para entender. Sendo assim, acredito que os alunos também sentirão.</i>
3. Antonio	<i>Sim, torna lúdico o ensino de ambos (matemática e música).</i>
4. Astrud	<i>Alguns. Em alguns momentos não consegui “visualizar” algumas atividades numa sala de ensino fundamental com 40 alunos e também exige um conhecimento musical, que nem sempre o professor de matemática terá.</i>
5. Vinícius	<i>Sim. Material simples e de fácil acesso.</i>
6. Márcia	<i>Sim. Podemos associar os conteúdos matemáticos em todos os momentos, desde que previamente planejados e que priorize a aprendizagem.</i>
7. Edu	<i>Sim. É importante vivenciar o fato.</i>
8. Dorival	<i>Sim. Porque a relação entre essas duas matérias despertará a curiosidade que posteriormente perceberá a maior proximidade que podemos ter com tais matérias.</i>
9. Baden	<i>Sim. Depende do grau de instrução do aluno.</i>

**(OBS)** Em alguns casos, podemos observar que houve uma dificuldade de entender como as atividades poderiam ser utilizadas em sala de aula. Como exemplo, podemos citar o relato:

*“Em alguns momentos não consegui “visualizar” algumas atividades numa sala de ensino fundamental com 40 alunos e também exige um conhecimento musical, que nem sempre o professor de matemática terá”.*

A dificuldade em ensinar/aprender numa perspectiva interdisciplinar, sobretudo com atividades que devam ser aplicadas em sala de aula. Esse ensino interdisciplinar é sugerido inclusive pelo Ministério da Educação e Cultura – MEC através dos *Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN* e pela *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9394/96)*.

Há dificuldades na escolha dos temas para abordar os assuntos, nas fontes a serem escolhidas para consulta, na forma como ensinar e, muitas vezes, na própria relutância do ser humano em aceitar mudanças, que podem trazer desconforto e mexer com o emocional. A aplicação dessas atividades vai depender de uma adaptação de alguns conceitos básicos<sup>30</sup> do professor na área que não o é familiar. Irá depender também da vontade e interesse do professor em propor e experimentar tais atividades.

A questão do interesse também foi citada pelos participantes, o que nos leva a crer que as relações entre matemática e música tornam o ensino de ambas mais atrativo e para nós essa relação de afetividade deve estar sempre presente no ensino ou na aprendizagem.

3) O conhecimento da matemática ajudou você a ter clareza sobre conceitos intervalo, escala e ciclo das quintas?

1. Nara	<i>Sim. Sei que música e matemática têm ligação, mas é difícil entender a matemática, e onde se chegar com ela, já a música não precisa chegar a lugar nenhum!</i>
2. Miúcha	<i>Não. Na verdade eu não entendi o ciclo das quintas.</i>
3. Antonio	<i>Sim. Apesar de ter outra formação, me ensinou a ter outra visão do ciclo das quintas.</i>
4. Astrud	<i>Sim. Conheci uma nova abordagem para a música.</i>
5. Vinícius	<i>Sim. Sabendo razões foi mais fácil encontrar o valor para as demais notas.</i>
6. Márcia	<i>Sim. Não entendo praticamente nada de música, e consegui entender os conceitos acima.</i>
7. Edu	<i>Sim.</i>
8. Dorival	<i>Sim. Não foi só uma percepção auditiva que diferenciou as notas mas</i>

<sup>30</sup> Esses conhecimentos básicos que nos referimos são, para o professor de matemática, por exemplo, saber quais são as notas musicais que utilizamos em nossa música, quantas notas há em uma escala musical, etc.

	<i>também mais exatamente pelas razões matemáticas ao dividir o monocórdio.</i>
9. Baden	<i>Sim. Dá uma noção mais precisa dos conceitos.</i>

**(OBS)** A maioria afirmou positivamente sobre o auxílio que a matemática traz para o entendimento dos conceitos musicais. O entendimento desses conceitos que estavam ligados ao campo musical pode ser expandido para o campo lógico-matemático. As atividades propostas visavam mostrar como a matemática explicava esses conceitos. Por exemplo, foram feitas analogias entre o conceito de intervalo usado na matemática com o conceito de intervalo vindo da esfera musical e mostraram que essas competências auxiliam uma à outra, criando um ambiente favorável para o entendimento e para a produção de afetividade.

Na resposta: “Sim. Não foi só uma percepção auditiva que diferenciou as notas mas também mais exatamente pelas razões matemáticas ao dividir o monocórdio”, várias competências são utilizadas, a musical quando usamos a audição do intervalo, a lógico-matemática pelo cálculo da razão dos intervalos, a cinestésica, ao medir o intervalo no monocórdio (violão). Essas atividades mostram que podemos fazer pontes que ligam a matemática à música, e vice versa, fazendo com que as competências intelectuais auxiliem umas às outras.

Portanto, a utilização dessas relações entre matemática e música torna-se um excelente recurso didático para o ensino de intervalos, escalas e círculo das quintas, sendo uma grande oportunidade para desenvolver aspectos cognitivos e afetivos em campos distintos e complementares entre si.

4) O conhecimento da música ajudou a você ter clareza sobre conceitos de razão, proporção?

1. Nara	<i>Sim, porque já tinha alguma noção.</i>
2. Miúcha	<i>Não. Acredito que seja por que não entendi o ciclo das quintas.</i>
3. Antonio	<i>Sim. Pelo fato de ter passado o 3º ano do ensino médio, as relações já eram intrínsecas.</i>
4. Astrud	<i>Não. Para mim, tais conhecimentos já eram claros.</i>
5. Vinícius	<i>Não. Tenho pouco conhecimento teórico de música mas a relação com a matemática é interessante.</i>
6. Márcia	<i>Sim. Por eu já ter um conhecimento claro sobre estes conceitos fica</i>

	<i>difícil a pergunta, mas com certeza para o aluno do ensino fundamental será mais prazeroso aprender estes conceitos através do conhecimento musical.</i>
7. Edu	<i>Não. Devido a minha dificuldade com a matemática.</i>
8. Dorival	<i>Não. Porque não conhecia o motivo de uma nota ser mais da outra! Não sabia dessa ligação com a matemática.</i>
9. Baden	<i>Sim. Já havia estudado superficialmente.</i>

**(OBS)** Nossa intenção era saber se a música auxiliava de alguma forma o entendimento de conceitos ligados à área matemática. Em nosso modo de pensar, a música deve fazer parte da formação integral do indivíduo, não apenas em relação ao desenvolvimento emocional e/ou estético, mas também favorecendo a estruturação e o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático. Ela leva o indivíduo a relacionar o concreto com o abstrato, descobrindo novas formas de comunicação e auxiliando com o simbolismo matemático. A música estimula a concentração, favorece as atividades em grupo, a comunicação, a criatividade e promove um clima de prazer em realizar as atividades. Como exemplo, podemos citar a atividade utilizar o violão como um monocórdio achando as razões matemáticas da escala pitagórica. Pudemos perceber a interação entre os participantes, relacionando os intervalos musicais às razões dos intervalos. O pensamento lógico-matemática juntava-se ao pensamento musical e espacial e o simbolismo matemático utilizado para mostrar as razões tinha um novo enfoque com elementos da música.

5) Fatos históricos relatados na oficina foram importantes para a compreensão ou organização dos conceitos abordados?

1. Nara	<i>Sim.</i>
2. Miúcha	<i>Sim. O contexto histórico sempre é muito importante por que nos dá uma visão de como tudo começou e eu pessoalmente achei muito interessante o monocórdio. Foi daí que entendi como funcionam os instrumentos de corda o que antes nunca tinha feito essa ligação com a matemática.</i>
3. Antonio	<i>Sim. Pelo não conhecimento histórico matemático organizou-me melhor o pensamento.</i>

4. Astrud	<i>Sim. Para entender a seqüência dos fatos.</i>
5. Vinícius	<i>Sim. Os avanços nas diferentes áreas têm inter-relações, um necessitando do outro para poder progredir.</i>
6. Márcia	<i>Não respondeu.</i>
7. Edu	<i>Sim.</i>
8. Dorival	<i>Sim. A descoberta no monocórdio explicada no violão dá pra perceber essa verdade. Também o trítone, etc.</i>
9. Baden	<i>Sim. Dão base ao conhecimento.</i>

**(OBS)** A maioria concordou que os fatos históricos auxiliaram na compreensão e organização dos conceitos. Uma das formas que abordamos foi a realização de experimentos tentando reproduzir a forma com que foi feita no passado. Mostramos a importância de cada conteúdo aprendido e que esses conceitos surgiram graças a um grande empenho de personagens da época. A imaginação do aluno pôde transportá-lo para a época que foram feitas as descobertas, compreendendo o problema naquele contexto.

6) O que mais chamou sua atenção nessa oficina?

1. Nara	<i>O vídeo e a experiência de medir as cordas do violão.</i>
2. Miúcha	<i>O monocórdio, ou seja, a relação da nota musical com a divisão fracionaria.</i>
3. Antonio	<i>O conceito próprio do curso. Relação música e matemática.</i>
4. Astrud	<i>A explicação matemática para o ciclo das quintas.</i>
5. Astrud	<i>A relação matemática e música colocada em termos práticos (cálculos e medidas).</i>
6. Márcia	<i>A maneira diferente e prazerosa de se ensinar matemática.</i>
7. Edu	<i>A vivência dos cálculos para se chegar a escala.</i>
8. Dorival	<i>A descoberta no monocórdio! Pelo fato de ter sido bastante eficaz e inusitado.</i>
9. Baden	<i>Não respondeu.</i>

**(OBS)** Há uma grande diversidade nas respostas. O tema: relações entre matemática e música já por si só traz certa curiosidade, mas a matéria pôde trazer atrativos de diversas formas e para diferentes pessoas.

## **Relatório dos Observadores**

Por: Gabriel Bernardo e Herbert Baioco.

*Iniciou-se a primeira oficina com uma espécie de mesa-redonda com os inscitos, em que eles apresentaram suas experiências como professores de ambas as áreas, música e matemática, e principalmente apresentaram problemas de ordem didáticas, tais como: uma apreensão mais lúdica da matemática e uma valorização da música em ordem interdisciplinar.*

*A oficina propriamente dita, o oficineiro fez um apanhado geral dos assuntos a serem abordados durante o período das oficinas, um breve relato de sua experiência como acadêmico e educador das duas áreas.*

*A partir de então, iniciou-se um vídeo intitulado ‘Matemática’, que propunha uma interdisciplinaridade entre música e matemática através do Pitágoras. Terminado o vídeo, a pedido do oficineiro, os inscitos conceituaram uma série de termos como: fração, razão, proporção, intervalos, escalas, ciclo das quintas.*

*Depois disso, uma linha histórica foi traçada a partir da Grécia seguindo por Pitágoras (já mencionado no vídeo) relatando o processo empírico do monocórdio para associação dos conceitos matemáticos e musicais, agora em consonância, partilhando de uma origem comum.*

*Os inscitos puderam calcular proporções e razões no modo pitagórico para atribuir “valor” às notas, gerando, por meio de calculadoras, régua e violões, a mesma escala que Pitágoras criou em seu monocórdio.*

**(OBS)** O relato dos observadores foi bem descritivo e bastante útil para que pudéssemos confrontar com a nossa descrição da oficina. A expectativa também era que os observadores avaliassem a oficina posicionando-se sobre a utilidade das atividades, sugerindo melhores formas de apresentação para o conteúdo, entre outros. Essa forma mais analítica apareceu pouco.

## **Considerações Gerais da Oficina**

Havia uma expectativa muito grande nossa em como os alunos iriam se comportar e receber as informações, pois não conhecíamos a maioria dos participantes. Além disso, não estávamos totalmente à vontade em como falar dessa abordagem, por se tratar de um assunto novo e que

poderia levantar dúvidas em ambas as áreas e que talvez não pudéssemos responder a todas as questões que fossem propostas. Mas a oficina mostrou que as atividades por si só já encaminhavam para o entendimento das relações matemáticas e musicais implícitas no seu desenvolvimento.

Em relação aos nossos objetivos, queríamos ouvir dos participantes a possibilidade da aplicação das atividades em sala de aula e alguns contribuíram significativamente nesse debate. Outro objetivo era perceber como os participantes se comportariam quando confrontados com conteúdos vindos da área diferente de sua formação (conceitos musicais para os da área de matemática, por exemplo). O resultado foi satisfatório, pois percebemos ao longo da oficina que esses conceitos foram se tornando cada vez mais claros.

Criar alternativas para o ensino de alguns conceitos não é tarefa fácil, mas que não é impossível. Algumas atividades não saíram como tínhamos previsto e, pelo que vimos, poderíamos aperfeiçoá-las. O exercício de medir os comprimentos das cordas do violão e depois tocá-las depende de um conhecimento prévio de como são as características do violão. Talvez se dedicássemos um pouco mais de tempo explicando as partes do violão e como ele “funciona” seria mais proveitoso. Também poderíamos destinar mais tempo para os alunos escreverem os conceitos e deixarem debater qual a melhor definição.

## Oficina 2: Música na Idade Média



**Figura 4:** Ilustração do livro *De Musica* de Boécio.

Manuscrito possivelmente da primeira metade do século XII, escrito em pele de animal e é considerado um belo exemplo de Iluminura Medieval (Medieval Illumination). O volume tem importantes textos sobre música e é também conhecido por *De Institutione Musica*.

Fonte: <http://www.nla.gov.au/worldtreasures/html/theme-music-5-boethius.html>

(00:00:00) Exibimos o vídeo: *A Matemática da Música*<sup>31</sup> produzido pelo Ministério da Educação e Cultura. Aborda a matemática presente em diversas áreas do universo musical. Mostra como a matemática auxilia na formação das escalas e como pode estar em padrões rítmicos de uma escola de samba, no jazz e blues ou nas complexas sinfonias criadas por grandes autores clássicos. Menciona fatos e personagens históricos que ajudaram a fundamentar a música como ciência.

(00:27:00) Fizemos alguns comentários a respeito do vídeo que foi exibido, enfatizando sobre como poderíamos utilizar alguns conceitos mostrados no filme para fins didáticos. Apresentamos

<sup>31</sup> Disponibilizado gratuitamente em <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.jsp>.

uma revisão do conteúdo da primeira oficina e comentamos a respeito da escala Pitagórica e as relações com tamanhos de cordas. Esse experimento com o Monocórdio, realizado por Pitágoras, foi a primeira manifestação da ciência que se tem registrado, o que gerou certo estranhamento entre os participantes. Na revisão da última atividade, verificamos como se chegava à *Coma Pitagórica*<sup>32</sup>.

**(OBS)** O estranhamento supracitado foi observado pelas feições dos participantes e pelas perguntas de como isso poderia ser realmente comprovado. Pesquisamos em várias fontes e apuramos que “o experimento de Pitágoras é ainda a primeira experiência registrada na história da ciência, no sentido de isolar algum dispositivo para observar fenômenos de forma artificial” (ABDOUNUR, 1999, p. 5).

**(00:48:29)** O pesquisador pediu aos participantes que definissem os conceitos de média aritmética, média harmônica, frequência, consonância, dissonância e batimento. Algumas respostas obtidas:

<b>Média Aritmética</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Quantidade “x” somada e dividida pela quantidade “x” que foi somada.</i></li> <li>▪ <i>Média extraída da relação da soma de dois números e posteriormente a divisão do resultado por dois.</i></li> <li>▪ <i>É o quociente entre a soma de números pela quantidade destes números.</i></li> </ul>
<b>Média Harmônica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Uma medida de determinados acontecimentos (pulsos) por segundo.</i></li> <li>▪ <i>É o quociente entre a quantidade de números e a soma de seus inversos.</i></li> </ul>
<b>Frequência</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Altura dos sons.</i></li> <li>▪ <i>É a quantidade de vezes que algo se repete em um determinado tempo gerando um padrão.</i></li> </ul>
<b>Consonância</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Sons agradáveis (combinações).</i></li> <li>▪ <i>Sons mais próximos da tônica na execução de uma nota, na série</i></li> </ul>

<sup>32</sup> Termo definido na primeira oficina.

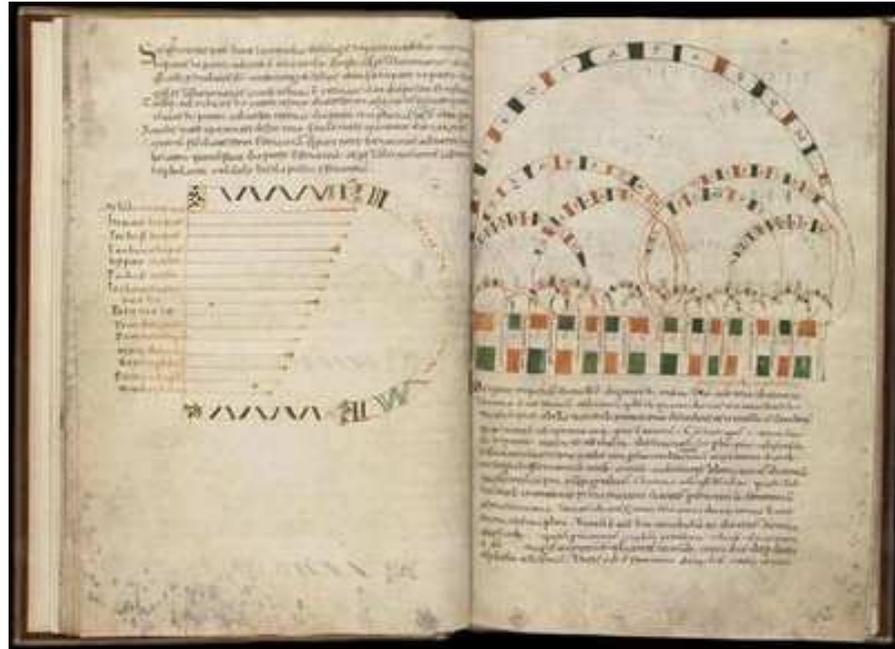
	<p><i>harmônica.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>É o som que está de acordo com outro que ocorre ao mesmo tempo. É agradável.</i></li> </ul>
<b>Dissonância</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Sons desagradáveis.</i></li> <li>▪ <i>Sons mais distantes da tônica na execução de uma nota, na série harmônica.</i></li> <li>▪ <i>São sons que não geram acordo quando ocorrem ao mesmo tempo. Menos agradável.</i></li> </ul>
<b>Batimento</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Pulso regular.</i></li> <li>▪ <i>É o ritmo, compasso de tempo.</i></li> </ul>

(OBS) Alguns participantes tinham idéias bem distantes do real significado desses conceitos. Como no exemplo: média harmônica “*é uma medida de determinados acontecimentos por segundo*”. Em relação a consonância e dissonância, as respostas exprimiram muita subjetividade, até por serem conceitos de difícil definição. Em dados momentos, utilizamos o violão para exemplificar alguns conceitos e pedimos para que os alunos observassem a vibração da corda do violão; as cordas mais graves (grossas) vibravam menos que as mais agudas (finas). Sobre consonâncias e dissonâncias concluímos que é um conceito subjetivo, pois utilizamos notas tocadas ao mesmo tempo no violão e, enquanto alguns percebiam sons agradáveis (consonantes), outros achavam essas mesmas notas desagradáveis (dissonantes) e vice-versa<sup>33</sup>.

<b>Tempo</b>	<b>Transcrição do Primeiro Evento Crítico</b>
<b>00:58:35</b>	<p>O pesquisador falou de Boécio e Árquitas de Tarento comentando a respeito das contribuições que esses nomes trouxeram para os estudos das relações entre matemática e música.</p> <p>Pesquisador: <i>O estudo das proporções ou das médias foi transmitido à Idade Média por Boécio, em particular no seu livro intitulado De institutione musica, pois “esta matéria pode ser útil às especulações relativas à música e às sutilezas da astronomia, ou ainda ao alcance das considerações geométricas, ou mesmo à</i></p>

<sup>33</sup> Levamos em consideração que consonâncias são consideradas agradáveis e dissonâncias desagradáveis.

*compreensão das teorias dos antigos...”. As proporcionalidades aritmética, geométrica e harmônica estão presentes em toda a ciência e na música medieval.*



**Figura 5:** Página do livro *De Institutione Musica*, de Boécio.  
Fonte: [www.slv.vic.gov.au](http://www.slv.vic.gov.au)

*Árquitas de Tarento foi um dos mais importantes músicos do período clássico grego, colaborou de maneira significativa tanto para o desenvolvimento da música, quanto para desvendar de seus fundamentos racionais.*

Árquitas foi o primeiro pensador que associou altura musical à frequência pela comparação de sons emitidos por ventos fortes e fracos e deslocando o foco de atenções da fonte de emissão do som – que era o monocórdio – para o ar. Essa idéia seria estudada com mais rigor mais à frente por Mersenne e Galileu no século XVII. O pensador construiu sua escala baseada em razões de corda que eram determinadas pelas médias harmônicas e aritméticas diferentemente das encontradas por Pitágoras no experimento do monocórdio.

**01:07:23** **Escala de Árquitas** - *Árquitas calculou o comprimento da corda correspondente a um intervalo de quarta de uma determinada nota como a média aritmética*

<p><b>01:19:23</b></p>	<p><i>entre o comprimento gerador de tal nota e aquele que produzia sua oitava (1ª e 8ª), a quinta maior acima como a média harmônica desses intervalos, a terça maior acima, pela média harmônica entre a primeira e a quinta, a segunda maior pela média harmônica entre a primeira e a terça, e assim foi construindo sua escala.</i></p> <p><b>Segunda Atividade</b> - Tomando como ponto de partida as notas musicais de hoje atribua hipoteticamente o comprimento 1 (um) ao Do e ache<sup>34</sup>:</p> <p style="text-align: center;">Quarta (Fa) – Média Aritmética entre 1ª e 8ª</p> <p style="text-align: center;">Quinta (Sol) – Média Harmônica entre 1ª e 8ª</p> <p style="text-align: center;">Terça (Mi) – Média Harmônica entre 1ª e 5ª</p> <p style="text-align: center;">Segunda (Re) – Média Harmônica entre 1ª e 4ª</p>
<p><b>01:43:23</b></p>	<p>Foram destinados 10 minutos para resolução do exercício. A correção dos cálculos foi feita no quadro.</p> <p>Do = 1</p> <p>Do (8ª) = <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>Fa = <math>\frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) = \frac{3}{4}</math> (Média Aritmética entre 1 e <math>\frac{1}{2}</math>)</p> <p>Sol = <math>2 \cdot (1 \times \frac{1}{2}) \div (1 + \frac{1}{2}) = \frac{2}{3}</math> (Média Harmônica entre 1 e <math>\frac{1}{2}</math>)</p> <p>Mi = <math>2 \cdot (1 \times \frac{2}{3}) \div (1 + \frac{2}{3}) = \frac{4}{5}</math> (Média Harmônica entre 1 e <math>\frac{2}{3}</math>)</p> <p>Re = <math>2 \cdot (1 \times \frac{4}{5}) \div (1 + \frac{4}{5}) = \frac{8}{9}</math> (Média Harmônica entre 1 e <math>\frac{4}{5}</math>)</p> <p>Excedemos muito o horário planejado, assim o pesquisador encerrou a oficina e preferiu continuar com esse assunto no próximo encontro.</p>

<sup>34</sup> Não foi pedido para calcular outros intervalos pois, em nossas pesquisas não encontramos literatura que certificasse o cálculo de outros intervalos (sexta e sétima, p. ex.).

**(OBS)** Explicamos novamente o que era intervalo e como se comportava o sistema intervalar na escala maior. Exemplificamos as escalas no violão e no piano, ouvimos a escala maior e vários intervalos, o que auxiliou a alguns participantes a entenderem esses conceitos, principalmente os da área de matemática. Um ponto negativo foi não calculamos bem a aplicação dessa atividade em relação ao tempo, estendendo-nos muito durante os cálculos. Alguns alunos não participaram da primeira oficina, e por isso utilizamos um tempo maior nas revisões e explicações.

Algumas discussões sobre como as escalas eram produzidas e a vontade que Árqitas tinha de alcançar escalas mais consonantes foi colocada em questão. Havia uma intenção em colocar notas de maneira mais simétrica, como foi o exemplo da terça de Árqitas, sendo mais consonante que a terça da escala Pitagórica (exemplo mostrado na oficina). Não finalizamos a atividade programada, os cálculos relacionando médias aritméticas e harmônicas às notas musicais, fizeram os participantes terem a noção de como era usada a matemática na música, contribuindo para a obtenção e construção dessas escalas.

### Respostas ao 2º Questionário – Música na Idade Média

1) Os exercícios propostos podem ser aplicados em sala de aula?

1. Nara	<i>Sim.</i>
2. Wanda	<i>Sim. Ajuda a desenvolver melhor os conteúdos trabalhados.</i>
3. Antonio	<i>Sim. Sempre é bem vinda a interdisciplinaridade.</i>
4. João	<i>Sim. Dependendo do conteúdo (turma, nível) é claramente possível.</i>
5. Vinícius	<i>Sim. Na 7ª e 8ª série em diante. Cálculos com médias e razões.</i>
6. Dorival	<i>Sim. Eu me lembro dos exercícios! Mas acho que envolvia razões, sendo algo que geralmente todos utilizam. Dá sim pra usar nas aulas.</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** Todos responderam positivamente quanto ao uso das atividades em sala de aula. A interdisciplinaridade foi lembrada, ressaltando que sempre é bom usá-la. Essas dinâmicas de ensino chamam a atenção de várias maneiras, pois partem da necessidade de utilizar campos distintos para o pleno entendimento e resolução dos problemas.

Para Fazenda (1994, p.86),

numa sala de aula interdisciplinar a obrigação é alternada pela satisfação; a arrogância, pela humildade; a solidão, pela cooperação; a especialização, pela generalidade; o grupo homogêneo, pelo heterogêneo; a reprodução, pela produção do conhecimento.

Essas atividades primam por esses fatores citados. Satisfação em realizar as tarefas, humildade por não saber como resolver o problema, cooperação entre os membros dos grupos e a produção de conhecimento nas tentativas de reproduzir os experimentos.

2) O conhecimento da matemática ajudou você a ter clareza sobre conceitos de Consonância, dissonância e batimento?

1. Nara	<i>Sim.</i>
2. Wanda	<i>Sim. Porque envolve a matemática.</i>
3. Antonio	<i>Em parte. Batimento sim. Consonância e Dissonância são puramente estéticas.</i>
4. João	<i>Sim. Os conhecimentos adquiridos foram os conceitos mais sólidos.</i>
5. Vinícius	<i>Sim. Facilita o cálculo dos valores com as notas nas escalas estudadas.</i>
6. Dorival	<i>Sim Porque a diferença de tons sendo possível calculá-los pelas frações e não somente ouvi-los ajuda bastante.</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** Há um interesse e uma grande ênfase pelo lógico e pelo uso dos cálculos. Wanda, por exemplo, explica simplesmente sua resposta dizendo que envolve matemática. João diz por que os conceitos se tornam mais sólidos. E ainda alguns que apenas ressaltaram o uso do cálculo. Entendemos então que a matemática auxilia a tornar os conceitos mais rigorosos, mais científicos, facilitando assim o entendimento.

3) O conhecimento da música ajudou você a ter clareza sobre conceitos de média harmônica, média aritmética e frequência?

1. Nara	<i>Sim. Mas tive muita dificuldade, é difícil ligar uma coisa à outra.</i>
2. Wanda	<i>Sim. Porque se relaciona à música.</i>
3. Antonio	<i>Em parte.</i>
4. João	<i>Sim. Os resultados musicais são bem simples perto dos conceitos matemáticos.</i>

5. Vinícius	<i>Sim. A relação do conceito matemático com a escala musical no cálculo das escalas.</i>
6. Dorival	<i>Sim. Na hora deu pra entender sim, e se estudado em casa, dá pra realmente aprender com esse auxílio de notas da música.</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** A música muitas vezes é ligada somente ao prazer e ao subjetivo. O uso da música para compreender alguns assuntos da matemática funciona como um agente motivador e que trará aspectos lúdicos para alguns conteúdos. Nestas respostas notamos que há dificuldade de ligar a música ao entendimento de alguns conceitos matemáticos. Podemos ver isso na reposta “os conceitos musicais são bem mais simples que os conceitos matemáticos”, que aponta um sentido para a música menos rigoroso tecnicamente em relação à matemática, talvez por isso pensa-se na maior simplicidade. Nessa pesquisa, em nosso entendimento, os conceitos musicais e matemáticos se completam e se auxiliam mutuamente e se tornam mais ou menos simples de acordo com as ligações que podem ser feitas tanto para conteúdos da esfera matemática quanto da musical.

4) Fatos históricos relatados na oficina foram importantes para compreensão ou organização dos conceitos abordados?

1. Nara	<i>Sim.</i>
2. Wanda	<i>Sim. Por que faz ligação com o que estamos aprendendo sobre a evolução.</i>
3. Antonio	<i>Sim. Linearidade Histórica.</i>
4. João	<i>Sim. A contextualização sempre é importante.</i>
5. Vinícius	<i>Sim. A parte histórica contribui para a compreensão das diferentes escalas.</i>
6. Dorival	<i>Com certeza. A gente consegue perceber os esclarecimentos que cada estudioso foi percebendo desde o monocórdio. E a gente pode ver de onde surgiu o que a gente conhece hoje... Entende melhor o Temperamento!</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** É importante salientar a importância dos fatos históricos quando falam da ligação do que se aprende, ou quando dizem que a contextualização é importante. Trazem uma melhor compreensão dos conteúdos aplicados (tanto para matemática quanto para música) e sugerem ao aluno outra forma de procedimento para resolver um determinado problema. Age como agente motivacional, sugerindo uma forma mais atraente de ver o problema.

5) O que mais chamou sua atenção nessa oficina?

1. Nara	<i>Saber que eles faziam cálculos difíceis assim, só para saber mais sobre música.</i>
2. Wanda	<i>História da Música.</i>
3. Antonio	<i>Interdisciplinaridade.</i>
4. João	<i>A dificuldade em achar as frequências usando a média harmônica.</i>
5. Vinícius	<i>A evolução e o interesse por estruturar novas escalas musicais.</i>
6. Dorival	<i>Descobrir que tem outras escalas, não só a nossa dividida em 12 partes! Perceber a quase infinidade do som que é bem difícil de acreditar e perceber.</i>
7. Baden	<i>O conceito de batimento, média harmônica e abordagens da história da música.</i>

**(OBS)** Há aqui uma grande diversidade nas respostas. Ressaltaram a forma como eram feitos os cálculos, as dificuldades encontradas, a História da Música, a Interdisciplinaridade e as escalas musicais. Em nosso entender, as atividades chamam a atenção em vários campos e mostra a pluralidade que uma sala de aula pode ter, desafiando cada vez mais o professor a adotar uma postura interdisciplinar.

## **Relatório dos Observadores**

Por: Gabriel Bernardo e Herbert Baioco.

*A segunda oficina iniciou-se com um vídeo relacionando música com matemática utilizando os conceitos de razão e proporção, conceito de batimento, proporção, consonância, dissonância, onda, frequência, hertz.*

*Após o vídeo, o oficinairo pediu para os alunos participantes conceituar alguns termos como: média aritmética e média harmônica.*

*A partir desse momento, o cálculo de proporções da escala de Árquitas utilizando os conceitos de média aritmética ( para achar as 5 ªJ) e a média harmônica (para achar as 4ª J) proposto pelo oficineiro tornou-se um trabalho hercúleo para os alunos participantes, tendo em vista que a oficina se estendeu até o final do horário nesses cálculos.*

**(OBS)** O cálculo das notas musicais através das médias aritméticas e harmônicas foi bastante trabalhosa e muito proveitosa. Construir conhecimento é uma tarefa difícil, ainda mais em uma sala de aula tão heterogênea quanto a que tínhamos. Usar a história para tentar reproduzir os experimentos pode realmente extrapolar o tempo previsto e o planejamento prévio das atividades, mas quando chegamos aos resultados torna-se muito mais recompensador. Tentamos mostrar os experimentos e os exercícios da maneira mais próxima de como supõe-se que tenham sido conseguidos por Árquitas.

Essa oficina auxiliou os participantes a compreenderem a necessidade (ou a busca) para uma escala mais simétrica que pudesse resolver algumas pendências surgidas na construção da Escala Pitagórica. Nessa escala, o ciclo não se completava, pois havia uma diferença entre as notas conseguidas através dos percursos de quintas e oitavas<sup>35</sup>.

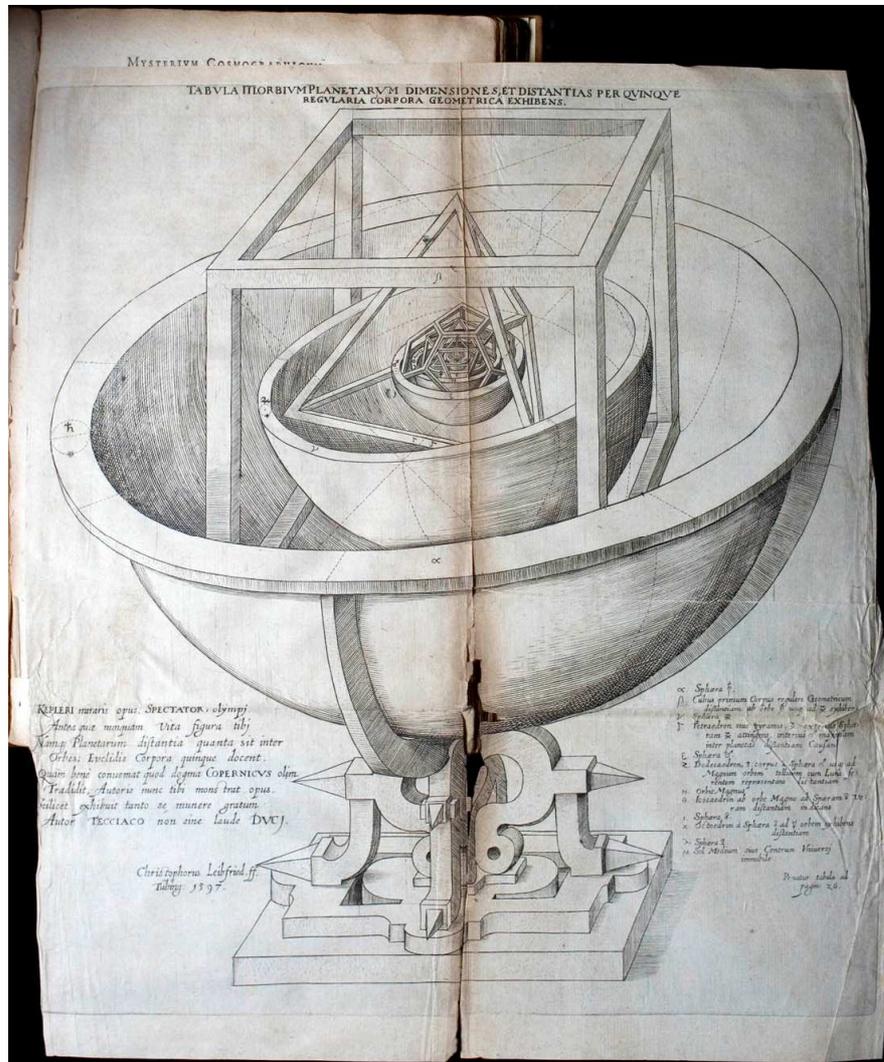
Tornou-se então mais claro aos participantes que vários nomes em diversos momentos tentaram resolver o problema do desajuste das notas da escala Pitagórica. Essa busca era para se chegar a uma escala (com depois viria a ser chamada de Temperada) em que o intervalo de oitava fosse dividido em 12 partes iguais (semitons) relacionados à mesma relação de frequência entre essas notas. Além disso, começou-se a ter outra percepção de como conseguir as notas musicais, através da introdução do conceito de frequência, e que foi Árquitas o primeiro a falar sobre esse assunto (ABDOUNUR, 1999, p. 16).

Queríamos que os participantes entendessem como foi a trajetória histórica que a relação matemática e música estava tomando. Percebemos que os alunos estavam aprendendo alguns conceitos. As atividades que foram direcionadas para estudantes do ensino médio estavam sendo diretamente usadas para aqueles alunos, pois alguns não dominavam os conceitos abordados, além de que, para a maioria, o tipo de abordagem foi totalmente inédito.

---

<sup>35</sup> Ver página 63.

### Oficina 3: Renascimento



**Figura 6:** *Mysterium cosmographicum* (1596) de J. Kepler  
Mostra os encaixes do cubo (Saturno-Júpiter), tetraedro (Júpiter- Marte), dodecaedro (Marte-Terra), icosaedro (Terra-Vénus) e octaedro (Vénus-Mercúrio).  
Fonte: <http://www.library.uiuc.edu/rbx/exhibitions/Plato/Pages/ReceptionLabels.html>.

**(00:00:00)** Sugerimos um debate acerca do uso didático dos assuntos tratados até aquele momento. Fizemos um apanhado do que foi feito na última oficina, enfatizando a respeito de Árquitas de Tarento e da escala que ele construiu baseada em médias aritméticas e harmônicas. Essa revisão foi feita como forma de introdução do próximo assunto e também para dirimir algumas dúvidas que foram levantadas na segunda oficina.

**(00:09:22)** Apresentamos uma breve trajetória da música ocidental na Idade Média destacando algumas estruturas musicais da época e ouvindo exemplos musicais<sup>36</sup> para cada uma delas apresentada. Isso se mostrou importante para mostrar a necessidade do Temperamento em relação ao desenvolvimento das formas musicais e, conseqüentemente, a evolução das escalas musicais.

Ao longo de toda a Idade Média, a música ocidental mudou profundamente, saindo de uma música estritamente melódica para uma música com forte presença harmônica. Segundo Bennett (1986) O *Cantochão* é a música mais antiga que conhecemos e consiste em melodias que fluíam livremente, quase sempre em uma oitava. Os ritmos eram irregulares, fazendo-se de forma livre, de acordo com as acentuações das palavras e o ritmo natural da língua latina, base do canto dessa música.

No século IX aparece o que pode ser considerada uma das primeiras músicas polifônicas, o *Organum*. A forma mais antiga foi o *Organum Paralelo*, uma voz principal no estilo do Cantochão, acompanhada pela voz organal em intervalos de quintas ou quartas, eventualmente duplicadas em oitava.

Outro tipo de *Organum* que aparece nos séculos X e XI chama-se *Organum Livre*. Os compositores começaram a se libertar de copiar a voz principal podendo navegar em movimentos contrários, oblíquos e diretos. O *Organum Livre* ainda mostra-se praticamente o de nota contra nota, porém, já ocorrendo eventualmente uma nota contra duas.

O *Organum Melismático* (início do século XII) abandona o estilo nota contra nota e passa a ser uma voz principal, que passa a ser chamada de *tenor*, que se estende em notas mais longas em contraposição a uma voz mais alta que se move livremente. Torna-se um melodioso grupo de notas cantando numa única o nome de *melisma*, de onde vem o nome de *organum melismático*.

Ainda no século XII, teve início a construção da catedral de Notre Dame em Paris – que era um importante centro musical da época – que abrigava compositores pertencentes à chamada *Escola de Notre Dame* que levaram o *organum* a alcançar admirável estágio de elaboração dando origem ao *Organum de Notre Dame*.

---

<sup>36</sup> Os exemplos foram reproduzidos em um aparelho de som.

No *Descante e Clausula* o tenor começa a assumir o ritmo do canto original em segmentos, por exemplo, pronunciados pela palavra *Domino*, chamados de *Clausula*. As notas do tenor nessas passagens geralmente eram construídas formando desenhos rítmicos curtos que se repetiam por toda a *Clausula*.

No Século XIII, as vozes mais altas das clausulas começaram a receber palavras independentes do texto. O *duplum* passou a ser conhecido como *motetus*, dando assim origem a um tipo de música popular que foi chamada de *Moteto*. Sobre uma clausula acrescentava-se uma terceira voz, o *triplum*.

Outras formas musicais surgiram nesse período, mas com os exemplos acima citados temos uma idéia de um quadro, ainda que pouco específico, do desenvolvimento da música na Idade Média.

**(OBS)** Com a audição dos exemplos citados tivemos a oportunidade de entender melhor o processo de desenvolvimento da música nesse período e gerou vários elementos essenciais para o aprendizado: texto e som, permitindo ao aluno relacionar o nome das formas musicais aos sons e entender a evolução dos acontecimentos e os fatos históricos. Essa forma de apresentação do conteúdo se mostrou bem eficaz, pois no final os alunos puderam perceber que a música da época, que passou de uma característica melódica para uma forma polifônica, teria que passar por uma adequação das escalas a serem usadas – adequação essa que só pôde ser plenamente realizada com o auxílio da matemática.

**(00:27:36)** Exibimos o vídeo *Música das Esferas*<sup>37</sup> que aborda a música como um espectro sonoro, dividido em várias partes e sendo produzida pelas diferentes culturas e povos em diferentes épocas. Afirma que a música tem como matéria prima o som e como as relações matemáticas podem provar cientificamente o que já sentimos (ou ouvimos) por intuição.

O vídeo explica que, na cultura ocidental, mais precisamente a partir do período tonal da música no século XVII com grande influência do compositor Johann Sebastian Bach (1685 – 1750), tivemos o aparecimento da escala temperada, que foi construída e sistematizada com a invenção dos logaritmos.

**(OBS)** Depois de assistido o filme, levantou-se a questão de quem foi o “descobridor” da escala temperada. No vídeo, deixa-se subentendido que foi o compositor barroco Johann Sebastian

---

<sup>37</sup> Disponibilizado gratuitamente em <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.jsp>.

Bach que foi o “descobridor” da escala. Mas esse tipo de sistematização só poderia ser feito por alguém que tivesse um conhecimento profundo da matemática, o que acreditamos que tal compositor não teria esse conhecimento específico. Constatamos que, sem a matemática, a música não poderia chegar a um grau tão alto de complexidade <sup>38</sup>.

**(00:47:15)** Trouxemos uma biografia dos principais nomes do Renascimento que contribuíram para a relação matemática/música. Nos slides, além de um breve texto falando de cada figura histórica, havia fotos de alguns dos livros mais importantes da época escritos por esses nomes.

Nesse período, como há o predomínio da matematização, experimentação e mecanização, conhecido historicamente como a Revolução Científica, o misticismo começa a ser deixado de lado, ganhando espaço o uso de instrumentos experimentais. Na Idade Média as formas musicais passaram de uma característica melódica para uma música de característica harmônica, sendo que no Renascimento esse desenvolvimento harmônico se intensificou muito mais <sup>39</sup>.

<p><b>Ludovico Fogliani (1470-1539)</b> realizou especulações matemáticas concernentes a esta área em seu <i>Musica Teórica</i>, e forneceu fortes subsídios para que Gioseffo Zarlino (1517-1590) – um dos maiores teóricos musicais da época – organizasse em sua obra <i>Instituzioni Armonique</i> (1558) a base da educação científico-cultural em toda Europa durante dois séculos.</p>																
<p><b>Gioseffo Zarlino (1517 – 1590)</b> nasceu em Chiggia, perto de Veneza. Até a Renascença, a gama cromática de Pitágoras foi utilizada na música européia segundo a tradição clássica. No século XVI, a gama diatônica de Zarlino, caracterizada segundo as proporções diretamente derivadas da sucessão dos primeiros seis inteiros, introduz razões mais simples ao substituir as relações das notas Mi, La e Si, respectivamente, por <math>\frac{4}{5}</math>, <math>\frac{3}{5}</math>, <math>\frac{8}{15}</math>. Tem-se então formada a Escala de Zarlino (também chamada de Justa ou Natural). Zarlino, em 1588, propôs também um cravo baseado na seguinte escala com 16 notas por oitava:</p>																
C	C#	D-	D	Eb-	Eb	E	F	F#-	F#	G	G#	A	Bb-	Bb	B	C
1	$\frac{25}{24}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{25}{18}$	$\frac{45}{32}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{25}{16}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{15}{8}$	2

<sup>38</sup> A sistematização teórica da divisão da escala foi efetuada primeiramente por Simon Stevin no fim do século XVI.

<sup>39</sup> Os textos foram exibidos em uma projeção de slides, tendo como base Abdounur (1999), Henrique (2002) e Rodrigues (1999).

# LE ISTITVTIONI HARMONICHE

DEL REVERENDO M. GIOSEFFO ZARLINO  
DA CHIOGGIA:

Nelle quali, oltre le materie appartenenti

ALLA MUSICA:

Si trouano dichiarati molti luoghi  
di Poeti, di Historici, & di Filosofi;

*Si come nel leggerle si potrà chiaramente vedere.*

*Ad opus Joh. B. P. Joann. de Masini*



Con Priuilegio dell' Illustris. Signoria di Venetia,  
'per anni X.

IN VENETIA,

Appresso Francesco Senese, al segno della Pace.

M D L X I I.

Figura 7 - *Le Istituzioni Harmoniche* de Gioseffo Zarlino  
Fonte: [http://ve.tpl.toronto.on.ca/collected\\_works/performing\\_istituzioni.html](http://ve.tpl.toronto.on.ca/collected_works/performing_istituzioni.html)

**Joannes Kepler (1571- 1630)** o movimento dos planetas ainda era uma música imanente da perfeição divina, bem na tradição da cosmologia mítica do *Timaeus* de Platão. Mas isso não o impediu de chegar às célebres e substanciais três leis do movimento: os planetas giram em torno do Sol, em órbitas elípticas, tendo-o por um dos focos; as suas áreas orbitais são percorridas proporcionalmente ao tempo (o que implica aceleração no periélio e retardamento no afélio); e os quadrados dos períodos de revolução de cada planeta são proporcionais aos cubos das suas distâncias médias ao Sol.



**Figura 8** – Livro *Harmonia do Mundo (Harmonices Mundi)* de Kepler  
 Fonte: [archives.caltech.edu](http://archives.caltech.edu)

**Marin Mersenne (1588 – 1648)** comentou sobre o paradoxo de uma nota vibrar em várias frequências ao mesmo tempo, sugerindo estudos mais criteriosos sobre os harmônicos. Foi o primeiro a determinar a frequência de uma nota musical estabelecida, bem como a velocidade de propagação do som no ar. Mersenne considerava o monocórdio como suporte fundamental à compreensão de toda ciência musical. Divide a oitava em 12 desiguais e 12 iguais, obtendo nesse último caso o monocórdio harmônico da igualdade, composto por 11 números irracionais resultantes de médias proporcionais. A ele deve-se o estabelecimento das leis básicas da moderna acústica das cordas, mostradas em sua magnífica obra *Harmonie Universelle* (1636).

130 **Liure Second**

Or ce nombre est si grand que si l'on vouloit escrire tous ces chants, l'on feroit 22260896103 ans & 12 iours à travailler, encore que l'on en eferuist 1000 chaque iour : & si on les vouloit tous escrire en vn an, il en faudroit escrire chaque iour 222781432921424  $\frac{1}{7}$ , ou enuiron.

Je veux encore donner vn exemple de la premiere partie de l'Air d'Antoine Boëset, qui commence *Divine Amaryllis*, lequel j'ay mis tout au long dans le second liure des Instrumens à cordes, & dont ie mets icy les quinze premieres notes, delquelles il y en a deux sur vne ligne, trois sur vn autre, trois sur vne autre, & quatre sur vn autre : c'est pourquoy il faut multiplier le carré de la combination de trois, qui est 36, par deux, pour auoir 72, qu'il faut encore multiplier par la combination de quatre, dont le produit est 1728, par lequel il faut diuider la combination de 15, à sçauoir 1307674368000, pour auoir le quotient 756756000, qui monstre le nombre des chants qui se peuent faire avec les 15 notes precedentes.

Mais afin que l'on sçache combien l'on peut faire de chants d'vn certain nombre de notes en quelque sorte que l'on les puisse repeter ie prends neuf notes, dont on void plusieurs chants dans cette table, qui monstre au premier rang combien il y en a de semblables, & au second le nombre des chants.

*Table des Chants qui se peuent faire de 9 notes.*

Toutes differentes	362880
1 semblables	181440
3	60480
4 & 2, 2 & 3	15120
5	3024
6 & 3, & 5	504
7	72
2 & 2	90720
2, 2 & 2	43360
2, 2, 2 & 2	12680
3 & 3	10080
2, 2, 2 & 3	7560
2 & 4	7560
2, 3 & 3	5040
2, 2 & 4	3780
3 & 4	2520
3, 3 & 3	1680
2 & 5	1512
2, 3 & 4	1260
2, 2 & 5	756
4 & 4	630
1 & 6	432
4 & 5	126
3 & 6	84
2 & 7	36
Toutes semblables.	1

**COROLLAIRE.**

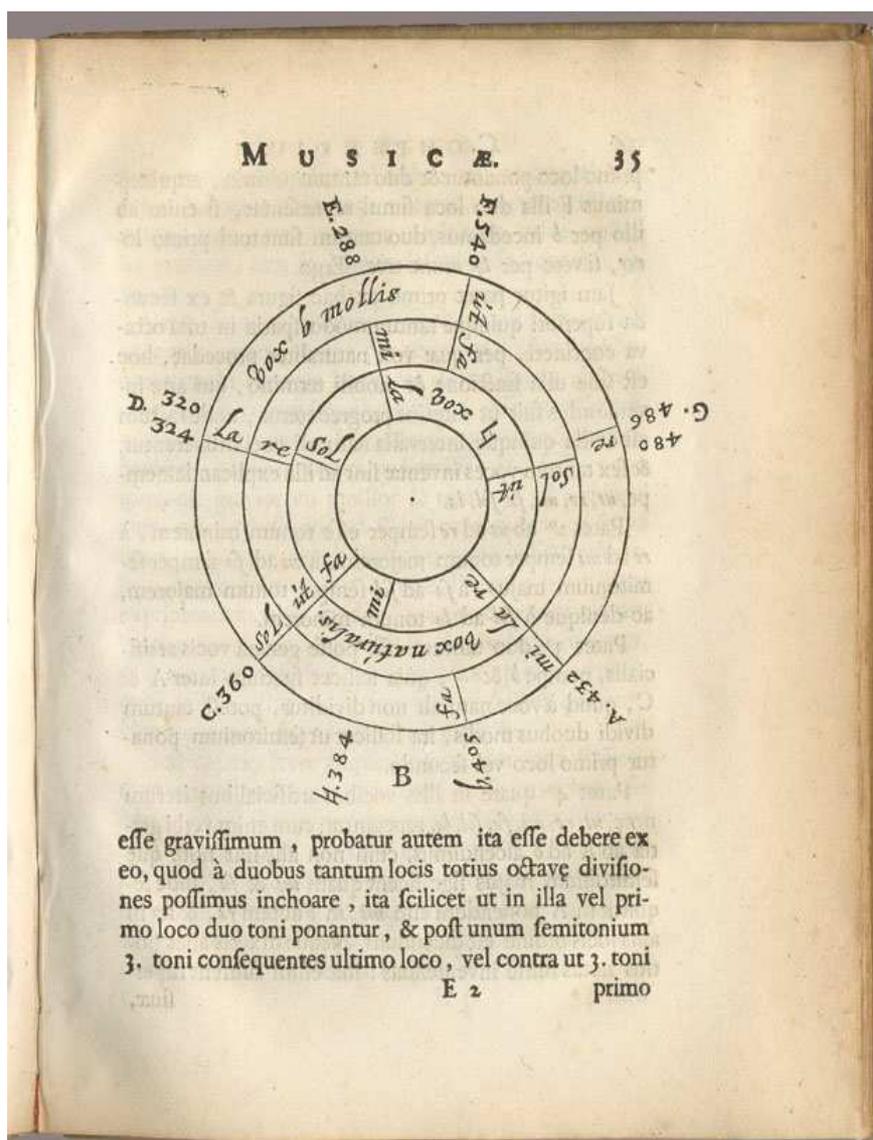
Il est aisé de faire la mesme chose dans tel autre nombre de notes que l'on voudra. Or la mesme industrie sert pour faire les Anagrammes des noms qui ont deux ou plusieurs lettres semblables, comme les deux autres propositions precedentes seruent pour sçauoir le nombre des Anagrammes de tous les noms, dont les lettres sont toutes differentes. Mais ie ne donne pas tous les exemples de cette combination des neuf notes, tant de peur d'estre trop long, que parce qu'on la peut voir dans la 13 proposition du liure Latin des Chants.

Quant aux dictions, ie mets seulement icy l'exemple du Nom de nostre Sauueur IHSVS, que l'on pourroit varier en 120 manieres pour faire 120 Anagrammes si toutes les lettres estoient differentes; mais parce que la lettre S y est deux fois, l'on ne peut faire que les 60 Anagrammes qui suivent, dont la plus grande partie ne signifient rien, & dont les deux plus beaux sont I V S H S, & V I S H S.

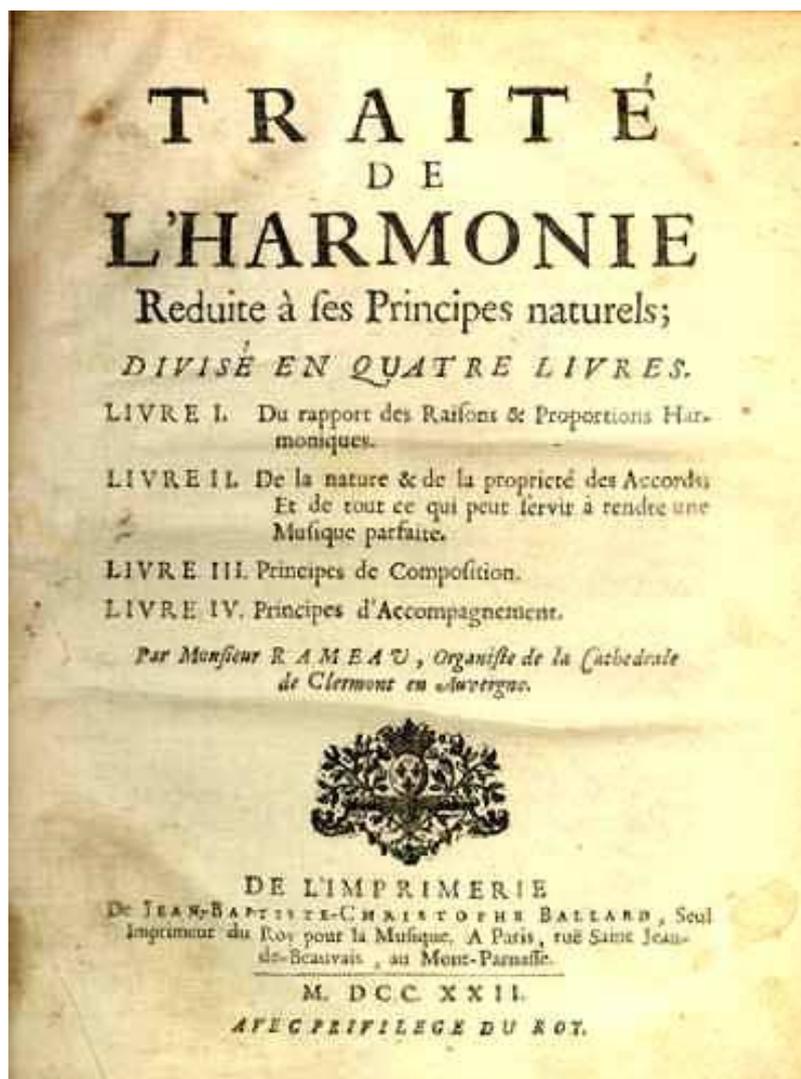
*Soix ante*

**Figura 9 - Harmonie Universelle** (1636), de Marin Mersenne  
Fonte: Rodrigues, 1999, p. 30

**René Descartes (1596 – 1650)** foi matemático e filósofo, nascido na pequena cidade de La Haye, França. Em 1618 concluiu sua primeira obra intitulada *Compendium Musicae* (figura 6). Esta obra tentava explicar a base da harmonia e da dissonância musicais em termos matemáticos. Há um grande número de diagramas e tabelas matemáticas que ilustram as relações proporcionais envolvidas em vários intervalos musicais.



**Jean Philippe Rameau (1683 – 1764)**, compositor e teórico francês, iniciou seus estudos com seu pai que era organista profissional, tornando-se mais tarde organista do colégio jesuíta em Paris. Em *Tratado de Harmonia* propõe uma nova teoria sobre a relação entre o baixo e a harmonia baseada em suas concepções das propriedades físicas do Som.



**Figura 11** - Capa do *Tratado de Harmonia*, de Rameau  
Fonte: [www.library.upenn.edu](http://www.library.upenn.edu)

**(OBS)** A trajetória descrita mostrou a necessidade de sistematizar uma escala simétrica, uma vez que a música se tornava cada vez mais complexa com o desenvolvimento da polifonia. Essa simetria viria a ser solucionada com o Temperamento Igual. Nesse processo o uso da matemática para resolver essas questões foi imprescindível. A imperfeição, iniciada com a “Coma

Pitagórica”, que aparece também em vários momentos na trajetória do Renascimento descrita, tem como ponto final a chegada ao Temperamento Igual. Vê-se claramente nesse processo como o dogmatismo aritmético presente nos pitagóricos foi substituído pela prática científica experimental. Portanto, há agora uma valorização em transformar a música em ciência, em mostrar como a matemática pode contribuir nesse processo.

Tempo	Transcrição do Primeiro Evento Crítico
01:07:23	<p>Pesquisador: <i>A trajetória trilhada pela música ocidental conduzia a música à liberdade não apenas para tonalidades próximas, mas para distintos cenários tonais, ou seja, as composições de então, intimavam a liberdade de transposição de tonalidades. Várias tentativas de tornar as divisões iguais foram feitas.</i></p> <p><i>Huygens tentou combinar experiência sonora e análise científica no Temperamento de 31 tons que advogou, com o sistema matematicamente atraente, mas musicalmente ainda inaceitável para a época. Também a escala 12 tons, de Werckmeister (1691), cujo objetivo de fechar o ciclo das quintas era conseguido com uma distribuição irregular e empírica da Coma Pitagórica entre as quintas.</i></p>
01:19:23	<p><b>Temperamento Igual</b> - <i>Mas é no matemático Leonhard Euler (1707-1783) que se encontra uma das mais engenhosas teorias algébricas da divisão da oitava e do grau da consonância dos intervalos musicais. Com efeito, no seu Ensaio de uma nova teoria da música (Tentamen novae theoriae musicae, 1739 – figura12) Euler desenvolve uma argumentação de influência leibniziana na qual as proporções geram um prazer musical. Baseado na progressão geométrica – oitava = 2; semitom = <math>2^{\frac{1}{12}}</math>, Euler pesquisou um sistema de afinação que permitiu aos compositores modularem para quaisquer dos 12 centros tonais sem distorções geradas por intervalos correspondentes que apresentavam-se, até então, assimétricos em diferentes escalas.</i></p>

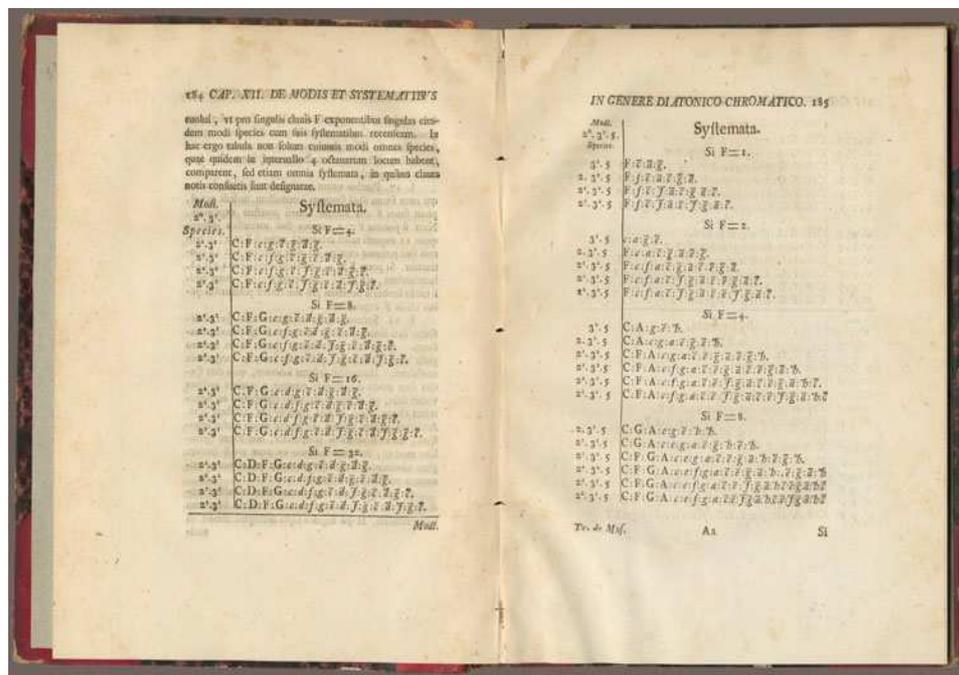


Figura 12: Ensaio de uma nova teoria da música (*Tentamen novae theoriae musicae*) 1739 de Leohnard Euler  
 Fonte: <http://www.columbia.edu>

**01:32:00 Atividade - Escala Temperada**

Encontrar um fator  $f$  correspondente ao intervalo de semitom que após multiplicar 12 vezes uma frequência  $f_0$  corresponda a uma determinada nota, que é a oitava, com o dobro da frequência.

Logo temos:

$f_0$  = frequência inicial

$f$  = fator multiplicativo

Então:

$$f_0 (f \times f \times f) = 2 \times f_0$$

$$12f = 2$$

$$f = 2^{\frac{1}{12}}$$

Se  $t$  é o intervalo separando dois tons consecutivos,  $t = 2^{1/n}$  representa a razão da

	respectiva progressão geométrica. Portanto, as notas da escala cromática possuem as seguintes relações de frequência com a nota musical:												
	Do	Do#	re	re#	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	la#	si	do
	1	$2^{\frac{1}{12}}$	$2^{\frac{2}{12}}$	$2^{\frac{3}{12}}$	$2^{\frac{4}{12}}$	$2^{\frac{5}{12}}$	$2^{\frac{6}{12}}$	$2^{\frac{7}{12}}$	$2^{\frac{8}{12}}$	$2^{\frac{9}{12}}$	$2^{\frac{10}{12}}$	$2^{\frac{11}{12}}$	2
	Ou												
	Do	Do#	re	re#	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	la#	si	do
	1	$2^{\frac{1}{12}}$	$2^{\frac{1}{6}}$	$2^{\frac{1}{4}}$	$2^{\frac{1}{3}}$	$2^{\frac{5}{12}}$	$2^{\frac{1}{2}}$	$2^{\frac{7}{12}}$	$2^{\frac{2}{3}}$	$2^{\frac{3}{4}}$	$2^{\frac{5}{6}}$	$2^{\frac{11}{12}}$	2

**(OBS)** Quando falamos em música, ou mais precisamente escala, tom, semitom, etc. muitas vezes atribuímos um sentido somente perceptivo a esses conceitos. Os conceitos que outrora eram ligados a uma dedução sonora puderam estar com outros significados baseado nos cálculos feitos. Um dos objetivos de propor esse tipo de atividades era tentar mostrar outra maneira de entender esses conceitos. Mostrar como os conceitos abordados podem ser ligados a outras áreas, para que possam ser melhor assimilados. Contribuem para construir uma base teórica para conceitos para os conceitos da área musical.

No cálculo da progressão geométrica para achar o fator multiplicativo na seqüência, ouvimos a escala musical obtida, fato que auxiliou no entendimento, além de usar outros sentidos para essa compreensão. A forma como foram feitos os exercícios (de maneira coletiva) promoveu uma maior interação entre os alunos.

### Resposta ao 3º Questionário - Renascimento

1) Os exercícios (atividades) propostos podem ser aplicados em sala de aula?

1. Antonio	<i>Sim. Torna mais lúdico o ensino de ambas.</i>
2. João	<i>Sim. Sempre depende da turma de trabalho.</i>
3. Astrud	<i>Talvez alguns. É preciso que o professor de matemática saiba de música.</i>
4. Vinícius	<i>Sim. Mas agora com maior cuidado e mais devagar.</i>
5. Edu	<i>Sim. Talvez seja interessante comparar a escala temperada com a escala de Pitágoras.</i>
6. Dorival	<i>Sim. Porque não utiliza conhecimento muito específico das matérias (música e matemática). Os alunos de matemática teriam um pouco</i>

	<i>de dificuldade, pois não têm talvez nenhuma familiaridade com a música.</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** Podemos ressaltar a menção que torna mais lúdico o ensino da matemática e da música. A matemática na maioria das vezes é olhada como uma matéria difícil e que traz muitas dificuldades no ensino e na aprendizagem tornando-a desinteressante. Essa proposta de ensino favorece um aprendizado efetivo e trazem ao aluno um ambiente mais prazeroso e afetivo, melhorando sua capacidade de aprendizado. A afetividade e a cognição não são exteriores uma à outra. Uma incorpora conquistas realizadas pela outra, construindo-se reciprocamente e mantendo em um constante processo de integração (GALVÃO, 1995, p. 45).

2) Quais dos nomes estudados nessa oficina lhe chamou mais a atenção?

1. Antonio	<i>Zarlino. Pelo fato de ter visto a escala de 18 notas. Possibilidades matemáticas no cálculo de 1/9 do tom.</i>
2. João	<i>Rameau. A música tratada como ciência, como uma afirmativa de seu tratado de harmonia.</i>
3. Astrud	<i>Descartes e Euler. Por causa da sua estrita relação com a matemática.</i>
4. Vinícius	<i>Euler. Proporcionou uma nova maneira de se conseguir o Temperamento. Mersenne por tentar “sonhar” um método de estruturar a escala por igual.</i>
5. Edu	<i>Euler. Pelo fato de me lembrar se alguma vez discutimos sobre ele.</i>
6. Dorival	<i>Euler. Por ter revelado mais claramente a escala temperada, que hoje usamos.</i>
7. Baden	<i>Bach, Bernoulli e Zarlino.</i>

**(OBS)** Dos nomes estudados o que mais despertou interesse foi Leonhard Euler. Esse nome é na maioria das vezes ligado à matemática, o que pôde ter causado surpresa pelo envolvimento com a música. Existem alguns equívocos relacionados aos estudos sobre o Temperamento. Há um pensamento na comunidade musical que a Escala Temperada Igual foi sistematizada (ou criada) por Johann Sebastian Bach – o grande nome que difundiu essa escala pelo ocidente. Talvez por

ter sido o compositor do Cravo Bem Temperado. O Temperamento foi o resultado de um longo processo e que, ao longo da história, foram propostos mais de 100 tipos diferentes de Temperamentos.

3) A trajetória descrita nessa oficina auxiliou a você entender o processo matemático usado no Temperamento Igual?

1. Antonio	<i>Sim. Perspectiva histórica.</i>
2. João	<i>Sim. O Temperamento foi um processo, não veio “do nada”.</i>
3. Astrud	<i>Sim. Para mim, foi muito proveitoso, pois aprendi coisas que nunca tinha visto nos cursos de música, e a influência entre história da matemática e da música.</i>
4. Vinícius	<i>Sim. As diferentes maneiras de buscar a escala por igual “temperada” que, no final, possibilitou encontrar o melhor método.</i>
5. Edu	<i>Sim.</i>
6. Dorival	<i>Sim. Ter a base na divisão do monocórdio por Pitágoras, torna aceitável as demais divisões.</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** Nossa intenção nessa oficina era tentar reproduzir o caminho feito até chegar ao Temperamento Igual e assim entender o processo matemático presente nessa trajetória. O Temperamento foi algo que revolucionou toda a música ocidental, e tornou a base de toda a música que temos hoje no ocidente. Várias dúvidas apareceram nesta trajetória. Se Johann Sebastian Bach compôs a obra O Cravo Bem Temperado tendo como base a Escala Temperada Igual. Mas, a sistematização dessa escala foi posterior à morte desse compositor. O que nos levou a investigar e concluir que Johann Sebastian Bach compôs a supracitada obra a partir de Temperamentos Desiguais e que só pôde ser plenamente entendida quando houve a sistematização da Escala Temperada Igual.

Nessa oficina, mostramos alguns dos tipos de Temperamento surgidos antes do Temperamento igual e observar como a matemática foi primordial para a resolução do problema de dividir a oitava em intervalos iguais.

4) Fatos históricos relatados na oficina foram importantes para compreensão ou organização dos conceitos abordados?

1. Antonio	<i>Sim.</i>
2. João	<i>Sim. A contextualização histórica é essencial para entender o ambiente.</i>
3. Astrud	<i>Certamente.</i>
4. Vinícius	<i>Sim. O vídeo com a história dos diferentes períodos possibilitou compreender melhor os esforços feitos pelas pessoas na busca da escala igual (temperada). A ferramenta matemática foi fundamental neste processo.</i>
5. Edu	<i>Sim.</i>
6. Dorival	<i>Sim. Acompanhar o seguimento a partir do monocórdio até Bach foi tirando algumas dúvidas.</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** Importante salientar nessas respostas a respeito da contextualização histórica, pois permite compreender melhor como chegamos aos conhecimentos que temos hoje. Sem essa perspectiva histórica, não sabemos como apareceu o conhecimento, quais problemas eram possíveis resolver. Com a contextualização, podemos dar um sentido ao que se ensina e desmistificar a matemática, que às vezes parece fria e estritamente simbólica.

5) O que mais chamou sua atenção nessa oficina?

1. Antonio	<i>O cálculo do Temperamento.</i>
2. João	<i>A idade do experimento empírico.</i>
3. Astrud	<i>A influencia e a importância do desenvolvimento da matemática para a música ocidental.</i>
4. Vinícius	<i>A evolução histórica. Os “sonhos” dos músicos e a contribuição dos matemáticos.</i>
5. Edu	<i>A história e os fatos históricos.</i>
6. Dorival	<i>O Temperamento da escala, transformado-a num ciclo, da primeira nota a oitava.</i>
7. Baden	<i>Processo de evolução até a chegada ao sistema temperado.</i>

**(OBS)** Mais uma vez houve um grande interesse em relação ao Temperamento. Pelas citações de como foi a evolução dos acontecimentos, como foram os experimentos para a obtenção da Escala Temperada e na própria história da relação matemática/música vimos o grande interesse que há em estudar esses assuntos. Essas atividades estimulam o interesse em aprender os conteúdos citados na oficina e ainda pode aproximar o aluno para um campo onde tem mais facilidade, e auxiliar no conhecimento dos conteúdos abordados e tornando o ambiente propício para a produção de afetividade.

## **Relatório dos Observadores**

Por: Gabriel Bernardo e Herbert Baioco.

*Iniciou-se com um bate-papo sobre o uso das oficinas anteriores no dia-a-dia didático; Terminou o assunto da segunda oficina, com a perspectiva histórica musical da Idade Média, incluindo exemplos sonoros como: cantochão, organum paralelo, organum livre, organum melismático, escola de Notre Dame, descante e cláusula e moteto; (infelizmente, o oficineiro pecou na análise histórico musical dos conceitos citados acima. Faltou um embasamento teórico, como podemos perceber na parca bibliografia que trata de música especificamente, onde encontramos apenas um autor).*

*Apresentação de vídeo “Música das esferas” que trata do surgimento de diferentes tipos de música em diferentes culturas utilizando-se da mesma matéria prima, o som; tratando também da questão da tradição musical européia baseada no Temperamento;*

*Abordagem do Renascimento relacionando como idade da Revolução Científica, a partir daí então, justificando a ‘moda’ de criar escalas musicais presente nessa época e exemplificada por pesquisadores como: Zarlino, Mersenne, Kepler, Descartes, Rameau e Leonhard; Abordagem do Temperamento a partir de potenciação.*

## **Considerações Gerais da Oficina**

Nessa oficina utilizamos o formato de aula expositiva com auxílio dos slides. Primeiramente traçamos um panorama da Idade Média com textos e exemplos musicais sonoros e a seguir uma biografia dos principais nomes da época do Renascimento, também com textos e imagens

ilustrativas dos principais livros da época que tratavam da relação matemática/música. O formato da oficina foi adequado para os alunos compreenderem, entre outras coisas, como a música passou de uma característica melódica para uma música altamente complexa harmonicamente; entenderem como foram sistematizados os vários tipos de *Temperamentos* ao longo da trajetória da relação matemática/música e perceberem a necessidade de uma escala musical simétrica<sup>40</sup>; auxiliou a entenderem a matemática que estava por trás das concepções musicais da época e como a matemática foi utilizada no processo de aprimoramento de instrumentos, escalas e formas musicais.

Falamos sobre potenciação e progressão geométrica. Esses assuntos, utilizados na maioria das vezes na área de matemática, foram ligados à obtenção de escalas e notas musicais. Esse tipo de abordagem abre novos caminhos para o conhecimento, tanto os ligados à área matemática quanto aos ligados à esfera musical. Isso traz uma alternativa para abordagem de conceitos que podem transitar pelas regiões lógico-matemática e musical. Além dessas competências utilizadas, a competência cinestésica, corporal e inter e intrapessoal foram utilizadas. As atividades eram aplicadas em grupo e cada grupo para resolver os problemas necessitava de uma intensa interação entre os participantes.

Na maioria das vezes o esforço para sair do comum e do trivial resulta em um trabalho árduo e difícil, mas ao alcançarmos os resultados se tornam muito mais recompensadores. Trazer a história para dentro da sala de aula pode atuar como elemento motivador e auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, mas também pode trazer dificuldades quanto ao tempo de aplicação das atividades. Estudar as trajetórias históricas proporciona ao aluno uma melhor compreensão de como as idéias foram se organizando ao longo da história, e como essas idéias foram “concebidas”.

O volume de informação foi demasiado e os assuntos poderiam ser melhor distribuídos em um número maior de oficinas. Utilizar exemplos sonoros na trajetória do Renascimento também poderia facilitar a compreensão de certos conceitos e uniformizaria a apresentação. A nosso ver, os instrumentos didáticos utilizados foram adequados e o uso de diversos tipos de tecnologias incitou a curiosidade e a motivação.

---

<sup>40</sup> Em uma escala musical simétrica a relação entre as frequências de notas de um mesmo intervalo é sempre igual. A proporção entre as frequências de duas notas distantes uma da outra de um semitom é sempre a mesma, não importando quais notas sejam.

## Oficina 4: Escalas Musicais

**(00:00:00)** Destinamos um tempo para que alguns participantes respondessem os questionários anteriores ainda não respondidos. Utilizamos quinze minutos para essa tarefa.

**(00:16:32)** Comentamos a respeito do livro “Matemática e Música: diálogo interdisciplinar” do autor Nilton Pereira da Cunha. Esse procedimento mostrava outros pesquisadores e professores pesquisando e realizando oficinas com o tema que estávamos estudando. Neste livro, há algumas conjecturas sobre a matemática e a música relacionando razões matemáticas e sons musicais, formação de acordes e expressões numéricas. Falamos também sobre alguns artigos publicados em revistas especializadas e livros escritos em língua estrangeira que tratavam das relações entre matemática e música.

Tempo	Transcrição do Primeiro Evento Crítico
<b>00:24:20</b>	<p>Pesquisador: <i>Na oficina passada, chegamos à escala temperada de doze notas, que é a escala que usamos hoje no mundo ocidental. Se o ouvido humano pode diferenciar até 300 sons diferentes dentro de uma oitava (Martin, 1948 apud Abdounur, 1999, p. 85) porque se dividiu a oitava em doze notas e não em 15, 20, etc.?</i></p> <p>Wanda: <i>Para facilitar!?!?</i></p> <p>Astrud: <i>Seria um número cabalístico?!</i></p> <p>Vinícius: <i>Uma norma da igreja da época...</i></p> <p>Pesquisador: <i>A escala de doze notas foi adotada muito provavelmente por respeito à escala Pitagórica, pois no percurso de quintas justas teríamos “a melhor” aproximação para a nota inicial depois de 12 ciclos, no qual apareciam as doze notas. Também podemos perceber que a escala cromática foi como uma forma de aceitação, pois, com o desenvolvimento da música na época, tornava-se necessário que as músicas pudessem ser moduladas ou transpostas para outros tons e, apesar de outras escalas aparecerem, foi a escala temperada a que melhor solucionou esse problema.</i></p>

<b>00:31:35</b>	<p>Pesquisador: <i>Hoje iremos ver algumas escalas que antecederam a escala temperada e no final. Vamos calcular as frequências e construir as escalas em um programa de computador chamado <b>Scala</b><sup>41</sup>. Com esse programa podemos construí-las atribuindo valores às notas musicais (em Cents ou Hertz) para depois ouvirmos o resultado.</i></p> <p><i>Vamos usar o quadro abaixo com os valores das razões da Escala Pitagórica e convertê-los para valores em Cents e em Hertz. Considere como valor inicial para a nota do 100 Hz<sup>42</sup>.</i></p> <table border="1" data-bbox="403 745 1401 952"> <thead> <tr> <th>Nota</th> <th>Do</th> <th>Re</th> <th>Mi</th> <th>Fa</th> <th>Sol</th> <th>La</th> <th>Si</th> <th>Do</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Razão</td> <td>1</td> <td><math>\frac{8}{9}</math></td> <td><math>\frac{64}{81}</math></td> <td><math>\frac{3}{4}</math></td> <td><math>\frac{2}{3}</math></td> <td><math>\frac{16}{27}</math></td> <td><math>\frac{128}{243}</math></td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Dividimos a turma em dois grupos sendo que um grupo fez as conversões das razões para Cents e o outro da razão para Hertz.</p>	Nota	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do	Razão	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$	2									
Nota	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do																				
Razão	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$	2																				
<b>00:53:12</b>	<p>Com os resultados, montamos o seguinte quadro:</p> <table border="1" data-bbox="395 1182 1393 1440"> <thead> <tr> <th>Nota</th> <th>Do</th> <th>Re</th> <th>Mi</th> <th>Fa</th> <th>Sol</th> <th>La</th> <th>Si</th> <th>Do</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cents</td> <td>0</td> <td>203,9</td> <td>407,8</td> <td>498</td> <td>701,9</td> <td>905,9</td> <td>1109,8</td> <td>1200</td> </tr> <tr> <td>Hertz</td> <td>100,0</td> <td>112,5</td> <td>126,6</td> <td>133,3</td> <td>150,0</td> <td>168,7</td> <td>189,8</td> <td>200,0</td> </tr> </tbody> </table> <p>A partir desses valores, utilizamos o programa de computador <i>Scala</i><sup>43</sup> para construirmos a escala, atribuindo os valores encontrados às notas musicais para depois ouvi-las. Também executamos um arquivo de áudio com a escala Pitagórica.</p>	Nota	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do	Cents	0	203,9	407,8	498	701,9	905,9	1109,8	1200	Hertz	100,0	112,5	126,6	133,3	150,0	168,7	189,8	200,0
Nota	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do																				
Cents	0	203,9	407,8	498	701,9	905,9	1109,8	1200																				
Hertz	100,0	112,5	126,6	133,3	150,0	168,7	189,8	200,0																				

**(OBS)** No princípio houve um pouco de dificuldade em compreender a simbologia utilizada, mas quando relacionamos esses símbolos às notas da escala, facilitou o entendimento. Pode-se

<sup>41</sup> Disponível gratuitamente em: <http://www.xs4all.nl/~huygensf/scala/>

<sup>42</sup> O valor atribuído à frequência inicial (Do = 100) é apenas para efeito didático para facilitar a compreensão dos valores. Na verdade a nota dó1, pela afinação padrão atual, possui frequência 32, 703 Hz

<sup>43</sup> Esse programa foi manuseado pelo pesquisador.

diminuir a dificuldade que alguns alunos têm no uso da simbologia matemática com esse tipo de atividade. Quando damos significado a alguns desses símbolos e utilizamos a música para criar um ambiente prazeroso e afetivo, a qualidade do ensino melhora e tanto o professor quanto o aluno são beneficiados nesse processo.

Tempo	Transcrição do Segundo Evento Crítico																																														
01:14:20	<p>A segunda atividade propunha que os alunos fizessem algumas escalas no programa de computador. Foram designadas para cada grupo duas escalas diferentes. Eram dadas algumas informações e os valores em Cents da escala musical. O primeiro a realizar a tarefa foi o Grupo 1:</p> <p><b>Escala Justa ou de Zarlino</b></p> <table border="1" data-bbox="454 958 1347 1133"> <thead> <tr> <th data-bbox="454 958 571 1048">Nota</th> <th data-bbox="571 958 639 1048">Do</th> <th data-bbox="639 958 708 1048">Re</th> <th data-bbox="708 958 777 1048">Mi</th> <th data-bbox="777 958 845 1048">Fa</th> <th data-bbox="845 958 914 1048">Sol</th> <th data-bbox="914 958 983 1048">La</th> <th data-bbox="983 958 1051 1048">Si</th> <th data-bbox="1051 958 1120 1048">Do</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="454 1048 571 1133">Cents</td> <td data-bbox="571 1048 639 1133">0</td> <td data-bbox="639 1048 708 1133">204</td> <td data-bbox="708 1048 777 1133">386</td> <td data-bbox="777 1048 845 1133">498</td> <td data-bbox="845 1048 914 1133">702</td> <td data-bbox="914 1048 983 1133">884</td> <td data-bbox="983 1048 1051 1133">1088</td> <td data-bbox="1051 1048 1120 1133">1200</td> </tr> </tbody> </table> <p><b>Escala Mesotônica ou Tom Médio</b></p> <p>O Temperamento mesotônico apareceu no final do século XVI, foi a norma no século XVII e era ainda muito usado no século XVIII. Na Inglaterra, em meados do século XIX ainda se construía órgãos que usavam Temperamentos mesotônicos modificados. Enquanto a escala Pitagórica optava por quintas puras e terceiras mais tensas e vibrantes, a escala mesotônica opta por terças justas e quintas comprimidas. (HENRIQUE, 2002)</p> <table border="1" data-bbox="391 1563 1406 1731"> <thead> <tr> <th data-bbox="391 1563 507 1653">Nota</th> <th data-bbox="507 1563 576 1653">Do</th> <th data-bbox="576 1563 644 1653">Do#</th> <th data-bbox="644 1563 713 1653">Re</th> <th data-bbox="713 1563 782 1653">Re#</th> <th data-bbox="782 1563 850 1653">Mi</th> <th data-bbox="850 1563 919 1653">Fa</th> <th data-bbox="919 1563 987 1653">Fa#</th> <th data-bbox="987 1563 1056 1653">Sol</th> <th data-bbox="1056 1563 1125 1653">Sol#</th> <th data-bbox="1125 1563 1193 1653">La</th> <th data-bbox="1193 1563 1262 1653">La#</th> <th data-bbox="1262 1563 1331 1653">Si</th> <th data-bbox="1331 1563 1406 1653">Do</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="391 1653 507 1731">Cents</td> <td data-bbox="507 1653 576 1731">0</td> <td data-bbox="576 1653 644 1731">71</td> <td data-bbox="644 1653 713 1731">191</td> <td data-bbox="713 1653 782 1731">312</td> <td data-bbox="782 1653 850 1731">383</td> <td data-bbox="850 1653 919 1731">504</td> <td data-bbox="919 1653 987 1731">575</td> <td data-bbox="987 1653 1056 1731">695</td> <td data-bbox="1056 1653 1125 1731">767</td> <td data-bbox="1125 1653 1193 1731">887</td> <td data-bbox="1193 1653 1262 1731">1008</td> <td data-bbox="1262 1653 1331 1731">1079</td> <td data-bbox="1331 1653 1406 1731">1200</td> </tr> </tbody> </table>	Nota	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do	Cents	0	204	386	498	702	884	1088	1200	Nota	Do	Do#	Re	Re#	Mi	Fa	Fa#	Sol	Sol#	La	La#	Si	Do	Cents	0	71	191	312	383	504	575	695	767	887	1008	1079	1200
Nota	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do																																							
Cents	0	204	386	498	702	884	1088	1200																																							
Nota	Do	Do#	Re	Re#	Mi	Fa	Fa#	Sol	Sol#	La	La#	Si	Do																																		
Cents	0	71	191	312	383	504	575	695	767	887	1008	1079	1200																																		
01:33:35	<p>A seguir o Grupo 2 montou as seguintes escalas:</p> <p><b>Werckmeister III</b></p> <p>Nenhuma terça maior é pura. Existem quatro quintas que são puras. Esse Temperamento permite modulações em todas as tonalidades tendo cada uma um</p>																																														

	caráter próprio.
<b>Nota</b>	<b>Do Do# Re Re# Mi Fa Fa# Sol Sol# La La# Si Do</b>
<b>Cents</b>	<b>0 90 192 294 390 498 588 696 792 888 996 1092 1200</b>
	<b>Kirnberger III</b>
	Esse Temperamento teve grande aceitação juntamente com a Werckmeister III. Neste Temperamento existe uma terça maior pura (do-mi), o que implica quatro quintas $\frac{1}{4}$ coma sintônico menores que as quintas puras.
<b>Nota</b>	<b>Do Do# Re Re# Mi Fa Fa# Sol Sol# La La# Si Do</b>
<b>Cents</b>	<b>0 90 193 294 386 498 590 696 792 889 996 1088 1200</b>
<b>01:47:12</b>	<b>Escala Temperada</b>
	Significa uma escala em que todos ou quase todos os intervalos aparentam-se ligeiramente imprecisos, porém não distorcidos. Valorizam determinados intervalos em detrimento de outros.
<b>Nota</b>	<b>Do Do# Re Re# Mi Fa Fa# Sol Sol# La La# Si Do</b>
<b>Cents</b>	<b>0 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200</b>

(OBS) O uso do programa de computador trouxe dificuldades na aplicação da atividade. Havia um computador disponível e o manuseio dos softwares e as demais ações nesse computador foram realizadas pelo pesquisador. Todas as ações eram acompanhadas pelos participantes através de uma projeção em data show. Nessa parte da gravação da oficina tínhamos poucas falas dos alunos sendo que a maioria ficou inaudível, portanto decidimos não colocá-las nesse evento crítico.

#### Resposta ao 4º Questionário – Escalas Musicais

1) Os exercícios propostos podem ser aplicados em sala de aula?

1. Nara	<i>Sim. Desde que seja aplicado antes (os cálculos usados na oficina), pois são um pouco complicados</i>
2. Wanda	<i>Sim. Ajuda o conhecimento do aluno.</i>

3. Antonio	<i>Sim. Sempre é bem vinda a interdisciplinaridade.</i>
4. João	<i>Sim. Sempre depende da turma em que se trabalha.</i>
5. Vinícius	<i>Sim. Com algumas de 8ª série e 2º Grau em especial pela dificuldade em matemática.</i>
6. Dorival	<i>Sim! Mesmo já envolvendo os números irracionais... Geraria uma curiosidade nos alunos, por que a gente “sente” a música bem mais perto do nosso dia a dia que a matemática! E acho que o professor tendo um pouco de criatividade vai poder passar mais facilmente os números irracionais...</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** Todos os participantes responderam positivamente a essa pergunta. Como análise, podemos afirmar que as atividades são possíveis de serem aplicadas em sala de aula. Essa também era uma dúvida que tínhamos em relação a essa proposta. Em nosso entendimento, esses sujeitos são plenamente capazes de responder a essa questão, por já conhecerem o ambiente escolar tanto como aluno e alguns como professores.

2) O conhecimento da matemática ajudou você a ter clareza sobre o conceito de escala musical?

1. Nara	<i>Sim.</i>
2. Wanda	<i>Sim. Facilitou os cálculos.</i>
3. Antonio	<i>Sim. Em nível de curiosidade.</i>
4. João	<i>Sim. Solidificou o conhecimento já existente.</i>
5. Vinícius	<i>Sim. Para a realização dos cálculos das escalas.</i>
6. Dorival	<i>Sim. Todas as escalas são divididas matematicamente, não só sonoramente! Saber de razão ajuda, porque a escala é uma divisão de uma unidade! E se eu soubesse média aritmética também poderia ajudar mais.</i>
7. Baden	<i>Sim. Principalmente sobre a evolução até se chegar à escala temperada.</i>

**(OBS)** As atividades facilitaram os cálculos, aguçaram a curiosidade e solidificaram o conhecimento já existente. Isso mostra que essa proposta pode além de motivar o aluno, tornar o

estudo mais interessante e instrutivo. A idéia de reforçar alguns conteúdos também é interessante, pois em vários momentos vimos um mesmo tipo de conceito utilizado de forma diferente.

3) Assuntos abordados em música auxiliaram no entendimento de conceitos da matemática?

1. Nara	<i>Sim.</i>
2. Wanda	<i>Sim. Ajudou a compreender.</i>
3. Antonio	<i>Sim. Um conceito aprendido ajudou no outro</i>
4. João	<i>Sim. Os novos conhecimentos agregaram aos já existentes.</i>
5. Vinícius	<i>Tenho pouco conhecimento em música.</i>
6. Dorival	<i>Acho que nessa oficina não! Na maioria das oficinas, a matemática ajuda mais a música do que vice-versa! A música ajuda muito a matemática por despertar interesse no aluno de saber que as escalas, os tons, são divisões matemáticas e não só sonoras! Talvez pra alunos de graduação, os conceitos de música ajudem mais pra entender a matemática; mas acho que pro ensino médio os conceitos de música não ajudam muito... ajuda mais o fato de todos gostarmos de música!</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** A resposta do participante Dorival é uma síntese de quase todo o nosso trabalho. Quando diz que “*a matemática ajuda mais a música do que vice-versa*”, talvez tenha respondido pensando no rigor técnico que a matemática transmite para a música. Os pitagóricos foram os primeiros a fundamentar cientificamente a música e, a partir desse momento, a música<sup>44</sup> sai de uma característica especulativa para uma ciência que tinha verificação experimental.

Continuando a análise da resposta, na parte “*A música ajuda muito a matemática por despertar interesse no aluno de saber que as escalas, os tons são divisões matemáticas e não só sonoras!*” transmite o lado do interesse, da afetividade e do modo em que as pessoas podem sentir prazer em estudar tanto a matemática quanto a música. Esse gostar está diretamente ligado à motivação, ao afetivo e ao mesmo tempo ao cognitivo. Será muito mais produtivo ensinar e aprender em um ambiente afetivo e prazeroso. Para Snyders (1994, p. 87): “*Leibniz procura assimilar alegria musical e alegria matemática, considerando a música com uma apresentação imediata e sensível*

<sup>44</sup> Estamos falando da parte da música ligada à acústica e a fundamentação de como obter as notas musicais a partir dos experimentos de Pitágoras.

das relações matemáticas”. Dorival afirma que “talvez para alunos de graduação, os conceitos de música ajudem mais pra entender a matemática; mas acho que para o ensino médio os conceitos de música não ajudam muito... ajuda mais o fato de todos gostarmos de música!”. O que pudemos entender foi que os alunos do ensino superior já deveriam ter uma idéia formada dos conceitos abordados nas oficinas, e por isso podem fazer analogias em relação a um conceito musical auxiliando o entendimento de outros da área matemática. Já nos alunos do ensino médio esse auxílio vem somente pelo fato de gostarem de música e se sentirem atraídos para assuntos matemáticos.

4) Fatos históricos relatados na oficina foram importantes para compreensão ou organização dos conceitos abordados?

1. Nara	<i>Sim. É sempre importante saber a origem das coisas.</i>
2. Wanda	<i>Sim. Esclarece os porquês dos acontecimentos.</i>
3. Antonio	<i>Sim. Linearidade histórica.</i>
4. João	<i>Sim. A contextualização histórica ajudou a entender os processos.</i>
5. Vinícius	<i>Sim. A parte histórica é interessante e auxilia na compreensão.</i>
6. Dorival	<i>Sim. Lembro da escala que se usa na China! Nem imaginava que era uma escala diferente da ocidental! Também o Coma Pitagórico que é necessário pra dar exatidão às escalas!</i>
7. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** Houve uma unanimidade nas respostas. A importância de saber as origens das coisas, de esclarecer os porquês dos acontecimentos e de entender a linearidade histórica. Todos esses fatores auxiliam na compreensão dos conteúdos abordados, tornando importante a abordagem histórica no desenvolvimento das atividades.

5) O que mais chamou sua atenção nessa oficina?

1. Nara	<i>Como foi acontecendo o Temperamento das escalas.</i>
2. Wanda	<i>Os Logaritmos.</i>
3. Antonio	<i>Interdisciplinaridade.</i>
4. João	<i>O “modo” de fazer escalas.</i>
5. Vinícius	<i>O desenvolvimento das escalas conforme o avanço da matemática.</i>
6. Dorival	<i>O Temperamento pra tornar a divisão exata, no caso da nossa escala</i>

	<i>tornando-a com notas desafinadas.</i>
7. Baden	<i>A “evolução” das escalas.</i>

**(OBS)** O interesse pela escalas musicais foi bastante grande. Com a trajetória descrita, os alunos tiveram a noção de como foi conseguida as escalas que hoje usamos (escala temperada igual de 12 semitons) e que não foi um processo repentino e sim um resultado de um longo trajeto tendo a matemática como base para essa evolução.

## **Relatório dos Observadores**

Por: Gabriel Bernardo e Herbert Baioco.

*Iniciou com questionários para que os participantes respondessem; cálculo de frequência de notas a partir da relação entre frequências e proporção; transformação da unidade de Hertz para cents; cálculo em hertz e cents de escalas; exemplificação de escalas com base no Temperamento, como: Slbermann, Young II, Werckmeister, Kirnberger, Helmholtz; o oficinairo utilizou um programa de computador para calcular os Hertz das escalas, e exemplificou sonoramente outras.*

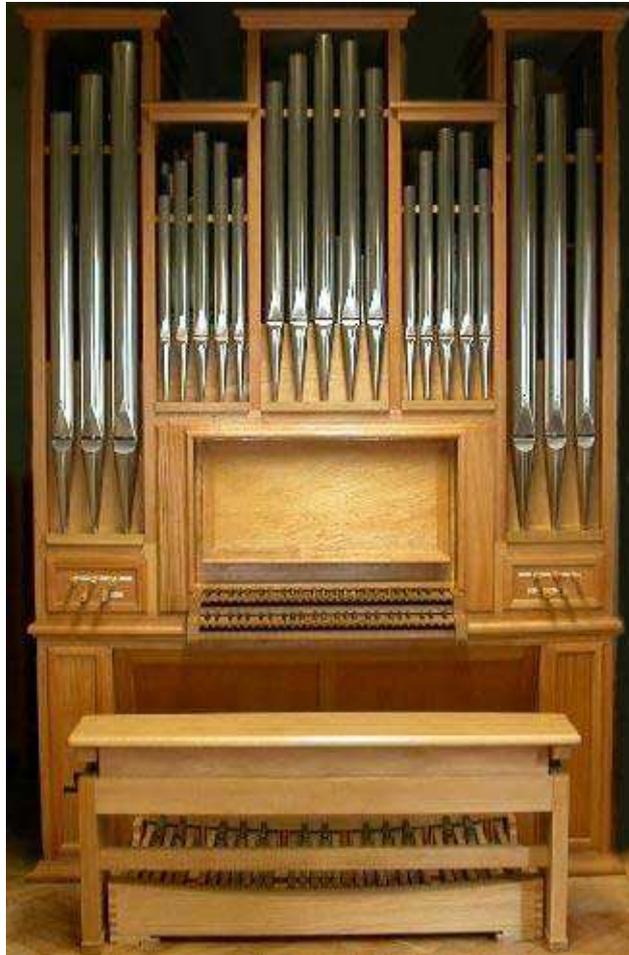
## **Considerações Gerais da Oficina**

A evolução mostrada nas várias escalas trouxe uma melhor compreensão de como elas se desenvolveram e como foi o processo que culminaria no Temperamento. Houve um melhor entendimento do desenvolvimento matemático para chegar à escala musical que usamos hoje. Em relação ao Temperamento, podemos dizer que a relação matemática/música se torna muito contundente, pois somente com a descoberta do logaritmo é que se pôde sistematizar a escala temperada igual. As escalas mudaram de um sistema baseado em números racionais para um fundamentado em números irracionais na construção das escalas. Esse paralelo pôde ser percebido pelos alunos, que compreenderam o conceito de irracionalidade implícito no processo.

A audição das escalas também foi fator de auxílio no entendimento dessa trajetória das escalas rumo ao Temperamento. Cada vez mais as escalas se tornavam simétricas, caminhando para que todas as notas fossem igualmente “afastadas” uma das outras.

Os vários tipos de *Temperamentos* foram entendidos, pois em cada época os pesquisadores tentavam chegar a uma escala mais simétrica e homogênea. Ouvimos alguns trechos do cravo bem temperado de Johann Sebastian Bach e entendemos porque a Escala Temperada foi tão útil para os compositores e tão aceita. Com essa escala, o músico poderia passear em diferentes tonalidades, os instrumentos puderam ser confeccionados de maneira que se pudesse tocar qualquer música em qualquer tom.

## Oficina 5: Instrumentos Musicais



**Foto 3:** Órgão de Tubos

O órgão de tubo funciona com alimentação pneumática, ou seja, um ventilador gera o ar pressurizado que é arremessado através de condutores aos foles grandes que funcionam como reguladores da pressão de ar constante para o instrumento. Este fluxo de ar com pressão constante alimentará pequenos foles que, posicionados sob flautas, ocupam a posição de reguladores da passagem do ar dedicando-lhes a pressão correta.

Fonte: [www.inst-gregoriano.rcts.pt/iglogao.htm](http://www.inst-gregoriano.rcts.pt/iglogao.htm)

**(00:00:00)** Fizemos uma recapitulação da oficina anterior e, logo após, ouvimos as escalas estudadas e outras escalas com afinações diferentes com o auxílio do teclado. Nesse teclado, podíamos atribuir valores às notas musicais (teclas), fazendo assim mudar a afinação. Por exemplo, o teclado tinha afinação padrão (escala cromática temperada de 12 notas) e para cada nota do teclado, podíamos aumentar ou diminuir o valor da nota em até 100 cents. Partindo da nota "do" central, íamos mudando os valores das notas de acordo com as escalas pedidas.

**(OBS)** Ouvimos as escalas no programa de computador e em alguns arquivos de áudio. As notas tocadas no teclado mostravam outro tipo de sonoridade, com uma boa qualidade do som atraindo a atenção dos alunos. Além de provocarmos um maior interesse nos participantes, o uso do teclado mostra mais claramente como foram tocadas as várias escalas da época. Podíamos tocar alguns trechos de melodias e passear na escala de forma aleatória. Isso mostrou como utilizar o conhecimento obtido na aula anterior de maneira prática.

Principalmente para os músicos e professores de música essa atividade foi bastante proveitosa. Alguns ainda não conheciam este tipo de procedimento em um teclado. Os conceitos e procedimentos foram revistos e alguns cálculos refeitos dando outro significado à teoria utilizada nas oficinas anteriores.

**(00:25:10)** Fizemos algumas considerações sobre a música no contexto escolar. Enfatizamos que a música é muito importante para a formação da pessoa e que ela desenvolve a percepção espacial, rítmica e auditiva, ajuda na socialização dos alunos tornando o ambiente escolar mais abrangente e alegre, fazendo com que a criança tenha uma interação com o outro e consigo mesma. Apesar de todos esses fatores positivos e da música estar presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) como uma das grandes temáticas para o ensino, a atual configuração de nossas escolas públicas mostra que a música dificilmente tem feito parte das áreas de conhecimento consideradas importantes à formação da criança. Este quadro, que infelizmente ainda está muito presente em muitas escolas, começa a ser mudado com a inserção do profissional de música no ambiente escolar através da lei A Lei nº 9394/96, § 2º, art. 26.

Fizemos também um breve histórico do ensino de música no Brasil ressaltando alguns fatos importantes dessa trajetória. Começamos citando o Canto Orfeônico, que foi instituído no governo de Getúlio Vargas. Coube a Heitor Vila Lobos a coordenação desse projeto no Distrito Federal, na época, a cidade do Rio de Janeiro.

Após a 2ª Grande Guerra, surge o movimento Música Viva, liderado por Hans-Joachim Koellreutter. Esse movimento influenciou a Educação Musical a partir de suas concepções, relacionando à música contemporânea aos ideais do movimento Oficinas de Música, surgido a partir de 1968, no Departamento de Música da Universidade de Brasília.

Em 1971, a música passou a fazer parte de um ensino interdisciplinar, com base no artigo 7º da Lei 5692 de 1971. Com esta reforma, a Educação Artística foi introduzida nos currículos escolares de 1º e 2º Graus. O professor de Educação Artística ficou responsável por uma prática pedagógica polivalente e os cursos de Licenciatura em Educação Artística ofereciam disciplinas nas três áreas, disto resultando uma aprendizagem rápida e superficial. A maioria das escolas brasileiras aboliu o ensino de música dos currículos escolares devido a não-obrigatoriedade da música na grade curricular e a falta de profissionais da área

A Lei nº 9394/96, § 2º, art. 26 previa que “O ensino da arte constituirá componente curricular obrigatório, nos diversos níveis da educação básica, de forma a promover o desenvolvimento cultural dos alunos”. Essa lei abriu espaço para o retorno da Educação Musical ao currículo escolar, pois ela reitera a obrigatoriedade do ensino de Artes por área específica. Este retorno da educação musical ao contexto escolar está sendo realizada de forma lenta, pois, após três décadas, muito ainda precisa ser feito.

**(00:33:00)** Sugerimos algumas atividades envolvendo confecção de materiais pedagógicos. Esses materiais são elementos da teoria musical (notas musicais, pentagrama, clave de sol, etc.) e instrumentos musicais feitos com materiais reciclados. A idéia principal é trabalhar conceitos matemáticos utilizados na confecção desses materiais e instrumentos e, de forma secundária, levar a discussão sobre a educação ambiental para as escolas e despertar no aluno a consciência em reaproveitar o lixo. São vários tipos de materiais, garrafas plásticas, tubos de pvc, mangueiras, arames, ferro, canudos de refrigerante, entre outros materiais.

**(OBS)** Mostramos, em projeção de slides, como confeccionar alguns elementos de teoria musical. Nessa construção, o aluno utilizará régua e compasso – atividade voltada para alunos de educação infantil entre cinco e seis anos – podendo trabalhar o conceito de reta na construção do pentagrama e o uso do compasso na construção das notas musicais. Para alunos de oito a dez anos pode-se trabalhar o conceito de divisão e quantidade relacionando com a duração das notas musicais (semibreve, mínima, semínima, etc.).

Vimos também como construir alguns instrumentos musicais utilizando materiais reciclados. Como primeiro exemplo mostramos o Metalofone (figura 1). Esse instrumento é uma espécie de vibrafone feito com tubos de metal e apoiados em garrafas de plástico. O tamanho dos tubos de

metais, que formará a escala musical do instrumento, obedecerá as razões de acordo com determinada escala musical.



**Figura 13** - Metalofone  
Fonte: [www.jose-lucio.com](http://www.jose-lucio.com)

Outro instrumento mostrado foi o violão (figura 2). Nesse instrumento, os trastes (que são filetes de aço ou ferro) deverão ser colocados de acordo com a escala que será construída. Os tamanhos de corda obedecerão a razões referentes à escala escolhida. Como vimos na escala temperada, o tamanho total da escala (que fica entre os dois cavaletes) servirá como ponto de partida para que achemos os locais onde serão colocados os trastes. Para crianças menores, podemos trabalhar com a noção de comprimento de corda maior para sons graves menores para sons agudos.



**Figura 14:** Violão

Fonte: [www.jose-lucio.com](http://www.jose-lucio.com)



**Figura 15:** Flauta Pã

Fonte: [www.jose-lucio.com](http://www.jose-lucio.com)

	<b>Transcrição do Primeiro Evento Crítico</b>
<b>00:44:20</b>	<p><b>Atividade:</b> Construção de uma Flauta Pã (figura 3).</p> <p>Sugerimos duas formas de fazer a flauta: uma com canudos de refrigerante e outra com tubos de PVC. No primeiro caso, a atividade é direcionada a crianças da educação infantil entre 4 e 6 anos, pois são materiais de fácil manuseio e não trazem risco à sua integridade. A segunda opção é recomendada para crianças entre 10 e 12 anos. Fizemos a <b>Flauta com tubos de PVC</b>.</p> <p>Essa atividade consistia em dado um tubo de PVC, achar 8 pedaços (pequenos tubos) que obedecessem às razões da escala temperada.</p> <p>Vinícius: <i>O tubo mede 88 cm, se fossem todos iguais mediriam 11 cada um. Como vai do máximo até o mínimo, e o primeiro é a metade do último, então pode ser de 8 a 16.</i></p> <p>Pesquisador: <i>E as outras notas?</i></p> <p>Nara: <i>Aí tem que calcular.</i></p> <p>Pesquisador: <i>Mas nós teremos uma progressão geométrica (PG) com razão <math>2^{1/12}</math> e será com oito termos, certo? Qual será a PG?</i></p> <p>Antonio: <i>Precisa de uma calculadora pra fazer esse problema, não é?</i></p> <p>Pesquisador: <i>Podemos trabalhar com a calculadora ou então com um número com duas casas decimais. Desse jeito há um pouco mais de trabalho mas é possível fazer sem calculadora. (...) O valor da razão que iremos usar será 1,05946 e vamos adotar com duas casas decimais, aproximando para 1,06.</i></p> <p>Antonio: <i>Professor, eu acho que não vai dar certo fazer com oito termos... Se for de doze termos, aí seria um PG, porque teremos 12 semitons na PG completa com todas as notas da escala cromática.</i></p> <p>Pesquisador: <i>Isso mesmo! Na verdade, de treze termos, pois a escala se completa com o do oitava. O que acontece é que poderemos utilizar apenas oito valores dessa PG. O primeiro, que equivale ao do, o terceiro, que equivale à re, o quinto, que equivale ao mi, o sexto que equivale ao fa, e assim por diante.</i></p>

Wanda: *Ah sim, então pegaremos oito termos da PG de treze termos, e não pegaremos o segundo, por exemplo, porque equivale ao do sustenido.*

Pesquisador: *Isso mesmo!*

Então o pesquisador fez a seguinte resolução no quadro:

Teremos uma PG com treze termos, razão  $2^{\frac{1}{12}}$  e soma dos termos o valor total do comprimento do tubo dado (88 cm).

$$S = 88 \text{ cm} \quad q = 2^{\frac{1}{12}} = 1,06 \quad n = 13 \text{ (número de termos)} \quad a_1 = ?$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot q^n - 1}{q - 1}$$

$$88 = \frac{a_1 \cdot 1,06^{13} - 1}{1,06 - 1}$$

$$a_1 = 4,67$$

Com isso achamos os seguintes valores:

Nota	Do a <sub>1</sub>	Re a <sub>3</sub>	Mi a <sub>5</sub>	Fa a <sub>6</sub>	Sol a <sub>8</sub>	La a <sub>10</sub>	Si a <sub>12</sub>	Do a <sub>13</sub>
<b>Razão</b>	<b>4,67</b>	<b>5,25</b>	<b>5,89</b>	<b>6,25</b>	<b>7,03</b>	<b>7,89</b>	<b>8,86</b>	<b>9,34</b>



**Foto 4** – Tocando a Flauta Pã  
Fonte: foto do Pesquisador

**(OBS)** A construção desses instrumentos é fácil e acessível e não exige profundos conhecimentos musicais nem matemáticos. Há um forte cunho pedagógico para as atividades desenvolvidas, já que podemos além de construir, tocar os instrumentos. Mesmo sendo instrumentos rudimentares, eles adquirem um significado especial, pois cria no construtor uma ligação afetiva com o instrumento e, de maneira mais ampla, com todo o conteúdo musical e matemático utilizado na construção. Com esse tipo de dinâmica, pudemos também discutir sobre consciência ecológica na escola, pois a construção dos instrumentos utilizou materiais recicláveis e lixo descartado. A seguir um trecho do que disse o participante Vinícius em relação às atividades<sup>45</sup>:

*“Você pode ensinar ou aprender as matérias do dia a dia de uma forma prazerosa. Ali você trabalha noções de música, física, de matemática e, logicamente, de biologia e educação ambiental”.*

A questão do prazer foi uma das principais motivações para desenvolver esse trabalho, pois com o prazer em desenvolver as atividades podemos alcançar altos níveis de produtividade no ensino e aprendizagem. A interdisciplinaridade, também citada, foi vista para além dos conceitos de música e de matemática. As atividades procuraram envolver assuntos de física, biologia e educação ambiental

#### **Resposta ao 5º Questionário – Instrumentos Musicais**

1) Os exercícios propostos podem ser aplicados em sala de aula?

1. Nara	<i>Sim. Ajuda o aluno a usar alguns cálculos.</i>
2. Wanda	<i>Sim. Por que é novidade para os alunos.</i>
3. Vinícius	<i>Sim. Com material simples e barato é possível os alunos construírem pequenos instrumentos.</i>
4. Dorival	<i>Sim. É fácil construir um instrumento pelas razões matemáticas.</i>
5. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** Podemos ressaltar a respeito da novidade que atividades podem trazer para os alunos. Outro ponto que merece destaque foi a menção sobre simplicidade e facilidade na construção de instrumentos. Os instrumentos musicais podem ser fabricados com materiais de fácil acesso

<sup>45</sup> Trecho obtido a partir do vídeo teipe da oficina 5.

no ambiente escolar podendo usar material reciclado e ser uma forma de conscientizar sobre os problemas ambientais. Essa forma de atividade valoriza a imaginação do aluno.

2) A construção de instrumentos musicais podem ser importantes no conhecimento da matemática?

1. Nara	<i>Sim. Para medidas e cálculos.</i>
2. Wanda	<i>Sim. Por que envolve matemática.</i>
3. Vinícius	<i>Sim. O trabalho manual utilizando a matemática tornará palpável a ligação entre ambas as ciências.</i>
4. Márcia	
5. Dorival	<i>Sim. Esclarece as relações exatas, fiéis da matemática. Praticá-las no instrumento ajudou muito.</i>
6. Baden	<i>Sim.</i>

**(OBS)** O cálculo associado ao trabalho manual torna possível a ligação entre matemática e música na construção de instrumentos musicais. Com isso podemos trabalhar esses conceitos matemáticos de uma forma mais divertida, interessante e prática para alunos que quase sempre aliam a matemática somente a uma coleção de símbolos, fórmulas, teoremas e definições formalmente estruturadas (Silva 2003, p.7).

3) O que foi novidade pra você?

1. Nara	<i>Flauta Pan.</i>
2. Wanda	<i>Tudo, e a flauta.</i>
3. Vinícius	<i>A possibilidade de construir os instrumentos com diferentes escalas que eram usadas.</i>
4. Dorival	<i>O Cent.! Essa medida universal de escalas, pelo o que eu entendi.</i>
5. Baden	<i>A construção de instrumentos.</i>

**(OBS)** A construção de instrumentos causou grande interesse, mostrando que foi importante abordar esse assunto nas oficinas. Pensamos que poderíamos ter destinado mais tempo à construção de instrumentos e outros materiais pedagógicos.

4) O que mais chamou sua atenção nessa oficina e por quê?

1. Nara	<i>Criatividade para se criar os instrumentos; isso atrai a atenção dos alunos.</i>
2. Wanda	<i>Grave e agudo.</i>
3. Vinícius	<i>A construção da Flauta de Pã com canudos ou tubos, bem como de outros instrumentos.</i>
4. Dorival	<i>Praticar essa interdisciplinaridade na construção da Flauta Pã.</i>
5. Baden	<i>Os materiais utilizados na construção de instrumentos.</i>

**(OBS)** O interesse pela utilização e construção de instrumentos musicais ficou bem latente. O desenvolvimento da afetividade tornou o uso dos conceitos matemáticos muito mais prazeroso. Os professores de matemática presentes, na maioria das vezes, lidam com a insatisfação de ensinar progressões geométricas, razões e proporções em sala de aula. Nesse tipo de atividade viram uma forma diferente de apresentar e/ou exercitar esses conceitos e relataram que podem conseguir resultados muito mais satisfatórios em relação à aprendizagem dos alunos.

## **Relatório dos Observadores**

Por Herbert Baioco.

- *Recapitulação da oficina anterior;*
- *Audição de outras escalas em outras possibilidades de afinações, como mencionado na 4ª oficina, concluindo assim o assunto dessa oficina;*
- *Assunto da aula propriamente dita, foi a questão da música na escola. Tratou o histórico com Villa Lobos e Koellreutter com as práticas pedagógicas musicais. Mencionou também as discussões recentes sobre a volta da disciplina de música para a grade curricular do ensino básico;*
- *Exemplificou brincadeiras musicais para as aulas;*
- *O fim da oficina foi destinado para a construção de uma flauta pã, utilizando canos de PVC ou canudos de plástico.*

## **Considerações Gerais da Oficina**

A oficina foi bastante dinâmica. Desenvolvemos várias dinâmicas que envolveram diversas competências, tais como a interpessoal e intrapessoal nas dinâmicas de grupo, cinestésica e espacial com a habilidade na fabricação dos instrumentos e obviamente, musical e lógico-matemática. A aula tornou-se participativa com os alunos colocando suas dúvidas e sugestões para resolver os problemas.

Na construção da Flauta Pã, os alunos tiveram a consciência da necessidade da matemática na construção de instrumentos. Viram na prática que as relações matemática estão presentes na afinação dos instrumento. Percebemos como os alunos gostaram das atividades e em vários momentos haviam comentários do tipo “*agora estou entendendo o porquê dos cálculos*”. Esse entendimento foi uma construção através de todas as oficinas com o conhecimento teórico que foi focado nas primeiras oficinas sendo agora trazido para a prática com a construção dos instrumentos.

Os instrumentos didáticos utilizados foram adequados. Usamos o teclado para ouvir as escalas musicais, o Power Point para mostrar os textos e as imagens e o aparelho de som para ouvir algumas músicas.

## CONCLUSÃO

A proposta desse trabalho foi verificar como práticas pedagógicas interdisciplinares envolvendo matemática e música podem proporcionar uma alternativa didática e servir como auxílio no ensino e na aprendizagem de razões e proporções, progressões geométricas, notas, intervalos e escalas musicais. Também pesquisamos como essas atividades podem produzir afetividade no aluno.

Para isso promovemos oficinas interdisciplinares junto a alunos e professores de matemática e música. Nelas pudemos debater, confrontar idéias e fazer alguns experimentos que tinham a matemática e a música e suas respectivas histórias como base. Através da história da relação matemática/música pudemos propor uma trajetória para as oficinas que começou na Grécia Antiga, com os estudos de Pitágoras no século VI a. C., indo até a época do Renascimento no século XIII e XVII, com os estudos de Leonhard Euler sobre a sistematização da Escala Temperada Igual.

Buscamos responder a essas perguntas analisando dados obtidos através de gravações em áudio e videoteipe das cinco oficinas, a partir de relatórios feitos pelo pesquisador e observadores e por questionários que eram respondidos ao final de cada oficina. Através dos videoteipes entendemos como cada participante se comportava e como foram as reações quando confrontados com as atividades propostas. Nos relatórios dos observadores procurávamos outra visão para o que estávamos propondo, pois além de realizarmos a pesquisa, estávamos ministrando as oficinas e nossa percepção de como ocorreu os fatos podia ser deficitária, mostrando somente nossa visão dos fatos. Os questionários funcionaram como uma ação direta no que os participantes pensavam a respeito de nossa proposta.

Em relação à gravação em videoteipe, pudemos reavaliar nossa atuação como professor. Esse não era um dos nossos objetivos, mas foi inevitável que refletíssemos a esse respeito. Pudemos perceber que a forma de nos referir aos alunos deve ser a mais transparente possível. Os exercícios propostos exigiram um conhecimento mais amplo de ambas as áreas em questão e, por tratarmos de um público especializado, tínhamos o cuidado de não engrandecer uma área em detrimento da outra. Além disso, o conteúdo exige um pouco de cuidado em pesquisar os conceitos utilizados nos exercícios. Nossa proposta foi criada e pensada para uma sala de aula

do ensino fundamental e/ou médio, mas percebemos que podem ser aplicadas para alunos do terceiro grau, principalmente para as licenciaturas em matemática ou música.

As análises dos dados mostraram que nossa proposta favorece a produção de afetividade facilitando o ensino e a aprendizagem. A afetividade e a cognição estão intimamente ligadas e uma atua na outra, ou seja, o desenvolvimento afetivo ocorre simultaneamente com o desenvolvimento cognitivo, e vice versa (WALLON, 2007). Por exemplo houve um grande avanço no entendimento do conceito de proporção quando apresentado em ligação aos intervalos musicais. A atividade de medir e calcular os intervalos musicais no violão, favoreceu uma grande interação dos alunos. O cenário afetivo que a música proporcionou tornou a matemática mais lúdica, trazendo benefícios no entendimento de conceitos que eram vistos somente de maneira simbólica e teórica.

Ao tentarem resolver as atividades, os participantes das oficinas foram envolvidos pela emoção. “A emoção tem o poder de invasão, que precede toda reflexão (WALLON 1975, p. 86 )”. Os sujeitos da pesquisa contagiaram-se pelas circunstâncias deixando-se levar pelas atitudes dos outros participantes e do professor. Wallon defende que a afetividade é a fonte do conhecimento. Embora os fenômenos afetivos sejam de natureza subjetiva, isso os torna dependentes do meio sociocultural estando relacionados com o tipo de interações entre os sujeitos. Diante disto, evidencia-se a presença da afetividade nas relações entre esses sujeitos, além da sua influência contínua nos processos de desenvolvimento cognitivo. As interações que ocorreram nas oficinas foram marcadas pela afetividade em todos os seus aspectos e se constituíram em fator de grande importância na determinação da natureza das relações entre os sujeitos e as áreas e conteúdos abordados, bem como na disposição dos alunos diante das atividades propostas e desenvolvidas.

A característica interdisciplinar, que predominou nas atividades, estimulou diversas competências intelectuais. As múltiplas inteligências, defendidas por Gardner, afloraram em diversos momentos nas oficinas. O pensamento lógico-matemático auxiliava o entendimento de conceitos comumente relacionados ao cenário musical, tais como notas, intervalos e escalas musicais, ciclo das quintas, dissonância, ressonância e frequência. A competência musical trazia benefícios para que os alunos entendessem e dessem novos significados a proporções, razões e progressões geométricas.

Além das inteligências lógico-matemática e musical que atuaram de maneira mais latente, as atividades também promoveram a inter e intrarelacionamentos entre os participantes, por exemplo, estimulavam o corporal-cinestésico e a percepção espacial. Gardner (1994) afirma que as inteligências trabalham em harmonia e que poucas vezes elas atuam separadamente, foi o que percebemos nas dinâmicas realizadas nas oficinas. Essas atividades atuam de maneira interdisciplinar e estimulam simultaneamente outras inteligências.

Apesar de todos esses fatores positivos, devemos salientar que a utilização da proposta aqui defendida não é simples de ser executada. Estávamos trabalhando com uma turma bem especial<sup>46</sup>, pois todos os alunos tinham alguma vivência com o cenário musical, característica difícil de encontramos na escola básica. Nesta turma houve certa facilidade no entendimento de conceitos que talvez em uma turma de ensino fundamental, por exemplo, deverão ser mais aprofundados e exigirão mais tempo para a apresentação.

Essa proposta exige também uma preparação cuidadosa do docente nas áreas referidas. Esse preparo não chega a ser um conhecimento profundo da área que não o é familiar. Por exemplo, um professor de matemática que queira utilizar essas atividades deve conhecer os conceitos de intervalo e nota musical, conhecimentos esses básicos e que podem ser adquiridos com uma leitura mais atenta de uma bibliografia especializada. Já o professor de música deve também relembrar conceitos de matemática que já foram estudados no currículo normal da escola.

Outra dificuldade que também podemos destacar é a respeito do uso de materiais que não são acessíveis à maioria das pessoas. Materiais como violão e teclado não são encontrados facilmente em escolas, além de que, quem for manuseá-los, deverá saber um pouco a respeito do funcionamento desses instrumentos. O uso de softwares também pode trazer algumas dificuldades para professores e alunos durante a realização das atividades. Percebemos que esses recursos poderiam ser utilizados com mais cuidado, dedicando maior tempo na explicação de como funcionam e de como são utilizados.

Fazendo uma análise geral de todas as oficinas, avaliamos a primeira como muito proveitosa. As atividades programadas foram realizadas no tempo previsto. Houve vários tipos de

---

<sup>46</sup> Já tivemos outras experiências com públicos diferentes. Por exemplo, trabalhamos com uma turma formada com pedagogos e outros somente com matemáticos. Em ambas, poucos tocavam instrumentos musicais ou tinham alguma relação mais próxima com a música, onde pudemos observar que os conceitos da área da música tiveram que ser bem explicados e debatidos nas respectivas oficinas. Acreditamos que as atividades desenvolvidas nessas oficinas podem ser aplicadas com as devidas adaptações para o ensino básico.

discussões e muita participação dos alunos. As gravações em vídeo foram bem feitas, levando em consideração que tínhamos somente uma câmera e que essa estava estática, gravando apenas em um ângulo. Outra questão importante é que desenvolvemos bem os assuntos e fizemos uma linha cronológica de acontecimentos que facilitou o entendimento por parte dos alunos.

Na segunda oficina, tivemos algumas dificuldades em relação ao tempo destinado para resolução e cumprimento do que tínhamos planejado. Tivemos a exata compreensão de como seria utilizar as atividades em sala de aula com problemas relacionados ao tempo, ao não entendimento dos conceitos e à frequência dos alunos, pois tínhamos que frequentemente revisar alguns conteúdos da primeira oficina.

Em relação à terceira oficina, finalizamos os assuntos da aula anterior o que resultou em prejuízo em relação ao tempo. Como pontos positivos, tivemos as audições das formas musicais – que proporcionou grande interesse entre os alunos –, a exibição do vídeo *Música das Esferas* e as imagens de livros antigos que foram importantes para a trajetória histórica da relação matemática/música. Utilizar diversos tipos de instrumentos didáticos é um pouco trabalhoso, mas torna a aula bastante dinâmica.

Na quarta oficina, os participantes já estavam habituados com a linguagem que utilizávamos. Houve uma dificuldade inicial em relação ao uso dos softwares que foi sanada com o desenvolvimento e resolução dos exercícios. A quinta oficina, a nosso ver, teve uma boa avaliação. Promovemos uma ótima interação entre os participantes e a construção dos instrumentos musicais pôde solidificar alguns conceitos aprendidos anteriormente.

A partir da análise dos questionários e videoteipes constatamos que nossa proposta é plenamente viável para ser realizada em sala de aula. As atividades desenvolvidas podem ser uma alternativa para os conceitos abordados nesse trabalho e atuar elevando o nível de motivação, afetividade e interesse no aluno, fazendo aluno e professor trabalharem diversos tipos de inteligências simultaneamente e contribuindo para um melhor ensino e aprendizado.

As oficinas mostraram ser uma alternativa para a prática pedagógica e para a apresentação dos conteúdos envolvidos nesse trabalho. Para a área musical, servirão para compreender as estruturas da música através da matemática, aproximando campos do conhecimento

considerados tão distantes. Para área lógico-matemática, terão a oportunidade de perceber novas formas de apresentação de conteúdos.

Porém, devemos destacar que não houve tempo para um trabalho mais minucioso e de que pudesse ser explorado de forma mais abrangente. Esse trabalho deve ser o começo de um longo percurso para aplicação diretamente em sala de aula, com diferentes níveis de formação dos alunos e com uma duração mais prolongada, para que possam efetivamente surtir efeito das aplicações e aproveitarmos as avaliações. Nossa perspectiva é que essa proposta possa ser um convite para que alunos, professores e pesquisadores ampliem o diálogo entre música e matemática.

## GLOSSÁRIO

**Batimento** – efeito pulsante ouvido quando duas notas de alturas muito próximas soam simultaneamente. Esse fenômeno acústico resulta da interferência entre duas ondas sonoras de frequência ligeiramente diferentes. O número de batimentos por segundo é igual à diferença nas frequências, e com isso os batimentos desaparecem se as duas soam em perfeito uníssono. (SADIE, 1994, p. 82).

**Bemol (b)** – sinal de notação, normalmente colocado à esquerda de uma nota e indicando que a nota deve ter sua altura abaixada em um semitom. Um dobrado bemol, notado como dois bemóis juntos, indica que a nota deve ser abaixada dois semitons (SADIE, 1994, p. 92).

**Boca do violão** – orifício localizado no corpo do violão por onde o som se propaga.

**Braço do violão** – parte do instrumento onde se localizam as casas e os trastes.

**Caixa de ressonância** – corresponde ao corpo do violão. Onde a sonoridade varia de acordo com o tamanho, formato ou madeira usada na confecção do instrumento. É composta pelo tampo (parte superior e principal responsável pela amplificação do som), fundo (parte inferior) e faixas (parte lateral).

**Casas do violão** – espaços entre os trastes.

**Cavalete** – peça de madeira que prende cordas e rastilho.

**Cent** – centésima parte do meio-tom temperado. As pequenas diferenças existentes entre intervalos de várias escalas assim como o estudo dos intervalos inferiores a meio-tom levaram à necessidade de criar esse sistema de medição, que foi desenvolvido por volta de 1880 por Alexander J. Ellis (1814 – 1890). Este sistema centesimal é o mais apropriado para todas as situações em que se pretenda quantificar intervalos, comparar pequenas diferenças entre afinações (HENRIQUE, 2002, p. 928).

**Ciclo (círculo) das quintas** – disposição das tônicas das 12 tonalidades maiores ou menores, arranjando-se em ordem ascendente ou descendente, a intervalos de 5ª justas, formando um círculo fechado (SADIE, 1994, p. 198).

**Coma** – pequeno intervalo, habitualmente significando um nono de tom inteiro; as comas usadas em afinação por temperamento são aproximadamente 21,5 ou 23,5 centésimos (SADIE, 1994, p. 209).

**Consonância/dissonância** – do ponto de vista sensorial, são apreciações subjetivas associadas à audição de dois ou mais sons simultâneos. Para os físicos esse conceito depende da separação das frequências, ou seja, depende se essa diferença é maior ou menor. O modo como teóricos descrevem esse significado é diferente da maneira como músicos e compositores o consideram no contexto musical. (HENRIQUE, 2002, p. 876.)

**Escala** – seqüência de notas em ordem de altura ascendente ou descendente. É longa o suficiente para definir sem ambigüidades um modo ou tonalidade. Começa e termina na nota fundamental daquele modo ou tonalidade (SADIE, 1994, p. 302).

**Escala cromática** – ver *temperamento igual*.

**Escala diatônica** – escala constituída de sete notas constituídas por uma seqüência de tons e semitons (tom — tom— semitom — tom — tom — tom — semitom).

**Escala temperada** – ver *temperamento igual*.

**Flauta pã** – instrumento constituído de tubos de comprimentos graduados, ligados uns aos outros em forma de feixe ou lado a lado como uma balsa. Os tubos não tem bocal e são soprados com os lábios tangenciando as extremidades superiores, enquanto as inferiores são tampadas (SADIE, 1994, p. 332).

**Fração** – número que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais (BARAUJO, 1994, p. 46).

**Frequência** – número de ciclos efetuados na unidade de tempo. Para a maioria dos movimentos oscilatórios, como unidade de tempo usa-se o segundo. Assim podemos considerar frequência como número de ciclos efetuados em um segundo. Representada por *f* e sua unidade é Hz (Hertz). (HENRIQUE, 2002, p. 47).

**Harmônicos** – sons parciais que normalmente compõe a sonoridade de uma nota musical. Eles se fazem presentes pelo fato de que tanto uma corda quanto uma coluna de ar têm a característica de vibrar não apenas como um todo mas também como duas metades, três terços, etc. simultaneamente (SADIE, 1994, p. 408).

**Hertz (Hz)** – unidade de frequência igual a um ciclo por segundo (SADIE, 1994, p. 426).

**Intervalo musical** – distância entre duas notas musicais.

**Média aritmética (simples)** – quociente da divisão da soma de dois ou mais números pelo número de parcelas (BARAUJO, 1994, p. 75).

**Média harmônica** – número inverso da média aritmética dos inversos dos números dados (BARAUJO, 1994, p. 75).

**Modulação** – movimento que leva de uma tonalidade a outra num processo musical contínuo na música tonal (SADIE, 1994, p. 612).

**Pestana** – serve como apoio para as cordas direcionando-as para as tarrachas.

**Potenciação** – elevação de um número a uma potência (BARAUJO, 1994, p. 97).

**Potência de um número** – produto de fatores iguais a esse número (BARAUJO, 1994, p. 97).

**Proporção** – igualdade entre duas razões (BARAUJO, 1994, p. 99).

**Radiciação** – uma das operações inversas da potenciação (BARAUJO, 1994, p. 111).

**Rastilho** – haste de marfim ou acrílico onde começa a parte útil da corda.

**Razão** – quocientes de dois números dados numa certa ordem, sendo o segundo diferente de zero (BARAUJO, 1994, p. 112).

**Renascimento** – termo aplicado na história da música ocidental, à época que se estende de c. 1430 até o final do século XVI. O termo refere-se ao objetivo de intelectuais e artistas da época em repudiar a era anterior (a Idade Média) e restaurar os ideais filosóficos e artísticos da Antiguidade Clássica (SADIE, 1994, p. 776).

**Semitom** – metade de um tom; o menor intervalo do sistema tonal ocidental.

**Série harmônica** – seqüência dos Harmônicos ordenados do grave ao agudo (ABDOUNUR, 1999, p. 87).

**Sustenido (#)** – sinal de notação normalmente colocado à esquerda de uma nota indicando que a altura da nota de ser elevada em um semitom (SADIE, 1994, p. 918).

**Tarrachas** – têm a finalidade de alcançar a afinação correta, esticar ou distender as cordas.

**Temperamento** – afinação de uma escala em que todos ou quase todos os intervalos resultam ligeiramente imprecisos, porém sem que fiquem distorcidos (SADIE, 1994, p. 938).

**Temperamento igual (afinação temperada)** – divisão do intervalo de oitava em 12 semitons associados a relações de frequências exatamente iguais (ABDOUNUR, 1999, p. 79).

**Timbre** – termo que descreve a qualidade ou o “colorido” de um som; um clarinete e um oboé emitindo a mesma nota estarão produzindo diferentes “timbres” (SADIE, 1994, p. 947).

**Tom** – (1) como intervalo, é o equivalente a segunda maior, ou a soma de dois semitons. (...) (2) A qualidade de uma passagem ou composição musical que leva o ouvinte a senti-la como que gravitando no sentido de uma determinada nota, chamada de tônica (SADIE, 1994, p.952).

**Trastes (ou trastos) do violão** – dividem o braço do instrumento em casas de maneira a alcançar a altura correta das notas (comprimento efetivo da corda). São hastes de metal, fixadas transversalmente ao comprimento do braço.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados**. 2ª ed. São Paulo: Escrituras, 2002.

ABDOUNUR, Oscar João. Ratios and music in the late Middle Ages: a preliminary survey. In: VENDRIX, Philippe (ed.). **Music and mathematics: in late medieval and early modern Europe**. Turnhout: Brepols Publishers, 2008, p. 23-69.

ABDOUNUR, Oscar João. Música teórica e a emergência de uma teoria aritmética para razões entre séculos XIV e XVI. In: FOSSA, John A. (Ed.). **Anais do IV Seminário Nacional de História da Matemática**. Rio Claro: Editora da SBHMat, 2001.

ANTUNES, Celso. **As inteligências múltiplas e seus estímulos**. São Paulo: Papirus, 1998.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Tradução de Estela dos Santos Abreu. 4ª reimpressão. Rio de Janeiro: Contraponto, 2003.

BARAUJO, José Teixeira. **Dicionário de matemática para o 1º grau**. Porto Alegre: Sagra luzzato, 1994.

BENNETT, Roy. **Uma breve história da música**. Rio de Janeiro: Zahar, 1986.

BIBBY, Neil. Tuning and temperament: closing the spiral. In FAUVEL, John; FLOOD, Raymond; WILSON, Robin (Ed.). **Music and mathematics: From Pythagoras to Fractals**. Oxford University Press, Oxford, 2003. cap 1, p. 13–27.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

BIGODE, Antonio José Lopes. **Matemática atual: 8ª série**. São Paulo: Atual, 1994.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau: Editora da FURB, 1999.

BOYER, Carl Benjamin. Tradução de Elza F. Gomide. **História da matemática**. 7ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1987.

BRASIL, CONGRESSO NACIONAL. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional**. Lei nº 9394/96. Publicada no diário Oficial da União de 17 de dezembro de 1996.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais (1ª a 4ª séries): arte / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília : MEC/SEF, 1997.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais (5ª a 8ª séries): arte** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC / SEF, 1998

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais (5ª a 8ª séries): matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC /SEF, 1998.

CARPEAUX, Otto Maria. **O livro de ouro da história de música: da Idade Média ao século XX**. Rio de Janeiro: Ediouro, 2001.

CHEDIAK, Almir. **Harmonia e improvisação**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Lumiar, 1986.

CUNHA, Niton Pereira. **Matemática & música: diálogo interdisciplinar**. 2ª Ed. Recife: Universitária da UFPE, 2008.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 3ª ed. Campinas: Summus, 1986.

\_\_\_\_\_. **Educação matemática: da teoria à prática**. 10ª ed. Campinas: Papyrus, 1996.

DANTAS, Heloysa. **Emoção e ação pedagógica na infância: contribuição de Wallon**. Temas em Psicologia. São Paulo: Sociedade Brasileira de Psicologia, 1993. n.º 3, p. 73-76.

DANTAS, Pedro da Silva. **Para conhecer Wallon: uma psicologia dialética**. São Paulo: Brasiliense, 1983.

DEMO, Pedro. **Conhecimento moderno: sobre ética e intervenção do conhecimento**. Petrópolis: Vozes, 1998.

EVANS, David; WILLIANS, Claudette. Tradução: Carolina Luíza Tôres Garcia. **Som & música**. 3ª ed. Coleção vamos explorar ciências. São Paulo: Ática, 2000.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 1986.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Didática e interdisciplinaridade**. Campinas: Papyrus, 1998.

\_\_\_\_\_. (Org.). **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa**. 4. ed. Campinas: Papyrus, 1994.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa**. Versão 5.0. Curitiba: Positivo, 2004. 1 CD-ROM.

FOERSTE, Erineu. **Parceria na formação de professores**. São Paulo: Cortez, 2005.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 35ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 2007.

GALVÃO, Izabel. **Henri Wallon**: uma concepção dialética do desenvolvimento infantil. Rio de Janeiro: Vozes, 1995.

GARDNER, Howard. **Estruturas da mente**: a teoria das inteligências múltiplas. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1994.

\_\_\_\_\_. **Inteligências múltiplas**: a teoria na prática. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1995.

GUEST, Ian. **Arranjo**: incluindo linguagem harmônica da música popular. 3ª ed. Vol. I e II. Rio de Janeiro: Lumiar, 1996.

HENRIQUE, Luís L. **Acústica musical**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.

HENRIQUE, Luís L. **Instrumentos musicais**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2006.

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

KUHN, Thomas Samuel. **A estrutura das revoluções científica**. 3ª ed. São Paulo: Perspectiva, 2000.

LEFRANÇOIS, Guy R. **Teorias da aprendizagem**: o que a velha senhora disse. Tradução de Vera Magyar. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

LIMA, Elon Lages (ed.). **Exame de textos**: análise de livros de matemática para o ensino médio. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

LINS, Romulo Campos. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, M. C. (Org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

LOUREIRO, Alcília Maria Almeida. **O ensino de música na escola fundamental**. Campinas: Papyrus, 2003.

MACHADO, Antonio dos Santos. **Matemática na escola do segundo grau**. Vol. 1, 2 e 3. São Paulo: Atual, 1996.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e educação**. 4 ed. São Paulo: Cortez, 1992.

MONTEIRO JR., Francisco Nairon; MEDEIROS, Alexandre; MEDEIROS, Cleide Farias de. Matemática e Música: As Progressões Geométricas e o Padrão de Intervalos da Escala Cromática. **Bolema**, Rio Claro:Unesp, n.20, 2003, p.101-126.

MOTTA, Carlos Eduardo Mathias. Uma proposta transdisciplinar no ensino da matemática para deficientes visuais. In: CURY, Helena Noronha (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos e propostas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004, p. 407-430.

PIMENTA, Selma Garrido A pesquisa em didática – 1996 - 1999. In: CANDAU, Vera Maria (Org.). **Didática, currículo e saberes escolares**. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

POWELL, Arthur B.; FRANCISCO, John M.; MAHER, Carolyn A. Tradução de Antonio Olimpio Junior. Uma abordagem à análise dos dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de Idéias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, Ano 17, n. 21, p. 81 a 140, 2004.

RODRIGUES, José Francisco. A Matemática e a Música. **Colóquio/Ciências**, nº23, p.17-32, 1999. Disponível em [http://cmup.fc.up.pt/cmup/musmat/MatMus\\_99.pdf](http://cmup.fc.up.pt/cmup/musmat/MatMus_99.pdf) acesso em: 06 de abril de 2008.

SADIE, Stanley (ed.). **Dicionário grove de música: edição concisa**. Tradução de Eduardo Francisco Alves. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1994.

SAVIANI, Dermeval, et al. **O legado educacional do século XX no Brasil**. Coleção educação contemporânea. Campinas: Autores Associados, 2004.

SCHUBRING, Gert. **Análise histórica de livros de matemática**. Tradução de Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas: Autores Associados, 2003.

SILVA, Circe Mary Silva da. **Explorando as operações aritméticas com os recursos da história da matemática**. Brasília: Plano Editora, 2003.

SKOVSMOSE, Ole. Matemática em ação. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

SNYDERS, Georges. **A escola pode ensinar as alegrias da música?** 2 ed. São Paulo: Cortez, 1994.

TAILLE, Yves de La; OLIVEIRA; Marta Kohol de; DANTAS, Heloysa. **Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão**. 10ª ed. São Paulo: Summus, 1992.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO; BIBLIOTECA CENTRAL. **Normalização e apresentação de trabalhos científicos: guia para alunos, professores e pesquisadores da UFES**. 6ª ed. Vitória: A Biblioteca, 2004.

VAZQUEZ, Sumaia Aparecida Cury. **Construção de representações matemáticas por alunos de séries iniciais em idiomas diferenciados**. 2004. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro Pedagógico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

WALLON, Henri. A afetividade. In: WALLON, Henri. **A evolução psicológica da criança**. Lisboa: Edições 70, 1998.

\_\_\_\_\_. **A evolução psicológica da criança**. Tradução de Claudia Berliner. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

## ANEXOS

### 1. Planos de Aula

#### Oficina 1: Pitágoras e a Música

##### Objetivos:

1. Debater sobre o uso das relações entre matemática e música nas aulas de música e matemática.
2. Introduzir e debater conceitos de razão, proporção, progressão aritmética, progressão geométrica, notas musicais, intervalos, círculo das quintas e escalas.

##### Metodologia:

1. Vídeo.
2. Relatar brevemente as origens da matemática e música.
3. Falar sobre o contexto histórico da época de Pitágoras.
4. Descrever quem foi Pitágoras.
5. Abordar os estudos de Pitágoras relacionando a matemática com a música.
6. Propiciar um diálogo com os participantes para buscar suas concepções sobre os conceitos tratados na oficina.
  - a. Conceito de intervalo, círculo das quintas e escala.
  - b. Conceito de razão, proporção, progressão aritmética e geométrica.
7. Escala Pitagórica.

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	8/9	64/81	3/4	2/3	16/27	128/243	1/2
8. O experimento do monocórdio e a exemplificação no violão.
9. Falar dos estudos de Zarlino relacionando a matemática com a música.
10. Apresentar a escala de Zarlino.
11. Realizar o experimento do monocórdio e a exemplificação no violão.
12. Considerações Finais

##### Avaliação:

1. Participação.
2. Atividades propostas na oficina.
3. Questionário.

##### Material:

1. Data Show.
2. Violões.

3. Régua.

## **Oficina 2: Música na Idade Média.**

### **Objetivos:**

1. Familiarizar os alunos com o contexto musical da época.
2. Entender o processo histórico que envolveu as variadas formas musicais.

### **Metodologia:**

1. Vídeo que trata do assunto.
2. Power Point com um apanhado histórico da matemática e música na Idade Média.
3. Usar exemplos de cada forma musical apresentada.

### **Avaliação:**

1. Participação.
2. Questionário.

### **Material:**

1. Data Show.
2. Aparelho de Som que toque CD.
3. Computador.

### Oficina 3: Símbolos Musicais e Flauta Pã

#### Objetivos:

1. Falar da música no contexto escolar.
2. Confeccionar material contendo as figuras musicais.
3. Fabricar uma Flauta Pã com as escalas Pitagórica, de Zarlino e Temperada.
4. Cada aluno compor uma música e tocar na Flauta Pã.

#### Metodologia:

1. Elementos da música.
  - Pauta ou pentagrama (separação de 3 cm por linha).
  - Clave de Sol.
  - Figuras Musicais – Semibreve, mínima, semínima, colcheia, semicolcheia, fusa, semifusa.
  - Notas Musicais – Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si e Do (8<sup>a</sup>).
2. Fabricação da Flauta Pã.

Primeiro recortar os tubos, sendo o primeiro com a medida que daremos ao do. Cortar os outros em relação a este com as medidas dadas pelo professor. As relações das notas (tubos) com o primeiro é:

Escala Pitagórica:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	8/9	64/81	3/4	2/3	16/27	128/243	1/2

Escala de Zarlino:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	8/9	4/5	3/4	2/3	3/5	8/15	1/2

Escala Temperada:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	$2^{1/6}$	$2^{1/3}$	$2^{5/12}$	$2^{7/12}$	$2^{3/4}$	$2^{11/12}$	2

3. Composição de uma música por cada aluno registrando na cartolina com as figuras musicais feitas no segundo tópico.

#### Avaliação:

1. Na música composta por cada aluno.
2. Nos materiais fabricados pelos alunos.

3. Questionário.

**Material:**

1. Data Show.
2. Cartolina.
3. Régua.
4. Caneta hidrocor.
5. Cola.
6. Tesoura.
7. Tubos de PVC ou Canudos Fortes (10).

## **Oficina 4: Renascentismo.**

### **Objetivos:**

1. Familiarizar os alunos com o contexto musical da época.
2. Entender o processo histórico que envolveu as variadas formas musicais.
3. Conhecer os principais nomes que trabalharam com o assunto.

### **Metodologia:**

1. Vídeo que trata do assunto.
2. Power Point com os principais nomes do Renascentismo que trabalharam com a matemática e a música.
  - a. Gioseffo Zarlino.
  - b. Galileu Galilei.
  - c. Mersenne.
  - d. Kepler.
  - e. Descartes.
  - f. Rameau.
3. Considerações Finais.

### **Avaliação:**

1. Participação.
2. Questionário.

### **Material:**

1. Data Show.
2. Computador.
3. Aparelho de Som que toque CD.

## **Oficina 5: Escalas Musicais**

### **Objetivos:**

1. Familiarizar os alunos com o contexto musical da época.
2. Entender o processo histórico que envolveu as variadas formas musicais.

### **Metodologia:**

1. Vídeo que trata do assunto.
2. Power Point com um apanhado histórico das escalas musicais.
  - a. Escala Pitagórica.
  - b. Escala de Zarlino.
  - c. Escala Mesotônica (Médio Tom).
  - d. Temperamentos.
    - i. Werckmeister III.
    - ii. Kirnberger.
  - e. Escala Temperada.
3. Usar exemplos de cada escala musical apresentada.

### **Avaliação:**

1. Participação.
2. Questionário.

### **Material:**

1. Data Show.
2. Aparelho de Som que toque CD.
3. Computador.

1 ° Questionário – Pitágoras e a Música

1. Você conhecia os experimento de Pitágoras em relação à música?

Sim ( ) Não ( )

2. Os exercícios (atividades) propostos podem ser aplicados na sala de aula?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa?

---

---

---

3. O conhecimento da matemática ajudou a você ter clareza sobre conceitos intervalo, escala e ciclo das quintas?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

4. O conhecimento da música ajudou a você ter clareza sobre conceitos de razão, proporção e frações?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

5. Fatos históricos relatados na oficina foram importantes para compreensão ou organização dos conceitos abordados?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

6. O que mais chamou sua atenção nessa oficina?

---

---

---

2 ° Questionário – Música na Idade Média

7. Os exercícios (atividades) propostos podem ser aplicados na sala de aula?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa?

---

---

---

8. O conhecimento da matemática ajudou a você ter clareza sobre conceitos de Consonância, dissonância e batimento?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

9. O conhecimento da música ajudou a você ter clareza sobre conceitos de média harmônica, média aritmética e frequência?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

10. Fatos históricos relatados na oficina foram importantes para compreensão ou organização dos conceitos abordados?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

11. O que mais chamou sua atenção nessa oficina?

---

---

---

### 3 ° Questionário – Renascentismo

1. Os exercícios (atividades) propostos podem ser aplicados na sala de aula?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa?

---

---

---

2. Quais dos nomes estudados nessa oficina te chamou mais a atenção?

---

Justificativa:

---

---

---

3. A trajetória descrita nessa oficina auxiliou a você entender o processo matemático usado no temperamento igual?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

4. Fatos históricos relatados na oficina foram importantes para compreensão ou organização dos conceitos abordados?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

5. O que mais chamou sua atenção nessa oficina?

---

---

---

#### 4 ° Questionário – Escalas Musicais

1. Os exercícios (atividades) propostos podem ser aplicados na sala de aula?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa?

---

---

---

2. O conhecimento da matemática ajudou a você ter clareza sobre o conceito de escala musical?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

3. Assuntos abordados em música auxiliou no entendimento de conceitos da matemática?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

4. Fatos históricos relatados na oficina foram importantes para compreensão ou organização dos conceitos abordados?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

5. O que mais chamou sua atenção nessa oficina?

---

---

---

5 ° Questionário – Instrumentos Musicais

1. Os exercícios (atividades) propostos podem ser aplicados na sala de aula?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa?

---

---

---

2. A construção de instrumentos musicais podem ser importantes no conhecimento da matemática?

Sim ( ) Não ( )

Justificativa:

---

---

---

3. Você já pratica ou praticou a interdisciplinaridade em suas aulas?

Sim ( ) Não ( )

Como:

---

---

---

4. O que foi novidade pra você?

---

---

---

5. O que mais chamou sua atenção nessa oficina e por quê?

---

---

---

# CURSO DE EXTENSÃO

## Matemática e Música:

### *práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares*

Curso de extensão ministrado no formato de oficina, uma oportunidade de integração da pesquisa, do ensino e da extensão. Serão propostos problemas, experimentos e aplicações; mostraremos as relações que podem didaticamente auxiliar o ensino e a aprendizagem entre as áreas de música e matemática.

As atividades serão desenvolvidas através de: 1) exercícios práticos, 2) confecção de instrumentos musicais e 3) materiais didáticos; em uma compreensão básica da Música e da Matemática, possibilitando o entendimento de suas inter-relações. As oficinas fazem parte da investigação para elaboração de dissertação do curso de Mestrado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE/UFES sob a orientação da Professora Doutora Circe Mary S. S. Dynnikov; e tem o apoio do projeto de extensão “MUSIVAMENTANDO” e do DTAM-CAR. O mestrando Gean Pierre da Silva Campos, que ministrará as oficinas, é licenciado em Matemática e Música e também atua como músico profissional, professor de Matemática e professor de Música.

**Data:** 16, 18, 23, 25 e 30 de Junho (segundas e quartas)

**Horário:** 18:00 às 20:00h

**Local:** Centro de Artes – UFES – CEMUNI V

**Inscrições:** [geanpierre@gmail.com](mailto:geanpierre@gmail.com) **Informações:** 9847-6366

**Curso Gratuito e Vagas Limitadas (30 vagas)**

**20 vagas para licenciandos em matemática e música e 10 vagas para ouvintes**

**Carga horária:** 10 horas (certificados para 75% da CH cumprida)

# Matemática e Música:

## *práticas pedagógicas desenvolvidas em oficinas interdisciplinares*

Olá, desde já agradecemos pelo contato. Esse curso de extensão será ministrado no formato de oficina, uma oportunidade de integração da pesquisa, do ensino e da extensão. Alguns itens de seleção e participação dos candidatos devem ser seguidos de acordo com o intuito da pesquisa e de normas do Programa de Pós Graduação em Educação - PPGE:

A seleção dos participantes obedecerá à seguinte ordem:

1. Alunos regularmente matriculados nas Licenciaturas de Música (dez vagas) e Matemática (dez vagas) da Universidade Federal do Espírito Santo - UFES
2. Alunos matriculados em maior período.
3. Professores licenciados em Matemática e/ou Música
4. Ordem de inscrição.
5. Serão oferecidas dez vagas para alunos ouvintes, e será obedecida a ordem de inscrição.

O pedido de inscrição será feito mediante preenchimento da ficha de inscrição e resposta ao questionário em anexo. Esse pedido deve ser encaminhado ao e-mail [oficinasdematematicaemusica@gmail.com](mailto:oficinasdematematicaemusica@gmail.com) para confirmação da solicitação.

**IMPORTANTE:** Todas as informações, a forma de obtenção de dados e respostas de cada participante (questionários e gravações em videotape) serão usadas somente para a pesquisa e investigação e serão mantidos em absoluto sigilo e, caso sejam usados, serão colocados com nomes fictícios.

att,

Programa de Pós Graduação em Educação  
Apoio: Projeto MUSIVAMENTANDO e Departamento de Artes e Música