MATEMÁTICA

Orientações para o professor – SAEB/Prova Brasil

4ª série / 5º ano
Ensino Fundamental

Presidência da República Federativa do Brasil

Ministério da Educação

Secretaria de Educação Básica

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep)

MATEMÁTICA

Orientações para o professor – SAEB/Prova Brasil

4ª série / 5º ano
Ensino Fundamental

Brasília
Inep
2009

Equipe de Trabalho

Organizadora
Gisele Gama Andrade

Coordenação de Áreas
Alice Andrés
Ana Amelia Inoue
Regina Scarpa

Equipe Técnica de Matemática
Daniela Padovan
Edda Curi
Priscila Monteiro

Consultoria Técnica
Maria Teresa Carneiro Soares

Projeto Visual, Diagramação e Arte Final
Abaquar Consultores e Editores Associados

Revisão
Abaquar Consultores e Editores Associados

Imagens
Banco de Imagens Abaquar e Gettyimages.com
Fotos de Valéria Carvalho

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

Matemática: orientações para o professor, Saeb/Prova Brasil, 4ª série/5º ano, ensino fundamental. – Brasília : Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2009.
118 p. : il.

ISBN 978-85-86260-97-1

1. Matemática. 2. Matriz de referência. 3. Quarta série. 4. Ensino fundamental. I. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

CDU 371.26:51

SUMÁRIO

Apresentação 5

Introdução 9
1 Contextualizando o Ensino de Matemática 10
1.1 Matriz de Referência de Avaliação e Matriz Curricular: Diferenças Fundamentais 14
1.2 Aspectos que evidenciam uma prova em larga escala 17
1.3 Aspectos relativos à Matriz de Referência de Avaliação 17
1.3.1 Os Blocos de conteúdos 17
1.3.2 Os Descritores 18
1.3.3 Alguns comentários sobre os descritores 19
1.3.4 Aspectos relativos aos itens de avaliação 23
1.3.4.1 Os Enunciados 23
1.3.4.2 Os Distratores 23
1.3.4.3 A Complexidade da Avaliação 23

2 Caracterização dos Níveis de Proficiência de Matemática 25
2.1 Nível 0-199 26
2.2 Nível 200-249 37
2.3 Nível 250- 325 52

3 O Que Fazer na Sala de Aula para Possibilitar o Aprimoramento da Competência Matemática do Estudante? 69
3.1 O que significa fazer Matemática 69
3.2 Princípios metodológicos 70
3.3 Tipos de atividades 72
3.3.1 Resolução de problemas 72
3.3.2 Observação de regularidades 73
3.3.3 História da Matemática 74
3.3.4 Uso de jogos e tecnologias 74
3.3.5 Espaço e Forma 74
3.3.6 Conhecimentos Espaciais 75
3.3.7 Conhecimentos das Formas Geométricas 79
3.3.8 Grandezas e Medidas 81
3.3.9 Números e Operações 87
3.3.9.1 Sistema de Numeração - Números Naturais 87
3.3.9.2 A análise das regularidades da série numérica oral e escrita 90

3.3.9.3 Estudar com maior sistematicidade um campo numérico 92
3.3.9.4 Problemas para aprofundar a análise do valor posicional 93
3.3.9.5 Números Racionais 94
3.3.9.6 Representações Decimais 95
3.3.9.7 Representações Fracionárias 96
3.3.9.8 Operações 97
3.3.9.9 Problemas Aditivos 98
3.3.9.10 Problemas Multiplicativos 100
3.3.9.11 Cálculos Escritos (algoritmos) 102
3.3.9.12 Cálculos mental exato e aproximado (estimativas) 104
3.3.9.13 Uso da Calculadora 105
3.3.10 Tratamento da Informação 107
3.3.10.1 Leitura e organização de informação 108
3.3.10.2 Coleta e organização da informação obtida 109

Considerações finais 113

Bibliografia 114

APRESENTAÇÃO

O Ministério da Educação tem a satisfação de entregar a você, professor(a) das escolas públicas de ensino fundamental, esta publicação que vai ajudá-lo(a) a conhecer os pressupostos teóricos da Prova Brasil, bem como os exemplos de itens que constituem seus testes, associados a uma análise pedagógica baseada no resultado do desempenho dos alunos.

Sabemos que a avaliação do aluno feita no processo cotidiano da sala de aula é aquela que possibilita o diagnóstico da dificuldade individual de cada criança e jovem ao apontar as medidas a serem tomadas para que o direito de aprender seja garantido a todos os seus alunos.

A Prova Brasil e o SAEB integram o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica. O SAEB traz resultados mais gerais; porém é um instrumento importante para o planejamento de políticas públicas que fortaleçam a escola e o trabalho de cada professor(a). Para que toda a diversidade e as especificidades

das escolas brasileiras pudessem ser apreendidas e analisadas, foi criada a avaliação denominada Prova Brasil a fim de retratar a realidade de cada escola, em cada município.

Tal como acontece com os testes do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, os da Prova Brasil avaliam habilidades desenvolvidas e ajudam a identificar fragilidades no sistema educacional. No caso da Prova Brasil, o resultado, quase censitário, amplia a gama de informações que subsidiarão a adoção de medidas que superem as deficiências detectadas em cada escola avaliada.

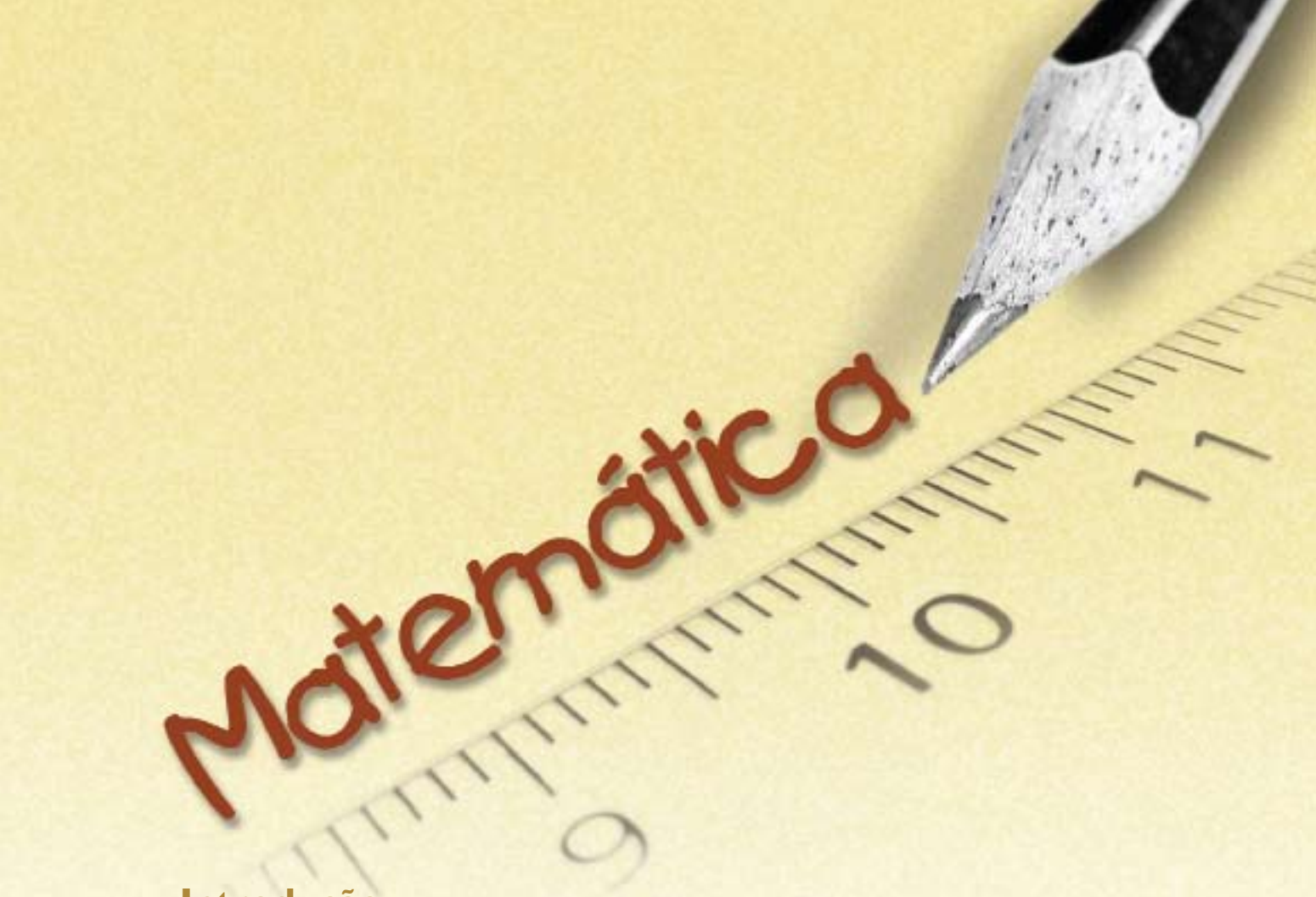
A presente publicação denominada *Matemática – Orientações para o Professor* – SAEB/*Prova Brasil – 4ª série/5º ano – Ensino Fundamental* objetiva envolver docentes, gestores e demais profissionais da educação no conhecimento e apropriação do que são a Prova Brasil e o SAEB como instrumentos cognitivos de avaliação que, por sua vez, podem ajudar muito o trabalho do(a) professor(a). Esse objetivo norteou, igualmente, no início do ano, a distribuição dos materiais *PDE – PROVA BRASIL – Matrizes de Referência, Temas, Tópicos e Descritores – Ensino Fundamental* e *PDE* – SAEB – *Matrizes de Referência, Temas, Tópicos e Descritores – Ensino Médio*. Em outubro de 2009, será aplicada a 3ª edição da Prova Brasil e seus resultados são importantes para o alcance das metas propostas pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb).

O Ideb, um dos eixos do Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE), é um indicador sintético que combina o fluxo escolar (passagem dos alunos pelas séries/anos sem repetir, avaliado pelo Programa Educacenso) com o índice de desempenho dos estudantes (avaliado pela Prova Brasil nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática).

Esta publicação, professor(a), lhe permitirá aprofundar e refletir sobre as habilidades básicas avaliadas pela Prova Brasil e pelo SAEB. Em Matemática, estes instrumentos avaliam quatro blocos de conteúdos – Espaço e Forma, Números e Operações, Grandezas e Medidas e Tratamento das Informações – os quais serviram de base para criação dos descritores da Matriz de Referência da Avaliação que é apenas um recorte da Matriz Curricular desta área de ensino. A elaboração dos itens ou questões levou em conta as duas principais finalidades da Matemática, quais sejam sua utilidade prática e o desenvolvimento do raciocínio.

Esperamos que você, professor(a), possa fazer uso deste material e que ele o(a) ajude a refletir sobre sua prática escolar e sobre o processo de construção do conhecimento dos seus alunos, para que todos completem o quinto ano do ensino fundamental.

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Básica
Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira



Introdução

O SAEB e a Prova Brasil são programas nacionais do INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – que se destinam a avaliar a proficiência dos estudantes nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática. Em termos de Matemática, a aferição de competências ocorre a partir da Matriz de Referência de Avaliação, documento que norteia a confecção dos itens que compõem a Prova Brasil e o SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica.

Considerando-se que os resultados da avaliação de Matemática do SAEB e da Prova Brasil são organizados em uma escala de proficiência, para atender à finalidade deste documento – esclarecer a escola a respeito da proficiência em Matemática de seus alunos e orientar a ação docente para que as proficiências possam ser ampliadas e aprofundadas –, apresentam-se aqui as características dos níveis de proficiência nos quais a escala está organizada e alguns critérios utilizados para a categorização desses níveis.

Um nível é uma classificação utilizada para caracterizar as habilidades comuns a um grupo de alunos que realizam uma avaliação, de forma a permitir a identificação de determinada competência matemática já construída por esse grupo de alunos. Essa competência, portanto, é caracterizada pelo conjunto de habilidades que esses alunos já possuem. No SAEB e na Prova Brasil, são os resultados do processo avaliativo que orientam a definição dos níveis. Procura-se agrupar alunos por competência construída, por conhecimentos matemáticos já adquiridos e mobilizados de maneira autônoma pelos estudantes, em uma prova realizada individualmente. Com relação aos resultados das avaliações do SAEB ou da Prova Brasil, a análise é realizada em função das

capacidades que os alunos individualmente mobilizaram em cada item para responder adequadamente às questões propostas. Os resultados são agrupados identificando-se quais habilidades são comuns a um grupo de alunos, distinguindo-os de outro, em função do grau de complexidade das atividades que conseguiram desempenhar adequadamente em cada item proposto. Esse grau de complexidade é que determina a competência demonstrada por um grupo de alunos na avaliação, e, portanto, o nível de proficiência apresentado pelos alunos desse grupo.

Dessa forma, a análise dos níveis de proficiência pode oferecer à escola informações mais específicas a respeito de quais são as habilidades já constituídas pelos seus alunos e orientar a ação pedagógica dos professores para que possibilite aos alunos a constituição, o aprofundamento e a ampliação de diferentes habilidades em Matemática. Ao discutir, explicar, exemplificar o que cada nível de proficiência representa, o documento pretende subsidiar o professor para que possa utilizar essas informações como auxílio à sua prática pedagógica cotidiana, de maneira que contribuam, efetivamente, e da melhor maneira, para o desenvolvimento de seus alunos no que se refere às competências matemáticas.

O documento está organizado em três partes. A primeira parte é relativa à contextualização do ensino de Matemática. Nesta parte do documento há comentários sobre a constituição de uma Matriz Curricular e uma Matriz de Referência de Avaliação, destacando-se as diferenças entre esses dois tipos de matrizes. Caracterizam-se ainda alguns aspectos que evidenciam uma prova em larga escala que envolva a matemática: os descritores da Matriz de Referência; os blocos de conteúdos matemáticos; os enunciados dos itens; e os distratores[1]. Por último, discute-se a complexidade de uma avaliação em larga escala.

Na segunda parte do documento, apresenta-se uma caracterização dos itens de avaliação em matemática que compõem cada intervalo de níveis de proficiência dos alunos de quarta série na Prova Brasil. Ainda nessa parte do documento, há uma análise sucinta das habilidades que compõem cada nível de proficiência, por bloco de conteúdo, e exemplos de itens com comentários. Na terceira e última parte do documento, há discussões sobre o ensino de matemática e algumas sugestões de orientações didáticas decorrentes das análises realizadas na segunda parte do documento.

I Contextualizando o Ensino de Matemática

Matemáticos interessados pelo ensino de Matemática nas escolas, já no final do século XIX, denunciavam a distância entre o que era ensinado aos jovens no ensino secundário escolar e os conhecimentos de Matemática oriundos da pesquisa acadêmica. É daí que nasce um movimento internacional, em Roma, em março de 2008, por ocasião do Primeiro Centenário da Comissão Internacional de Instrução Matemática (1908–2008) que teve como subtítulo: Refletindo e dando forma ao mundo da Educação Matemática. Com o epíteto de ancião, esse movimento internacional marca a luta centenária de alguns matemáticos em prol do ensino da matemática mais articulado com as pesquisas dos cientistas e apresenta, de maneira incontestável, sua origem, e os desdobramentos que vêm repercutindo na constituição de um campo de conhecimento específico: a Educação Matemática.

Tal campo vem-se firmando com a árdua tarefa de reverter uma imagem: a de que a matemática escolar é apenas uma linguagem e, como tal, caberia ao professor ser o protagonista de

1 Opções de resposta, no item, incorretas.

um processo de transmissão dos símbolos matemáticos, de suas propriedades/técnicas, e dos modos de manipulá-los em fórmulas e em demonstrações de teoremas – processo que culminaria com a explícita prática de resolver exercícios e problemas típicos, em que o estudante é um depositário de informações a serem fielmente reproduzidas.

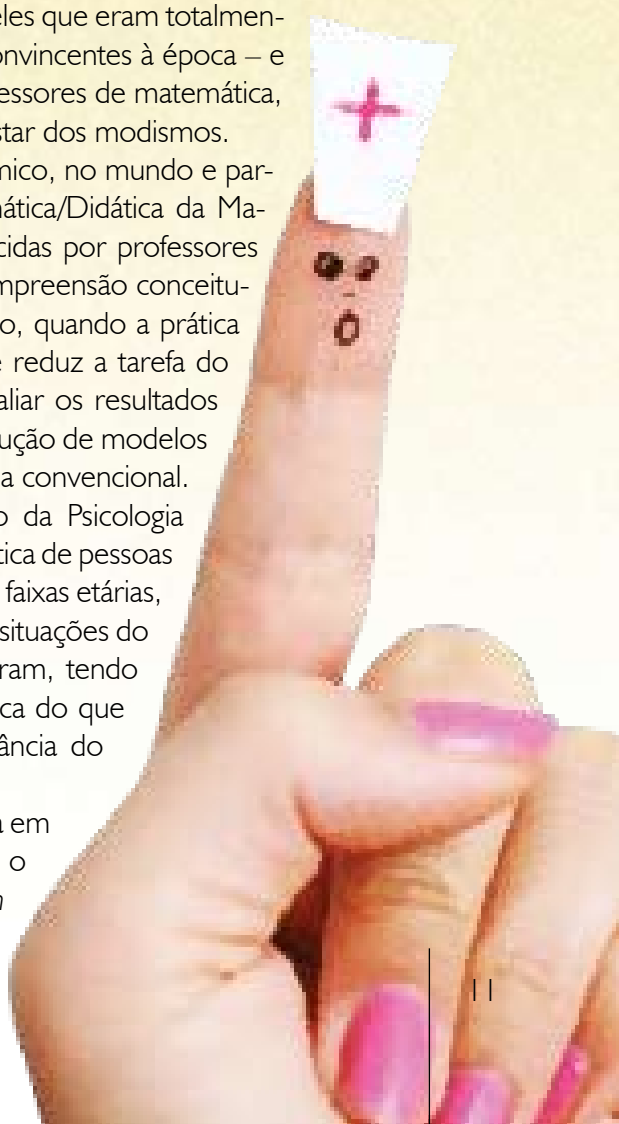
Essa tentativa de delimitar a Matemática escolar apenas ao ensino de símbolos, procedimentos e aplicação em problemas e exercícios já vem há muito mostrando seus limites. Parece estar ficando cada vez mais claro para os professores de todos os níveis escolares que o sucesso em Matemática depende menos da memória e muito mais da capacidade de ler e compreender textos que são uma mistura da língua falada com os símbolos e relações matemáticas. Embora ainda sejam frequentes as críticas às inovações pedagógicas no ensino da área de matemática – por parte de professores, pais e dirigentes –, é impossível, principalmente a partir dos últimos 30 anos, conceber seu ensino na escola apenas como aquisição, decodificação e reprodução de determinada forma de linguagem simbólica e de relações entre símbolos – um código de "verdades" que deveria ser repetido pelo estudante quando dele isso fosse solicitado.

Assim, por um lado, temos um movimento acadêmico centenário que foi iniciado com a preocupação de inserir novos conteúdos no currículo da matemática escolar – a partir de acaloradas discussões entre professores de matemática de vários países no início do século XX – e em que ordem deveriam ser tratados e ensinados. No Brasil, este fato teve inclusive repercussão na imprensa da época, onde o debate público sobre o ensino de matemática dispensado no Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, foi protagonizado pelos professores que queriam seguir as "novidades" trazidas da Comissão formada em 1908 e aqueles que eram totalmente contrários à ideia, com argumentos também bastante convincentes à época – e que ainda hoje estão presentes no discurso de muitos professores de matemática, da escola ou da universidade – de que deveríamos nos afastar dos modismos.

Por outro lado, desde então, do ponto de vista acadêmico, no mundo e particularmente no Brasil, as pesquisas em Educação Matemática/Didática da Matemática – particularmente aquelas sobre as práticas exercidas por professores nas escolas – vêm demonstrando que há limites para a compreensão conceitual de conteúdos matemáticos, em qualquer nível de ensino, quando a prática pedagógica do professor prioriza a memória dos alunos e reduz a tarefa do professor apenas à recitar, monitorar o treinamento e avaliar os resultados do rendimento escolar, valorizando sobremaneira a reprodução de modelos previamente treinados em uma única forma de linguagem, a convencional.

Há algumas décadas, pesquisas brasileiras no campo da Psicologia Cognitiva buscaram respostas quanto à proficiência matemática de pessoas não escolarizadas, ou com baixa escolaridade, de diferentes faixas etárias, a partir de perguntas orais que envolviam a matemática em situações do cotidiano, não escolar. Os resultados obtidos surpreenderam, tendo em vista que os pesquisados sabiam muito mais matemática do que se supunha até então, tal informação reforçou a importância do contexto sócio-cultural na aprendizagem.

Antes disso, na década de 1970, a participação brasileira em Congressos Internacionais de Educação Matemática como o ICME I – *International Congress on Mathematical Education*



– já chamava atenção para a necessidade de se discutirem as bases sócio-culturais da própria Ciência Matemática, cabendo a um professor de Matemática brasileiro, Ubiratan D'Ámbrósio, cunhar o termo Etnomatemática – a matemática a partir da cultura dos povos. O que há, portanto, são Matemáticas, sendo a que aprendemos na escola apenas uma delas. Tal termo, embora ainda gere polêmicas, difundiu-se e é hoje aceito internacionalmente.

Desde então, tem sido crescente a participação de professores da Educação Básica dos vários estados brasileiros em eventos de Educação Matemática, e até mesmo em eventos de Matemática, para divulgar estudos, uso de materiais pedagógicos no ensino de conteúdos específicos, experiências de práticas em sala de aula a partir de abordagens como o uso de jogos, resolução de problemas, modelagem matemática, entre outras.

Entretanto, se é indubitável que a Matemática deva ser entendida como um bem cultural acessível a todos no interior das salas de aula, essa tarefa ainda não foi realizada. Pelo contrário, ainda em nossos dias, não é difícil encontrar até mesmo educadores que declaram que procuraram um curso da área das Ciências Humanas para não precisarem aprender Matemática!

Desde a década de 1970, com o declínio do Movimento da Matemática Moderna, a discussão curricular voltou à cena, e os estandares curriculares americanos, principalmente, [2] têm orientado as proposições curriculares de vários países. No Brasil, as discussões curriculares culminaram com a edição dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), divulgados em 1997 somente para as séries iniciais e, posteriormente, para todos os níveis da escolaridade básica.

No entanto, apesar dessa longa trajetória e de políticas públicas educacionais como o Programa Nacional de Livros Didáticos (PNLD), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), os PCN, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) e as Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas; os resultados das avaliações em larga escala apresentam um quadro bastante preocupante em relação à proficiência matemática dos estudantes brasileiros desde os anos iniciais da educação básica até o ensino superior.

Nesse quadro, pesquisas sobre a análise da produção de alunos em respostas às questões de provas de matemática têm sido uma das formas de trazer à discussão o que o aluno sabe e de que forma ele manifesta isto, por escrito, em situação de avaliação. Entretanto, o que se tem claro nessas avaliações é que há estudantes brasileiros que estão há muito na escola e não conseguem resolver nem mesmo questões que exigem apenas a reprodução de conteúdos e procedimentos de qualquer dos Blocos de Conteúdos – números, espaço e forma, tratamento da informação, grandezas e medidas – apresentados nas matrizes e especialmente formuladas para essas avaliações. Mais do que buscar incansavelmente justificativas para isso, há que nos perguntarmos como poderemos superar tal situação. Com certeza, não será afirmando que a matemática é uma área difícil para muitos, sendo quase impossível para esses aprendê-la. Tal afirmação, por si só, já dá indícios de sua fragilidade. Afinal, a participação de professores do ensino básico em pesquisas em parceria com professores universitários e, mais recentemente, a pesquisa sobre sua própria prática, além das pesquisas sobre a análise da produção dos alunos, tem dado visibilidade não somente aos erros, mas também à produção dos estudantes quando apresentam sua forma de compreender uma situação-problema nos diferentes níveis de ensino.

Pesquisas sobre a análise de erros[3] vêm contribuindo para indicar ao professor a necessidade

[2] Em março de 1989, o National Council of teachers of Mathematics (NCTM) publicou oficialmente o livro Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Existe uma tradução portuguesa Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, publicada em 1991 pela Associação de professores de Portugal – APM.

[3] Como as citadas na obra Almouloud, S. A. Fundamentos da didática da matemática. Editora UFPR. Curitiba.

de observar os erros dos estudantes e, progressivamente, buscar situações em que os erros, necessários à aprendizagem, revelem um saber em construção. Também as pesquisas sobre a aprendizagem matemática[4] apontam que, muitas vezes, a dificuldade de aprendizagem em matemática decorre do modo como se dá a relação professor - aluno - conhecimento matemático.

Atualmente, um amplo repertório sobre aspectos conceituais, comportamentais e atitudinais necessário à compreensão conceitual de conteúdos matemáticos tem sido divulgado aos professores, inclusive nos manuais para o professor que acompanham os livros didáticos no âmbito do Programa Nacional de Livros Didáticos (PNLD).

Neles, já é consenso afirmar que uma das grandes finalidades da educação matemática na escola é que alunos e professores desenvolvam uma boa relação com a matemática e que, de forma solidária, não solitária, se aventurem na experiência matemática, conversando sobre formas de solucionar as situações que lhes forem apresentadas, arriscando-se na criação de procedimentos próprios, ao solucionar situações oriundas dos mais diferentes contextos, não só do contexto matemático escolar.

Dar vez e voz ao professor nas decisões curriculares é algo novo, porém foi sempre delegada ao professor a responsabilidade do desenvolvimento curricular. Sendo a matemática escolar uma ferramenta intelectual imprescindível para a inserção dos estudantes na cultura contemporânea, cabe aos pais, aos profissionais da escola e aos estudantes assumirem seus respectivos papéis na superação das dificuldades que surjam.

Ensinar matemática na escola só faz sentido quando se proporcionam aos estudantes, de qualquer nível de ensino, ferramentas matemáticas básicas para o desenvolvimento de seu pensamento matemático sempre apoiadas em suas práticas sociais, tendo em vista uma qualificação adequada que promova a inclusão social do estudante e o capacite para atuar no mundo social, político, econômico e tecnológico que caracteriza a sociedade do século XXI.

Os conteúdos dos quatro blocos dos PCN devem ser organizados ao longo do ano, de forma articulada e equilibrada, sem privilégios de um ou outro bloco de conteúdo. É importante que, no estudo desses diferentes blocos, se destaquem as tarefas que envolvam o contexto doméstico, o contexto social e o contexto matemático[5], por meio de elaborações e sistematizações dos saberes que forem construídos pelos estudantes.

As tarefas para as aprendizagens iniciais dos números[6] focalizam os contextos familiares e alguns contextos não familiares em que o estudante os utiliza e os reconhece, formula hipóteses sobre sua leitura, identifica escritas numéricas como as relativas a números familiares, como a idade, o número da casa, etc. Após o desenvolvimento de atividades mais próximas do contexto doméstico e social, em que o estudante identifica os dias do mês, do ano, os preços etc, ele também pode brincar com os números em atividades mais próximas do contexto matemático.

É muito importante que, desde os primeiros anos do ensino fundamental, os estudantes realizem atividades que envolvam quantificações e medidas das mais diferentes grandezas, em contextos não matemáticos e matemáticos, com a finalidade de observarem padrões, regularidades numéricas como, por exemplo, números que terminam em 1, em 2, em 5, etc.; assim como a identificação de números com vírgula, em representações fracionárias, para construírem um vocabulário matemático próprio com relação aos números, grandezas e medidas, inclusive a respeito das possibilidades de quantificar o espaço e as diferentes formas.

[4] Como as citadas na obra Almouloud, S. A. Fundamentos da didática da matemática. Editora UFPR. Curitiba.

[5] Denominação usada no Documento Estrutura de Avaliação do PISA. Conhecimentos e habilidades em Matemática, leitura e ciências e resolução de problemas. OCDE – Organização para a cooperação e desenvolvimento econômico. São Paulo, Editora Moderna, 2003.

[6] Estas e outras tarefas são sugeridas pelos PCN, no tópico Orientações didáticas e por outros textos indicados na bibliografia deste documento.

A comunicação oral, a leitura de textos e a produção escrita são atividades fundamentais para que os alunos desenvolvam um repertório de falar, descrever e escrever os aspectos quantitativos e qualitativos de suas experiências sociais por meio de desenhos, da linguagem falada e escrita, e da linguagem matemática aprendida na escola.

Investigar para testar suas hipóteses, resolver problemas da atualidade ou históricos, usando diferentes recursos, desde o desenho, a régua, o esquadro, o transferidor, etc, até a máquina de calcular e o computador é o papel do estudante durante seus anos escolares.

É importante que o professor apresente tarefas aos estudantes para que eles possam "fazer matemática"[7] em sala de aula, ou seja, para que eles se envolvam em um processo em que se reconheçam como produtores de suas respostas matemáticas, não como meros executores e reprodutores de algo que alguém lhes disse que deveria ser feito assim.

A atividade matemática supõe a elaboração de hipóteses, que podem ser testadas e confrontadas na resolução de um problema. Ao mobilizar suas noções matemáticas para pensar sobre uma situação e testar seus raciocínios, o estudante estará formulando e apresentando suas estratégias para resolver problemas, estratégias que, quando apreciadas, justificadas e aceitas, poderão compor o repertório de novos conceitos para resolver novos problemas, num processo de idas e vindas que nunca termina.

Nos últimos 20 anos, tanto no cenário internacional como no nacional, acentuou-se uma preocupação dos educadores matemáticos no sentido de oportunizar a todos, professores e alunos da educação básica e também da universidade, não somente a aquisição da linguagem matemática, mas a compreensão conceitual de saberes matemáticos necessários ao exercício pleno da cidadania.

Democratizar o acesso à matemática da escola pressupõe romper com a concepção de que ela é acessível apenas a alguns "iluminados", não a todos. Romper com esta concepção elitista significa dar oportunidade a todos os estudantes de aprender matemática.

1.1 Matriz de Referência de Avaliação e Matriz Curricular: Diferenças Fundamentais

O objetivo deste tópico é discutir as diferenças entre uma Matriz Curricular e uma Matriz de Referência de Avaliação, já que as finalidades de uma e de outra são muito diferentes.

A Matriz Curricular direciona o currículo de uma instituição de ensino, leva em conta as concepções de ensino e aprendizagem da área e apresenta: objetivos, conteúdos, metodologias e processos de avaliação.

A Matriz de Referência de Avaliação também leva em conta as concepções de ensino e aprendizagem da área, mas é composta apenas por um conjunto delimitado de habilidades e competências definidas em unidades denominadas de Descritores que, no caso da Matemática, estão agrupados por blocos de conteúdos.

Embora a Matriz Curricular e a Matriz de Referência não tenham a mesma finalidade, é impossível pensar na Matriz de Referência para uma determinada avaliação sem levar em conta a Matriz Curricular que lhe dá suporte.

[7] Bernard Charlot – A epistemologia implícita nas práticas do ensino de matemática

A Matriz Curricular é um documento prescritivo, que direciona o ensino, insere-se no Projeto Pedagógico da instituição e é construído coletivamente pela comunidade escolar, com base em orientações curriculares da área indicadas por órgãos oficiais e na realidade escolar.

Já a Matriz de Referência de Avaliação é um documento descritivo, no geral escrito por técnicos, e que leva em consideração documentos curriculares oficiais. É um "recorte" de uma Matriz Curricular que não direciona o ensino, mas que delimita o que vai ser avaliado na prova a ser realizada em um programa de avaliação em larga escala.

Para a Prova Brasil e o SAEB, há um documento denominado *Matriz de Referência de Matemática – SAEB/Prova Brasil – Temas e Descritores*[8], publicado pelo INEP/MEC em 2001, que direciona a construção dos itens de avaliação dessas provas. Os Descritores dessa Matriz foram formulados com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino de Matemática.

Outra diferença entre uma Matriz Curricular e uma Matriz de Referência de Avaliação é que a primeira é constituída por várias dimensões que direcionam o trabalho em sala de aula. No caso da Matemática, uma Matriz Curricular, para ser rica e contextualizada, deve ter as dimensões conceitual, social, cultural e política que serão explicitadas a seguir.

A dimensão conceitual baseia-se no desenvolvimento de noções e conceitos que permitem abarcar ideias matemáticas importantes para a faixa etária da população a que se destina. Os conceitos mais abrangentes são organizadores do currículo. Uma abordagem conceitual deve incluir atividades que podem ser exploradas significativamente pelos estudantes, permitindo conexões matemáticas e generalizações em outros contextos. O desenvolvimento de conceitos pelos alunos não ocorre quando tópicos de determinado conhecimento são apresentados isoladamente, mas quando os estudantes se envolvem em atividades desafiadoras integradas à seus diferentes contextos de interesse.

Na dimensão cultural de uma Matriz Curricular de Matemática, as atividades têm a finalidade de mostrar a matemática como cultura, de inserir os estudantes em um nível cultural acessível à sua faixa etária.

Outra dimensão importante é a política. Nessa dimensão, as atividades permitem difundir valores sociais e democráticos como a cooperação, a crítica, a comunicação.

As finalidades do ensino de Matemática e as dimensões curriculares apresentadas são indicadores dos critérios de seleção e de organização dos conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos nos anos iniciais do ensino fundamental e dão indicativos do trabalho em sala de aula.

No sentido de abarcar as dimensões conceitual, social, política, cultural e de alcançar as finalidades do ensino de matemática, o trabalho em sala de aula deve ter como meta promover o gosto pelo desafio de enfrentar problemas, a determinação pela busca de resultados, o prazer no ato de conhecer e de criar, a auto-confiança para conjecturar, levantar hipóteses, validá-las e confrontá-las com as dos colegas.

Também são indicativos do trabalho a ser realizado em sala de aula os objetivos gerais – a serem alcançados pelos estudantes do Ensino Fundamental[9] e, em particular, pelos estudantes dos anos iniciais dessa etapa de escolaridade – destacados em documentos oficiais e resumidos abaixo:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade o espírito de

[8] As dimensões do currículo citadas neste documento têm por base os estudos de Bishop (1991) e de Doll (1997).

[9] De acordo com formulação apresentada em: BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (ciclos 1 e 2) / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;

- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório , probabilístico);
- selecionar, organizar e produzir informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Considerando essas finalidades e a necessidade de os estudantes compreenderem e atuarem no mundo contemporâneo e futuro, é fundamental o desenvolvimento de atitudes favoráveis para a aprendizagem como:

- a confiança na capacidade para elaborar estratégias pessoais quando da resolução de um problema;
- a valorização da troca de experiências com colegas como forma de aprendizagem;
- a curiosidade para perguntar, explorar e interpretar os diferentes noções matemáticas, reconhecendo sua utilidade no cotidiano;
- o interesse e curiosidade por conhecer diferentes estratégias de cálculo e de resolução de problemas;
- a organização na elaboração e apresentação dos trabalhos.

As dimensões de um currículo matemático, os objetivos e atitudes destacados e que devem ser contemplados na Matriz Curricular não são focalizados na Matriz de Referência de Avaliação.

A Matriz de Referência de Matemática de 4ª série/5º ano para o SAEB/Prova Brasil, da maneira como está elaborada, apresenta um conjunto de habilidades básicas que se deseja ver desenvolvidas em estudantes no fim dessa etapa escolar, mas destaca apenas a dimensão conceitual, ou seja, as habilidades que serão avaliadas.

A Matriz de Referência de Avaliação foi pensada com a finalidade de possibilitar itens de avaliação que usem contextos que favoreçam aos estudantes explorar, de modo significativo, conceitos, procedimentos e habilidades matemáticas considerados básicos para o final da 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental.

Cabe destacar que a Matriz de Referência de Avaliação não pode ser confundida com orientações metodológicas para o professor e nem com uma lista de conteúdos para o desenvolvimento das ações do professor em sala de aula, pois, estes elementos devem estar presentes de forma abrangente na Matriz Curricular, não em uma Matriz de Referência de Avaliação.

Além disso, a Matriz de Referência de Avaliação não tem por finalidade abranger todo o currículo previsto para um ciclo educacional, mas apenas verificar aspectos básicos do universo trabalhado em sala de aula, que podem ser mensuráveis, nesse caso, em um teste de múltipla escolha.

Essa é a primeira limitação da Matriz de Referência de Avaliação a qual nos referimos. Ela deve dar origem a itens em forma de teste de múltipla escolha, mas nem sempre todos os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais importantes de serem desenvolvidos pelos professores em sala de aula e apontados em Matrizes Curriculares podem ser abordados nesse formato de teste.

No geral, as Matrizes Curriculares destacam, no processo de ensino e aprendizagem de matemática, a resolução de problemas como eixo norteador, pois possibilita o estabelecimento de relações, o desenvolvimento de capacidades de argumentação, a validação de métodos e processos, além de estimular formas de raciocínio que incluem dedução, indução, inferência e julgamento. Os descritores da Matriz de Referência também apontam que as questões presentes na avaliação do SAEB/Prova Brasil tenham como foco a resolução de problemas, incluindo a proposição de tarefas com o objetivo de avaliar se o aluno tem o domínio de padrões e técnicas escolares, como também de problemas rotineiros do contexto escolar.

Apesar dos limites já apresentados, as Matrizes de Referência de Avaliação de Matemática do SAEB/Prova Brasil possibilitam explorar uma grande variedade de ideias matemáticas, não apenas numéricas, mas, também, aquelas relativas à geometria, às medidas e à estatística, além de apontarem a necessidade de incorporar situações que explorem diferentes contextos , não somente o matemático.

1.2 Aspectos que Evidenciam Uma Prova em Larga Escala

Uma prova em larga escala de Matemática no SAEB/Prova Brasil é composta por questões de múltipla escolha, denominadas itens de avaliação, e envolve os quatro blocos de conteúdos destacados nos PCN. Os itens de avaliação são elaborados a partir dos descritores da Matriz de Referência de Avaliação.

À opção correta dá-se o nome de descritor; às incorretas, distratores.

1.3 Aspectos relativos à Matriz de Referência de Avaliação

1.3.1 Os Blocos de Conteúdos

A Matriz de Referência de Avaliação em Matemática de 4ª série/5º ano do SAEB/Prova Brasil é composta por 4 blocos de conteúdos que se embasam nos Parâmetros Curriculares Nacionais: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação.

Justifica-se a presença dos quatro blocos de conteúdos não apenas por eles estarem presentes nos documentos curriculares, mas também porque envolvem as duas finalidades do en-

sino de matemática: sua utilidade prática e o desenvolvimento do raciocínio. Além disso, esses blocos de conteúdo permitem a elaboração de itens que tenham relevância social e científica, no sentido de inclusão das crianças, na sua diversidade, na sociedade atual.

Os blocos de conteúdo permitem ainda a elaboração de itens de avaliação que envolvam alguns conceitos estruturadores da matemática, a identificação de regularidades, de relações e processos, em situações de contextos sociais.

1.3.2 Os Descritores

A Matriz de Referência em Avaliação de 4ª série/5º ano é composta por 28 descritores de desempenho. O descritor é o detalhamento de uma habilidade cognitiva (em termos de grau de complexidade), que está sempre associada a um conteúdo que o estudante deve dominar na etapa de ensino em análise. Esses descritores são expressos da forma mais detalhada possível, permitindo-se a mensuração por meio de aspectos que podem ser observados.

Conforme dito acima, os Descritores definidos para uma avaliação como o SAEB/Prova Brasil procuram – como o próprio nome diz – descrever algumas das habilidades matemáticas que serão priorizadas na avaliação. Sendo assim, quando um item é elaborado, há a intenção de avaliar se o aluno já é capaz de mobilizar essa habilidade no processo de resolução do item.

Os Descritores da Matriz de Referencia de Avaliação estão organizados da seguinte forma:

Bloco de Conteúdo	Número do Descritor	Descrição
Espaço e Forma	D1	Identificar a localização /movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
	D2	Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.
	D3	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.
	D4	Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).
	D5	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e /ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
Grandezas e Medidas	D6	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.
	D7	Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.
	D8	Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.
	D9	Estabelecer relações entre o horário de início e término e /ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
	D10	Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.
	D11	Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
	D12	Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

CONTINUA...

Bloco de Conteúdo	Número do Descritor	Descrição
Números e Operações	D13	Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.
	D14	Identificar a localização de números naturais na reta numérica.
	D15	Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens
	D16	Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial
	D17	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.
	D18	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
	D19	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa)
	D20	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.
	D21	Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
	D22	Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
	D23	Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.
	D24	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
	D25	Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.
	D26	Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).
Tratamento da Informação	D27	Ler informações e dados apresentados em tabelas.
	D28	Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

1.3.3 Alguns comentários sobre os Descritores

Dependendo das variáveis didáticas, a localização do Descritor nos níveis de desempenho dos estudantes avaliados se modifica. Um descritor que indique o cálculo relativo a uma operação pode dar origem a itens com complexidade diferentes, dependendo das variáveis didáticas. Um exemplo disso é o zero intercalado, quando se trata da relação à ordem de grandeza dos números, quando das operações matemáticas. Se a operação for uma subtração e houver no minuendo o algarismo zero (0) na ordem das unidades e, ainda, dependendo do número do subtraendo, pode haver a necessidade de uma estratégia mais elaborada, por exemplo, em 190 – 54. O mesmo pode ocorrer em qualquer das quatro operações, como na divisão 2008: 51, em que o dividendo tem um 0 intercalado.

Há descritores que permitem a elaboração de itens por meio de situações-problema. Outros descritores focalizam conhecimentos de nível técnico e dão origem a itens com textos curtos (calcule, efetue) bastante usuais em livros didáticos e no ensino de matemática, ainda hoje. Um fator que merece destaque é que esse tipo de item não apresenta contextualização, a não ser na própria Matemática, mas também fazem parte da avaliação porque é necessário que esses conhecimentos sejam isolados, a fim de que se possa distinguir onde está a dificuldade/

facilidade pedagógica do aluno. Isso não significa dizer que o ensino da matemática deva ser descontextualizado, ao contrário, conforme já sublinhado neste documento.

Um exemplo que pode ilustrar esses comentários é relativo ao bloco de conteúdos Números e Operações. Há quatro descritores que envolvem as operações adição, subtração, multiplicação e divisão, e neles são solicitadas duas habilidades diferentes: a habilidade de cálculo (D17 e D18) e a de resolução de problemas (D19 e D20):

D17 – Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais
D18 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
D19 – Resolver problema com números naturais envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração do estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa)
D20 – Resolver problema com números naturais envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.

Em termos de avaliação, deve-se verificar se o aluno sabe calcular o resultado de uma operação, não importando que tipo de procedimento ele utiliza. Os itens elaborados a partir dos descritores 17 e 18 envolvem conhecimento de nível técnico, pois basta calcular. Como os cadernos de prova são compostos de itens de múltipla escolha, não é possível verificar que tipo de procedimento o aluno usa para resolver a questão, se é um procedimento tradicional ou se ele utiliza estratégias próprias de cálculo. Embora esses descritores envolvam conhecimentos de nível técnico, os itens podem ser mais fáceis ou mais difíceis, como já foi comentado.

Os Descritores D19 e D20 referem-se à resolução de problemas que envolvem a leitura de um enunciado, a escolha da operação que resolve o problema e o uso de estratégias de cálculo adequadas para se resolver a operação. Como é possível perceber, são de complexidade muito maior que os descritores anteriormente comentados (D17, D18).

Cabe destacar que não é possível identificar o procedimento de cálculo usado pela criança nesse tipo de avaliação. Não é possível saber se a criança que acertou um item relativo ao cálculo do resultado de uma operação – tanto apresentada isoladamente como na resolução de um problema – usou procedimentos mais convencionais, como os algoritmos comumente aprendidos na escola, ou estratégias de cálculo mental, ou ainda se fez algumas estimativas e aproximações e buscou nas alternativas a mais próxima de suas estimativas, entre outros procedimentos possíveis para uma criança de 4ª série utilizar nesse tipo de cálculo. No entanto, na escola, o estudante deve ser estimulado a usar esses procedimentos de cálculo mencionados acima, além de usar a calculadora e, mais, identificar em que tipo de situação é mais conveniente usar um desses procedimentos de cálculo e fazer a escolha adequada. Cabe lembrar ainda que cada uma das quatro operações denominadas fundamentais não apresenta um significado único[10].

A presença dos descritores D17, D18, D19, D20 na Matriz de Referência de Avaliação aponta a necessidade de o trabalho com as operações ter sempre a preocupação em promover dois tipos de tarefas: uma que possibilite aos estudantes desenvolver habilidades de cálculo;

[10] Estudos realizados por Gerard Vergnaud em 1987 revelam uma gama de significados para cada uma dessas operações e também que, dependendo do significado, a operação tem maior ou menor grau de complexidade. Nas orientações didáticas dos PCN, encontra-se uma discussão sobre os significados das operações, com base na categorização proposta por Vergnaud e também exemplos de problemas de cada uma das categorias.

e outra que avalie se o estudante, ao ler o problema, compreende seu enunciado, identifica uma operação e usa uma estratégia para resolvê-lo.

Um ponto a ser destacado é que um item de avaliação é relacionado a uma pequena parte do que se deve aprender sobre um determinado assunto e, portanto, não pode abranger tudo o que deve se aprender desse assunto.

Outro ponto importante é que, embora um descritor seja um detalhamento conciso de uma habilidade, associado a um conteúdo, ele pode dar origem a uma variedade muito grande de itens. Um bom exemplo desse comentário é o Descritor 13:

D13- Reconhecer e utilizar características do Sistema de Numeração Decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.

Este descritor refere-se às características do sistema de numeração decimal. Essas características vão sendo construídas pelas crianças ao longo da escolaridade. As primeiras noções de agrupamentos de 10 em 10 e trocas de grupos de 10 por unidade superior são usadas socialmente no nosso sistema monetário, que tem base 10. No entanto, outras características como o valor posicional do algarismo no número, os princípios aditivo e multiplicativo usados na escrita dos números, a composição e a decomposição dos números, a leitura de um número e a identificação de sua escrita por extenso e o reconhecimento da ordem de grandeza de um número são habilidades que vão sendo constituídas pelos estudantes ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental e que fazem parte dos itens de avaliação da Prova Brasil/SAEB. O conjunto desses itens possibilita verificar os conhecimentos dos estudantes em relação ao Sistema de Numeração Decimal.

Ainda com relação a esse descritor, há uma importante variável didática a ser considerada, que é a ordem de grandeza dos números. Como o ensino do sistema de numeração decimal é muito fragmentado nas escolas, a ordem de grandeza dos números nos itens da prova é uma variável importante. Tem-se como hipótese que, enquanto o ensino de números e do sistema de numeração for fragmentado pelas ordens e classes numéricas, ou seja, ensinar-se do 0 até o 9, do 10 ao 99, do 100 ao 999 etc, os estudantes terão dificuldade em perceber as regularidades próprias do sistema de numeração decimal e, consequentemente não observarão as características desse sistema.

Os descritores relativos aos conhecimentos do Espaço e das Formas geométricas possibilitam atividades interessantes e importantes de serem desenvolvidas nos anos iniciais do ensino fundamental, mas nem sempre possíveis de serem avaliadas em uma prova tipo teste.

O descritor 1, apresentado abaixo, possibilita a construção de vários itens que envolvem tanto a localização como a movimentação de objetos em uma representação gráfica.

D1- Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas.

Um item relativo a esse descritor tanto pode envolver um mapa como um *croquis*, um esquema, uma planta baixa.

Cabe lembrar que o espaço em que vivemos pode ser representado em três dimensões (tridimensional), e as questões da avaliação são propostas no espaço de duas dimensões (bidimensional) como, por exemplo, ao serem representadas formas tridimensionais por meio de desenhos em uma folha de papel.

É recomendável que a criança realize percursos, depois os desenhe, e compare seus desenhos (espaço bidimensional) com os caminhos percorridos. Em uma avaliação em que os itens são apresentados em forma de teste, essas etapas iniciais são "queimadas", e à criança já é apresentado um desenho para que ela analise um esquema, um croquis, um mapa, um guia de ruas.

O descritor 2, assim se apresenta:

D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.

Com relação a esse descritor, cabe destacar a exploração de "caixinhas" e sucatas, como recursos didáticos. Ter realizado atividades com exploração de caixinhas e sucatas em sala de aula poderá dar mais condições aos estudantes de resolver os itens propostos, pois eles já requerem certas sistematizações.

O conjunto dos Descritores relativos ao bloco Grandezas e Medidas pretende identificar se o estudante tem noção do que é medir, ou seja, se observou que, para medir uma grandeza como o tempo, por exemplo, precisa de uma unidade de medida de mesma natureza, que pode ser, nesse caso, o dia, e que a medida é o resultado numérico da comparação dessa unidade com tempo que necessita ser medido. Esse conjunto de descritores envolve medidas de tempo, de massa, de capacidade, de comprimento e de valores do Sistema Monetário Brasileiro. Alguns descritores abrangem estimativas de medidas, resolução de problemas envolvendo medidas e relações entre unidades de medida, como, por exemplo, os Descritores D6, D7 e D8, destacados a seguir:

D 6 – Estimar a medida de grandezas usando unidades de medidas convencionais ou não
D7 – Resolver problema significativo usando unidades de medida padronizadas
D 8 – Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.

Do bloco Tratamento de Informação, dois descritores são abordados, com objetivo de identificar a leitura e a interpretação de dados em dois formatos diferentes. O D27 apresenta uma tabela, e o D28, gráficos de colunas e de barras:

D27 – Ler informações e dados apresentados numa tabela.
D28 – Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

1.3.4 Aspectos Relativos aos Itens de Avaliação

1.3.4.1 Os Enunciados

Os enunciados de um item de avaliação permitem propor a questão a ser resolvida. Em geral, se propõe a questão de modo que o aluno possa formular uma resposta sem ler as alternativas. Ele deverá encontrar sua resposta entre as alternativas apresentadas.

Devem ter linguagem e abordagens adequadas para a faixa etária dos alunos da 4ª série/5º ano, envolvem conhecimentos e habilidades previstos para a série em questão e abordados nos Descritores.

Os enunciados devem ser claros e curtos, envolvendo contextos integrados à situação matemática envolvida. Às vezes, os itens apresentam um desenho (ou esquemas), como parte do enunciado e que, portanto, deve ser analisado quando o item for resolvido.

Os enunciados de matemática que envolvem gráficos ou tabelas estão alocados nos descritores D27 e D28, que requerem essas habilidades.

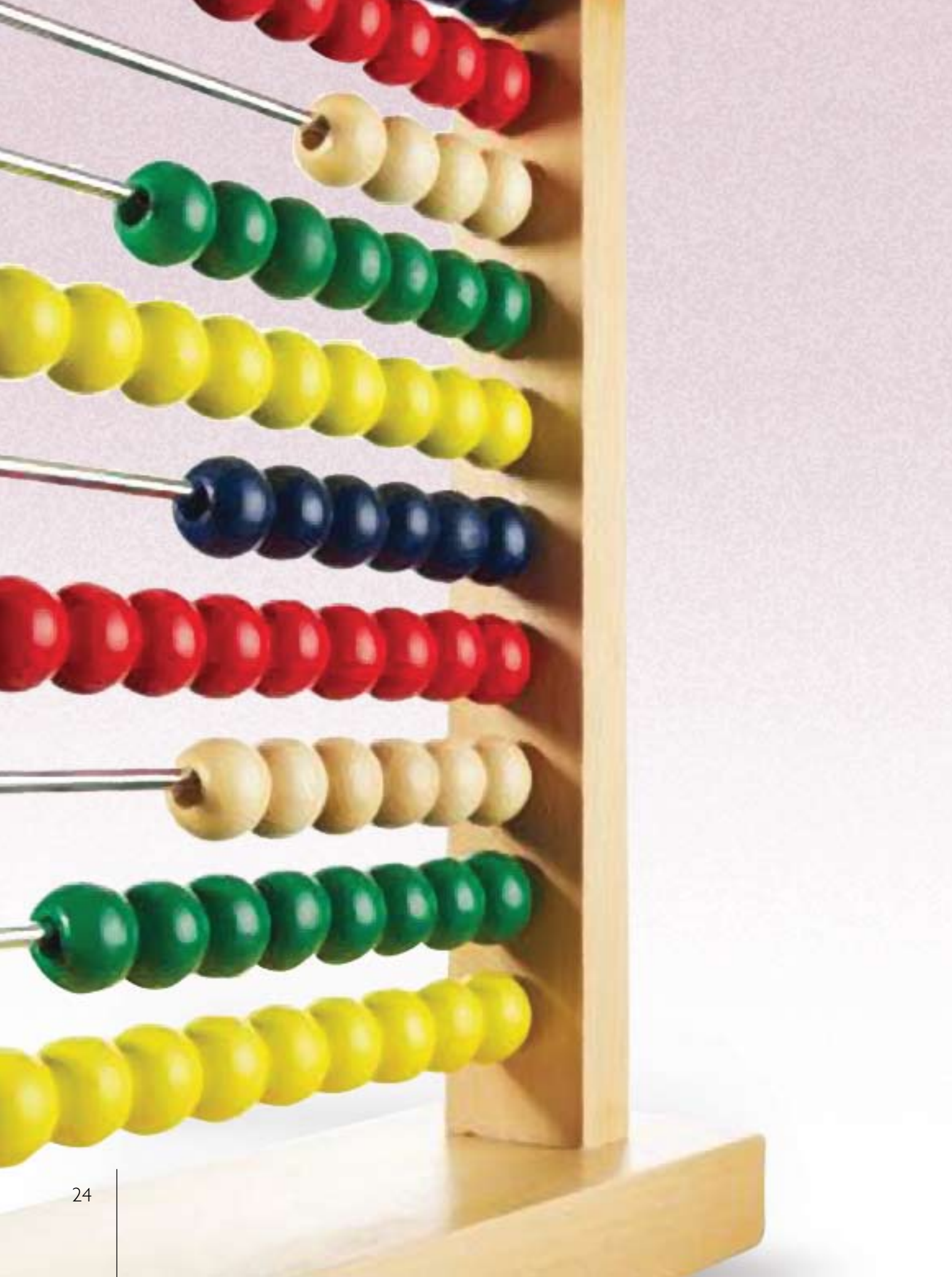
Às vezes, o enunciado está em forma de texto e envolve um problema; outras vezes, apresenta-se em um enunciado mais direto, com texto curto do tipo *"calcule"*, ou então *"o resultado de _____ é"*. Às vezes o nome da operação está escrito por extenso, outras vezes, aparece o símbolo matemático relativo a essa operação.

1.3.4.2 Os Distratores

Quatro são as opções de resposta de cada item para a avaliação dos alunos de 4ª série/5º ano, no SAEB e na Prova Brasil, e somente uma delas é a correta, denominada descritor; as outras três são denominadas distratores. Os distratores dão informações para a análise dos níveis de proficiência, na medida em que se procuram focalizar erros comuns nessa etapa de escolarização. As respostas previstas nos distratores de um item devem ser capazes de dar informações acerca do raciocínio desenvolvido pelo estudante na busca da solução para a tarefa proposta. A análise das respostas dos estudantes permite identificar os erros mais comuns nos diversos níveis de proficiência.

1.3.4.3 A Complexidade da Avaliação

Os comentários apresentados evidenciam a complexidade de uma avaliação em larga escala. Uma avaliação que dê respostas consistentes quanto aos níveis de proficiência dos estudantes em determinado segmento de ensino depende da escolha de descritores, da clareza e objetividade do enunciado do item, das variáveis didáticas envolvidas e das informações dadas pelos distratores. Os níveis de proficiência em matemática dos estudantes da 4ª série/5º ano no SAEB e na Prova Brasil serão descritos e analisados a seguir.



2 Caracterização dos Níveis de Proficiência de Matemática

Embora a Matriz de Referência do SAEB e da Prova Brasil apresente vinte e oito descritores de habilidades para Matemática na 4ª série/5º ano, conforme já descrito neste documento, a análise dos níveis de proficiência apresentada a seguir revela que algumas habilidades previstas na Matriz se destacam mais do que outras em alguns níveis e aparecem com menor frequência em outros níveis, dado que uma competência não se constitui em processos estáticos, mas em um processo contínuo que envolverá, sempre, conhecimentos, habilidades e atitudes do sujeito para dar conta da tarefa matemática proposta.

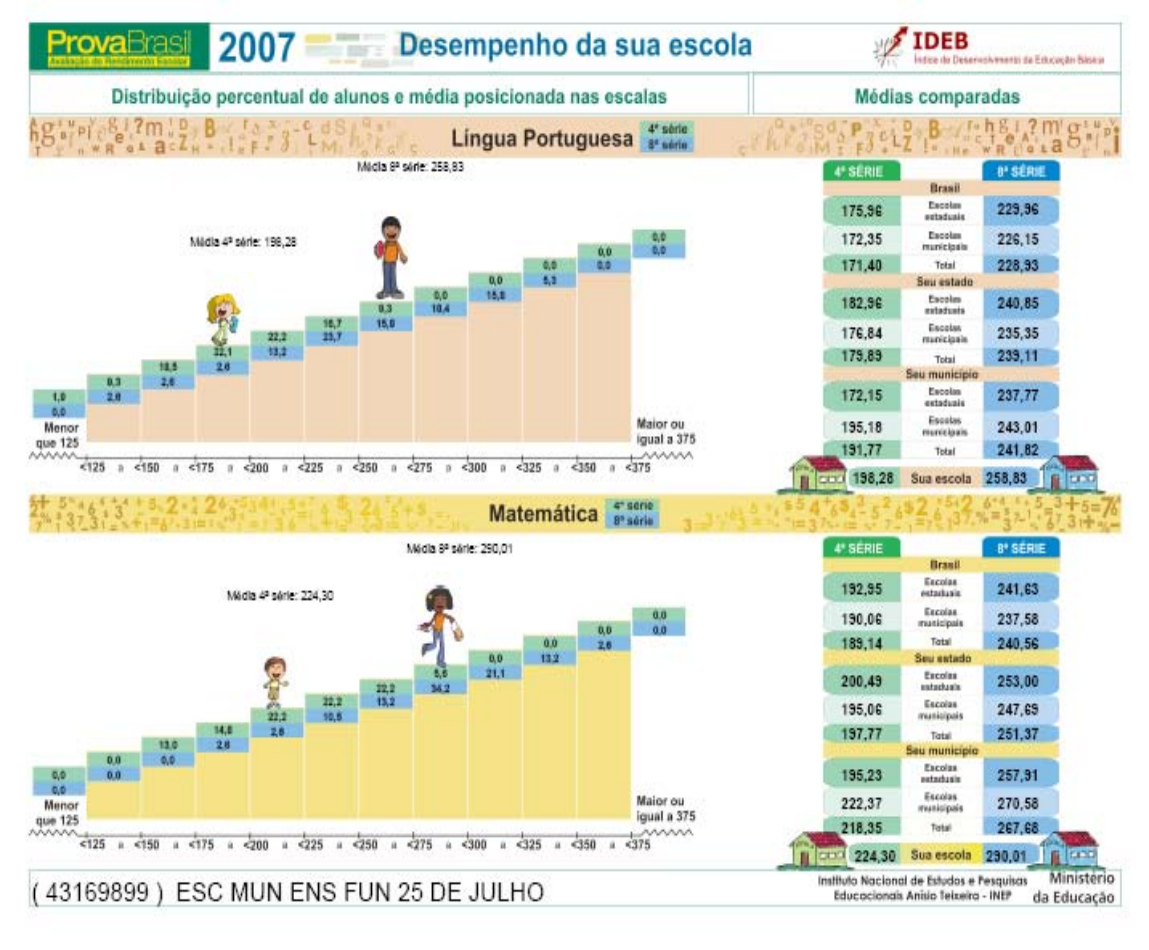
O que caracteriza um nível de proficiência é um conjunto de habilidades. Isto significa que, às vezes, um conjunto de estudantes está alocado em um nível de proficiência, pois mostra ter desenvolvido habilidades desse nível. Esse mesmo grupo de estudantes pode também ter desenvolvido algumas habilidades alocadas no nível seguinte, mas não o conjunto de habilidades desse nível. O que determinará que um grupo de estudantes esteja em um nível e não em outro é exatamente o fato de esses estudantes demonstrarem, na resolução dos itens, um conjunto de habilidades desenvolvidas que caracterizam esse nível. Assim, em cada nível, destacamos o conjunto de habilidades mais frequentes, o que caracteriza o nível de proficiência.

A seguir, apresentamos comentários gerais sobre cada nível de proficiência, destacando as habilidades mais frequentes e algumas considerações por bloco de conteúdo, acompanhadas de exemplos de itens presentes no SAEB e na Prova Brasil.

Cabe destacar que em alguns níveis de proficiência, em determinados Blocos de Conteúdos, há mais exemplos do que em outros. Esse fato se dá por dois motivos:

- Os itens se encontram, predominantemente, nos níveis mais baixos da escala, pois há poucas variáveis didáticas que permitem relacionar um item ao mesmo descritor ao mesmo conteúdo e habilidade em diferentes níveis de proficiência da escala de desempenho. Existem, então, poucos exemplos em níveis mais avançados.
- Nem todos os níveis apresentam itens relativos aos quatro Blocos de Conteúdos propostos na Matriz de Referência, talvez pela predominância de um grande número de Descritores relativo ao tema Números e Operações (D 13 ao D 26), ou seja, a metade do total dos Descritores, o que prejudica o equilíbrio na composição dos itens de avaliação, pois há predominância de itens relativos ao Bloco Número e Operações em detrimento dos outros Blocos de Conteúdos.

Embora os documentos oficiais do Inep apresentem a Tabela de Proficiência relativa ao desempenho dos estudantes na Prova Brasil e no SAEB em níveis com subdivisões de 25 em 25, recomenda-se a leitura mais integral da escala observando-se não apenas a posição do desempenho de sua escola, mas também o significado dos intervalos posteriores ou anteriores ao que a escola ficou posicionada. A figura a seguir é relativa à distribuição percentual de alunos e médias posicionada nas escalas em Língua Portuguesa e Matemática e possibilita a análise do desempenho da escola na Prova Brasil de 2007.



Para este documento, os intervalos da escala de desempenho em Matemática foram organizados de tal forma que, nos níveis intermediários dessa escala, foram considerados intervalos subdivididos de 50 em 50. Nos níveis mais baixos e mais altos da escala foi considerado um intervalo maior. Justifica-se essa opção para agregar mais elementos à discussão sem deixar o documento muito extenso e repetitivo. A escala do SAEB/Prova Brasil utilizada como base para esse documento encontra-se disponível no site do Inep no endereço: www.inep.gov.br/salas/download/prova brasil/Escala PB Saeb/ Escala Mat Prova Brasil.pdf.

Em alguns níveis, há menos exemplos adequados para medir o desempenho dos estudantes do que em outros, o que acarreta um ligeiro desequilíbrio na organização dos exemplos apresentados a seguir.

2.1 De 0 até 199

Comentários sobre o nível

Neste nível, as habilidades que aparecem com mais frequência são as de identificação de informações quantitativas, espaciais e de cálculo. É possível avaliar a capacidade dos estudantes em resolver problemas em contextos próximos e rotineiros em sua vida. São conhecimentos

quantitativos e espaciais adquiridos em diferentes práticas sócio-culturais como o uso do dinheiro, o cálculo de horários em situações do dia a dia, e também a identificação de termos como à direita, à esquerda, para frente, atrás etc. Em relação aos níveis de proficiência, há um predomínio de procedimentos básicos de leitura que permitem localizar informações explícitas em diferentes formatos de texto, em mapas, esquemas, cenas simples, tabelas simples ou de dupla entrada ou gráfico de colunas.

Surgem neste nível as habilidades de estabelecer relações e realizar trocas, envolvendo medidas de tempo e cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.

Também há situações de solicitação de cálculos sem contextualização, como as que solicitam apenas o resultado de cálculos simples e problemas com contextos próximos do cotidiano das crianças envolvendo alguns significados da adição. Como já foi comentado na parte introdutória deste documento, os descritores D17 e D18 dão origem a itens sem contextualização, embora haja recomendações insistentes sobre a necessidade de o professor trabalhar a Matemática em contextos próximos das crianças. Convém lembrar que a finalidade da prova é enxergar como os alunos estão aprendendo, então esse é um dado importante para a prova. Os alunos de quarta série estão mais familiarizados com cálculos descontextualizados do que com proposições contextualizadas, funcionais, que envolvam a matemática em seu cotidiano. É uma questão importante para a mobilização dos professores no sentido de procurar modificar práticas de ensino, propondo cada vez mais o cálculo associado a uma situação de uso cotidiano, não somente o cálculo pelo cálculo.

No que se refere ao trabalho com as operações, há diferenças significativas entre a resolução de uma operação para obtenção de seu resultado (D17 e D18) e a resolução de problemas que necessitam da identificação de uma operação para resolvê-lo (D19 e D20). Os dois tipos de situação devem ser trabalhados pelo professor e também dão origem a itens para o SAEB e a Prova Brasil.

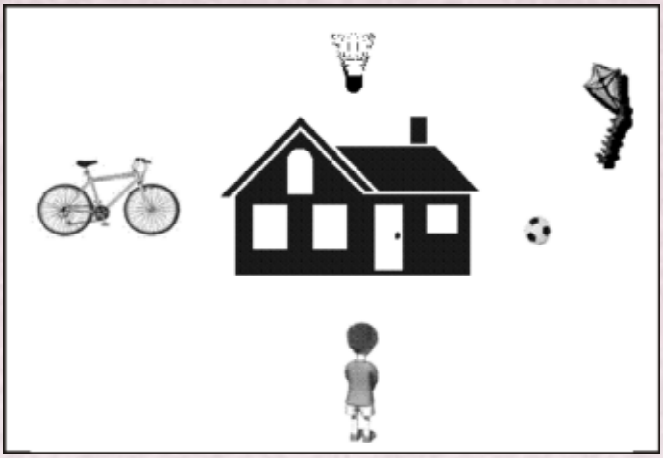
Os conteúdos mais presentes neste nível abordam os domínios matemáticos dos Blocos de Conteúdos propostos em documentos curriculares oficiais: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. No entanto, em cada um desses Blocos de Conteúdo há variáveis didáticas importantes a serem consideradas. A seguir alguns comentários por bloco de conteúdo.

Espaço e Forma

Com relação aos conteúdos do bloco Espaço e Forma, percebe-se a presença das habilidades de identificar elementos usando termos do cotidiano – como em cima, embaixo, na frente, atrás e entre, em cenas simples, tomando como referência sua própria posição – e de identificar posição ou movimentação de elementos em malha quadriculada usando terminologia adequada e percebendo a necessidade de duas informações para identificar a posição de um objeto na malha.

O exemplo a seguir envolve a identificação de um elemento em uma cena, a localização de objetos em uma representação gráfica usando terminologia adequada. O uso do próprio corpo como referencial é evidente nesse item.

O brinquedo preferido de João está no seu lado esquerdo. Qual é o brinquedo preferido de João?



(A) Peteca
(B) Pipa
(C) Bola
(D) Bicicleta

Gabarito D

Este item é composto de um texto acompanhado de uma ilustração que faz parte do corpo do texto. Para que o item seja respondido é necessário que o estudante analise o texto e a ilustração. Envolve uma situação que permite identificar a posição de alguns objetos em uma cena simples, utilizando termos de uso cotidiano (linguagem não formal). No exemplo, o estudante deve identificar o que está localizado à sua esquerda, colocando-se no lugar do João, deslocando-se mentalmente e assumindo a mesma posição do menino. O objetivo é que o estudante reconheça o objeto colocado à sua esquerda. Cognitivamente, o estudante tem de conhecer o termo à esquerda e saber seu significado. Precisa reconhecer na ilustração, pipa, peteca, bicicleta e bola, deslocar-se mentalmente para a posição do menino e identificar o objeto colocado à esquerda de João.

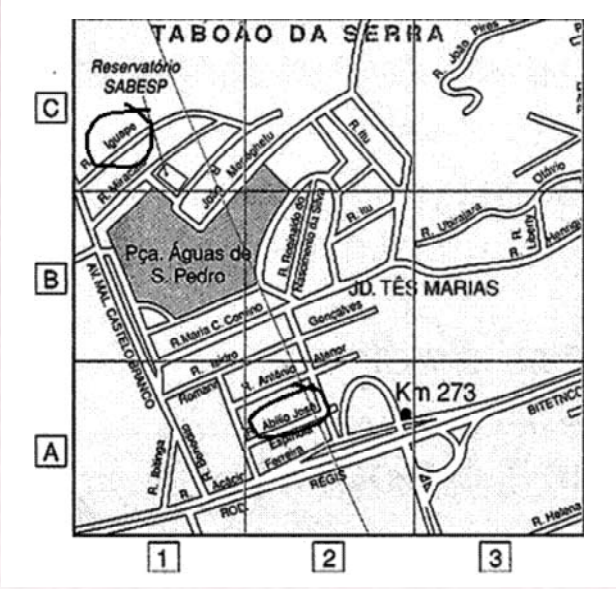
O que se observa nesse item é que a conjugação, no problema proposto, do texto com a ilustração, partindo-se da habilidade que se quer aferir, representa o desafio da situação proposta no item.

Em termos de relações espaciais, além da utilização de conhecimentos cotidianos como a identificação de termos como à direita, à esquerda, em cenas simples, como apresentado no exemplo acima, há outros elementos a serem considerados, como, por exemplo, o uso da malha quadriculada em situações-problema que envolvem localização e movimentação. Essas situações encontram-se alocadas próximas ao nível 200.

A localização depende da determinação de pontos de referência, e o número de pontos de

referência depende da situação dada. No caso da malha quadriculada, para identificar a posição dos objetos, são necessárias duas informações. Uma informação apenas não é suficiente. O item abaixo é um exemplo do que acabamos de esclarecer.

A figura abaixo é um detalhe da planta da cidade de São Paulo. Nela, a localização da Rua Abílio José é indicada por A2.



Desta forma, a indicação da Rua Iguape é

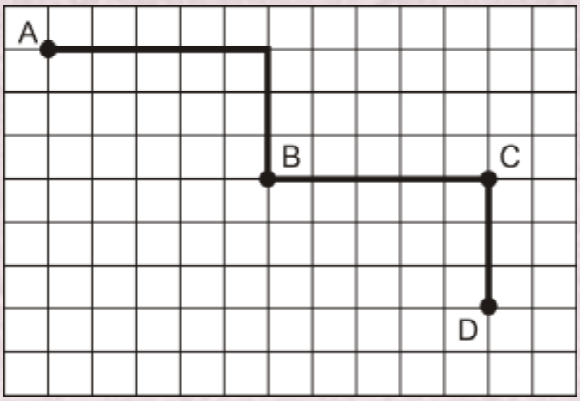
(A) A2.
(B) C1.
(C) C3.
(D) B2.

Gabarito B

Neste item, composto por um texto e parte de uma página de um guia de ruas, foram dadas informações que deveriam ser usadas na resolução do problema, que é a indicação da Rua Abílio José pelo código A2. É preciso primeiro decodificar essa informação, retomar o esquema apresentado e incorporar a informação para depois responder a questão proposta.

O exemplo a seguir envolve a movimentação em malha quadriculada.

Observe, na figura abaixo, o caminho percorrido por Tiago. Ele saiu do ponto A e chegou ao ponto B.



Como ele fez para chegar ao ponto B?

(A) Avançou 6, girou para a esquerda, avançou 4.
(B) Avançou 5, girou para a direita, avançou 3.
(C) Avançou 5, girou para a esquerda, avançou 3.
(D) Avançou 4, girou para a direita, avançou 2.

Gabarito B

Este item exige dos estudantes a análise do texto e do esquema da malha quadriculada. Além disso, depois que o estudante se posicionar no lugar de Tiago, precisa deslocar-se mentalmente da posição A para a posição B e encontrar a resposta. Deve analisar as opções de resposta para indicar a correta. Se o estudante não fizer anotações do deslocamento para responder a questão, ficará mais difícil a identificação da resposta, pois pode esquecer-se de algum detalhe.

As habilidades necessárias à leitura de malhas quadriculadas e de mapas não são adquiridas espontaneamente por crianças de 7 a 10 anos, mas a aprendizagem organizada permite superar as dificuldades inerentes ao tema.

As habilidades relativas ao Bloco Espaço e Forma destacadas neste nível da escala levam à conjectura de que há necessidade de os estudantes conviverem mais com a exploração de formas geométricas, mais especificamente de figuras de três dimensões (comprimento, largura e altura) e de duas dimensões (comprimento e largura), usando vocabulário próprio e identificando peculiaridades dessas figuras, como as diferenças entre elas, a forma de suas faces ou dos lados, o número de ângulos, faces, vértices, as relações entre esses elementos, etc.

Grandezas e Medidas

As habilidades de cálculo e/ou de contagem aparecem em itens que permitem calcular o tempo de duração de um evento em situações do cotidiano, quando são dados o horário inicial e o tempo de duração do evento, e se pede para que seja calculado o horário de término, ou quando são dados o horário inicial e o horário de término do evento e se pede para que seja calculado o tempo de duração do mesmo.

O estabelecimento de relações entre algumas cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro e entre unidades de medida de tempo são outras habilidades destacadas neste nível.

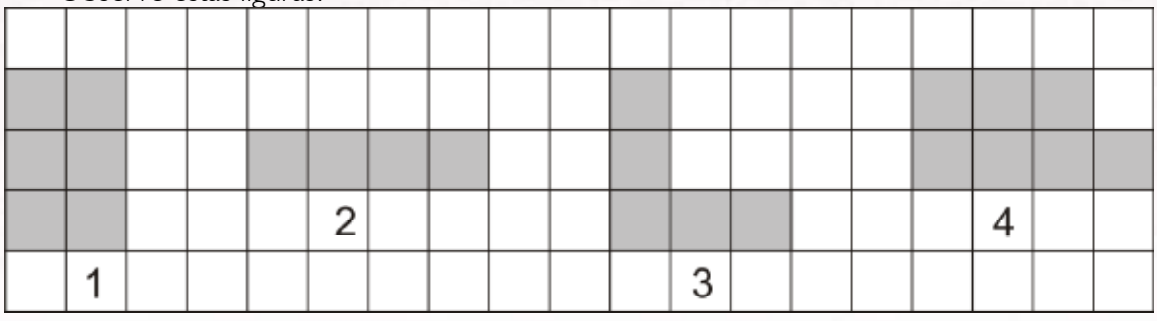
A habilidade de identificação também está presente, neste nível da escala, em itens que permitem identificar horas e minutos em relógios digitais, representações decimais de unidades monetárias, além de cédulas e de moedas do Sistema Monetário Brasileiro.

Surgem trocas simples entre cédulas e moedas ou de cédulas de maior valor por outras de menor valor, por exemplo, 1 real por 2 moedas de 50 centavos, ou a troca de 20 reais em notas de 1 ou 2 ou 5 ou 10. Às vezes, as notas e moedas são desenhadas. Como já foi dito, a habilidade de estabelecer relações aparece atrelada a conteúdos que envolvem troca de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro e medidas de tempo.

Cabe salientar que o sistema monetário, por ser de base decimal, é um excelente auxílio didático na compreensão do sistema de numeração decimal, e as atividades que permitem o agrupamento de 10 unidades de valor igual e a troca dessas unidades por uma unidade de valor superior (característica do sistema de Numeração decimal) são fundamentais para que o estudante reconheça essas características em situações que integram os vários conceitos que envolvem o sistema monetário ou números.

A habilidade de calcular a área de figura plana desenhada em malha quadriculada por meio de contagem dos quadradinhos da malha também está presente neste nível. Solicita-se como habilidade o cálculo da área de uma figura plana desenhada em uma malha quadriculada quando um quadradinho da malha é dado como unidade de medida. O exemplo a seguir solicita a comparação de áreas.

Observe estas figuras:



Dessas figuras, a que tem MENOR área é a:

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4

Gabarito B

Para responde esta situação-problema, a criança tem de ter a noção de área (superfície). Se a criança não tiver a noção de área, ela pode achar, por exemplo, que a fig. 2 é a maior, pois ocupa horizontalmente e contiguamente 4 quadradinhos.

Números e Operações

Como já foi dito anteriormente, a presença de itens relativos às operações envolvem situações contextualizadas na resolução de problemas e situações descontextualizadas em itens que solicitam apenas o cálculo de um resultado, reforçando a ideia de que as duas situações de aprendizagem são importantes.

A habilidade de cálculo nos itens surge em situações descontextualizadas envolvendo cálculo de resultados da adição com duas parcelas, ou de subtração, com números de até 3 algarismos e multiplicação por um número de apenas um algarismo. Outra habilidade que surge neste nível é a de resolver problemas que envolvem adição e subtração (campo aditivo) com números naturais ou com os racionais escritos na forma decimal, com o mesmo número de casas após a vírgula. Os significados das operações do campo aditivo presentes neste nível se referem à alteração de um estado inicial (transformação positiva ou negativa) e à ideia de comparação (no sentido de quanto falta para completar). Também neste nível surgem habilidades referentes ao Sistema de Numeração Decimal, com números da ordem de unidades de milhar, como a de identificar a escrita numérica de um número ou seu valor posicional, de comparar dois números naturais, de agrupar de 10 em 10, de compor ou decompor um número natural em suas diversas ordens.

Os itens relativos aos cálculos são de nível técnico, com comandas simples como: o resultado de....é...., ou calcule o resultado de.... Além disso, os cálculos necessários para determinar o resultado de adição solicitado envolvem o resultado em 10 unidades da ordem envolvida e a troca por uma unidade de ordem superior. Na subtração, em alguns casos, há necessidade de se usar o recurso à ordem superior (subtração com reserva).

O exemplo a seguir ilustra a solicitação da realização das operações pelos seus nomes, sem que apareçam os sinais representativos das operações.

O número natural que é obtido quando é feita a adição de 3415 e 295 é

(A) 6365
(B) 3710
(C) 3610
(D) 3600

Gabarito B

Neste item, os alunos deveriam identificar o que é um número natural e identificar que a operação adição permite calcular a soma de dois ou mais números.

Os problemas que surgem neste nível da escala envolvem alguns significados das operações (transformação e comparação) tanto com números naturais como com números racionais representados na forma decimal e com o mesmo número de casas decimais após a vírgula. Os

problemas de adição ou subtração se referem à alteração de um estado inicial (transformação positiva ou negativa) com números naturais da ordem das centenas e das dezenas. Alguns se referem à ideia de comparação (no sentido de quanto falta para completar), com números racionais escritos na forma decimal.

Neste nível, ampliam-se as noções do Sistema de Numeração Decimal em situações que envolvem agrupamentos de 10 em 10 e trocas de valores do sistema monetário. A maioria dos itens relativos ao Sistema de Numeração Decimal são descontextualizados, talvez, por ser esse sistema formado por um conjunto de símbolos e regras próprios da matemática.

Aparecem situações como as que solicitam a identificação da escrita numérica de um número escrito em linguagem natural *"por extenso"*, a comparação de números para identificar o maior, a decomposição e composição de um número em suas diversas ordens, o valor posicional de um algarismo no número, e a identificação da ordem de grandeza de um algarismo no número de acordo com a posição que ele ocupa (valor posicional). Por exemplo, o valor do algarismo 2 no número 1234 é 200. Os números envolvidos neste nível são da ordem de grandeza das unidades de milhar.

Mas há algumas situações contextualizadas que envolvem características do Sistema de Numeração Decimal. Uma delas refere-se à composição e decomposição de valores do sistema monetário e que dá indícios da compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo do nosso sistema de Numeração, como no exemplo a seguir.

Marquinho ganhou de sua mãe uma cédula de R$ 5,00, duas de R$ 2,00 e três moedas de R$ 0,25 o que dá um total de

(A) R$ 7,25
(B) R$ 7,75
(C) R$ 9,25
(D) R$ 9,75

Gabarito D

A resolução deste item envolve a compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo do Sistema de Numeração Decimal, embora a situação esteja contextualizada no Sistema Monetário.

Ainda com relação ao Sistema Monetário, surgem problemas em que é preciso identificar a operação que resolve o problema e, ainda, utilizar a representação decimal dos valores em reais e centavos, como, por exemplo, em um problema que se resolve por uma adição de números inteiros escritos na forma decimal e que envolvem centavos, como: 25+18,50.

Tratamento da informação

No bloco Tratamento da Informação, a habilidade de identificar informações surge de forma pontual. As perguntas são simples e diretas, tais como *"quantos"* ou *"qual"*, exigindo a comparação de números até a ordem de grandeza das dezenas e a correspondência direta de informações. Há também questões do tipo *"qual tem mais"* ou *"qual tem menos"*, *"qual é a maior"* ou *"qual é a menor"*, que permitem, além da habilidade de leitura e de identificação de

dados, a comparação de informações representada em tabelas simples ou de dupla entrada e gráficos de barras ou de colunas simples. Há situações mais complexas por envolver números da ordem da unidade de milhar com zeros intercalados, ou mesmo por envolver a busca de mais de uma informação em um mesmo item.

Os exemplos a seguir mostram a complexidade de alguns itens relativos a esse Bloco de Conteúdos e ilustram os comentários.

A tabela mostra o total de visitantes na cidade de Londrina durante as estações do ano.

Estações do ano	Total de visitantes (aproximadamente)
Verão	1 148
Outono	1 026
Inverno	1 234
Primavera	1 209

Qual foi a estação do ano com o maior número de visitantes?

(A) Inverno.
(B) Outono.
(C) Primavera.
(D) Verão.

Gabarito A

Este item envolve leitura e comparação de dados numéricos da ordem da unidade de milhar, com zero intercalado, o que muitas vezes dificulta a comparação. Depois, é necessário identificar o maior número e relacioná-lo com a estação do ano correspondente. Só assim, obtém-se a resposta solicitada. O item abaixo é um exemplo de leitura de dados em tabela de dupla entrada.

Um estudante pretende se inscrever para participar de um campeonato. O valor das inscrições está apresentado na tabela abaixo.

Categoria	Inscrições até 31/10	Na abertura do Campeonato
Profissional	R$ 60	R$ 70
Estudante	R$ 30	R$ 35

Sabendo que o estudante vai se inscrever na abertura do campeonato, qual o valor que ele vai pagar?

(A) R$ 30,00
(B) R$ 35,00
(C) R$ 60,00
(D) R$ 70,00

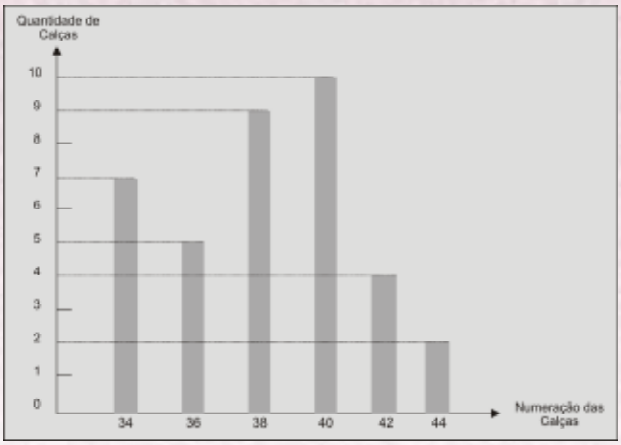
Gabarito B

Este item envolve a leitura de informações apresentadas em uma tabela de dupla entrada. O aluno precisa identificar qual é a coluna que trata dos dados relativos ao que ele vai pagar na abertura do campeonato e olhar nas linhas o que é relativo à sua condição de estudante. A leitura de informações apresentadas nesse tipo de tabela é mais complexa do que nas tabelas simples.

No item a seguir, solicita-se a localização de informações em busca do maior ou menor valor de referência.

No fim do mês, Marcelo verificou quantas calças de cada Numeração havia em sua loja e fez um gráfico.

Estoque de calças – Loja do Marcelo



Quais numerações possuíam a menor quantidade de calças em estoque naquela data?

(A) 34 e 36
(B) 38 e 40
(C) 42 e 44
(D) 38 e 44

Gabarito C

A complexidade deste item pode estar no fato de o aluno ter de indicar a menor quantidade de calças no estoque nas duas situações mais baixas. Ele analisa o gráfico e identifica as colunas menores e depois se reporta aos números de calças indicados no eixo horizontal (numeração).

A tabela a seguir apresenta uma síntese das habilidades mais frequentes e conteúdos mais presentes no intervalo 0-199, destacando algumas especificidades.

Habilidades	Conteúdos	Especificidades
Identificar a localização de um elemento em uma cena simples, usando terminologia adequada.	Descrição, interpretação da posição de uma pessoa ou objeto o espaço usando terminologia adequada (em cima, embaixo, atrás, na frente etc.).	As ilustrações referentes à localização são cenas simples ligadas ao cotidiano do estudante em que os estudantes tomam como referência a própria posição.
Identificar a posição de elementos em uma malha quadriculada usando terminologia adequada.	Descrição, interpretação da posição de uma pessoa ou objeto em uma malha quadriculada usando terminologia adequada.	As ilustrações referentes à localização e movimentação envolvem o uso de malhas quadriculadas e de duas informações para localização ou movimentação de um ponto na malha.
Identificar a movimentação de elementos em uma malha quadriculada usando terminologia adequada.	Descrição, interpretação da movimentação de em ma pessoa ou objeto em uma malha quadriculada usando terminologia adequada.	
Identificar quadriláteros..	Identificação de quadriláteros pelo número de lados ou de ângulos.	As figuras planas mais frequentes são o quadrado, o retângulo. As ilustrações das figuras permitem a contagem de seus lados e a identificação do ângulo reto.
Calcular o tempo de duração de um evento em situações do cotidiano.	Análise, interpretação e resolução de situações que permitem calcular o tempo de duração de um evento, usando unidades de tempo adequadas.	Às vezes são dados o horário inicial e o tempo de duração do evento e pede-se para calcular o horário de término, ou são dados o horário inicial e o horário de término do evento e pede-se para calcular o tempo de sua duração. As unidades de tempo usadas se referem a horas e minutos, como, por exemplo, o evento começou às 8h e 30 minutos e terminou às 9h e 40 minutos. Os problemas envolvem relações entre diferentes unidades de uma mesma medida para o cálculo do intervalo de tempo.
Estabelecer relações entre algumas cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.	Análise, interpretação e resolução de situações que permitem o estabelecimento de relações entre moedas e cédulas do Sistema Monetário Brasileiro.	As moedas utilizadas são de 50, 100 e 500 centavos e as trocas são de 2 moedas (de 50 ou de 500) ou de 5 ou 10 moedas (de 100)
Identificar horas e minutos em relógios digitais	Leitura de horas em relógios digitais	Os relógios digitais apresentam-se por meio de ilustrações.
Identificar a representação decimal de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro e de medidas de comprimento.	Reconhecimento de representações decimais de valores do Sistema Monetário ou de medidas de comprimento.	Em alguns itens, os estudantes precisam identificar a escrita decimal de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.
Calcular a área de figura plana desenhada em malha quadriculada.	Cálculo da área de uma figura plana desenhada em uma malha quadriculada com uso de estratégias pessoais.	As figuras mais frequentes desenhadas em malha quadriculada são o retângulo e o quadrado. O uso dos quadradinhos da malha sugere o uso de estratégia de contagem.
Calcular resultado de adição ou de subtração.	Resolução de adições, subtrações com números naturais por meio de estratégias pessoais ou do uso de técnicas operatórias convencionais.	Os itens apresentam adição com ou sem recurso e subtração com ou sem reserva e números de até 3 algarismos.
Calcular resultado de multiplicação.	Resolução de multiplicações com números naturais por meio de estratégias pessoais ou do uso de técnicas operatórias convencionais.	O multiplicador é um número com até 3 algarismos e o multiplicando tem apenas um algarismo.
Resolver problemas que envolvam adição e subtração (campo aditivo) com números naturais ou com os racionais escritos na forma decimal.	Análise, interpretação e resolução de situações-problema do campo aditivo usando números naturais ou com os racionais escritos na forma decimal.	Os números racionais escritos na forma decimal têm o mesmo número de casas após a vírgula. Os significados presentes são o de transformação (alteração positiva ou negativa de um estado) e o de comparação no sentido de quanto falta.

CONTINUA...

Habilidades	Conteúdos	Especificidades
Identificar características do Sistema de Numeração Decimal	Identificação, análise e interpretação de características do Sistema de Numeração Decimal.	Os números são da ordem de unidades de milhar. As situações envolvem o uso da escrita numérica de um número ou seu valor posicional, a comparação de dois números naturais, os agrupamentos de 10 em 10, a composição ou decomposição de um número natural em suas diversas ordens.
Identificar dados em uma tabela simples ou de dupla entrada	Leitura e interpretação de informações e de dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada.	As tabelas e os gráficos de colunas usados apresentam informações que são identificáveis visualmente com facilidade
Identificar dados em um gráfico de colunas	Leitura e interpretação de informações e de dados apresentados em gráficos de colunas.	

2.2 Níveis de 200 a 249

Comentários sobre o nível

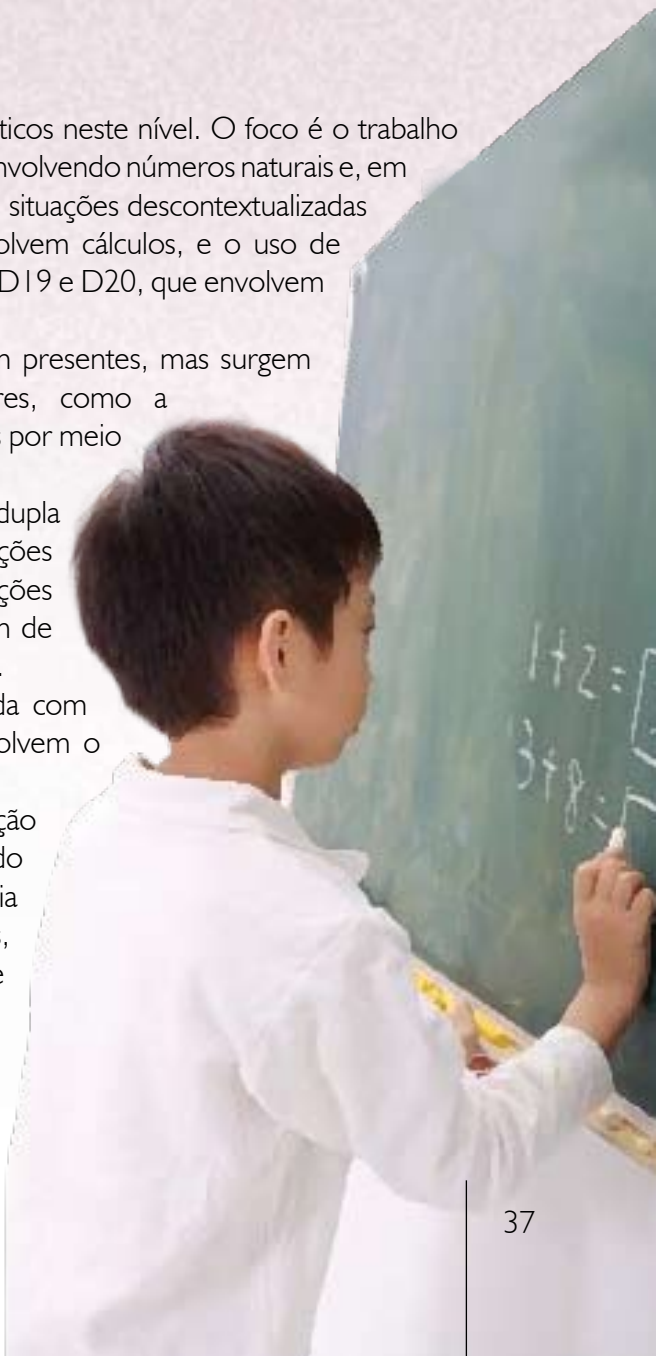
Ampliam-se as habilidades e os conteúdos matemáticos neste nível. O foco é o trabalho com operações, em situações contextualizadas ou não, envolvendo números naturais e, em alguns casos, racionais. Como já foi destacado, o uso de situações descontextualizadas é característico dos descritores D17 e D18, que envolvem cálculos, e o uso de situações contextualizadas é relacionado aos descritores D19 e D20, que envolvem resolução de problemas.

As habilidades de leitura e interpretação continuam presentes, mas surgem conteúdos que não apareciam nos níveis anteriores, como a identificação de planificações de poliedros representados por meio de *"desenhos"*.

A identificação de dados em tabelas simples e de dupla entrada, em gráficos de colunas e algumas comparações entre os dados apresentados usando essas representações com enunciados mais complexos e números de ordem de grandeza de milhares também está presente neste nível.

Há indicativos do surgimento da noção de medida com o significado de *"quanto cabe"* em situações que envolvem o sistema monetário.

Também há indícios de consolidação da construção do Sistema de Numeração Decimal neste nível, surgindo com bastante ênfase situações que envolvem a ideia de agrupamentos e trocas entre cédulas e moedas, em situações mais detalhadas e complexas, além de problemas que envolvem a composição e decomposição de números, em itens contextualizados no sistema monetário e que permitem o cálculo de trocos e valores finais. A escrita decimal do valor em dinheiro (envolvendo reais e centavos) está mais presente neste



nível e é usada na resolução de problemas.

A incidência de situações descontextualizadas é grande neste nível, e estas envolvem composição e decomposição de números naturais, revelando a compreensão de uma das características do sistema de Numeração decimal, sua escrita aditiva e multiplicativa.

Outras características, como o valor de um algarismo dado pelo lugar que ele ocupa no número, a comparação de números, a identificação do maior ou menor, se destacam também em situações descontextualizadas desse nível. Os números envolvidos são da ordem de grandeza da unidade de milhar e de dezena de milhar.

Com essa análise, é possível conjecturar que o ensino do Sistema de Numeração é feito de forma segmentada, com números até a ordem das centenas, de unidade de milhar e, depois, de dezena de milhar.

É importante que os estudantes percebam que o Sistema de Numeração Decimal apresenta regularidades que são comuns para qualquer ordem de grandeza dos números, e que não é preciso focalizar com profundidade cada ordem de grandeza numérica antes de ampliar para uma ordem de grandeza superior. A decomposição de um número da ordem das centenas apresenta regularidades, qualquer que seja o número. O mesmo acontece com números da ordem das unidades de milhar ou dezenas de milhar ou, ainda, com um número de qualquer ordem.

Cabe destacar a importância de o estudante trabalhar não apenas com a decomposição de um número em suas ordens e classes, mas também com a composição dos mesmos, o que permite a visualização da escrita numérica.

O sistema de numeração decimal tem algumas peculiaridades que *"fogem"* das regularidades quando o 0 aparece intercalado entre os algarismos em uma escrita numérica, como por exemplo 2034. Nesse caso, as dificuldades aparecem, pois a decomposição desse número foge das regularidades de outros em que os algarismos são todos diferentes de zero. Por esse motivo, é preciso que os estudantes se envolvam com números em que o zero apareça alocado em diferentes posições no número.

Há indícios de ampliação da habilidade de estabelecer relações, neste nível. As transformações de medidas usam números que envolvem duas unidades de medida diferentes, como, por exemplo, horas e minutos para serem transformados em minutos; ou anos e dias para serem transformados em dias. Surge a unidade centímetro quadrado representada por um quadradinho e a unidade de 1cm relacionada ao lado do quadradinho. Esses itens envolvem o estabelecimento de relações dessas unidades de medida com um quadradinho, no caso da área, e com o lado do quadradinho, no caso do perímetro.

Em relação à resolução de problemas que envolvem as operações, identifica-se uma ampliação dos significados das operações em relação ao nível anterior, além do uso de situações em que o valor desconhecido do problema é encontrado em posições diferentes. Os números envolvidos são tanto os naturais como os racionais representados na forma decimal.

Os significados das operações que aparecem com mais frequência são o de transformação (positiva ou negativa) e de comparação. Na multiplicação, os problemas envolvem a ideia de proporcionalidade ou de configuração retangular. Na divisão, os problemas envolvem a ideia de repartição em partes iguais e, às vezes, o resto é utilizado na resposta.

Aparecem itens que envolvem noções simples de porcentagem, como no cálculo de 50%, em que é dado o todo e é solicitado o cálculo das partes.

Os contextos são variados. Envolvem números como quantidades, como medidas de comprimento ou massa, de temperatura ou do sistema monetário.

Neste nível, em relação às habilidades de cálculo, há indícios de suas ampliação, tanto nos cálculos envolvidos na resolução de problemas como em situações descontextualizadas, tanto em relação à ordem de grandeza dos números, como em relação ao surgimento do zero em valores posicionais distintos.

Espaço e Forma

Com relação aos conteúdos do bloco Espaço e Forma, além das habilidades descritas anteriormente, percebe-se a presença da habilidade de identificar elementos em ilustrações mais elaboradas e percursos em plantas baixas com referencial diferente de sua própria posição. Também surge a habilidade de identificar figuras planas com a análise do desenho e de reconhecer a planificação de um cubo.

Com relação às formas geométricas, a análise do *"desenho"* da figura permite a resolução da questão, o que nos leva a conjecturar que os estudantes estão na fase de visualização global da figura sem identificar suas características. Para que haja progresso, é importante que os estudantes identifiquem as formas pelas características geométricas da figura, como, por exemplo, destacando a forma do quadrado como um quadrilátero – pois tem quatro lados, todos do mesmo tamanho, seus ângulos medem 90º, e é formado por dois pares de lados paralelos.

No tocante às figuras espaciais, é importante que os estudantes explorem os sólidos geométricos, pois há uma grande diferença entre a observação da representação de uma *"caixa"* e a própria *"caixa"*. Quando o estudante explora uma *"caixa"* fechada, é possível perceber suas faces visíveis e também as invisíveis, fato que ele não percebe quando a caixa está representada no papel. Assim, por exemplo, ele consegue identificar que uma *"caixa"* em forma de paralelepípedo tem 6 faces quando explora concretamente essa *"caixa"*, o que não ocorre quando olha a figura desenhada.

Grandezas e Medidas

A habilidade de estabelecer relações surge, tendo em vista as medidas de tempo, em transformações de anos e meses em meses, dias em semanas, trimestre em ano, trimestres em dias, minutos em dias, minutos em segundos. Esta habilidade aparece também nas medidas que abarcam quantidades *"não exatas"*, como no caso do item abaixo, que solicita o número completo de semanas. Os estudantes são capazes de fazer cálculos com essas medidas transformadas, leem horas em relógios de ponteiro, estimam medidas de comprimento usando unidades convencionais ou não convencionais, comparam e calculam áreas de figuras poligonais em malha quadriculada, transformam quilograma em grama. Também fazem trocas de unidades monetárias envolvendo um número maior de cédulas e em situações menos familiares.

Faltam 31 dias para o aniversário de João. Quantas semanas completas faltam para o aniversário dele?

(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6

Gabarito B

Neste item, os estudantes podem dividir 31 por 7 e perceber que o resto da divisão deve ser ignorado, pois a questão solicita o número completo de semanas.

Há uma variedade muito grande de situações que permitem calcular a duração do tempo de um evento, envolvendo transformações entre unidades de medida, como é possível verificar nos itens a seguir.

Uma peça de teatro teve início às 20h 30min. Sabendo que a mesma teve duração de 105 minutos, qual é esse tempo da peça em horas?

(A) 1h 5min
(B) 1h 25min
(C) 1h 30min
(D) 1h 45min

Gabarito D

Ontem começou a chover às 15 horas e a chuva só parou hoje às 8 horas da manhã. Quanto tempo ficou chovendo?

(A) 7 horas
(B) 11 horas
(C) 17 horas
(D) 23 horas

Gabarito C

No primeiro exemplo, basta o estudante transformar os 105 minutos em horas, ou seja, dividir em grupos de 60 minutos, no caso, 1 hora com a sobra de 45 minutos.

No segundo exemplo, os alunos devem calcular o tempo de duração da chuva, que vai das 15 horas de um dia até as 8 horas da manhã do dia seguinte. Nesse caso, devem calcular

das 15 até as 24 horas e depois das 0 horas até as 8 horas da manhã, o que pode dificultar a resolução da questão.

Outros itens exigem transformações simples de dias em semanas e semanas em dias, com quantidades não exatas, como no exemplo abaixo.

Faltam 5 semanas e 5 dias para Antônio completar 9 anos. Quantos dias faltam para o aniversário de Antônio?

(A) 10
(B) 14
(C) 19
(D) 40

Gabarito D

Neste item, os estudantes necessitam relacionar sete dias com uma semana para depois calcular quantos dias tem 5 semanas e, ainda, somar mais 5 dias. A pergunta "quantos dias faltam" pode ter confundido os alunos que relacionam, muitas vezes, a palavra falta com uma subtração.

O exemplo a seguir envolve horas e minutos no cálculo de um período de tempo de um evento.

O Circo "Los Pampas" anuncia que o espetáculo vai começar às 15h 20min e terá duração de 2 horas e 30 minutos.
Então a que horas vai terminar o espetáculo do circo?

(A) 17h 10min
(B) 17h 20min
(C) 17h 30min
(D) 17h 50min

Gabarito D

Neste item, embora a medida de tempo seja apresentada separando-se horas e minutos, a adição solicitada no enunciado do problema pode ter sido feita separadamente, ou seja, o estudante soma horas com horas e minutos com minutos porque, para a resolução do item, não é necessária qualquer transformação de unidades de medida.

Outros itens envolvem apenas cálculos com horas, como no exemplo abaixo.

Um operário inicia seu trabalho na fábrica todos os dias às 8 horas e termina suas atividades às 14 horas. Quantas horas este operário fica na fábrica?

(A) 5
(B) 6
(C) 7
(D) 8

Gabarito B

Nesse item, basta uma subtração simples para se calcular o tempo que o operário ficaria na fábrica.

Números e operações

As habilidades de cálculo e de resolução de problemas estão significativamente presentes neste nível. Os estudantes calculam o resultado de subtrações mais complexas – com números naturais de até 4 algarismo com reserva –, efetuam multiplicações com números de dois algarismos, e divisões exatas por um ou dois algarismos. Reconhecem ainda uma situação que envolva a relação de partes de um todo em uma figura e usam uma fração para representar essa situação.

As situações-problemas relativas ao uso de valores do Sistema Monetário surgem neste nível e permitem inferir que o domínio das características do sistema de numeração decimal vêm-se consolidando para o estudante. A resolução dos exemplos abaixo pressupõe que os estudantes compreendam as características do Sistema de Numeração Decimal, como o agrupamento e trocas, e as escritas aditiva e multiplicativa presentes na composição de um número.

Lucas trocou uma nota de R$ 50,00 por 3 notas de R$ 10,00 e por algumas notas de R$ 5,00. Quantas notas de R$ 5,00 ele recebeu?

(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 10

Gabarito B

Fernando tem, no seu cofrinho, cinco moedas de R$ 0,05, oito moedas de R$ 0,10 e três moedas de R$ 0,25. Que quantia Fernando tem no cofrinho?

(A) R$ 1,55
(B) R$ 1,80
(C) R$ 2,05
(D) R$ 4,05

Gabarito B

O primeiro exemplo refere-se ao agrupamento de notas de R$10,00 e de R$5,00. O segundo exemplo refere-se à escrita aditiva e multiplicativa provavelmente utilizada na composição do valor: $5 \times 0,05 + 8 \times 0,10 + 3 \times 0,25 = 1,80$

No segundo exemplo, os alunos ainda precisam operar com números racionais escritos na forma decimal.

Ainda com relação ao Sistema de Numeração Decimal, as situações deste nível envolvem números da ordem de grandeza da unidade de milhar e de dezena de milhar. Permitem decompor números, identificar o valor de um algarismo no número de acordo com a posição que o algarismo ocupa no número, comparar números da ordem de grandeza de dezenas de milhar e identificam o maior.

As regularidades do sistema de numeração decimal surgem neste nível, mas também são propostos itens na prova em que surgem algumas peculiaridades que "fogem" das regularidades quando, por exemplo, o 0 aparece intercalado entre os algarismos em uma escrita numérica apresentando maiores dificuldades para os estudantes.

O número 5.001 é igual a

(A) 500 + 1
(B) 500 + 10
(C) 5.000 + 1
(D) 5.000 + 10

Gabarito C

Com relação às operações, surgem problemas com números naturais e racionais representados na forma decimal. Às vezes, os problemas envolvem duas operações (adição e subtração) com números da ordem das centenas, como exemplificado nos itens a seguir.

Júlia está juntando dinheiro para comprar uma geladeira e um forno elétrico. Ela já possui R$ 658,00. Resolveu comprar o forno que custou R$ 280,00. Quanto ainda precisa juntar para comprar uma geladeira que custa R$ 750,00?

(A) R$ 102,00
(B) R$ 372,00
(C) R$ 382,00
(D) R$ 470,00

Gabarito B

Flávia estava jogando baralho. Na primeira partida, Flávia fez 325 pontos. Na segunda, fez 785 pontos. Na terceira partida, perdeu 465 pontos. Quantos pontos Flávia fez ao final dessas três partidas?

(A) 535
(B) 545
(C) 645
(D) 655

Gabarito C

Igualmente, aparecem alguns itens onde é solicitado o cálculo do lucro com valores expressos em reais e centavos. A resolução desses itens permite conjeturar que os alunos identificam o significado da palavra lucro.

O dono de uma loja de brinquedos compra uma boneca por R$ 11,50 e vende esta mesma boneca por R$ 13,40. Para cada boneca que vende, o dono da loja tem um lucro de quantos reais?

(A) 24,90
(B) 2,90
(C) 1,90
(D) 0,90

Gabarito C

O item acima requer uma habilidade de cálculo muito semelhante à já realizada com números naturais, pois, embora possamos reconhecer estes números como racionais expressos na forma decimal – por serem marcados pelo uso da vírgula –, a ordem de grandeza da parte decimal não varia, o que faz com que o procedimento possa ser o mesmo, ou seja, com a troca

de 1 dezena em 10 unidades.

Na multiplicação, os problemas envolvem a ideia de proporcionalidade da multiplicação, como os exemplos a seguir.

Uma passagem de ônibus da cidade de Abuí para Batatu custa 13 reais. Em uma viagem, o trocador vendeu 15 passagens. Quanto ele recebeu?

(A) 28 reais
(B) 60 reais
(C) 185 reais
(D) 195 reais

Gabarito D

Em uma viagem, um caminhão transporta 2.250 tijolos. Quantos tijolos transportará em 35 viagens, levando sempre essa quantidade?

(A) 76.550
(B) 77.750
(C) 78.750
(D) 78.785

Gabarito C

Com relação à divisão, os problemas envolvem a ideia de repartição em partes iguais, com dividendo da ordem das dezenas de milhar e divisor da ordem das dezenas. Às vezes, o resto é utilizado na resposta.

Alguns itens, como nos exemplos abaixo, envolvem a divisão no sentido de "quanto cabe". A incidência de itens desse tipo permite conjeturar que a ideia de divisão a partir do conceito de medida vai sendo construída neste nível.

Cecília comprou um televisor por R$ 4.200,00. Pagou em 8 prestações mensais iguais. Qual foi o valor de cada apresentação?

(A) R$ 521,00
(B) R$ 522,00
(C) R$ 525,00
(D) R$ 1.525,00

Gabarito C

Para conseguir dinheiro para a construção de uma quadra de esportes, a diretora de uma escola mandou confeccionar camisetas que foram vendidas ao preço de R$ 12,00 cada. Com a venda foram arrecadados R$ 996,00. Quantas camisetas foram vendidas?

(A) 73
(B) 74
(C) 83
(D) 84

Gabarito C

As habilidades de cálculo se ampliam em relação ao nível anterior.

As adições abarcam números de ordem de grandeza diferentes e troca de 10 unidades para ordem imediatamente superior. O exemplo abaixo requer ainda o conhecimento da nomenclatura relativa à operação de adição (parcelas e soma).

Em uma adição, as parcelas são 45.099; 742; 6.918 e 88. Qual é o valor da soma?

(A) 44.357
(B) 47.439
(C) 52.847
(D) 114.279

Gabarito C

As subtrações, se resolvidas por meio do algoritmo convencional, requerem a troca de 1 dezena por 10 unidades, como no exemplo a seguir.

O resultado de 38.080 – 27.132 é

(A) 10.948
(B) 11.152
(C) 11.948
(D) 11.958

Gabarito A

Este item envolve números da ordem de grandeza de dezena de milhar e, para subtrair, trocas na base 10, 1 dezena por 10 unidades, 1 centena por 10 dezenas. As opções de resposta funcionam como distratores, pois indicam os diferentes erros que o aluno pode cometer nessa subtração.

Surgem também subtrações com muitos zeros no minuendo, como ilustrado a seguir.

Qual é o resultado desta operação?

10.000 – 589

(A) 9.411
(B) 9.521
(C) 10.521
(D) 10.589

Gabarito A

Com relação à multiplicação, surgem itens interessantes envolvendo a multiplicação de centena por dezenas, como o destacado a seguir.

O produto de 50 x 231 é

(A) 11.050
(B) 11.550
(C) 11.600
(D) 11.650

Gabarito B

Embora essa multiplicação seja de um número da ordem das centenas por um número da ordem das dezenas, este termina em 0. Ou seja, para o aluno fazer a multiplicação, basta identificar a propriedade comutativa (a ordem dos fatores não altera o produto) e multiplicar 231 por 5, acrescentando depois o 0 ao resultado.

Mas existem neste nível algumas multiplicações que envolvem fatores da ordem de grandeza das dezenas:

O resultado da multiplicação 64 x 32 é:

(A) 320
(B) 1.048
(C) 1.948
(D) 2.048

Gabarito D

Quanto à divisão, o divisor é da ordem das unidades, como no exemplo a seguir.

O cálculo de 480÷5 é

(A) 106
(B) 96
(C) 86
(D) 76

Gabarito B

Nesta divisão, antes de dividir um número da ordem das centenas por um número da ordem das unidades, o estudante pode prever que obterá como quociente um número da ordem das dezenas. Esse tipo de estimativa permitiria ao aluno descartar a primeira alternativa, pois o número nela apresentado é da ordem das centenas.

O item abaixo, que também aparece neste nível, requer uso de técnicas operatórias mais elaboradas. Ele é contextualizado a uma situação cotidiana:

O dono da padaria trocou R$ 7,00 por moedas de R$ 0,25. Quantas moedas ele recebeu?

(A) 14
(B) 21
(C) 28
(D) 35

Gabarito C

Outras divisões apresentam um zero no quociente.

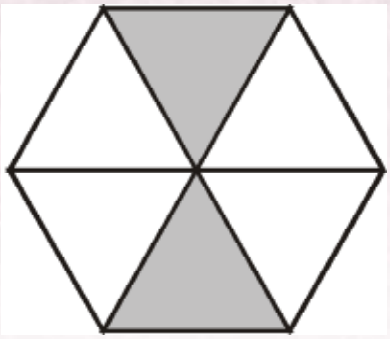
O resultado de 848 ÷ 8 é

(A) 126
(B) 116
(C) 106
(D) 196

Gabarito C

Ainda com relação à habilidade de identificação, surgem situações envolvendo números racionais. O exemplo a seguir permite identificar a parte sombreada de uma figura (grandeza contínua), representando-a com uma fração.

As partes sombreadas na figura abaixo representam que fração do todo?



(A) $\frac{2}{6}$ (B) $\frac{2}{4}$ (C) $\frac{4}{2}$ (D) $\frac{6}{2}$

Gabarito A

Tratamento da informação

Ainda com relação às habilidades de identificação e comparação, existem questões relativas ao Tratamento da Informação neste nível. Os alunos interpretam dados de um gráfico de colunas por meio da leitura de valores no eixo vertical e em tabelas de mais de uma entrada, como no exemplo a seguir.

A tabela abaixo mostra a data de nascimento de quatro alunos.

Nome	Data de nascimento		
	Dia	Mês	Ano
Márcia	7	Abril	1998
Alex	12	Abril	1998
Samuel	26	Abril	1998
Aline	15	Abril	1998

De acordo com os dados apresentados, o mais jovem é

(A) Márcia.
(B) Alex.
(C) Aline.
(D) Samuel.

Gabarito D

A tabela a seguir apresenta uma síntese de habilidades mais frequentes e conteúdos mais presentes no nível 200-249, além da descrição de algumas especificidades deste nível de proficiência. Cabe lembrar que as habilidades descritas nesta tabela complementam as descritas na tabela anterior.

Habilidades	Conteúdos	Especificidades
Identificar a posição e a movimentação de elementos em planta baixa	Descrição, interpretação da posição ou movimentação de uma pessoa ou objeto em uma planta baixa.	As ilustrações referentes à localização e movimentação envolvem o uso de plantas baixas.
Identificar figuras geométricas planas.	Identificação de figuras geométricas planas, nomeando-as	As figuras geométricas planas são apresentadas por meio de "desenhos"
Estabelecer relações entre unidades usuais de medida de uma mesma grandeza.	Estabelecimento de relações entre medidas usuais de tempo.	As situações envolvem conversões de medidas de tempo entre anos e meses, minutos e dias, minutos e segundos.
Calcular o tempo de duração de um evento	Cálculo do tempo de duração de um evento	O cálculo do tempo de duração de um evento envolve situações em que os estudantes precisam fazer transformações entre unidades de medida.
Resolver problemas com trocas de unidades monetárias do Sistema Monetário Brasileiro	Análise, interpretação e resolução de problemas usando trocas de unidades monetárias do Sistema Monetário Brasileiro	As situações de trocas de moedas são menos familiares.
Identificar horas em relógios de ponteiro,	Identificação de horas em relógio de ponteiros	Com apoio de figuras

CONTINUA...

Habilidades	Conteúdos	Especificidades
Estimar medidas de comprimento usando unidades convencionais ou não convencionais	Estimativas e cálculos de medidas de comprimento.	Com apoio de figuras
Transformar quilograma em grama.	Relações entre quilograma e grama	
Calcular a área de uma figura plana desenhada em uma malha quadriculada.	Cálculo da área de uma figura plana desenhada em uma malha quadriculada com uso de estratégias pessoais.	As figuras planas desenhadas nas malhas são mais variadas do que no nível anterior.
Identificar regularidades do Sistema de Numeração Decimal.	Interpretação de regularidades do Sistema de Numeração Decimal	Consolidam-se as noções do Sistema de Numeração Decimal em situações que envolvem agrupamentos de 10 em 10 e trocas por valores de ordem superior, composição e decomposição de um número utilizando os princípios aditivo e multiplicativo e envolvendo situações descontextualizadas e números da ordem de grandeza da unidade de milhar e de dezena de milhar. As regularidades do sistema de numeração decimal surgem neste nível, mas também são propostos itens com peculiaridades que "fogem" das regularidades quando o zero aparece intercalado entre os algarismos em uma escrita numérica.
Resolver problemas de adição, subtração, multiplicação e divisão em partes iguais envolvendo números naturais e racionais.	Resolução de problemas de adição, subtração, multiplicação e divisão em partes iguais envolvendo números naturais por meio de estratégias pessoais ou cálculos com algoritmos. Resolução de problemas de adição, e subtração envolvendo números racionais representados na forma decimal, por meio de estratégias pessoais ou cálculos com algoritmos.	Os problemas envolvem uma transformação positiva ou negativa com números naturais da ordem das centenas e das dezenas. Alguns envolvem a ideia de comparação, (no sentido de quanto falta para completar) com números racionais escritos na forma decimal. Surgem problemas que envolvem a multiplicação no sentido de proporcionalidade e também de divisão no sentido de "quantos cabem" ou no sentido de repartição em partes iguais. Os contextos são variados. Além do Sistema Monetário, envolvem números como quantidades, medida de comprimento, ou massa, de temperatura ou o sistema monetário. Os tipos de números usados também são variados.
Calcular o resultado de adição, subtração, multiplicação ou divisão.	Resolução de adições, subtrações, multiplicações e/ou divisões com números naturais (por meio de estratégias pessoais ou do uso de técnicas operatórias convencionais) Resolução de adições, subtrações com números racionais escritos na forma decimal com o mesmo número de casas decimais (por meio de estratégias pessoais ou do uso de técnicas operatórias convencionais)	Surge com mais frequência a habilidade de cálculo em situações não inseridas em um problema. Envolvem adições de várias parcelas, subtrações, multiplicações e divisões, com números de diferentes ordens de grandeza. Se resolvidos por meio do algoritmo convencional, requerem o transporte de unidades ou de recurso à ordem superior (empréstimo)
Identificar uma fração que represente parte de um todo	Identificação de partes de um todo por meio uma fração.	A identificação da fração é feita com apoio de representação gráfica.
Identificar dados em uma tabela simples e de dupla entrada	Leitura e interpretação de informações e de dados apresentados em tabelas simples e de dupla entrada.	As tabelas simples e de dupla entrada e os gráficos de colunas usados apresentam informações que são identificáveis visualmente com menos facilidade do que no nível anterior. A leitura de dados apresentados em tabelas de dupla entrada é mais complexa do que nas tabelas simples. Os números utilizados são da ordem de centena de milhar
Identificar dados em um gráfico de colunas	Leitura e interpretação de informações e de dados apresentados em gráficos de colunas.	

2.3 Nível 250 – 325

Comentários gerais sobre o nível

As habilidades se ampliam neste nível em relação ao anterior. As habilidades de identificação surgem em itens relativos ao domínio das relações espaciais em situações um pouco mais complexas, nas primeiras noções de paralelismo entre os lados de um polígono, na identificação de um quadrado e de um paralelogramo usando a noção de paralelismo.

Os conceitos geométricos praticamente não se diferenciam de um nível para o outro, mostrando a necessidade de um trabalho mais presente nos anos iniciais com esses conceitos.

Amplia-se a identificação das representações fracionárias e decimais dos números racionais nos seus significados de parte/todo.

A habilidade de estabelecer relações se amplia nos itens que envolvem relações entre representações fracionárias e decimais e na noção de fração equivalente.

Com relação às medidas de área e perímetro, são apresentados nos itens problemas diversificados em diferentes contextos e apoiados em malha quadriculada, a partir do que é explicitado nos descritores. Os alunos já fazem cálculos aproximados de área em malhas quadriculadas.

Os estudantes também identificam uma fração equivalente, resolvem problemas com a ideia de combinatória da multiplicação, expressam conhecer a noção de medida – no sentido de *"quanto cabe"*, resolvem divisões com zero intercalado no dividendo, e ampliam os significados das operações.

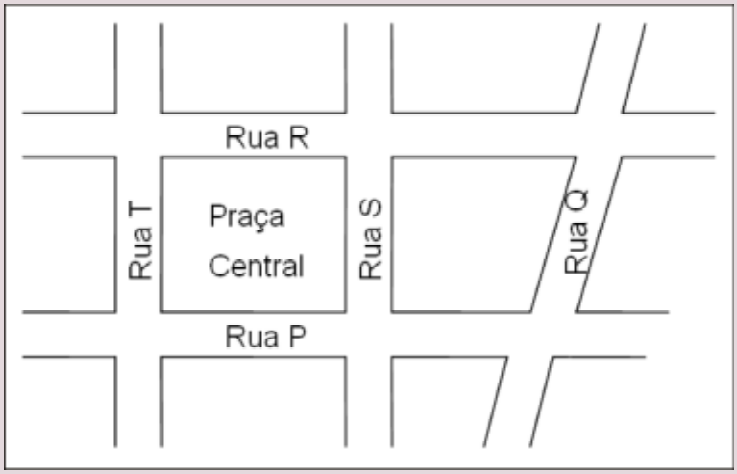
Com relação às operações, os significados se ampliam para a multiplicação com a ideia de combinatória.

Com relação aos números, aparece neste nível a composição de ordem de grandeza da unidade de milhar, porém com zeros intercalados na escrita.

Espaço e forma

Neste nível, a identificação de informações sobre localização ou movimentação de objetos/lugares em cenas e croquis envolve o reconhecimento de figuras geométricas planas e de noções de paralelismo.

A figura abaixo representa um trecho do mapa de um bairro.



Se a praça central tem a forma de um retângulo, então a rua T é paralela à rua

(A) P
(B) Q
(C) R
(D) S

Gabarito D

Aparecem algumas características de formas geométricas planas apresentadas por meio de *"desenhos de figuras"* – como o número de lados de um quadrilátero ou os ângulos retos de um polígono – apenas pela visualização da *"figura desenhada"*.

Neste nível, percebe-se a identificação, a comparação e a nomenclatura de figuras geométricas com base em sua aparência global. O progresso, neste caso, se dá pela vivência de atividades que permitam ao estudante analisar as figuras em termos de seus componentes, reconhecendo suas características e propriedades.

Ainda neste nível, surge a identificação da noção de paralelismo entre os lados de um polígono e a identificação de que um quadrilátero é um paralelogramo que tem os lados paralelos dois a dois.

Grandezas e Medidas

Há uma grande ampliação, neste nível, de itens relacionados ao uso de medidas, comparando-se com o nível anterior. A habilidade de estabelecer relações aparece nas transformações de unidades de medida, por exemplo, de tempo, de comprimento e de capacidade. Surgem também situações que envolvem ampliação e redução de figuras.

Nas transformações de uma unidade de medida de tempo em outra, são usados números que envolvem duas unidades de medida diferente, como anos e dias em dias ou horas e minuto em minutos, como nos exemplos a seguir.

Uma viagem ao redor do mundo foi feita em 2 anos e 26 dias. Se 1 ano tem 365 dias, quantos dias durou essa viagem?

(A) 620 dias
(B) 630 dias
(C) 730 dias
(D) 756 dias

Gabarito D

Um programa de música sertaneja, pelo rádio, começa às 6h 55min. O programa seguinte começa às 7h 30min. Quantos minutos dura o programa de música sertaneja?

(A) 25
(B) 35
(C) 55
(D) 85

Gabarito B

Ainda neste nível, relacionam-se medidas de massa e transformam-se kg em g. Nesse caso, o número de kg é um número racional na forma decimal. Transformam-se ainda km em m.

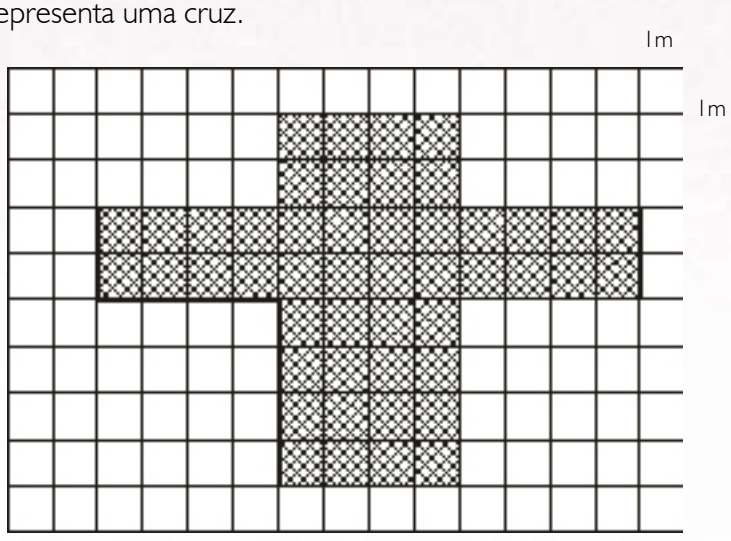
Dona Clara está fazendo bolinhos de 60 g cada um.
Quantos desses bolinhos ela fará com 1,2 kg de massa?

(A) 20
(B) 50
(C) 72
(D) 200

Gabarito A

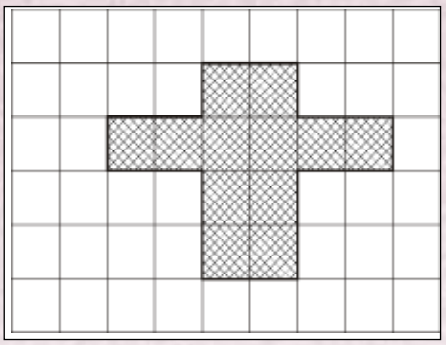
Surgem, ainda, situações que envolvem ampliação e redução de figuras e relações entre os lados das mesmas. O exemplo a seguir apresenta uma figura desenhada em malha quadriculada e solicita aos alunos que identifiquem outra figura com as medidas dos lados reduzidas à metade.

A figura abaixo representa uma cruz.

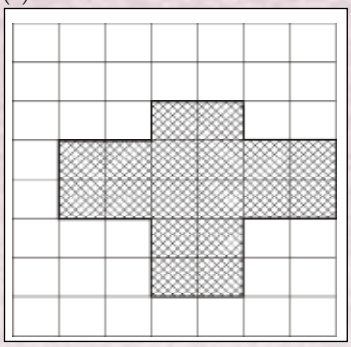


As medidas de todos os lados foram reduzidas pela metade. Qual figura representa a nova cruz?

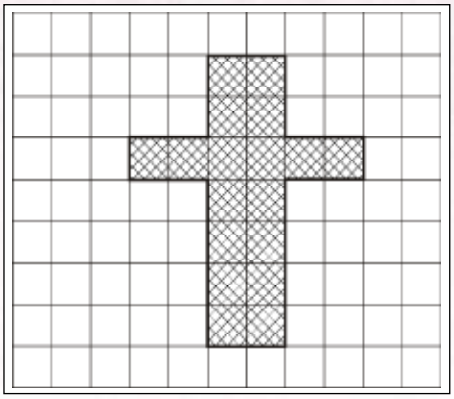
(A)



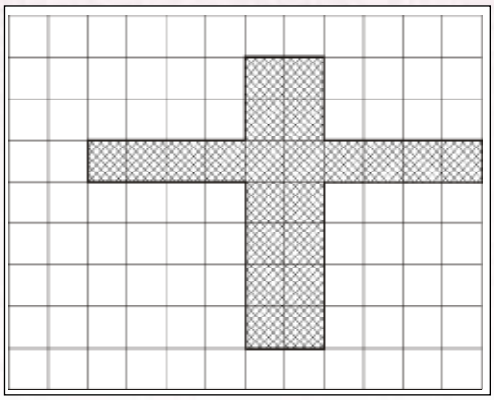
(B)



(C)



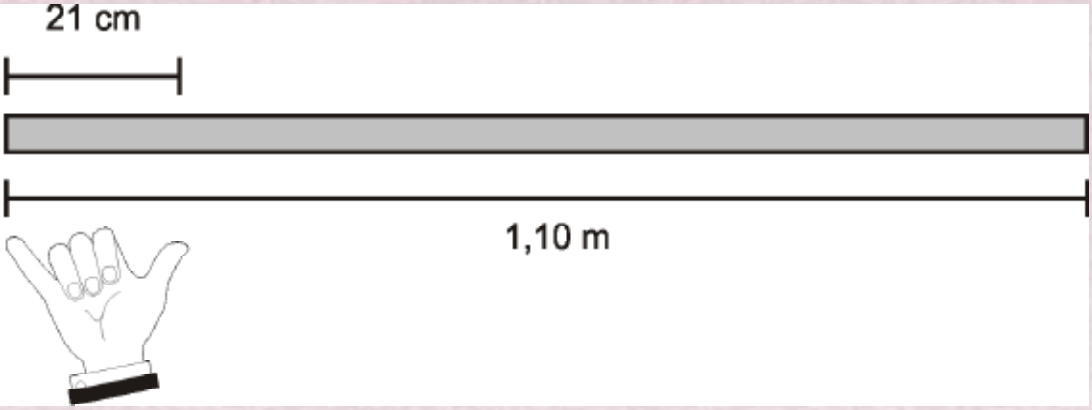
(D)



Gabarito A

Estimativas de medida do comprimento estão também neste nível. O exemplo abaixo envolve o comprimento de uma tábua usando o palmo como medida e relaciona sua estimativa com determinado intervalo e transformação de m em cm.

João quer medir uma tábua e, para isso, está usando seu palmo, que mede 21 cm.



Assim sendo, essa tábua deve conter

(A) mais de 4 palmos e menos de 5 palmos.
(B) exatamente 5 palmos.
(C) mais de 5 palmos e menos de 6 palmos.
(D) exatamente 6 palmos.

Gabarito C

O exemplo abaixo requerer estimativas de medidas de comprimento, comparando distâncias de palmos com metro, ou comparando a altura de um homem em relação a um muro em um esquema gráfico.

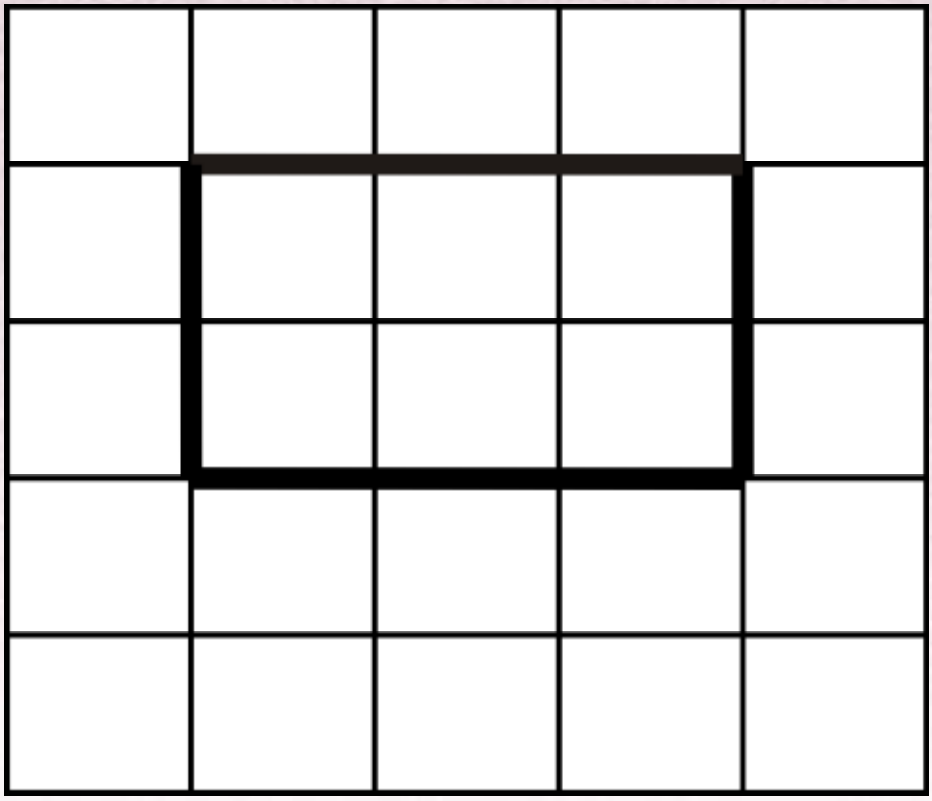
O comprimento de uma mesa é de 1m. Quantos palmos aproximadamente mede a mesa se, em média, um palmo tem 22 cm?

(A) 4 palmos
(B) 4 palmos e meio
(C) 5 palmos
(D) 5 palmos e meio

Gabarito B

Neste nível, surge a noção de perímetros das figuras desenhadas por meio de enunciados mais complexos, que nem sempre trazem explicitamente no enunciado a palavra perímetro, e expressam situações de medida para a construção de uma cerca de um terreno, ou que envolvem o ato de dar uma volta no terreno, conforme nos exemplos a seguir.

João comprou em terreno retangular e precisa cercá-lo com arame. O terreno mede 2m de largura e 3m de comprimento, conforme a figura abaixo.

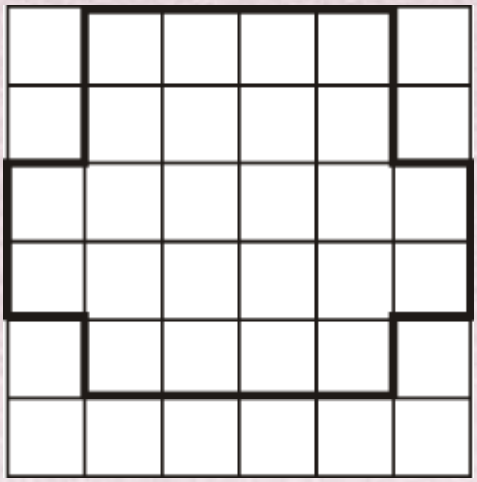


Quanto de arame ele vai precisar para cercar o terreno?

(A) 5m.
(B) 6m.
(C) 10m.
(D) 25m.

Gabarito C

Uma pessoa faz caminhada em uma pista desenhada em um piso quadriculado, como a representada na figura abaixo.



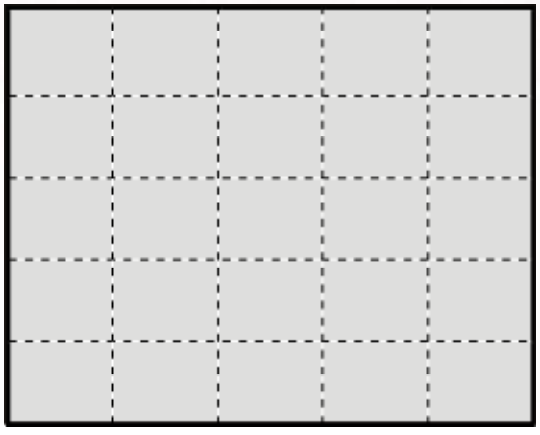
Sabendo que o lado de cada quadrado mede 1m, quantos metros essa pessoa percorre ao completar uma volta?

(A) 36m
(B) 24m
(C) 22m
(D) 20m

Gabarito C

Ainda com relação às noções de perímetro, surgem itens que solicitam a medida do lado de um quadrado desenhado em uma malha, como o exemplo a seguir,

Na figura abaixo, o perímetro do quadrado grande, formado por linhas cheias, é igual a 20 cm.



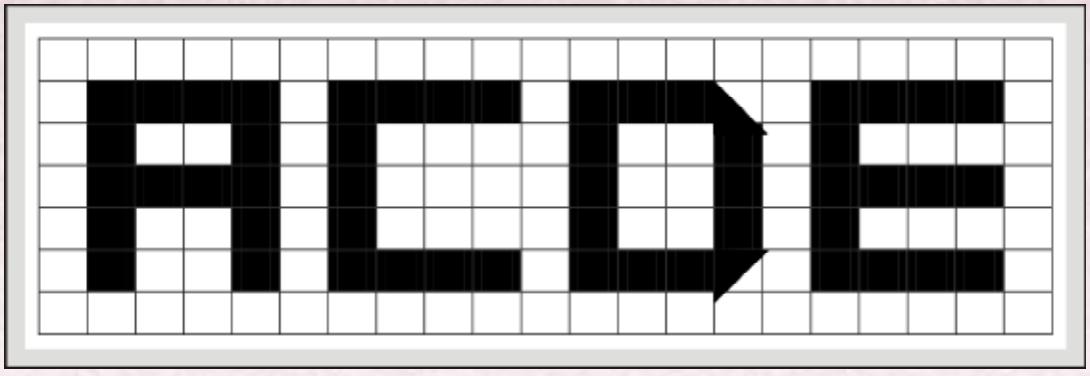
A medida do lado desse quadrado é

(A) 2,5 cm
(B) 5 cm
(C) 10 cm
(D) 6 cm

Gabarito B

A área de cada figura pode ser obtida pela contagem das unidades de área, não havendo a necessidade de cálculos. A palavra área não aparece nos enunciados dos itens.

Na malha quadriculada desenhada abaixo, em que cada quadradinho mede 1 cm de lado, há duas letras que ocupam uma superfície de mesmo tamanho.



Quais são as letras que ocupam uma superfície de mesmo tamanho?

(A) A e C.
(B) D e E.
(C) D e C.
(D) E e A.

Gabarito D

Neste nível, utiliza-se a noção de medida ("quantos cabem") em uma divisão em que o divisor é um número racional (1,5l) e o dividendo é um número natural, ou ainda, quando é necessário transformar l em ml para resolver a divisão.

Uma garrafa de refrigerante tem 1,5 litros de capacidade. Para comprarmos 9 litros deste refrigerante devemos pedir

(A) 6 garrafas.
(B) 7 garrafas.
(C) 7,5 garrafas.
(D) 8 garrafas.

Gabarito A

Uma caneca tem capacidade para 280mℓ de água. Qual o número máximo de canecas cheias que cabem em uma jarra de 2 litros?

(A) 2 canecas.
(B) 3 canecas.
(C) 7 canecas.
(D) 28 canecas.

Gabarito C

Números e Operações

As características do Sistema de Numeração Decimal aparecem com muita ênfase em itens que envolvem o Sistema Monetário.

Neste nível ainda aparecem itens que envolvem situações de "facilitar o troco" com diferentes decomposições/composições.

As situações descontextualizadas envolvem a composição de números da ordem de grandeza da unidade de milhar, porém com zeros intercalados na escrita.

Os significados das operações se ampliam. Os problemas envolvem as ideias de transformação e de comparação com o termo desconhecido posicionado em vários locais. Os números utilizados são naturais ou racionais escritos na forma decimal. Os contextos envolvem números como quantidade e como medida, de massa e de capacidade. Encontram-se ainda problemas que se resolvem com duas operações: multiplicação e divisão ou duas multiplicações

Com relação aos problemas do campo multiplicativo, surgem os significados de configuração retangular, de proporcionalidade e de combinatória.

O exemplo a seguir envolve a ideia de configuração retangular da multiplicação, com números da ordem das dezenas, multiplicado por número da ordem das dezenas.

A professora organizou os trabalhos dos seus alunos para uma exposição em 12 colunas com 126 trabalhos em cada uma delas. O número de trabalhos expostos foi

(A) 368
(B) 378
(C) 1.412
(D) 1.512

Gabarito D

O próximo exemplo envolve a ideia de combinatória.

Bel comprou 3 blusas (cinza, azul e vermelha) e ela tem 2 saias (preta e branca). Para ir a uma festa, de quantas maneiras diferentes Bel poderá se vestir?

(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6

Gabarito D

A seguir, um item que envolve a ideia de proporcionalidade da multiplicação, mas que requer uma transformação de g em kg.

Em um pacote há 36 balas e cada uma pesa 50 g.
Quanto pesa esse pacote, em quilos?

(A) 1,8 kg
(B) 14 kg
(C) 18 kg
(D) 86 kg

Gabarito A

A noção de medida também é usada em problemas que envolvem números naturais da ordem de unidades de milhar e divisão por centena, com aproveitamento do resto na resposta.

Maria tem 5.039 envelopes. Ela quer guardá-los em caixas que só cabem 100 envelopes. Ao término do trabalho, quantas caixas e qual a sobra de envelopes que ela terá?

(A) 5 caixas com 100 envelopes e sobra de 39 envelopes.
(B) 50 caixas com 100 envelopes e sobra de 39 envelopes.
(C) 53 caixas com 100 envelopes e sobra de 39 envelopes.
(D) 503 caixas com 100 envelopes e sobra de 9 envelopes.

Gabarito B

Há problemas que são resolvidos com mais de uma operação.

Para uma festa, uma escola arrecadou R$ 250,00. A professora contribuiu com R$100,00 e os 25 alunos contribuíram igualmente. Qual é a contribuição, em reais, de cada aluno?

(A) R$ 4,00
(B) R$ 6,00
(C) R$ 10,00
(D) R$ 14,00

Gabarito B

Aparecem cálculos de resultados de subtração de números da ordem de grandeza de milhares envolvendo situações simples e com zeros em posições intercaladas, como é possível verificar nos exemplos abaixo:

O resultado da operação abaixo é 8132 - 4267

(A) 3.865
(B) 3.965
(C) 4.865
(D) 4.965

Gabarito A

Algumas situações solicitam que se descubra o valor oculto de um algarismo em uma multiplicação.

Veja esta conta de multiplicar:

$$\begin{array}{r} 3\ 9\ 6 \\ \times\quad 5\ 4 \\ \hline 1\ 5\ \blacksquare\ 4 \\ +\ 1\ 9\ \blacksquare\ 0 \\ \hline 2\ 1\ 3\ \blacksquare\ 4 \end{array}$$

O número correto para ser colocado no lugar de cada ■ é

(A) 2
(B) 6
(C) 7
(D) 8

Gabarito D

Neste nível, aparecem divisões de números da ordem da centena por números da ordem da unidade ou número da ordem do milhar por número da ordem da dezena, com zero intercalado no quociente.

O resultado de 5.175 : 25 é

(A) 27
(B) 207
(C) 251
(D) 270

Gabarito B

Há divisões com números da ordem das unidades de milhar divididos por números da ordem das dezenas ou por unidades, envolvendo zeros no dividendo.

O resultado da divisão do número 3.010 por 14 é

(A) 205
(B) 215
(C) 280
(D) 295

Gabarito B

Com relação aos números racionais, os alunos relacionam a representação decimal de um número racional com a representação fracionária desse mesmo número.

A professora de 4ª série, corrigindo as avaliações da classe, viu que Pedro acertou $\frac{2}{10}$ das questões. De que outra forma a professora poderia representar essa fração?

(A) 0,02
(B) 0,10
(C) 0,2
(D) 2,10

Gabarito C

Neste nível, surge também a identificação de partes de um todo em representação fracionária, agora em grandezas discretas.

Em uma classe, há 16 meninas e 20 meninos. Que fração do total de alunos dessa classe as meninas representam?

(A)$\frac{16}{36}$ (B)$\frac{16}{20}$ (C) $\frac{20}{16}$ (D)$\frac{36}{16}$

Gabarito A

Surgem itens envolvendo cálculo simples de porcentagem como 10%, 20%, 25%, 50%, nos quais são dadas as partes para que se calcule o todo, ou é dado o todo para o cálculo das partes, em que é preciso calcular um desconto ou acréscimo.

Uma pesquisa feita em uma escola, envolvendo os 1.000 alunos, demonstrou que 25% deles usavam óculos. Quantos alunos usavam óculos?

(A) 100
(B) 250
(C) 500
(D) 750

Gabarito B

Natália comprou um tênis por R$ 64,00 e recebeu um desconto de 25% por pagar em dinheiro. Quanto Natália pagou pelo tênis?

(A) R$ 39,00
(B) R$ 41,00
(C) R$ 48,00
(D) R$ 52,00

Gabarito C

Na quarta série, os 13 meninos correspondem a 50% da turma. Assim, pode-se dizer que nesta 4ª série tem

(A) 13 alunos
(B) 26 alunos
(C) 50 alunos
(D) 63 alunos

Gabarito B

Tratamento da informação

Neste nível, solicita-se ainda a leitura e comparação de números da ordem da centena de milhar em tabela simples.

A tabela mostra os resultados de vários censos feitos no Brasil. De acordo com ela, em que ano a população brasileira ultrapassou os 150 milhões de habitantes?

Censo	Contagem Popular
1890	14.333.915
1940	41.236.315
1980	121.150.573
2000	169.590.693

(A) 1890
(B) 1940
(C) 1980
(D) 2000

Gabarito D

A tabela a seguir apresenta uma síntese de habilidades mais frequentes e conteúdos mais presentes no nível 250-325, além da descrição de algumas especificidades desse nível.

Habilidades	Conteúdos	Especificidades
Identificar paralelismo entre os lados de um polígono	Identificação de paralelismo entre os lados de um polígono e de polígonos analisando paralelismo entre seus lados.	A evolução dos conceitos geométricos é bastante pequena, a ampliação se dá apenas na identificação do paralelismo.
Identificar um quadrado e um paralelogramo analisando o paralalelismo entre seus lados.		
Identificar a planificação de uma figura tridimensional	Reconhecem poliedros e corpos redondos relacionando-os as suas planificações.	A planificação do cubo é identificada
Identificar horas em relógio de ponteiros	Identificação de horas em relógio de ponteiros	Com apoio de figuras
Calcular a área e o perímetro de uma figura plana desenhada em uma malha quadriculada.	Cálculo da área e de perímetro de uma figura plana desenhada em uma malha quadriculada com uso de estratégias pessoais.	O cálculo de áreas e de perímetros está inserido em problemas com textos mais complexos, uso de malhas quadriculadas e unidades de medida.
Estabelecer relações entre unidades de medida de uma mesma grandeza	Resolução de problemas que envolvem relações entre unidades de medida de uma mesma grandeza (km e m, m e cm, g e kg, l e ml)	As situações de transformações aparecem em situações problema em contextos simples
Estimar medidas	Resolução de problemas que envolvem estimativas de medidas de grandezas usuais.	
Identificar regularidades do Sistema de Numeração Decimal.	Interpretação de regularidades do Sistema de Numeração Decimal	Consolidam-se as noções do Sistema de Numeração Decimal e o uso de números da ordem das dezenas de milhar, com zeros em várias posições envolvendo situações descontextualizadas.
Resolver problemas de adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo números naturais por meio de estratégias pessoais ou cálculos com algoritmos.	Resolução de problemas de adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo números naturais por meio de estratégias pessoais ou cálculos com algoritmos.	Os problemas envolvem uma ou duas operações. Os tipos de números usados também são variados.
Calcular o resultado de adições, subtrações, multiplicações e/ou divisões com números naturais (por meio de estratégias pessoais ou do uso de técnicas operatórias convencionais)	Resolução de adições, subtrações, multiplicações e/ou divisões com números naturais (por meio de estratégias pessoais ou do uso de técnicas operatórias convencionais)	As situações se ampliam pela complexidade dos números envolvidos.
Resolver problemas de adição, subtração, envolvendo números racionais na forma decimal.	Resolução de problemas de adição, subtração, envolvendo números racionais na forma decimal	Os números envolvidos têm a mesma quantidade de casas decimais.
Calcular o resultado de adição, subtração, multiplicação ou divisão com números racionais.	Resolução de adições, subtrações com números racionais escritos na forma decimal (por meio de estratégias pessoais ou do uso de técnicas operatórias convencionais)	
Identificar e relacionar representações fracionárias e decimais de um número racional	Identificação de representações fracionárias e decimais de um número racional	As situações permitem relacionar duas representações de um mesmo número e indicar partes de um todo.
Calcular porcentagens simples em situações problema que envolvem descontos e acréscimos	Resolução de situações-problema que envolvem o cálculo de porcentagens simples (50%, 25%, 10%, 20%) em situações de acréscimo ou desconto	As situações permitem o uso de estratégias pessoais ou o calculo com auxílio dos 10%.

Comentários sobre as progressão entre os níveis

No estudo de caracterização dos níveis, é fundamental compreender que a progressão que podemos verificar entre os mesmos não se dá de modo separado de cada um dos elementos utilizados para este estudo. A progressão entre os diferentes níveis acontece articulando-se os diferentes conteúdos, habilidades e variáveis didáticas – apontados nos comentários anteriormente feitos em cada nível.

Dessa forma, na organização dos itens do SAEB e da Prova Brasil, há conteúdos matemáticos que são comuns a diferentes níveis, mas a complexidade dos números envolvidos, ou da abordagem do enunciado do item, é diferente. Há, também, habilidades de mesma complexidade em diferentes níveis que aparecem em itens com propostas mais complexas de trabalho, seja na apresentação das opções de respostas, seja na proposição da tarefa a ser realizada pelo aluno. Há, ainda, conteúdos que são utilizados em níveis diferentes, mas apresentados em propostas nas quais são requeridas habilidades diferentes ou variáveis didáticas diferentes.

As habilidades e os conteúdos matemáticos são considerados de maneira articulada na caracterização dos níveis e, dessa forma, na progressão verificada na análise dos resultados. O grau de complexidade de um item – e, da mesma forma, de um nível – é determinado pela articulação entre as diferentes habilidades e conteúdos, considerando-se as variáveis didáticas próprias da Matemática.

3 O Que Fazer na Sala de Aula para Possibilitar Aprimoramento da Competência Matemática do Estudante?

Conhecidos os fundamentos das avaliações analisadas e características dos níveis de proficiência em matemática, resta refletir sobre o modo como a escola pode intervir para possibilitar um aprofundamento e uma ampliação da competência matemática dos estudantes, o que discutiremos agora, abordando o seguinte:

- considerações sobre o fazer matemático;
- princípios metodológicos fundamentais para o ensino da matemática;
- comentários sobre tipos de atividades que potencializam a aprendizagem dos conteúdos matemáticos;
- orientações didáticas específicas para cada bloco de conteúdos da matemática;
- considerações finais.

3.1 O que significa o fazer Matemática

Quando pensamos em bom desempenho em matemática, algumas ideias vêm logo à cabeça: resolver problemas e realizar cálculos rapidamente, interpretar e construir gráficos e tabelas com facilidade, interpretar, construir mapas e deslocar-se no espaço sem dificuldades, e outros tantos conhecimentos que compõem o fazer matemático. Porém, para atingir esse nível de proficiência em matemática, um longo caminho há de ser trilhado com o auxílio da escola, uma vez que toda a matemática, seus conceitos, procedimentos, linguagem e formas de representação, estão repletos de normas e convenções que dificilmente são aprendidos fora da escola.

Vivemos em um meio social e cultural, imersos em situações que envolvem relações espaciais, métricas e numéricas diariamente. Bem antes de entrarmos na escola, já nos deparamos com pequenos problemas que envolvem a matemática e procuramos resolvê-los com recursos próprios ou aprendidos fora da sala de aula, na maior parte das vezes, pouco convencionais. A cada situação que se apresenta, colocamos em jogo nossos conhecimentos e tentamos resolvê-la, experimentando de diversas maneiras, observando os resultados, comparando nossas estratégias com as dos outros e buscando, pouco a pouco, maior instrumentalização para tentar solucioná-la com maior eficiência e menor esforço.

Com a entrada na escola, esse modo de fazer é enriquecido com experiências e linguagens matemáticas especialmente planejadas para tal. Levantar hipóteses, observar regularidades, expor ideias próprias, escutar as dos outros, formular e comunicar procedimentos de resolução de problemas, confrontar, argumentar e procurar validar seu ponto de vista, antecipar resultados de experiências, refletir sobre os erros, buscar dados que faltam para resolver problemas, coletar e organizar dados para comunicá-los a outros são experiências que podem ser oferecidas na escola e que compõem aquilo que chamamos de fazer matemático, pois se assemelham ao modo de fazer do matemático.

Quanto mais os estudantes puderem resolver problemas, refletir, tomar decisões, agindo como produtores de conhecimento, não apenas como executores de instruções, mais certeza terão sobre as razões das decisões que tomarem e, portanto, não terão medo da matemática, pois poderão construir significativamente seus saberes.

3.2 Princípios Metodológicos

Uma das funções da escola é preparar as novas gerações para viverem em sociedade, como cidadãos atuantes, solidários, autônomos e críticos. Isso implica partilhar com os estudantes experiências de ensino em todas as suas fases, permitindo que eles sintam o papel que lhes cabe na aventura do aprender não somente os conteúdos escolares, mas a viver e atuar em sociedade, com clareza e discernimento, neste mundo complexo e em constante transformação.

Entender a escola como centro de promoção humana, de apoio à aprendizagem de todos é um princípio que pode transformar o interior das salas de aula. Ver os documentos curriculares como fonte de pesquisa para uma análise crítica das diversas práticas desenvolvidas nas aulas de matemática, identificando relações e distâncias entre o solicitado e o realizado é uma forma de iniciar um processo de tomada de consciência sobre a concepção de ensino e aprendizagem que efetivamente direciona nossos fazeres, em especial os de matemática.

Neste documento, defenderemos uma concepção que coloca o estudante e o professor no centro do processo de aprendizagem e ensino de matemática, que, se tem o protagonismo do professor, no planejamento e organização das ações, tem o estudante como protagonista no ativo processo de pensar, formular, defender e sistematizar sua própria trajetória de aprendizagem. Isso significa considerar o estudante como um capaz "resolvedor" de problemas, que precisa divulgar suas ideias, estratégias e procedimentos para serem testadas, validadas, organizadas e registradas no permanente fórum que deve ser uma sala de aula.

Aos educadores cabe selecionar os conteúdos de acordo com as orientações curriculares e refletir sobre questões de natureza didática, por exemplo, sobre como planejar atividades ou sequências de atividades que permitam manter os estudantes interessados e motivados a resolver os problemas propostos, além de propiciar aos estudantes um espaço favorável para usar seus conhecimentos prévios e comunicar ideias, levantar hipóteses e confrontá-las com os colegas e com as informações do meio, refletir e registrar de diferentes formas etc. É necessário propiciar aos estudantes a oportunidade de refletir e atuar, tanto pelo valor formativo dessas ações, como pelo aspecto motivador.

Para o ensino de qualquer conteúdo matemático, em qualquer nível de ensino, um bom começo é a proposição de uma situação-problema envolvendo o uso do conteúdo a ser estudado, que não só pode se configurar como um bom desafio aos alunos, como também pode gerar boas informações sobre os conhecimentos que eles já desenvolveram. Conhecer o que seus alunos sabem acerca de determinado assunto permite ao professor o planejamento de ações específicas para que possam estabelecer relação com o que sabem e, a partir daí, construir novos saberes. Quanto mais conhecemos sobre o que sabem nossos alunos, melhor poderemos regular nossas ações e oferecer informações necessárias para que os alunos avancem.

É possível organizar os alunos de diferentes maneiras, de acordo com os objetivos de cada atividade. Pode-se, por exemplo, propor a resolução de problemas, individualmente, para que todos os estudantes tenham a oportunidade de refletir sobre o problema e esboçar uma estratégia pessoal de solução, utilizando seus próprios procedimentos e hipóteses. Em outros casos, pode-se propor a resolução em duplas, para que seja necessário que cada estudante explique suas reflexões e estratégias ao colega para que ambos cheguem a acordos. É possível ainda propor a discussão entre pares de duplas, para que cada dupla exponha a forma encontrada

para a resolução do problema. E há momentos em que é possível organizar uma discussão coletiva do problema, com o objetivo de refletir sobre o que se fez, os conhecimentos colocados em ação, reorganizando-os ou buscando novos, sistematizando algumas aprendizagens de toda a turma.

Para que os alunos possam ter confiança nos seus procedimentos, é importante que sejam convidados com frequência a expor suas ideias sobre os conteúdos estudados e possa participar ativamente das atividades propostas e da construção do conhecimento. Durante essas discussões em duplas, ou pequenos grupos, por exemplo, pode-se convidar os estudantes a formularem explicações sobre os procedimentos utilizados, bem como a apresentarem a representação de soluções, por meio da linguagem oral, escrita ou em linguagem matemática, convencional ou não.

Comunicar hipóteses e procedimentos aos outros obriga o estudante a organizar suas ideias e a explicitar ideias que, antes da discussão, poderiam estar implícitas e pouco claras para ele mesmo. A necessidade de comunicação de suas ideias faz com que o estudante modifique a linguagem que utiliza normalmente, esforçando-se para torná-la mais precisa e adequada à situação comunicativa. Os momentos de discussão coletiva são excelentes para explorar as diferentes possibilidades de resolução de um problema e as diversas representações que surgem entre os alunos, levando-os a refletirem sobre a praticidade, clareza e eficácia dos diversos procedimentos e representações.

A partir dos conhecimentos já elaborados pelo grupo e considerando-se os objetivos de ensino traçados, outros problemas podem ser propostos, trazendo novos desafios e novos contextos de aplicação dos conceitos ou procedimentos que se quer ensinar, com o objetivo de possibilitar aos alunos novas oportunidades de testar as hipóteses, os procedimentos e os conhecimentos estabelecidos anteriormente. A aprendizagem de um conceito ou procedimento pode ser percebida, entre outros indícios, quando os alunos distinguem as situações adequadas de uso daquele conceito ou procedimento, de outras situações em que aquele conteúdo não se aplica. Daí a importância de se oferecerem diferentes situações-problema aos alunos, planejadas de acordo com os aspectos que se quer enfocar, para que os estudantes tenham oportunidades de transferir conhecimentos construídos numa dada situação para outras, avaliando sua adequação, diferenciando situações de uso ou não do conceito ou procedimento em questão, observando regularidades e esboçando generalizações.

Finalmente, quando os conhecimentos elaborados coletivamente pelos alunos já tiverem sido suficientemente testados e validados pelo grupo, podem-se propor sistematizações parciais ou totais do conteúdo em questão, realizando-se painéis de apresentação do conhecimento matemático socialmente construído. Essa atividade torna possível que sejam feitos comentários esclarecedores sobre o desenvolvimento sócio-histórico do conceito, situando as contribui-

ções dos matemáticos em relação ao que foi construído pelo grupo de alunos na sala de aula. Além disso, propicia o fornecimento de informações necessárias à superação de dúvidas surgidas no processo de construção de conhecimentos pelo grupo ou, ainda, oferece a possibilidade de confirmação das descobertas como verdades matemáticas.

3.3 Tipos de Atividades

3.3.1 Resolução de problemas

Os problemas, aqui, são considerados no seu sentido amplo, englobando desde os problemas com enunciados, até os apresentados em determinados jogos – o que fazer para ganhar o jogo – ou outras situações e problemas surgidos na medição de algo, na interpretação de um gráfico ou tabela, etc.

Esta é a atividade principal nas aulas de matemática, entendendo-se por problema qualquer situação que coloque um desafio real para o estudante, na qual ele não disponha de todos os conhecimentos necessários para resolvê-la, mas que, por outro lado, disponha de alguns conhecimentos que possa mobilizar para resolver o problema e lhe permita interpretá-lo e percebê-lo, esboçando algum plano para resolvê-lo. Ou seja, o problema não deve ser tão fácil, de modo a não se configurar como desafio aos estudantes, mas também não deve ser tão difícil, de modo que sequer possa ser interpretado por eles.

Nesse tipo de atividade, o ideal é que não sejam dadas ao estudante, de antemão, todas as ferramentas necessárias à resolução do problema, uma vez que isso descaracterizaria o desafio enquanto tal. A finalidade é incentivá-lo a reestruturar seus conhecimentos anteriores ou a buscar novas ferramentas para auxiliá-lo na resolução da situação-problema.

Há problemas muito especiais e que merecem uma atenção também especial: problemas que dão, por si só, um retorno *(feed-back)* aos estudantes daquilo que apresentaram como resposta ao problema, ou seja, a própria resolução do problema se mostrará certa ou errada, independentemente da avaliação do professor, permitindo a auto-regulação das ações do estudante durante o processo de resolução. Um exemplo desse tipo de situação é quando propomos que o estudante digite um número na calculadora, por exemplo, 864, e que faça uma operação a fim de obter como resultado o número 804. Nessa situação, o estudante poderá fazer diversas tentativas, e os resultados obtidos lhe darão pistas sobre a validade ou não de suas ações. No mesmo exemplo, se ele subtrair 6, obterá 858, não o que foi proposto, 804. Outro exemplo desse tipo de situação é quando se propõe, em grupos, a ampliação de peças de um quebra-cabeça, onde cada componente do grupo amplia uma das peças segundo uma ordem dada que envolve uma razão pré-determinada, não explicitada aos estudantes, por exemplo: *"ampliem as peças de modo que um lado que meça 2cm passe a ter 3cm"*. No exemplo, o encaixe das peças, no fim das ampliações particulares, dará uma devolutiva aos estudantes sobre a correção ou não da atividade: se as peças ampliadas formarem uma figura semelhante ao quebra-cabeça anterior, é sinal de que a resolução do problema, no caso a ampliação das peças, foi bem sucedida.

Há muitas outras possibilidades de exploração de problemas em sala de aula. Por exemplo, podemos oferecer problemas com poucas informações, para que os estudantes sejam levados a observar a importância das informações ausentes. Podemos, também, oferecer pro-

blemas com informações a mais, acompanhados da discussão sobre as informações que são ou não necessárias à resolução dos mesmos. É possível, ainda, propor problemas com lacunas nos números utilizados, para que os estudantes as preencham com números que deem coerência ao problema, ou com palavras faltando no enunciado, com o mesmo objetivo. Os estudantes também podem ser convidados a criar seus próprios problemas a partir de figuras, gráficos, tabelas, contas ou textos dados, uma vez que a formulação de problemas possibilita ao estudante a vivência de outro papel na sala de aula e a análise, de outro ponto de vista, dos enunciados dos problemas - ações que se têm mostrado positivas também no desenvolvimento das habilidades de interpretar e resolver problemas.

3.3.2 Observação de regularidades

Este é um tipo de atividade que envolve explicitação das regularidades, isto é, do que se repete na organização dos números ou das operações.

A organização das informações em listas, quadros ou tabelas facilita a observação de padrões ou características que se repetem sob determinadas circunstâncias, por exemplo, em quadros numéricos, listas de operações selecionadas ou frisas e mosaicos geométricos. Para que os estudantes observem os aspectos para os quais se pretende chamar a atenção, é preciso planejar cuidadosamente as questões que serão propostas, pois a observação de regularidades dificilmente ocorre de forma espontânea, sem a mediação do professor.

Um exemplo desse tipo de atividade é a análise de quadros numéricos, como o modelo abaixo, com os números dispostos de 10 em 10 em cada linha do quadro, possibilitando a observação de semelhanças e diferenças entre os números de cada linha ou coluna.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Outra possibilidade de atividade de observação de regularidades é a análise de uma lista intencionalmente organizada com cálculos selecionados para provocar uma reflexão acerca de dada operação, ou propriedade da operação, como, por exemplo, a lista de cálculos abaixo, que propicia a discussão de que existem várias somas com o mesmo resultado e de que, se aumentarmos sistematicamente uma unidade numa parcela e diminuirmos uma unidade na outra parcela, obteremos sempre o mesmo total, entre outras observações possíveis:

35 + 1 =
34 + 2 =
33 + 3 =
32 + 4 =
31 + 5 =

3.3.3 História da Matemática

A história do desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos pode contribuir para a compreensão de certos conceitos. Entender a Matemática como uma criação humana, com seu corpo de conceitos e procedimentos em constante transformação e evolução, pode contribuir para que os estudantes se sintam mais próximos desta área de ensino. Por exemplo, explorar diversos sistemas de numeração posicionais, não posicionais, aditivos, multiplicativos, decimais e conhecer suas características com a finalidade de compará-los com o sistema de numeração posicional decimal pode enriquecer a compreensão em relação ao sistema que utilizamos atualmente. Pode-se centrar a análise comparativa na quantidade de símbolos, no valor absoluto e relativo de cada símbolo, nas operações envolvidas, no uso do zero, etc.

3.3.4 Uso de Jogos e Tecnologias

A utilização dos jogos no ensino da Matemática pode estar atrelada a diferentes objetivos: propor uma situação-problema, refletir sobre determinado conteúdo conceitual, procedimental ou atitudinal, promover a exercitação, etc. Como qualquer outra atividade, o jogo precisa estar inserido no planejamento, atendendo a objetivos de ensino e aprendizagem pré-determinados.

Cabe ressaltar que não é o jogo em si mesmo o que constitui uma boa situação de ensino, mas os problemas que alguns jogos possibilitam propor. O mesmo ocorre com as novas tecnologias, principalmente a calculadora e o computador. São várias as possibilidades de utilização dessas ferramentas, que só terão a contribuir com o desenvolvimento das aula, quando inseridas cuidadosamente no planejamento diário.

3.3.5 Espaço e Forma

O bloco de conteúdos Espaço e Forma envolve noções de localização e representação do espaço e o estudo de formas na natureza e geométricas.

Desde que nasce, a criança passa por uma diversidade de experiências referentes aos espaços que a circundam e que terá de apreender para neles se localizar. Em situações cotidianas de interação com o espaço físico que a rodeia, ela vai desenvolver progressivamente noções de distância, de localização etc. No entanto, essas aprendizagens assistemáticas não são suficientes para resolver com êxito grande parte das situações referentes à localização espacial e, principalmente, aos modos de representar o espaço que foram socialmente produzidos e que

constituem um acervo cultural. Os problemas matemáticos relacionados aos conhecimentos espaciais referem-se a uma representação do espaço e, portanto, não podem ser resolvidos apenas por meio de deslocamentos reais, sendo necessário apropriar-se das formas de representação do espaço.

3.3.6 Conhecimentos Espaciais

Existe um conjunto de conhecimentos necessários para o domínio das relações espaciais que, em geral, é pouco explorado na escola. Comumente, não há intencionalidade nem sistematização dos conhecimentos espaciais.

Cabe destacar que a estruturação espacial da criança se inicia pela constituição de um sistema de coordenadas relativo ao seu próprio corpo. Embora as primeiras noções espaciais abordem situações do cotidiano e envolvam conhecimentos adquiridos no convívio social, como a identificação de termos como à direita, à esquerda, para frente, atrás, etc., em cenas simples, é possível propor aos alunos uma diversidade de situações cuja resolução possibilite que sistematizem e ampliem esses conhecimentos. Desta forma, pode ser interessante inicialmente propor atividades que permitam às crianças que percorram caminhos, por exemplo, da sala de aula até o banheiro, ou do pátio até a sala de aula. No entanto, para que os alunos avancem nesses conhecimentos, é necessário desenvolver a capacidade de deslocar-se mentalmente e de pensar o espaço sob diferentes pontos de vista. Essa evolução se dá a partir de problemas que incluam representações gráficas e descrições, tanto orais, quanto gráficas (desenhos e esquemas) e escritas. A representação é apenas um modelo que permite tomar decisões e antecipar as ações efetivas.

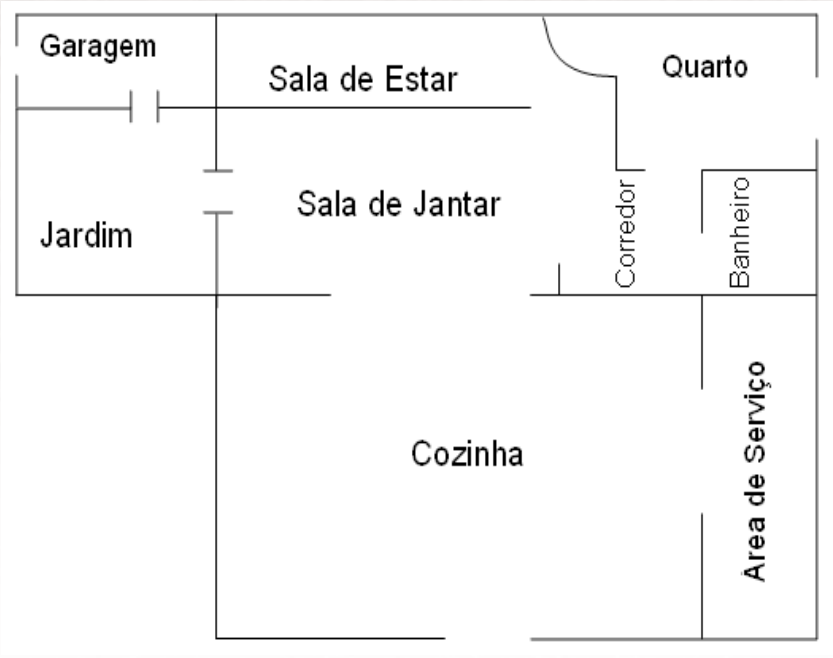
Pode-se iniciar o trabalho explorando espaços pequenos e conhecidos, por exemplo, em situações em que os alunos resolvam problemas relativos à sua localização em sala de aula usando pontos de referência, como objetos que são fixos na sala, descrevendo sua localização em função desses pontos de referência. Ao resolver problemas que envolvam produzir ou interpretar informações para localizar objetos em um determinado espaço, os alunos podem avançar progressivamente no domínio de um vocabulário específico que os permita chegar a uma localização mais precisa. Um aspecto a se levar em conta é o de que, ao elaborar uma informação para localizar, por exemplo, um objeto, o aluno pode pensar a partir do próprio corpo, de um objeto em particular ou do espaço mais amplo, por exemplo, "à direita", considerando o próprio corpo à direita da mesa. Considerar, simultaneamente, esses diferentes aspectos pode provocar confusões na elaboração e interpretação das referências que poderão ser, para maior esclarecimento, submetidas à discussão em algum momento do trabalho coletivo. Os erros de interpretação e a falta de êxito na localização constituem ótimas oportunidades para discutir sobre a necessidade de estabelecer convenções.

Para que os alunos avancem nas suas possibilidades de representação do espaço, é possível propor problemas que envolvam conhecer e interpretar mapas e croquis, por exemplo, do bairro da escola – ou uma planta baixa de um local de visitação ou de uma casa – e solicitar que os alunos elaborem instruções para chegar de um lugar a outro, oralmente ou por escrito, como nos exemplos que se seguem:

Esta é a planta baixa do aquário de Ubatuba, na cidade do estado de São Paulo:

(A) Qual trajeto uma pessoa poderia fazer para visitar todo o aquário?
(B) Compare o trajeto que você fez com o de um colega. Anote no seu caderno o que eles têm em comum.
(C) Qual o caminho mais curto para ir direto para o tanque de contato?
(D) Como você faria para informar a um colega o caminho para o banheiro masculino?

A casa de Pedro tem os seguintes compartimentos:



Pedro chegou em casa, guardou o carro na garagem e foi até o quarto. Descreva um caminho que ele pode ter feito.

Há várias opções para se trabalhar sobre uma planta, por exemplo:

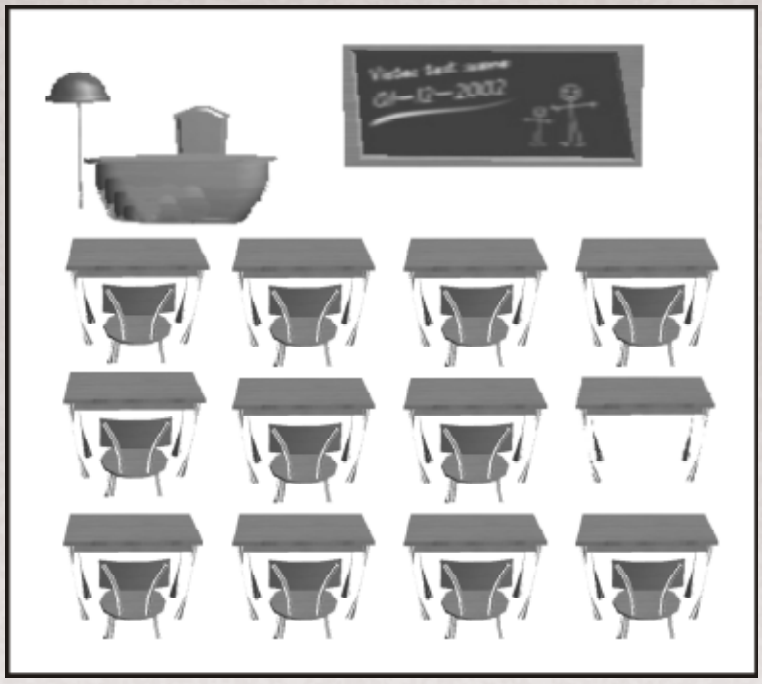
- Redigir um percurso para ir de um lugar a outro e, paulatinamente, agregar restrições: que seja um percurso de quatro quarteirões, que tenha que passar pela porta da farmácia, etc.
- Dar uma série de pistas para a localização de um lugar e pedir aos alunos que analisem se são suficientes (Paulo está em frente à praça, Mariana está a duas quadras da escola, etc.).
- Propor determinada situação: "Dois amigos que vivem a uma distância de quatro quarteirões entre si decidem encontrar-se na metade do caminho. Só há uma possibilidade? Como se poderia precisar melhor o ponto de encontro?"
- Trabalhar em equipes: uma das equipes redige um percurso; as outras equipes o traçam seguindo as indicações.
- Redigir um percurso entre dois pontos: dados dois pontos da planta, todos os alunos descrevem como chegar de um até o outro dispondo de diferentes informações: tantos quarteirões à direita ou à esquerda, nomes de ruas, referências de edifícios ,etc.

Nesse tipo de atividade, o tamanho – ou amplitude – do lugar e dos objetos que aparecem no problema desempenha um papel importante. Não é a mesma coisa indicar o caminho para ir da escola até um ponto conhecido utilizando o mapa do bairro e indicar o caminho para localizar um objeto dentro da sala de aula. No primeiro caso, as relações permitem a referência a um espaço que não pode ser "visto" em sua totalidade ao mesmo tempo, pois exige deslocamentos. No segundo, as relações podem ser "vistas" diretamente. Não se trata, de forma alguma, de uma ordem evolutiva, mas da necessidade de trabalhar ao mesmo tempo com diferentes tamanhos e amplitudes de objetos e lugares.

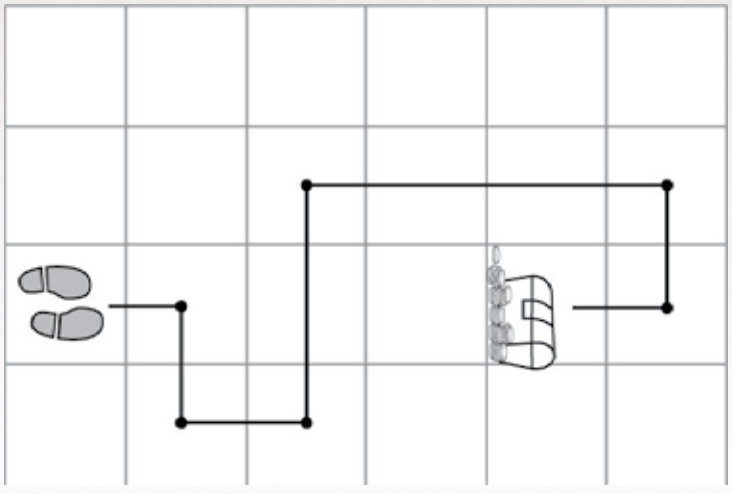
Desta forma, espera-se que os alunos possam utilizar as relações espaciais para interpretar e descrever, de forma oral ou gráfica, deslocamentos, trajetos, posição de objetos e pessoas por meio de desenhos ou instruções orais ou escritas, analisando pontos de vista, formas de representar, proporções, códigos e referências.

Para avançar nesses conhecimentos, é importante propor também atividades de localização em locais arrumados em filas e colunas – como na sala de aula ou em teatros ou cinemas – em que os estudantes possam discutir e elaborar instruções sobre a localização de determinada fila e coluna. Aproveitando as explicações dos alunos, o professor pode fixar um referencial para fazer este tipo de localização. Esse trabalho pode dar origem ao estudo do plano cartesiano e colaborar para que os estudantes passem a considerar a necessidade de dois eixos para determinar a localização, como no exemplo abaixo:

Nesta sala de aula está faltando uma cadeira. Indique a localização do local onde deve ser colocada a cadeira considerando as filas e colunas



Para dar continuidade às tarefas de localização e movimentação das crianças na sala de aula organizada em filas e colunas, podem-se propor situações em que os alunos utilizem malhas quadriculadas para interpretar ou representar, em um plano, a posição de uma pessoa ou objeto, ou a movimentação de uma pessoa ou objeto:



- Escreva uma mensagem indicando o caminho que está traçado de tal forma que um colega possa encontrar o tesouro. Atente para que a mensagem que você escrever tenha todas as informações necessárias.
- A mensagem - 1 passo, 3 passos, 2 passos – tem informações suficientes para chegar ao tesouro? Explique sua resposta.

Para que todos os alunos possam se apropriar da terminologia adequada e dos aspectos que precisam considerar para localizar objeto ou pessoa, ou para explicar um itinerário, é preciso organizar momentos coletivos de troca e de sistematização dos conhecimentos e anotar as observações em cartazes e no caderno as conclusões do grupo. É possível, por exemplo, concluir a atividade de localização do tesouro, citada anteriormente, propondo que os alunos discutam com seus colegas e anotem quais informações uma mensagem precisa conter para indicar um caminho.

3.3.7 Conhecimentos das Formas Geométricas

O estudo das propriedades das figuras geométricas planas e espaciais envolve muito mais que as reconhecer perceptivamente e saber conhecer seus nomes. Implica também em conhecer suas propriedades para resolver diversos tipos de problemas geométricos, como também gerar condições e oportunidades de introduzir os alunos em um trabalho intelectual próprio da atividade matemática.

É importante superar a ideia de que os desenhos "mostram" as relações que os alunos precisam construir. Aquilo que o aluno pode "ver" no desenho está diretamente relacionado aos conhecimentos que possui sobre o objeto que esse desenho representa.

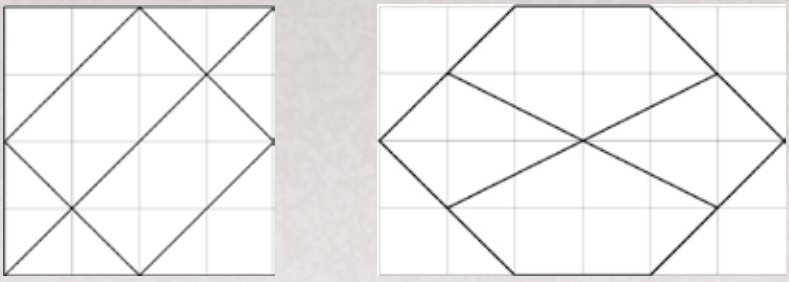
As formas tridimensionais, como o nome indica, têm três dimensões: comprimento, altura e largura. As formas bidimensionais, também como o nome indica, têm duas dimensões: comprimento e largura. As figuras tridimensionais podem ser ocas ou não. Quando não são ocas, são conhecidas como sólidos geométricos, dentre os quais se destacam os poliedros e os corpos redondos.

Para que os alunos possam aprofundar seus conhecimentos sobre as formas geométricas e avançar na análise das propriedades das figuras, é necessário que resolvam problemas em que possam explorar, reconhecer e usar características das formas geométricas bidimensionais (figuras planas) e/ou tridimensionais (figuras espaciais) para distinguir umas das outras, construir e estabelecer relações entre distintas formas geométricas; explorar, reconhecer, reproduzir sólidos geométricos, utilizando suas características para distinguir uns dos outros; estabelecer relações entre figuras espaciais (tridimensionais) e suas planificações.

Em sala de aula, é possível propor situações em que os estudantes analisem figuras tridimensionais e suas faces pela exploração de uma variedade de formas, de tal maneira que os alunos possam identificar, por exemplo, a quantidade e a igualdade de arestas, faces e vértices e suas características; retas; curvas, etc. Ou, ainda, propor situações que envolvam a exploração e a identificação das características específicas de uma figura tridimensional dentro de uma coleção, que possibilitem estabelecer relações entre distintas formas geométricas, por exemplo, em um jogo em que o professor ou um estudante escolhe uma figura de uma coleção de formas geométricas, apresentada para a classe, e a turma precise adivinhar qual foi a escolhida, fazendo perguntas que só podem ser respondidas por *"sim"* ou *"não"*. Para formular as perguntas, os estudantes precisam selecionar características comuns ou diferentes das figuras presentes na coleção. Para os estudantes, o objetivo do jogo é adivinhar qual foi a figura escolhida pelo professor. Do ponto de vista didático, o principal objetivo é que os estudantes analisem as características das formas geométricas tridimensionais e explicitem as propriedades que vão descobrindo. Além das características das formas geométricas tridimensionais e da utilização

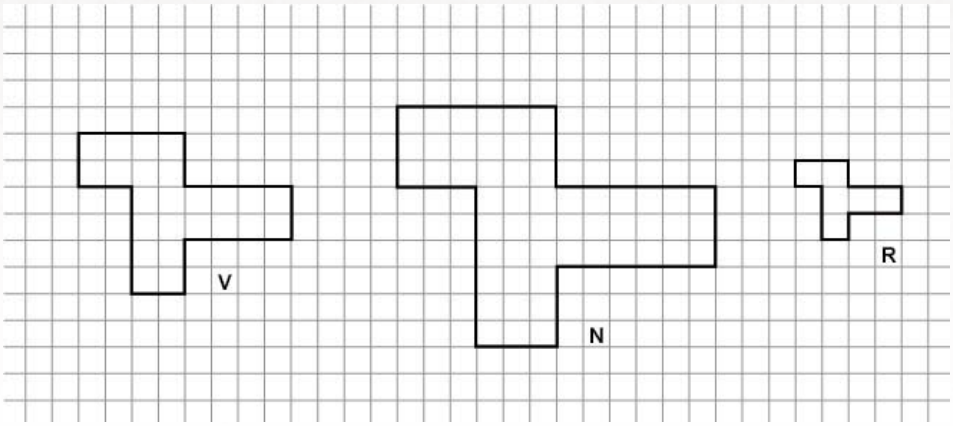
de vocabulário adequado, para formular suas perguntas os estudantes precisam considerar as perguntas de seus colegas e as respostas dadas pelo professor para, em seguida, analisar a pertinência das suas perguntas.

O trabalho com figuras geométricas também implica o desenvolvimento de capacidades que levem os estudantes a construí-las, a reproduzi-las. Para que isso seja possível, eles poderão utilizar diversos recursos para que resolvam os problemas propostos, e farão progressivas conceituações sobre as características e propriedades das diferentes figuras. O trabalho baseado nas construções de figuras pode favorecer a utilização - explícita ou implícita - de algumas das relações que as caracterizam. As atividades de construção podem gerar situações potentes para que os estudantes avancem na análise das figuras geométricas. Por exemplo: pedir aos estudantes que copiem em papel quadriculado uma figura plana, também apresentada em papel quadriculado, como nos exemplos a seguir, pode favorecer o estabelecimento de certas relações que garantam a eles a efetividade da reprodução.



Para reproduzir a figura, os estudantes precisam considerar seus elementos, suas medidas, conservar certas propriedades, selecionar os instrumentos mais convenientes a utilizar, decidir se vão contar a quantidade de quadradinhos que cada lado "ocupa", determinar os pontos médios de cada lado (mesmo que não saibam que se chamam pontos médios), etc. Isto exige que os estudantes façam uma análise bastante rigorosa das características e relações que o desenho apresenta. Para averiguar se acertaram, podem sobrepor as imagens. Desta forma, os alunos podem validar sua produção por seus próprios meios, uma vantagem deste tipo de problema.

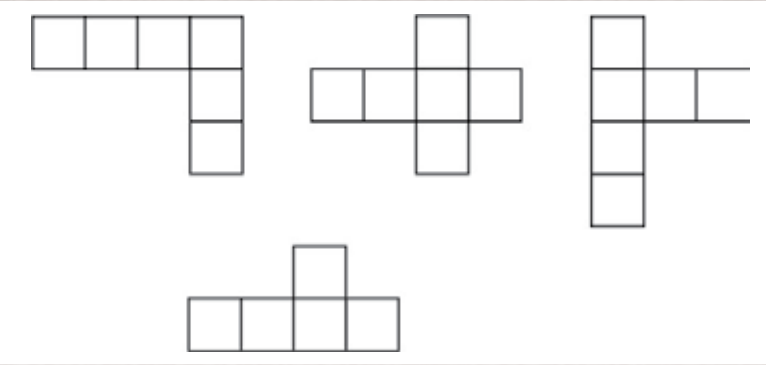
Outra possibilidade é propor que os estudantes ampliem figuras e/ou ainda que analisem algumas ampliações e discutam sobre o que é preciso fazer para manter suas características, como no exemplo que se segue:



- Em que se parecem e em que diferem as figuras apresentadas acima?
- Quais relações existem entre a medida dos lados da figura R e a dos lados da figura V? Como obter as medidas de cada um dos lados da figura V a partir dos lados da figura R? E a dos lados da figura N?
- O perímetro da figura R é de 14 unidades. Qual é o perímetro de cada uma das outras figuras?

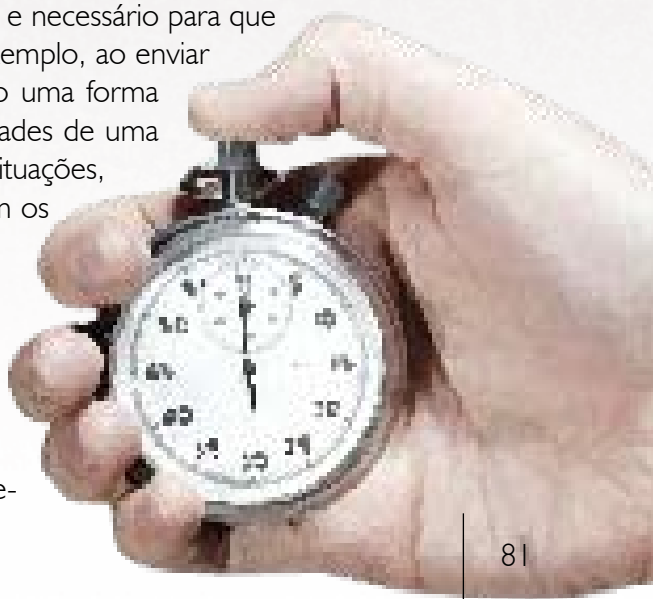
É possível também desenvolver um trabalho voltado para as relações entre as figuras planas e tridimensionais a partir de diferentes planificações. Por exemplo:

Para montar um cubo, recortaremos os desenhos a seguir. Se assim fizermos, quais irão permitir montar realmente um cubo se dobrarmos as linhas marcadas? Justifique sua resposta.



O objetivo desse tipo de atividade é que os estudantes antecipem que algumas planificações não são válidas para montar o cubo por não conterem a quantidade de faces necessárias, que outras não são válidas por não atenderem à distribuição das faces que permitem montá-lo ,etc.

O trabalho com figuras planas e espaciais também implica em introduzir um vocabulário específico, não só dos nomes de corpos e figuras como também dos elementos que os compõem. A incorporação progressiva desse vocabulário específico aparece como uma necessidade de comunicação, de formulação das estratégias utilizadas diante de um problema apresentado. Como consequência, transforma-se em um recurso útil e necessário para que se possa entender sobre o que se está falando, por exemplo, ao enviar uma mensagem escrita para outro colega descrevendo uma forma geométrica, ao responder perguntas sobre as propriedades de uma figura em um jogo de adivinhação, etc. A partir destas situações, é possível fixar nas paredes da sala de aula cartazes com os nomes socialmente reconhecidos.



3.3.8 Grandezas e Medidas

São várias as grandezas que podem ser medidas: tempo, comprimento, capacidade, massa, superfície, etc. Desde pequenas, as crianças se interessam pelas me-

dições, seja usando seu próprio corpo como unidade – por exemplo, utilizando os pés, mãos – empregando objetos como palitos, ou, até mesmo, instrumentos de medidas, como a régua ou a fita métrica. Elas vão, intuitivamente, desenvolvendo noções de que medir é comparar o que se escolheu como unidade com aquilo que se quer medir. A análise do acerto e do erro é um dos caminhos para que os estudantes possam identificar que:

- medir é eleger uma unidade e determinar quantas vezes esta cabe no objeto medido. É estabelecer uma comparação e, portanto, o resultado da medição depende da unidade escolhida;
- nem sempre é possível medir exatamente; a medição quase sempre é aproximada. No entanto, existem procedimentos que garantem um melhor ajuste;
- o instrumento a ser utilizado depende do objeto a ser medido, por exemplo, não é apropriado medir o comprimento do pátio com palitos de fósforo ou a capacidade de uma caixa d'água com uma xícara de café, porque seria um processo muito trabalhoso e cometeríamos muitos erros. Se o instrumento do qual dispomos não é apropriado, precisamos tomar muito mais cuidado com o procedimento utilizado.

Das relações comerciais surgiu, já nos primórdios da civilização humana, a necessidade de estabelecer unidades de medida padrões e, novamente, partes do corpo como, por exemplo, pés foram padronizados como unidade de medida. A necessidade de estabelecer unidades de medidas de padrão internacional, como o Sistema Internacional de Unidades de Medidas, do mesmo modo, surgiu pela necessidade das transações comerciais e fundamentou-se a partir da necessidade de unidades de base para massa (o quilograma), comprimento (o metro); tempo (o segundo), etc.

Propor situações que envolvam a realização efetiva de medições é fundamental. Essas situações poderão envolver a utilização de instrumentos convencionais e não-convencionais, tanto para estabelecer diferentes medidas – de comprimento, de massa, de capacidade, de superfície – como para realizar comparações entre diferentes objetos. A utilização de instrumentos não-convencionais, como "pés", "passos" ou "palmos", pode favorecer a reflexão sobre as diferenças encontradas nas medidas obtidas e a discussão sobre a necessidade de padronização, reproduzindo o caminho trilhado historicamente pelo homem. Um exemplo de atividade desse tipo é a proposição do seguinte problema aos estudantes:

> "Imaginem que um dos vidros da janela de nossa sala de aula se quebrou e que precisamos passar as medidas do vidro a ser reposto para o vidraceiro, por telefone. Como poderíamos medir o vidro com os materiais que temos na classe e quais são as medidas do vidro quebrado?"

Essa situação-problema bastante simples pode favorecer o surgimento de várias reflexões, como, por exemplo, sobre quais materiais poderiam servir como instrumentos de medida, sobre quais medidas seriam necessárias passar ao vidraceiro para a reposição do vidro, sobre os procedimentos de medida a serem adotados, etc.

Outro aspecto a ser abordado é a escolha dos procedimentos adequados para realizar medições, utilizando-se instrumentos vários. Para as crianças, não é evidente a maneira de

usar cada instrumento de medida. Por exemplo, nem sempre as crianças coincidem o zero da régua com o início do objeto que querem medir: *"se é para medir um comprimento, por que precisamos fazer coincidir o início do comprimento com o zero da régua e não com o um?"* Nem sempre fica claro para os estudantes que todas as repetições da unidade estabelecida são iguais. Às vezes, as crianças variam a posição do objeto-unidade de medida, outras vezes sobrepõem essa unidade etc. Precisam compreender como cada instrumento funciona e, para tanto, é importante disponibilizar os instrumentos convencionais para medir (régua, relógios, calendários, etc.) com o objetivo de que os estudantes possam conhecê-los, usá-los e estabelecer relações entre diferentes unidades de medida.

Um exemplo de atividade que problematiza os procedimentos de medição e a utilização correta dos instrumentos de medida é solicitar aos estudantes que, em duplas e de posse de uma fita métrica, meçam a altura um do outro e anotem as medidas obtidas em cartões com seus nomes. Em seguida, procede-se à ordenação dos cartões em ordem crescente e, em uma fila, os alunos posicionam-se cada um atrás do seu cartão para a comparação das alturas reais e das medidas obtidas. No caso de diferenças entre a ordenação real das alturas dos alunos e a ordenação dos cartões, problematiza-se o que pode ter ocorrido: se as fitas métricas estão erradas ou se há problemas nos procedimentos usados para medir.

Cabe destacar as possibilidades de trabalho com as medidas de tempo. Para que os alunos avancem na compreensão e no uso dessas medidas, inicialmente, é possível propor situações em que possam conhecer a distribuição dos dias na semana e dos meses no ano, e utilizar o calendário para localizar datas e determinar durações. Em seguida, pode-se incorporar a leitura das horas em diferentes tipos de relógios e o cálculo de intervalos de tempo. Mais adiante, é possível propor também a resolução de problemas que exijam a utilização de equivalências entre horas e minutos e expressões como 1/2 hora, 1/4 hora e 3/4 hora, além de outros, que envolvam o cálculo do tempo de duração de determinadas ações, como nos exemplos a seguir:

Patrícia andou durante 150 minutos. Quantas horas ela andou?
Marquinhos foi à praça com sua mãe. Chegaram lá às 10h30min e foram embora às 12h15min. Quanto tempo ficaram na praça?
Marta viajou para o exterior no dia 12 de outubro de 2008 e retornou em 7 de novembro de 2008. Quanto tempo durou sua viagem?
O início de uma peça de teatro está anunciado para às 16h. A peça terá duração de 2 horas e 20 minutos. A que horas terminará?

Ao elaborar problemas desse tipo para propor aos alunos, é importante considerar alguns aspectos que interferem em sua complexidade:

- os números envolvidos no problema: se permitem um cálculo direto ou se é necessário mais de um cálculo. Por exemplo, para transformar 150 minutos em horas, é possível pensar em 60 min+60 min=120 min, ou 2 horas, ainda restam 30 minutos. Em relação ao tempo de duração da viagem de Marta, é preciso calcular o tempo de duração da viagem até o fim do mês, considerando quantos dias tem outubro e, em seguida, acrescentar os dias de novembro;

• a forma como está organizada a informação: isto é, alguns enunciados podem oferecer a informação sobre o horário do início e do término do evento e propor que se calcule o tempo de duração. Outros podem fornecer a informação sobre o horário de término, o tempo de duração, e propor que se calcule o horário de início do evento. Ainda há alguns que indicam o horário inicial, o tempo de duração e perguntam sobre o horário em que termina a atividade.

Embora seja mais simples propor problemas de medição efetiva relacionados ao comprimento, os alunos podem resolver também problemas que envolvam as medidas de capacidade e massa, como nos exemplos a seguir.

Quantas garrafas de 600 ml são necessárias para encher um balde de 6 litros?
Há duas ripas de madeira, uma mede 126 centímetros e a outra mede 1 metro e 20 centímetros. Qual é a mais comprida?
A linha de ônibus 203 tem um percurso de 52 km. O percurso deste ônibus tem mais ou menos do que 70.000 metros?
Num copo cabe mais ou menos que meio litro de água? E que 200 ml?
Para fazer 4 pizzas se usa 1 litro de água. É verdadeiro afirmar que para cada pizza é necessário 250 mililitros de água?

É possível abordar as diversas grandezas, simultaneamente, a partir de diferentes pontos de vista, sem esperar a construção final de uma delas para passar à outra. As crianças podem enfrentar diferentes tipos de problema e utilizar diferentes procedimentos utilizando conhecimentos adquiridos informalmente.

As primeiras situações deverão enfatizar a necessidade de comparar comprimentos, capacidades ou massas. É possível propor problemas em que os alunos possam resolver por comparação direta, por exemplo, ao perguntar qual é a criança mais alta da classe, e problemas que exijam usar informações intermediárias, e os obriguem a medir a partir de alguma unidade de medida, que pode ser não convencional, como palmos, passos, lápis, etc, realizando comparações indiretas.

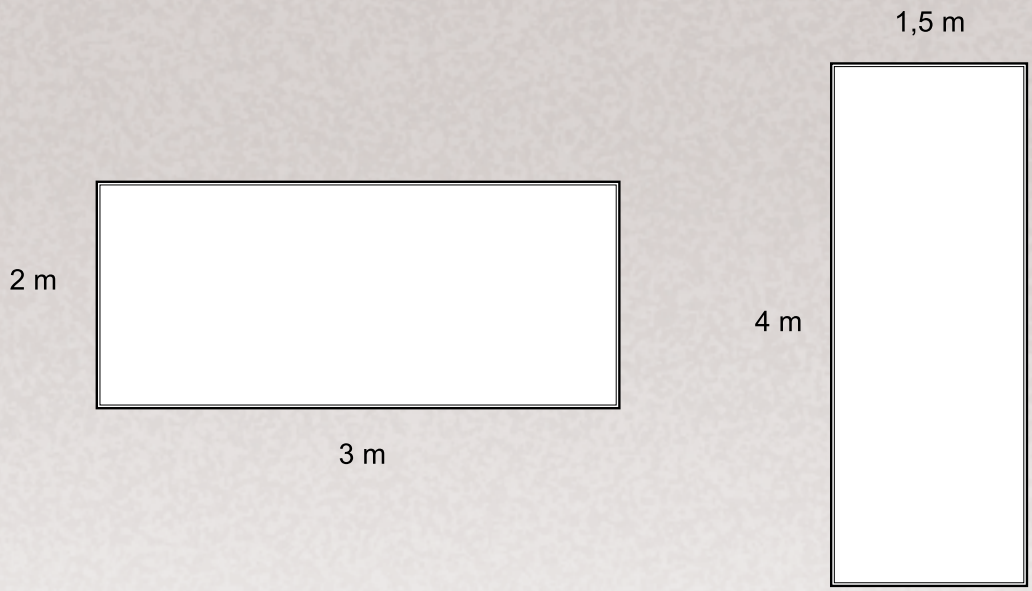
Para que essas atividades provoquem intencionalmente a necessidade de medir, é necessário que envolvam objetos que não podem ser deslocados ou que não possam ser sobrepostos, por exemplo, ao se perguntar qual é a lousa maior, a da nossa classe ou a da classe ao lado? Ou perguntar se o armário que está encostado no fundo da sala passa pela porta sem que seja preciso desmontá-lo. Portanto, a proximidade ou a distância entre os objetos que se quer comparar é uma variável importante que altera o problema e, consequentemente, interfere nas estratégias utilizadas pelos alunos.

É possível também propor situações em que seja necessário estabelecer um ordenamento a partir de comprimentos, capacidades, massas ou tempos. Nesse tipo de proposta, a quantidade de informação apresentada é uma variável que interfere na complexidade do problema. Não é a mesma coisa comparar a altura de duas crianças da sala ou de toda a turma.

Uma vez elaboradas determinadas ideias sobre cada uma das grandezas, os estudantes deverão enfrentar problemas mais complexos que os levem a colocar em jogo os significados construídos. Depois que tiveram diferentes oportunidades para medir comprimentos, poderão

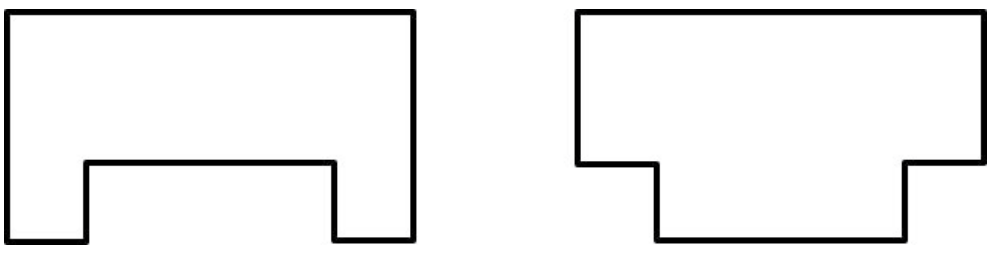
realizar medições e cálculos que permitam conhecer o comprimento do perímetro de uma figura. Em um primeiro momento, é possível propor situações de medição de perímetros em folhas quadriculadas, ou utilizá-las para medir, como nos exemplos abaixo:

Os desenhos abaixo representam os planos de duas casas

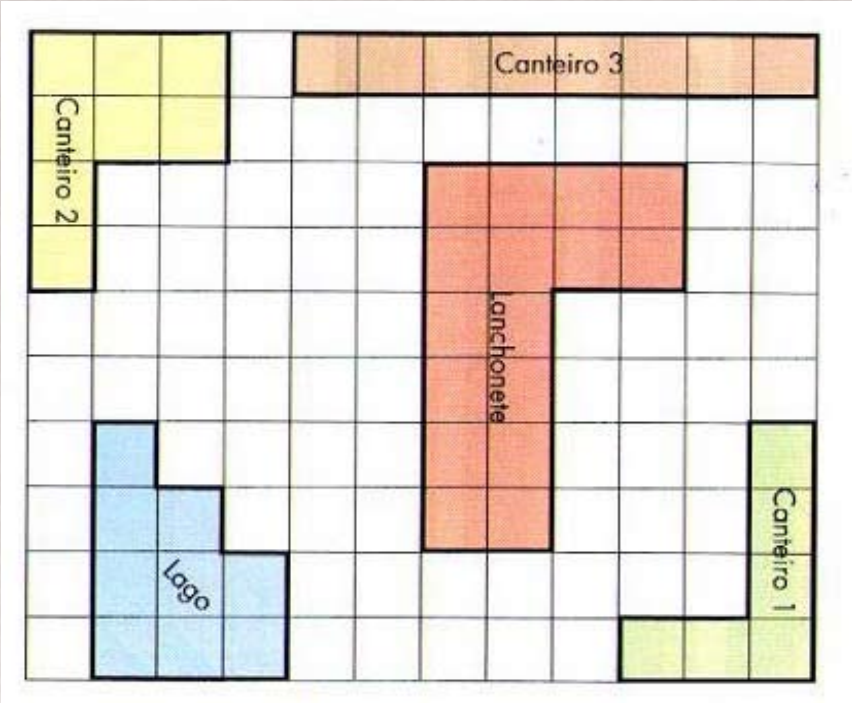


Se os moradores quiserem colocar uma cerca de madeira em todo o contorno das casas, encostadas às paredes, quantos metros de madeira precisarão comprar, aproximadamente?

Sem medir é possível afirmar que as duas figuras abaixo têm o mesmo perímetro? Justifique sua resposta.



Marcela fez o projeto de uma área de lazer em uma malha quadriculada, em que todos os quadradinhos têm o mesmo tamanho, como mostra o desenho abaixo.



Considerando o quadradinho como unidade de medida de superfície, qual é a área da lanchonete?

A ideia é fazer com que as crianças consigam passar de procedimentos em que precisam efetivamente realizar medições de todos os lados à utilização de cálculos mais econômicos, medindo exclusivamente alguns lados e apoiando-se nas propriedades das figuras. Por vezes, os estudantes demonstram certa confusão entre as noções de área e perímetro. Possivelmente, um dos fatores que contribui para isso é que ambos podem ser calculados a partir dos mesmos dados: os comprimentos dos lados.

Um primeiro tipo de problema que pode ser proposto envolve a comparação de áreas de figuras sem a necessidade de medição, a partir de recortes e sobreposições. Neste tipo de situação, os estudantes poderão identificar se uma figura tem maior, menor ou igual área que outra, sem conhecer ainda as fórmulas para calcular. Outro tipo de problema pode abordar a transformação de figuras envolvendo a diferenciação entre área e perímetro como grandezas independentes. Para avançar no trabalho com área, é possível propor problemas que envolvam o uso de diferentes figuras como unidades de medida (quadradinhos em folha quadriculada, triângulos etc), e com elas, determinar a área de outras figuras.

Outro aspecto que faz parte do trabalho em torno das medidas é a resolução de problemas que envolvam estimar medidas de comprimento, massa e capacidade. Os alunos podem ter uma ideia aproximada de quanto podem pesar objetos conhecidos por eles, qual pode ser a capacidade de diferentes embalagens etc. Aprender a estimar exigirá começar a ter uma representação das unidades de medida mais comuns e das grandezas aproximadas. O professor pode oferecer informações sobre algumas equivalências, por exemplo, que 1 metro é igual a

100 cm; 1 quilograma é igual 1000 gramas, etc. Essas informações precisam ficar à disposição, dos estudantes para que possam consultá-las sempre que necessário.

Um exemplo de atividade que problematiza a estimativa de medidas é escolher alguns objetos impossíveis de serem medidos realmente, pelo tamanho ou localização geográfica distante da sala de aula, e solicitar aos estudantes que façam uma estimativa de suas medidas, justificando os valores escolhidos em comparações com outros objetos conhecidos. A comparação das estimativas e a discussão da adequação dos valores pode ser acompanhada de pesquisa sobre as medidas reais dos objetos anteriormente escolhidos para essa atividade.

As trocas e equivalências entre cédulas e moedas do nosso sistema monetário também são um aspecto referente às Grandezas e Medidas. Organizar situações que envolvam problemas de compra e venda pode favorecer a compreensão desses conteúdos, tais como:

Quantas moedas de cada valor são necessárias para formar 1 real?

a) ____ moedas de 50 centavos.
b) ____moedas de 25 centavos.
c) ____ moedas de 10 centavos.
d) ____moedas de 5 centavos.
e) ____moedas de 1 centavo.

Agora, forme 1 real com moedas de valores diferentes. Quantas combinações você conseguiu formar? Anote as combinações feitas por seus colegas que forem diferentes das suas.

Para pagar sua compra na farmácia Pedro utilizou uma cédula de R$ 10,00, três de R$ 5,00 e duas de R$ 0,50. Quanto Pedro pagou pela compra?

Anita foi ao banco tirar 100 reais e recebeu esse valor em 7 notas. Como as notas poderiam estar distribuídas?

É possível também aproveitar esse contexto para propor situações que envolvam a escrita de números racionais como: se 10 moedas de 10 centavos são o mesmo que 1 Real, então 10 x 0,1 = 1 ou 10 vezes 1/10 é 1.

Na maioria das vezes, medir demanda a divisão da unidade de medida escolhida. Dessa forma, a realização de medições de tempo, comprimento, capacidade e massa promoverá a circulação de algumas representações fracionárias e decimais.

3.3.9 Números e Operações

3.3.9.1 Sistema de Numeração – Números Naturais

Para grande parcela dos adultos, a organização do sistema de numeração decimal pode parecer óbvia, mas, para as crianças, apresenta-se bastante complexo, uma vez que algumas de suas características e propriedades não são explicitadas em sua notação como, por exemplo, o fato de que cada algarismo dentro de um número tem um valor diferente, mesmo que sejam algarismos iguais, como em 2.222. Não conhecendo o valor posicional dos algarismos, muitas vezes as

crianças não conseguem entender onde está o 1.000 na escrita de um número como 1.950, por exemplo, e tendem a achar que se deveria colocar mais zeros nessa escrita. Por não serem "vistas", essas características e propriedades permanecem quase imperceptíveis para os estudantes que tentam compreender o funcionamento do sistema de numeração e, por não serem observadas, muitas vezes, não são compreendidas. Isso significa que cabe à escola um intenso trabalho de observação de regularidades, de problematizações, de registros e reflexões sobre o sistema para que o estudante possa observar, compreender e usar competentemente o sistema de numeração. É importante que se apresente desde cedo aos estudantes a oportunidade de refletir e utilizar números de diferentes tipos (naturais, ordinais, racionais) e de diferentes magnitudes, para que os estudantes possam ir conhecendo as situações de uso de cada um, e percebendo as semelhanças e diferenças entre números de diferentes campos e intervalos numéricos.

Nosso sistema de numeração é composto por 10 símbolos, os algarismos, com os quais podemos escrever qualquer número. Ele é posicional, isto é, o lugar que cada algarismo ocupa no número é que indica seu valor. Assim, o mesmo algarismo a cada posição que ocupe à esquerda, tem seu valor aumentado dez vezes. Por exemplo,: em 333, temos 300+30+3 e lemos trezentos e trinta e três. Esta organização possibilita grande economia para ler, escrever e para operar com os números. Em contrapartida, torna a escrita numérica difícil de ser interpretada e compreendida apenas pela observação de números. Não há nada explicitado na escrita de um número que dê pistas das operações – adições e multiplicações – subjacentes à sua notação. A economia dessa notação, fruto de um longo processo de desenvolvimento histórico, acaba se tornando difícil e pouco transparente para os estudantes, como pode ser visto na decomposição do número 5.923 até sua forma polinomial, exemplificando toda a complexidade do sistema:

5.923=5000+900+20+3
5.923 = 5x1000+9x100+2x10+3x1 ou
5.923 = 5x10³+9x10²+2x10¹+3x10⁰.

Exemplos de questões semelhantes às apresentadas nas provas analisadas, que exploram a decomposição de números e podem auxiliar na compreensão do valor posicional, são apresentados a seguir:

Decomponha os números a seguir, conforme o exemplo: 7.531 = 7.000 + 500 + 30 + 1

a) 2.796 =
b) 4.860 =
c) 1.908 =
d) 15.082 =

Escreva os números formados em cada caso:

3.000 + 700 + 80 + 2 =
500 + 7 =
10.000 + 2.000 + 900 =
6.000 + 600 + 60 + 6 =

Reconhecer a organização posicional do sistema é uma habilidade complexa que requer a vivência de atividades que envolvam comparar, produzir e interpretar números escritos, explorar números de diferentes tipos e ordens de grandeza, em situações contextualizadas ou puramente matemáticas.

Pesquisas apontam que, mesmo antes de entrar na escola, as crianças já elaboram hipóteses sobre os números. Por exemplo, ao compará-los, as crianças consideram que quanto maior a quantidade de algarismos, maior é o número. Outro critério que utilizam quando comparam números de igual quantidade de algarismos é de se basearem na posição que ocupam os algarismos, o que evidencia que, embora ainda não compreendam completamente a ideia de valor posicional, as crianças reconhecem que os algarismos têm valor diferente conforme o lugar que ocupam. Utilizam esse critério de comparação, em geral afirmando que o primeiro algarismo da esquerda para a direita é o que tem maior valor, mesmo quando ainda não sabem qual é esse valor. De fato, a quantidade de algarismos, no caso dos números naturais, traz a ideia da magnitude do número, e os algarismos localizados à esquerda têm maior valor que os localizados à direita.

Ao produzirem números cuja escrita convencional desconhecem, as crianças se apoiam na escrita dos números familiares e de uso frequente, por exemplo, o número de sua casa ou o número que representa a sua idade. Também se apoiam nos "números redondos" (múltiplos de dez), por serem mais familiares, uma vez que são usados em cédulas e moedas, entre outros portadores, e na informação que extraem da numeração falada, neste caso, escrevendo números exatamente da mesma maneira como são falados. Quando se apoiam na oralidade, se utilizam de uma representação basicamente aditiva, semelhante à forma oral como são falados os números: "cento e trinta e sete", "vinte e dois mil e quinhentos", etc. Ao estabelecerem uma correspondência estrita entre a numeração escrita e a numeração falada, e como a organização de ambas não é a mesma, as crianças produzem escritas não convencionais como 308 para 38, 21000204 para 2024, entre outras.

É interessante que algumas propostas sejam repetidas durante o ano, por exemplo, um ditado de números, para que se possam mapear os conhecimentos e dúvidas dos estudantes em cada momento do trabalho e adequar as atividades subsequentes. Nesse ditado, é importante que apareçam números de diferentes magnitudes – com zero no final e intercalado –, números familiares dos estudantes, como o número que identifica o ano e números próximos a este, entre outros. Muito embora os números para o ditado devam ser pensados com antecedência, é importante circular entre os estudantes durante sua realização, para observar os números que colocam ou não desafios para os estudantes em sua escrita. Notando que os números planejados para o ditado são muito fáceis ou muito difíceis para a maioria dos estudantes, podem-se modificar os números planejados para que a atividade se constitua como possível e, ao mesmo tempo, seja um desafio real para os alunos.

Uma variação do exercício acima, com registro individual dos números, pode ser um ditado com apenas uma folha de registro para uma dupla ou grupo, ou ainda um ditado com registro individual, mas realizado com os estudantes dispostos em grupos de discussão de 4 ou 5 componentes, podendo um dos estudantes ficar responsável por anotar os números que provocaram dúvidas no momento de seu registro. Outra possibilidade é utilizar a calculadora durante o ditado de números, promovendo uma discussão acerca dos possíveis diferentes nú-

meros que aparecerem no visor da calculadora, a partir do mesmo número ditado, e sobre as teclas necessárias para se escrever cada número.

Outra possibilidade é propor o registro individual do maior e do menor número que os estudantes conheçam e a posterior comparação das produções, fazendo-se uma lista na lousa de todos os "menores" números conhecidos e, de outro lado, uma lista com todos os "maiores" números conhecidos pelos estudantes, e promover um debate sobre os diferentes números que apareceram. Ao comparar os números, os estudantes estarão socializando e discutindo estratégias de escrita e interpretação de números, critérios de comparação, características e propriedades dos números.

O sistema de numeração, assim como outros conteúdos matemáticos, pode ser abordado a partir da resolução de problemas e da reflexão sobre eles. Assim, para que os estudantes possam avançar progressivamente na compreensão do funcionamento do nosso sistema de numeração, são necessárias condições didáticas que permitam a eles colocar em jogo suas hipóteses; que promovam reflexões sobre as relações que "estão por trás" das notações; e que gerem confronto entre as escritas não convencionais que produzem, as escritas e interpretações de seus colegas e as escritas e interpretações convencionais. Algumas outras situações que favorecem o desenvolvimento do conhecimento numérico são:

3.3.9.2 A análise das regularidades da série numérica oral e escrita

Para que os estudantes analisem as regularidades numéricas, é possível propor situações que envolvam contar de 10 em 10, de 100 em 100, de 1.000 em 1.000, de 10.000 em 10.000, etc. a partir de números determinados, com ou sem o apoio de quadros numéricos, para facilitar a observação de regularidades na série numérica oral e escrita. Por exemplo, em uma roda com os estudantes, solicitar que cada um diga um número de uma sequência previamente combinada, podendo consultar, se necessário, um quadro numérico.

A resolução de problemas que envolvam escalas ascendentes e descendentes (de 1.000 em 1.000, de 2.000 em 2.000, de 250 em 250, etc) também contribui para a análise dessa regularidades. Por exemplo:

> Uma rua tem postes de luz instalados a cada 100 metros. O primeiro poste está a 17 metros do início da rua. A que distância do início da rua ficam os próximos 10 postes?

É possível ainda propor problemas em que tenham de somar ou subtrair 10 ou 100 de uma lista de preços e discutir o que mudou em cada número da lista, como, por exemplo, neste problema:

Um comerciante de eletrodomésticos aumentou todos os preços da sua loja em 10 reais. Complete a tabela com os novos preços dos eletrodomésticos dessa loja.

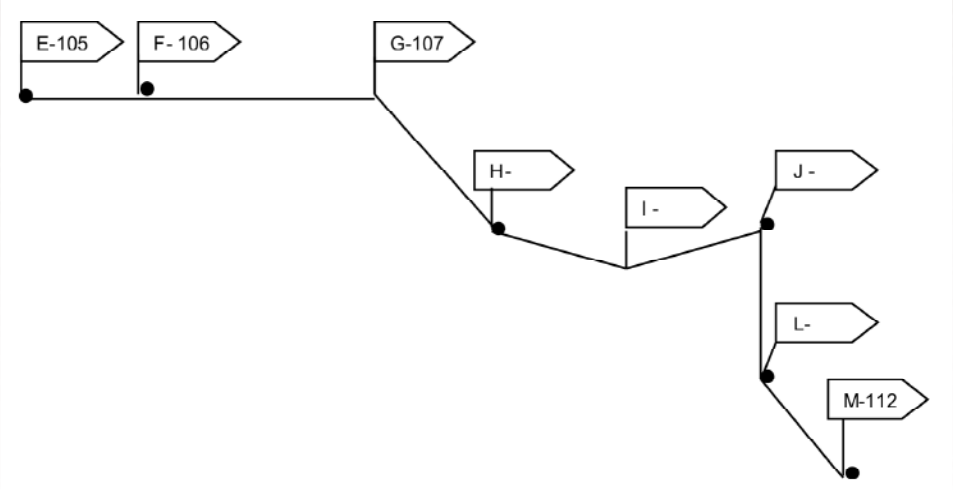
Produto	Preço Antigo (em reais)	Novo Preço (em reais)
Televisão 29"	793	
DVD Player	159	
Geladeira	1215	
Fogão	399	
Ventilador	87	

Outro tipo de problema em torno desse mesmo conteúdo envolve a escrita de diferentes sequências numéricas em calendários, jogos de percurso produzidos na classe, retas numéricas ou quadros numéricos variados, e refletir sobre elas buscando generalizar os números que fariam parte de uma possível continuidade da sequência. Pode-se, por exemplo, produzir calendários anuais com os estudantes, preenchendo tabelas organizadas em 7 colunas e 6 linhas, como a abaixo, informando aos estudantes apenas o dia da semana em que se inicia o mês e quantos dias tem o mês.

DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA	SÁBADO

Outra possibilidade é construir linhas do tempo com os estudantes, sobre fatos históricos estudados ou da história da matemática, com os anos de nascimento dos familiares e fatos marcantes vividos. Um exemplo de questão que explora uma sequência numérica aparece a seguir:

As estações de trem de certa cidade são identificadas por letras e números, conforme percurso abaixo. Luciana entrou no trem na estação 105 e quer descer na estação 110, entretanto, em determinado trecho os números estão apagados o que dificulta a sua localização.



Qual é a letra que identifica a estação que Luciana deve descer?

Pode-se propor a produção de escritas de números próximos a números dados. Por exemplo, a partir de vinte mil – informando seu nome e sua escrita – discutir como se escreve o vinte mil e trezentos. Em seguida, promover um trabalho coletivo em torno da análise, comparação e debate sobre as diferentes escritas. Esse tipo de atividade propicia a reflexão em torno de questões como o valor posicional dos algarismos e o papel do zero na notação escrita.

3.3.9.3 Estudar com maior sistematicidade um campo numérico

Utilizar tabelas que possibilitem estudar um conjunto de números organizados de determinada maneira, de acordo com os objetivos de ensino e aprendizagem. Propor diferentes atividades com as tabelas ou quadros numéricos: completar os números que faltam, encontrar números errados, completar uma linha ou uma coluna vazia, propor jogos para adivinhar um número com perguntas que só podem ser respondidas com sim ou não, bingos para pintar os números da tabela quando forem sorteados e "cantados", procurar os números com determinada característica (maiores que ....., menores que....., terminados em .....), etc. As tabelas podem ser organizadas de 1 em 1 com números entre, por exemplo, 100 e 200, ou entre 10.200 e 10.300, organizadas de 10 em 10, por exemplo, de 1.000 a 2.000 ou entre 34.000 e 35.000, entre outras possibilidades.

Cálculos que permitam usar as propriedades do sistema de numeração

Os estudantes podem também realizar cálculos e comparações de diferentes composições e decomposições.

É possível também propor cálculos em que uma das estratégias possíveis seja "arredondar os" números. Por exemplo, propor aos estudantes que eles tentem fazer cálculos sem o auxílio de nenhum material, e que experimentem tirar algumas unidades de uma das parcelas de uma soma para tornar a outra parcela um múltiplo de dez, o que pode facilitar o cálculo mental. Por exemplo:

68 + 22=	ou	68 + 22 =
(68+2) + (22-2) =		(68-8) + (22+8) =
70 + 20 = 90		60 + 30 = 90
56 + 25=	ou	56 + 25=
(56+4) + (25-4) =		(56-5) + (25+5) =
60 + 21 = 81		51 + 30 = 81

O importante em situações como essas é discutir as diferentes estratégias que surgirem, solicitando-se aos estudantes que expliquem e tentem representar o modo como calcularam, refletindo coletivamente sobre as vantagens de cada estratégia para realizar os cálculos propostos.

Os cálculos de dobros e metades, multiplicações por 10, por 20, por 30, por 100, por

200, por 300, etc., seguidos de análise e justificativa dos resultados, também permitem utilizar as propriedades do sistema de numeração.

Todas essas situações requerem um momento de comparação dos procedimentos utilizados e dos resultados obtidos, para que os estudantes conheçam e se apropriem de outros procedimentos e possam, progressivamente, tomar decisões sobre o procedimento mais conveniente de acordo com a situação-problema e os números envolvidos. Vale ressaltar que algumas das habilidades exploradas nas atividades sugeridas, muito embora não sejam habilidades mensuráveis em uma avaliação em larga escala, não devem ser deixadas de lado no trabalho em sala de aula, uma vez que essas habilidades são intrinsecamente relacionadas a outras e fortes determinantes da competência matemática dos indivíduos, ou seja, elas podem não ser foco direto da avaliação em larga escala, mas, se não trabalhadas, certamente farão falta quando da mensuração de outras habilidades. São, portanto, avaliadas indiretamente.

3.3.9.4 Problemas para aprofundar a análise do valor posicional

Aprofundar a análise do valor posicional, pode-se propor a formação de uma quantidade determinada de dinheiro com notas de R$100,00, R$10,00 e R$1,00, uma vez que as cédulas com esses valores equivalem às unidades, dezenas e centenas e, em seguida, propor uma reflexão sobre a informação contida na escrita do número, relacionando cada algarismo ao seu valor posicional e às notas correspondentes. Outra possibilidade é propor a troca de "cheques" por cédulas e moedas, em situações de compra e venda simuladas na sala de aula, com o objetivo de que sejam exploradas as relações entre as escritas numérica e por extenso, no preenchimento do cheque, e a composição e a decomposição de valores com as cédulas e moedas, além da questão do valor posicional representada pela quantidade necessária de notas de cada valor para se chegar ao valor representado no cheque.

É possível também propor a utilização da calculadora para fazer transformações de números escritos no visor. Por exemplo, escrever o número 234 e depois, sem apagá-lo, fazer aparecer o numero 204, discutindo-se as operações feitas e o porquê. Nesse caso, está-se problematizando a questão do valor posicional, pois é preciso que se subtraia 30 para que o 3 dê lugar ao 0 (zero).

Outro grupo de situações que se pode propor envolve a realização de cálculos utilizando-se a calculadora, considerando-se certas restrições que exijam a decomposição dos números. Por exemplo: fazer aparecer o número 6345 no visor, usando apenas as teclas 1, 0 e o símbolo +. Ou pedir aos estudantes que expliquem como se pode fazer aparecer o número 7077 no visor da calculadora sem se utilizar a tecla 7, o que obriga a realização de uma composição do número. Depois de resolver o problema, os alunos podem discutir as diferentes possibilidades de resposta.

Os estudantes podem também resolver problemas em que precisem escrever números considerando certas restrições. Por exemplo: *"escrever o maior número de quatro algarismos usando o 5, o 6, o 7 e o 8"* ; *"escrever o menor número de três algarismos diferentes"*, etc., seguida da análise dos diferentes números obtidos e da produção de justificativas que explicitem certas regras. Outra possibilidade é pedir que os alunos formem todos os números possíveis com 3 algarismos determinados e, depois, que os coloquem em ordem crescente.

São muitas as possibilidades de abordagem do sistema de numeração em sala de aula, mas

o importante é que os estudantes tenham a oportunidade de construir e testar hipóteses e procedimentos pessoais para resolver problemas, observar regularidades, refletir sobre os acertos e erros, comunicar e compartilhar ideias com os colegas.

3.3.9.5 Números Racionais

A busca por representações para indicar números não naturais sempre ocorreu na história do desenvolvimento da humanidade, devido ao fato de haver problemas que não podiam ser resolvidos utilizando-se os números naturais, sendo as representações decimais e fracionárias dos números racionais a versão mais atualizada dessa busca.

O trabalho com os números racionais na escola envolve a exploração de uma grande variedade de problemas que os números naturais não são suficientes para resolver. Assim, os problemas propostos aos alunos podem envolver a utilização de representações fracionárias e decimais para expressar divisões (quociente e razão) e medidas (incluindo a relação parte-todo), comparação e ordenação de números racionais, nas representações fracionárias e decimais, assim como a localização de alguns deles na reta numérica, a leitura de números racionais, nas representações fracionárias e decimais, identificação de frações equivalentes, a resolução de problemas que envolvem o uso da porcentagem no contexto diário, como 10%, 20%, 50%, 25%, etc. Em relação ao uso da porcentagem, nos itens que compõem a Prova Brasil, aparecem questões simples que envolvem o cálculo de porcentagens, semelhantes ao exemplo a seguir:

> Uma pesquisa feita com 1.000 alunos de uma escola demonstrou que 20% dos alunos possuíam um ou mais animais de estimação. Quantos alunos dessa escola possuíam animais de estimação?

Sabemos que a reorganização e o estabelecimento de relações entre diferentes conceitos já conhecidos fazem parte do fazer matemático. A aprendizagem dos números racionais envolve uma forte ruptura com alguns conhecimentos já construídos sobre o funcionamento dos números naturais. Regras válidas para os números naturais já não servem para os números racionais e, nesse sentido, o conhecimento dos números naturais funciona como um obstáculo. Por exemplo, o critério válido para comparar números naturais – números com mais algarismos são maiores que outros com menor quantidade de algarismos – não é necessariamente verdadeiro em termos de números decimais. Outro obstáculo envolve a comparação de representações fracionárias. Alguns estudantes, por exemplo, podem afirmar que 1/8 é maior que 1/3 porque 8 é maior que 3. Afirmam também que 1/4 é o dobro de 1/2 porque 4 é o dobro de 2. Ou se surpreendem ao multiplicarem decimais e obterem um produto menor que os fatores ou, ao dividir, obter um quociente maior que o dividendo. O fato de que no campo dos racionais não se pode falar em sucessor ou antecessor de um número também pode causar estranheza. Todas essas questões merecem uma problematização cuidadosa em sala de aula.

Iniciaremos a reflexão pela representação decimal devido à enorme importância social que essa representação adquiriu na sociedade moderna para a unificação das notações nas transações comerciais e financeiras.

3.3.9.6 Representações decimais

Situações envolvendo o sistema monetário podem ser um bom ponto de partida para o ensino das representações decimais. A familiaridade dos estudantes com esse contexto possibilita que resolvam tarefas que envolvem a escrita com vírgula, a partir do conhecimento que tem do dinheiro, mesmo quando não contam com conhecimentos sobre os números decimais.

Confrontar os procedimentos utilizados e analisar o modo como cada um representou, reconhecer a parte de uma representação em outra possibilita que se explicite por que essas diferentes representações da mesma quantidade são equivalentes. Os argumentos em torno dos procedimentos possibilitam estabelecer com segurança, sem necessidade de fazer a conta, que certa composição da quantidade solicitada é válida porque se houve relação com outras composições que também o são.

Um exemplo de questão que explora a representação decimal é apresentado a seguir:

> Uma boneca custa R$10,50. Qual é o MAIOR número de bonecas que eu posso comprar com R$ 50,00?

Embora inicialmente as propostas possam estar relacionadas a problemas envolvendo o uso do dinheiro, é importante estimular novas situações que estendam as relações estabelecidas para outros contextos, para depois descontextualizá-las e passar para um plano exclusivamente numérico. O contexto do dinheiro pode propiciar a aparição e o uso de expressões decimais, mas também tem certos limites. Dentre eles, a quantidade de subdivisões da unidade de real é limitada, isto é, há uma quantidade finita de algarismos do lado direito da vírgula, geralmente dois. Essa limitação "oculta" uma das características fundamentais dos números racionais: entre dois números racionais há infinitos números.

O contexto das medidas também apresenta alguns limites. A quantidade de algarismos da parte decimal é determinada pela precisão do instrumento utilizado para medir, como podemos observar no exemplo apresentado a seguir, que envolve a utilização de um termômetro:

> A temperatura normal de uma pessoa é 36,5 graus. Jane está com febre e sua temperatura está medindo 39 graus. Quantos graus acima do normal está a temperatura de Jane?

Isto quer dizer que os contextos de uso social dos decimais não permitem abordar uma propriedade importante dos números decimais, segundo a qual entre dois números decimais sempre há outro número. A abordagem desse aspecto requer a reflexão sobre os números descolados de seu contexto de uso quando, então, pode-se refletir sobre os números com vários algarismos na parte decimal, compará-los com outros com diferentes quantidades de algarismos na parte decimal, etc.

Por isso, é preciso propor situações em que progressivamente esses conhecimentos possam ir-se desprendendo desses contextos particulares e atinjam maior grau de generalidade.

Outro aspecto possível de se abordar é o das relações entre representações fracionárias e

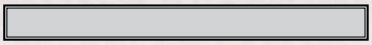
representações decimais. Uma vez que tenha sido trabalhado o sentido das escritas fracionárias, é possível propor situações que abordem a relação entre as notações fracionárias e decimais. As frações com 10, 100, 1.000 (potências de dez) como denominadores apresentam uma relação mais direta com as escritas decimais.

3.3.9.7 Representações fracionárias

Assim como acontece com os números naturais, para que os estudantes possam compreender o funcionamento das representações fracionárias, precisam resolver uma ampla gama de problemas em que seu uso tenha sentido. Para tanto, é possível propor situações que requeiram a comparação de frações; outras que envolvam a resolução de problemas e cálculos; e ainda outras que solicitem a localização de frações na reta numérica[11] ou encontrar uma fração entre duas frações dadas.

Um bom ponto de partida podem ser as situações de divisão com resto em que faça sentido continuar a divisão, por exemplo, repartir 5 chocolates entre 2 crianças de tal maneira que não sobre nenhum. Problemas referentes às medidas – envolvendo situações em que o objeto que será medido não contém uma quantidade inteira de vezes da unidade selecionada – podem ser propostos simultaneamente. Por exemplo, propor que as crianças meçam o comprimento da tira A desenhada abaixo, utilizando como unidade de medida a tira B.

A

B 

Para resolver problemas desse tipo, os estudantes podem apoiar-se nos seus conhecimentos sobre a divisão e as medidas. Mas se só utilizarem números naturais, não será possível resolver o problema.

Inicialmente, é interessante que os alunos possam resolver problemas de divisão mais simples, que envolvam distribuições em que seja possível dividir igualmente todos os elementos (divisões que tenham resto zero) e, logo, outras distribuições que tenham sobras e cujo resto possa ser subdividido para continuar a divisão, em divisões mais complexas, que envolvem a noção de fração.

Uma forma de ampliar esses conhecimentos é propor que os estudantes, após pensarem em como resolver a situação, argumentem sobre a equivalência dessas divisões. Por exemplo, ao solicitar que os estudantes resolvam um problema em que precisem dividir 11 chocolates entre 4 crianças, de tal maneira que não sobre nada e todas as crianças recebam a mesma quantidade, alguns estudantes podem desenhar 11 chocolates, entregar 2 chocolates inteiros para cada criança, dividir 2 na metade e o último em 4, e entregar para cada criança 2 chocolates inteiros, uma metade e um quarto. Podem também desenhar 11 chocolates, cortar 10 na metade e dividir o último em 4. E, ainda, desenhar 11 chocolates e cortar cada um em 4 etc. Essa diversidade de estratégias produz uma variedade de escritas e, ao analisá-las, os estudantes podem relacioná-las e estabelecer equivalências entre essas representações. Por exemplo, podem concluir que 2 chocolates inteiros mais 1/4, mais 1/4, é igual a 2 chocolates mais 1/2,

11 O uso da reta numérica é um recurso para aprofundar a análise e poder produzir novas relações entre frações e entre o inteiro e as frações.

porque 1/4 mais 1/4 é igual a 1/2.

A escolha dos números do problema é uma variável importante e interfere na sua complexidade. No nosso exemplo, os números envolvidos favoreciam a aparição de frações como meios e quartos. Já se o problema pedisse para dividir 19 chocolates entre 5 crianças, provavelmente envolveria o uso de quintos e décimos.

Outra variável importante a ser considerada ao selecionar os problemas que serão propostos é a diversidade de contextos. No exemplo dos chocolates, podemos considerar como inteiro todos os chocolates juntos ou cada um deles. No caso de uma grandeza contínua, esse raciocínio não é possível.

Assim como com os números naturais, o ensino do algoritmo antes de os estudantes compreenderem certas questões em relação às frações pode gerar algumas dificuldades: decompor a fração em dois números naturais e operar com esses números para depois obter uma fração, reforça a ideia, que as crianças já tem, de que uma fração não é um único número e, sim, dois. Ao mesmo tempo, as crianças não constroem estratégias de controle dos resultados, uma das principais causas dos erros.

Nem sempre o algoritmo convencional é o procedimento mais econômico para resolver uma operação entre duas frações. Alguns casos possibilitam recorrer a estratégias não convencionais e se apoiam em certas relações entre os números naturais e as frações, ou entre frações e frações. Por exemplo, para resolver 3/4+1, é possível pensar que 1=4/4 , então 3/4+4/4=7/4 , ou para resolver 3/4+1/2, pensar que 1/2 é equivalente a 2/4, então é possível fazer 3/4+2/4=5/4.

Se os estudantes só utilizarem os algoritmos tradicionais, uma série de relações que enriquecem o conhecimento sobre as frações não seria visível. O cálculo com frações transcende a aprendizagem da técnica e possibilita, considerando-se certas condições de ensino, que os alunos avancem na compreensão deste conteúdo.

3.3.9.8 Operações

A organização da numeração escrita e as operações tem estreita relação. *Isto significa que as aprendizagens sobre o sistema de numeração e sobre as operações se influenciam reciprocamente. Por um lado,* como já foi dito anteriormente, a compreensão da notação numérica supõe desentranhar as operações subjacentes a ela; por outro, a resolução de operações possibilita o aprofundamento da compreensão do sistema de numeração. Assim, é muito importante desenvolver um trabalho sistemático e simultâneo com os números e as operações. Passemos, agora, a comentar o trabalho com as operações, o qual poderíamos subdividir para efeitos didáticos em dois grandes blocos: habilidades de cálculo e resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais.

Para que uma situação se constitua em um problema do ponto de vista do estudante, precisa reunir algumas condições:

- ter sentido no campo do conhecimento da criança, para que ela possa imaginar uma estratégia para resolvê-lo, mesmo que não seja a correta, nem a mais econômica;
- que o problema envolva um desafio: a estratégia conhecida não pode ser suficiente- ou eficiente - para resolvê-lo;
- que seja suficientemente aberto para dar espaço ao surgimento de diferentes estra-

tégias de resolução válidas, para que seja possível confrontá-las e extrair conclusões a partir delas.

Como já foi dito, é preciso propor problemas em que os estudantes sejam convidados a calcular, mesmo quando ainda não dispõem de uma solução convencional. No entanto, não basta propor problemas e mais problemas; é preciso organizar momentos em que os estudantes possam confrontar as diferentes estratégias utilizadas, explicitar as propriedades nas quais se apoiaram, observar regularidades e formular regras gerais sobre as operações, ainda que provisórias e, finalmente, constatar em que medida o que formularam coincide com o saber matemático socialmente válido. Na aprendizagem de conteúdos complexos, como as operações, é necessário aceitar a provisoriedade dos conhecimentos construídos como sucessivas aproximações ao conhecimento socialmente válido.

Compreender as quatro operações básicas envolve um complexo conjunto de conhecimentos relacionados aos problemas, aos recursos de cálculo e às escritas aritméticas. Esse processo demanda muitos anos de escolaridade e experiências com uma diversidade de problemas aditivos e multiplicativos12, envolvendo as diversas ideias das operações, os diferentes conjuntos numéricos, números de diversas grandezas, diferentes contextos, etc.

É importante destacar que os nomes das diferentes categorias ou subclasses de problemas são instrumentos de trabalho para o professor, para selecionar, comparar, analisar e propor diferentes problemas para os estudantes, mas essa classificação não deve ser apresentada às crianças.

3.3.9.9 Problemas Aditivos

Apresentaremos uma classificação de problemas a partir das características dos enunciados e das ideias das operações, a saber:

- **Problemas em que algo mudou, uma quantidade aumentou ou diminuiu, enfim, ocorreu uma transformação positiva ou negativa (ideia de acrescentar, da adição, ou de tirar, da subtração**)

Esta classe de problemas inclui aqueles nos quais encontramos um estado inicial, uma transformação que opera sobre ele e que conduz a um estado final. Por exemplo, *Pedro tinha 17 figurinhas em seu álbum. Ganhou algumas de seus colegas e agora tem 29. Quantas figurinhas Pedro ganhou?*

Dentro desta estrutura, a transformação pode ser positiva ou negativa: *"Tinha 17 figurinhas e ganhou 12..." (ideia de acrescentar) ou "Tinha 17 figurinhas e perdeu 12..." (ideia de tirar)*. É possível também variar o lugar da incógnita, do termo desconhecido. Ela pode estar no estado final *("Tinha 17 figurinhas e ganhei 12, com quantas fiquei?")*, na transformação *("Tinha 17 figurinhas, ganhei algumas, fiquei com 29, quantas ganhei?")*, ou no estado inicial *("Tinha algumas figurinhas, ganhei 12 e fiquei com 29, quantas tinha inicialmente?")*.

Dentro desta categoria, os problemas de transformação positiva ou negativa cujas perguntas se referem ao estado final são os que, em geral, apresentam menor grau de dificuldade em sua resolução, porque basta aplicar a transformação que se propõe ao estado inicial. A procura pelo estado inicial é muito mais complexa para as crianças.

12 Para pensar sobre a complexidade envolvida na aprendizagem das operações, a contribuição de Gerard Vergnaud é extremamente relevante. Para Vergnaud "problemas aditivos" são todos aqueles cuja solução exige adições ou subtrações, e "problemas multiplicativos" aqueles que exigem multiplicações ou divisões.

- **Problemas em que duas ou mais medidas se combinam para formar outra medida (ideia de juntar da adição e de separar da subtração)**

Por exemplo, *"No pomar de Pedro há 17 pés de laranja-lima e 12 limoeiros. Quantas árvores frutíferas há no pomar de Pedro?"* (ideia de juntar).

Neste caso, não ocorrem transformações, nem acontecem mudanças numa sequência temporal: 17 e 12 são medidas das duas coleções, e 29 é o resultado de uma composição de medidas. A partir dessa situação, podemos encontrar dois tipos de problemas: um mais simples, quando é preciso encontrar o total, como no exemplo acima, e outro mais complexo, quando é preciso encontrar uma das medidas: *"Pedro tem 29 árvores frutíferas em seu pomar. Algumas são pés de laranja-lima e 12 são limoeiros. Quantos pés de laranja-lima há no pomar de Pedro?"* (ideia de separar ou completar).

- **Problemas que relacionam duas medidas (ideia de comparação)**

Este tipo de problema envolve uma relação estática entre ambas as medidas, uma comparação entre elas. Não existem transformações. Por exemplo: *"Pedro tem 17 figurinhas e Carlos tem 23. Quantas figurinhas Carlos tem a mais que Pedro?"*

Nota-se que a quantidade de figurinhas de cada menino não se altera.

Também neste caso, é possível variar o lugar onde está a pergunta. É possível formular um enunciado em que a pergunta recaia sobre a relação entre as medidas, como no nosso exemplo, mas também é possível formular enunciados em que a pergunta incida sobre uma das coleções, por exemplo: *"Pedro tem 17 figurinhas. Carlos tem 6 a mais que Pedro. Quantas figurinhas Carlos tem?"*. As variações também podem ocorrer na maneira como se formula a relação entre as medidas: *"mais que"* ou *"menos que"*, *"quantos a mais"*, *"quantos a menos"*, *"qual é a diferença"*.

Este tipo de problema é de uma complexidade maior do que os dois precedentes, porque não é simples a associação de uma operação com a ideia de comparação. A compreensão da situação enunciada representa um obstáculo para as crianças, pois a relação com a subtração não é evidente inicialmente. Além disso, os termos *"mais que"* ou *"quantos a mais"* podem-se configurar como pistas falsas da operação a ser utilizada, levando os estudantes a realizarem uma adição ao invés da subtração.

- **Problemas que envolvem a composição de duas ou mais transformações que dão lugar a outra transformação**

São problemas do tipo: "Pedro perdeu 8 figurinhas na primeira partida de um jogo e, na segunda, perdeu outras 4. Quantas figurinhas Pedro perdeu no jogo?", ou "Pedro perdeu 7 figurinhas na primeira partida de um jogo e ganhou 5 na segunda partida, terminando o jogo com 16 figurinhas. Com quantas figurinhas Pedro iniciou o jogo?"

Também neste grupo, os problemas podem variar de acordo com as transformações, positivas ou negativas. As duas podem ser do mesmo tipo ou de tipos diferentes. O segundo caso torna o problema bem mais complexo. É possível ainda variar o lugar da pergunta, que pode recair sobre a transformação composta, como no primeiro exemplo citado anteriormente, ou também pode pedir para que se encontre uma das transformações elementares. Por exemplo: *"Na primeira partida, Pedro perdeu 8 figurinhas e na segunda, perdeu mais algumas. No total Pe-*

dro perdeu 13 figurinhas. Quantas ele perdeu na segunda partida?"

Outros exemplos de questões que exploram a composição de transformações são os seguintes:

> João está juntando dinheiro para comprar uma televisão e um fogão. Ele já possui R$ 976,00. Resolveu comprar o fogão que custou R$ 599,00. Quanto ainda precisa juntar para comprar uma televisão que custa R$ 750,00?
> E
> Júlia estava brincando com seus amigos de bolinhas de gude. Júlia tinha várias bolinhas, mas na primeira partida Júlia perdeu 5 bolinhas. Na segunda, ganhou 8 bolinhas. E na terceira partida, perdeu 4 bolinhas, ficando com 21 bolinhas. Quantas bolinhas Júlia tinha no início do jogo?

É necessário, então, explorar toda essa diversidade de tipos de problemas em sala de aula, para que os estudantes se familiarizem com os diferentes tipos, podendo relacionar problemas já conhecidos e discutidos durante as aulas com os novos problemas que terão de enfrentar.

3.3.9.10 Problemas Multiplicativos

Os problemas do campo multiplicativo envolvem as operações de multiplicação e divisão, com suas diversas ideias.

Problemas que envolvem proporcionalidade (ideia de soma sucessiva de parcelas iguais da multiplicação e de subtração sucessiva de parcelas iguais, a ideia de medida da divisão e a ideia de distribuição equitativa da divisão).

Este tipo de problema relaciona duas grandezas. Há uma regularidade entre os elementos das duas grandezas, que se mantêm constantes. Por exemplo: se um pacote tem 5 figurinhas, 2 pacotes têm 10, 3 pacotes têm 15, e assim por diante. Ou *"Um prédio de 12 andares tem 4 apartamentos por andar. Quantos apartamentos há nesse prédio?"* (ideia de soma sucessiva de parcelas iguais). Ou ainda, *"200 bolas devem ser colocadas em caixas com 12 bolas cada. Quantas caixas completas poderão ser montadas?"* (ideia de medida da divisão, ou *"quantos cabem")*, que poderia ser resolvido com uma subtração sucessiva de parcelas iguais a 12, que representam as caixas completas, do total de 200, respondendo a indagação de quantas caixas de 12 podem ser feitas com 200 bolas.

É possível também propor problemas que envolvam a ideia de proporcionalidade inversa (diminuição proporcional de um dos elementos e aumento do outro), como, por exemplo: *"A professora dividiu igualmente 24 lápis entre 2 alunos. Quantos lápis cada um recebeu? E se fossem 3 alunos? 4 alunos? 6 alunos?"* (ideia de distribuição equitativa). Nesse problema, na medida em que aumenta a quantidade de alunos, diminui a quantidade de lápis recebidos.

No caso dos problemas que envolvem uma divisão, também é importante refletir sobre a natureza do resto, se houver, e se ele deve ou não ser considerado ou continuar sendo dividido, como nos exemplos a seguir:

Para fazer uma excursão a um parque ecológico, temos disponíveis ônibus com capacidade para 45 passageiros. Para transportar as 320 pessoas que irão à excursão, quantos ônibus serão necessários?

Nesse caso, o resto obtido na divisão não necessita ser dividido, mas precisa ser considerado para que não sobrem pessoas fora dos ônibus, o que faz com que o quociente aumente em uma unidade.

Problemas que envolvem uma organização retangular ou um produto de medidas

Problemas desse tipo envolvem uma análise dimensional. Por exemplo, calcular a medida da área de um retângulo a partir da medida de seus lados; ou problemas do tipo: *"Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?"*.

Ou ainda: *"Um pequeno auditório tem 56 cadeiras distribuídas em colunas e fileiras. Se são 7 as fileiras, quantas são as colunas?"*, sendo este segundo exemplo de complexidade superior ao primeiro.

- **Problemas que envolvem uma análise combinatória**

São problemas que envolvem combinar elementos de diferentes coleções. Por exemplo: *"Para preparar sanduíches para sua festa de aniversário, Lara comprou dois tipos de pães (baguete de gergelim e pão francês), três tipos de frios (presunto, mortadela e salame) e dois tipos de queijos (mussarela e queijo prato). Quantos tipos diferentes de sanduíches Lara vai conseguir preparar usando um tipo de pão, um tipo de queijo e um tipo de frio em cada um?"*

Neste caso e nos outros apresentados anteriormente, a forma como é apresentada a informação também intervém na complexidade dos problemas. Por exemplo, é bem diferente apresentar o problema assim: *"Uma menina tem apenas 2 saias. Sabendo que ela pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes, quantas blusas ela tem?"*, e assim: *"Uma menina pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem apenas 2 saias, quantas blusas ela tem?"*

Os números envolvidos também se constituem em outra variável importante, a magnitude dos números: se são ou não múltiplos de 10, se têm zeros intercalados, etc.

Uma das decisões que constantemente precisamos tomar diz respeito ao tipo de cálculo mais adequado a diferentes situações-problema que temos de resolver cotidianamente. De maneira geral, poderíamos falar em quatro tipos de cálculo que usamos com frequência para resolver problemas e que, portanto, devem ser explorados na escola: o cálculo escrito (algoritmos), o cálculo mental exato, o cálculo mental aproximado (estimativas) e o cálculo feito com ferramentas de apoio, como a calculadora. Dentre eles, vale ressaltar que o cálculo mental, exato ou aproximado, é o tipo de cálculo mais frequentemente usado nos problemas cotidianos não escolares e, assim sendo, não pode ser deixado de lado na sala de aula, muito embora não seja possível avaliar esse tipo de cálculo nas avaliações em larga escala, assim como não podem ser deixadas de lado as outras modalidades de cálculo. É necessário dar espaço para cada um desses tipos de cálculo, na escola, buscando-se explorar estratégias específicas para

cada um e discutindo suas especificidades.

Assim, devem-se explorar situações de uso e estratégias específicas de cada uma dessas modalidades de cálculo, bem como, na medida do possível, dar ao aluno certa margem de liberdade na escolha de que tipo de cálculo é mais adequado aos problemas que resolve, de forma semelhante ao que ocorre fora da escola quando escolhemos livremente o procedimento de cálculo que mais nos convém. É importante que os estudantes conheçam as várias modalidades de cálculo e consigam identificar o procedimento mais adequado às diferentes situações-problema que se apresentam, usando-os adequadamente.

Os cálculos – mentais ou algoritmos convencionais – são regidos por regras que dependem da organização dos números. Ensinar diretamente os algoritmos convencionais nos anos iniciais da escolaridade, sem passar por momentos de reflexão sobre procedimentos pessoais ou não convencionais, não contribui para que os alunos compreendam todos os passos que precisam seguir na realização de um algoritmo para chegar ao resultado correto. Quando se ensinam diretamente os algoritmos convencionais das operações, muitas vezes, os estudantes decoram seus passos sem compreendê-los. Assim, não sabem justificar as trocas e equivalências entre as ordens. Os erros que as crianças cometem ou as explicações que dão sobre os procedimentos utilizados nos algoritmos convencionais, inclusive quando chegam ao resultado correto, indicam a dificuldade em compreender que esses passos estão intimamente relacionados às regras do nosso sistema de numeração.

É então muito importante que, inicialmente, os estudantes possam elaborar procedimentos próprios para resolver e representar operações. Também é importante propor aos estudantes que resolvam várias situações-problema antes de mostrar-lhes os possíveis métodos para resolvê-los, pois isso inibe o aparecimento dos procedimentos pessoais, etapa importante para a compreensão posterior dos algoritmos convencionais.

É importante frisar que, na resolução de problemas, deve caber a cada estudante decidir sobre o procedimento de cálculo mais adequado, sendo que posteriormente as escolhas dos estudantes podem ser comparadas em termos de praticidade, rapidez e eficiência.

Quanto aos diferentes tipos de cálculo já citados, retomaremos agora orientações específicas para o trabalho com cada um.

3.3.9.11 Cálculos escritos (algoritmos)

Os algoritmos surgiram há muito tempo, criados por diferentes povos e épocas, como uma resposta à necessidade de realização de cálculos com números de grandeza elevada, o que dificultava a realização de cálculos mentais. São vários os povos que criaram algoritmos para responder a essa necessidade, sendo que, por estarem distanciados no tempo e no espaço, geraram vários e diferentes algoritmos para cada operação, uns mais longos e trabalhosos, outros mais sintéticos e rápidos. Aos poucos, esses algoritmos foram-se difundindo, sendo que alguns ganharam destaque e outros caíram em desuso. Hoje, no Brasil, temos um ou dois algoritmos para cada operação usados com maior frequência nas diversas regiões, chamados de algoritmos convencionais.

Não é à toa que esses algoritmos ganharam a preferência dos usuários, sendo que todos eles são bastante sintéticos e não explicitam em sua forma escrita todas as operações parciais feitas como etapas da sua realização. Por esse motivo, são pouco explicativos para os usuários

iniciantes e, em geral, pouco compreendidos por parte dos estudantes. Além disso, os algoritmos convencionais que utilizamos atualmente têm uma característica em comum: suas etapas de realização implicam em considerar os algarismos dos números envolvidos com seus valores absolutos para a realização das operações parciais, fazendo com que consideremos os números que compõem as operações fragmentados em "colunas" isoladas. Com isso, muitas vezes, se perde a noção de grandeza dos números envolvidos. Essa especificidade do funcionamento dos algoritmos convencionais, que garante maior rapidez nos cálculos parciais realizados, é uma grande fonte de erros e incompreensão.

Daí a necessidade de se pensar em um trabalho com os algoritmos que se inicie com a proposição de problemas e com o estímulo à criação de procedimentos pessoais de cálculo que, por serem criados pelos próprios estudantes são, em geral, melhor compreendidos por eles, uma vez que refletem os conhecimentos anteriores que já têm sobre o sistema de numeração e sobre as propriedades das operações. Dos procedimentos pessoais, deve-se passar à socialização e à discussão dos mesmos e de algoritmos transitórios, mais longos, porém com os cálculos parciais explicitados para que se possa chegar à compreensão dos algoritmos convencionais.

Todo esse trabalho de exploração dos algoritmos escritos é fundamental, principalmente, para a resolução de questões que abordam contas avulsas, como a exemplificada a seguir, mas não só, uma vez que problemas com números de grandeza elevada também são, em geral, resolvidos por meio dos algoritmos.

Qual é o resultado desta operação?

100.000 – 50.890

Esta operação apresenta certo grau de dificuldade, por contar com um número com muitos zeros no minuendo. Aqui, percebe-se o quanto o domínio da técnica operatória exige a compreensão do sistema de numeração. Nesse outro exemplo, abaixo, podemos observar como é importante a compreensão do valor posicional para que se possa posicionar corretamente os números durante a execução do algoritmo:

Qual é o resultado de 98.764 + 9.876 + 987?

Outra questão importante de ser trabalhada refere-se aos termos das operações, uma vez que várias questões podem ser formuladas utilizando-os, como as questões a seguir:

Qual o valor do quociente 336 ÷ 12?
ou
Qual é o produto de 250 x 31?

Ainda dentro do bloco dos cálculos escritos, inclui-se o trabalho com as expressões numé-

ricas, seus símbolos e convenções, que pode ter uma exploração inicial em situações contextualizadas, de modo a conferir mais sentido às convenções, muito embora não haja nenhum descritor relativo às expressões numéricas nas provas analisadas.

3.3.9.12 Cálculo mental exato e aproximado (estimativas)

Montar a conta "na cabeça" não significa fazer cálculos mentais, muito pelo contrário, o cálculo mental caracteriza-se por um conjunto de procedimentos utilizados pelos alunos, adaptados aos seus conhecimentos ou preferências, após analisarem os números em jogo. No cálculo mental os números são tratados de maneira global, sem considerar seus algarismos isolados, como ocorre nas contas convencionais, utilizadas para resolver as operações que se caracterizam por utilizar uma única técnica para uma operação, independentemente de quais forem os números em jogo.

A finalidade do trabalho de cálculo mental é que os alunos tenham hábitos de reflexão sobre os cálculos e disponham de meios permanentes de aproximação, de controle sobre os resultados que obtêm. Os alunos enfrentam o desafio de decidir a estratégia mais conveniente diante de cada situação específica.

Algumas das boas estratégias para a realização de cálculos mentais são a decomposição dos números envolvidos e o arredondamento de um ou mais números presentes no cálculo em questão. A observação de regularidades nas tabuadas e generalizações também ajuda, por exemplo, a observar que os resultados da tabuada do 4 são o dobro dos resultados da tabuada do 2, ou que os resultados da tabuada do 8 são o dobro da tabuada do 4 e que, portanto, multiplicar um número por 8, por exemplo, equivale a dobrar (X2), dobrar (X4) e dobrar (X8) novamente aquele número.

As estratégias de cálculo mental utilizadas pelos estudantes precisam ser socializadas e discutidas e, algumas, podem ser anotadas como modelos e propostas para todo o grupo. Há vários jogos também que podem ser propostos para o uso do cálculo mental, desde jogos simples que envolvem a soma dos pontos de dois ou mais dados, até jogos que podem envolver cálculos mais complexos.

No jogo a seguir, por exemplo, podem ser propostos diferentes cálculos que estejam sendo trabalhados nas aulas, como o cálculo de porcentagens. Para jogar, cada estudante receberá uma tabela como a abaixo e deverá calcular as várias porcentagens indicadas do número dado pelo professor, no menor espaço de tempo possível. Conferem-se os resultados e todos recebem 10 pontos por cálculo feito corretamente. Exemplo:

Número ditado pelo professor	50%	25%	10%	5%	1%	20%	Pontos
150							

Nessa atividade, a utilização de várias modalidades de cálculo, incluindo a calculadora, pode ser opcional e de uso livre pelos estudantes, uma vez que muito provavelmente eles perceberão que aqueles que a realizam pelo cálculo mental são mais rápidos do que aqueles que se utilizam da calculadora ou outros métodos. Essa constatação ajuda a desmistificar a calculadora como a solucionadora de todos os problemas relativos a cálculos, destacando o cálculo mental

como um procedimento mais rápido e "tão bom quanto" a calculadora (ou melhor)!

Assim, no trabalho com o cálculo mental exato e com estimativas é importante favorecer a realização de sessões frequentes de cálculo mental, realizadas com a orientação de que os estudantes procurem não utilizar os algoritmos, e para que eles tentem utilizar estratégias próprias do cálculo mental. Também é importante valorizar a resolução de problemas por meio de diferentes procedimentos e a socialização destes (comunicação, discussão, validação); socializar as diferentes estratégias de cálculo utilizadas e refletir sobre elas; e valorizar os registros descritivos sobre os cálculos realizados.

3.3.9.13 Uso da calculadora

A calculadora, longe de substituir o raciocínio dos estudantes como pensam muitas pessoas, oferece ótimas oportunidades de problematização e reflexão sobre o sistema numérico e as operações, conforme tentaremos demonstrar nos exemplos de utilização da calculadora a seguir. Vale ressaltar que propomos a utilização da calculadora em momentos planejados pelo professor, e não um uso indiscriminado em sala de aula. A calculadora não deve ter mais espaço na escola do que as outras formas de cálculo, mas a calculadora em muito pode enriquecer a prática, se mediada ou proposta pelo professor em situações planejadas.

Uma primeira possibilidade de trabalho é trazer calculadoras, ou pedir para os estudantes que as tragam, e sugerir que eles as explorem livremente em um primeiro momento, com o objetivo de que todos se familiarizem com ela. Pode-se ajudar nessa exploração fazendo algumas perguntas que todos poderão responder:

- Quais são as teclas numéricas que aparecem na calculadora?
- Quais são as teclas que indicam operações?
- Quais são as outras teclas que aparecem? Vocês as conhecem?

Dando continuidade à exploração da calculadora, podem-se propor alguns exercícios mais dirigidos, do tipo:

a) Apertem a seguinte sequência de teclas e observem o que acontece:
5+3======
3x2======
3x======

Essa proposta deve ser seguida de uma discussão acerca da função da tecla igual (=) nas calculadoras, assim como de uma discussão acerca da estrutura de funcionamento das calculadoras, uma vez que os estudantes poderão encontrar diferentes resultados apertando essas sequências de teclas em diferentes calculadoras.

b) Vamos conhecer a utilização das teclas de memória. Experimentem a seguinte utilização das teclas de memória e observem o que acontece:
50 M- 2x5 M+ 3x5 M+ MRC
O que aconteceu?

Outra possibilidade de trabalho é propor a utilização da calculadora como instrumento de verificação de cálculos feitos de outras maneiras e, também, como instrumento de auto-correção. Para essa finalidade, poderão ser dados problemas diversos para serem resolvidos por meio de algoritmos ou do cálculo mental e, depois, a calculadora deverá ser utilizada para a verificação dos cálculos feitos. Exemplos de problemas que podem ser propostos:

a) Quantos dias aproximadamente você já viveu desde o seu nascimento?
b) Quantos alunos há em sua escola?

Após a resolução dos problemas, os estudantes podem verificar os cálculos feitos com a calculadora e, no caso de observarem erros, refletir sobre o que fizeram, as decisões que tomaram, os passos que seguiram e o porquê dos erros.

Outra possibilidade é a utilização da calculadora como apoio na resolução de problemas complexos, com várias operações, muitos dados e números grandes, mostrando aos estudantes que o objetivo dessa atividade não é a verificação das técnicas operatórias e, sim, a observação das estratégias e caminhos escolhidos por eles para resolver os problemas.

Os estudantes ganharão tempo com a utilização da calculadora e poderão resolver uma quantidade bem maior de problemas em uma mesma aula do que se fizessem todos os cálculos à mão.

No fim dessa proposta, é possível discutir com os alunos sobre a falsa impressão de que as pessoas não aprendem e ficam preguiçosas ao utilizarem a calculadora. Ela pode facilitar os cálculos, mas só os fará a partir do que foi pensado pelo aluno, com os dados selecionados por ele.

Outra possibilidade é a utilização da calculadora para observar algumas regularidades e formular algumas explicações sobre o que observaram.

Pode-se propor que resolvam com a calculadora uma lista de cálculos relacionados ao conteúdo das aulas, preferencialmente cálculos com alguma particularidade interessante de ser observada, como, por exemplo, as multiplicações e divisões por 0,1 ou 0,5.

Também pode-se propor o preenchimento de tabelas com os cálculos realizados e o registro posterior das "descobertas" feitas.

Número	X 0,1	Número	: 0,1	Número	X 0,5	Número	: 0,5
Ex.: 96	9,6	96	960	96	48	96	192
100		100		100		100	
250		250		250		250	
124		124		124		124	
500		500		500		500	
360		360		360		360	

Nessa atividade espera-se que os estudantes concluam, pela observação, coisas do tipo:

- um número multiplicado por 0,1 fica 10 vezes menor do que era;
- um número dividido por 0,1 fica 10 vezes maior do que era;
- um número multiplicado por 0,5 resulta na metade daquele número;
- um número dividido por 0,5 resulta no dobro daquele número.

Para que os estudantes possam apropriar de todas essas descobertas e compreendê-las, é preciso colocar em discussão o significado dessas operações, por exemplo, discutindo-se que, quando dividimos um número por 0,5, estamos dividindo aquele número em "metades" e que, como um inteiro tem duas metades, ficamos com o dobro de metades em relação ao número inteiro. Registrar a discussão também é fundamental para sistematizar o que aprenderam e poderem retomar esses conhecimentos em outros momentos.

A calculadora também pode ser proposta como parte indispensável de uma problematização, que poderia ser muito cansativa e entediante sem o seu uso. Por exemplo, no problema abaixo, que explora características dos números e operações colocando-as em primeiro plano, e que pode ser utilizado para a retomada de alguns conteúdos já trabalhados.

a) Escolha um número de 3 algarismos e multiplique-o sucessivamente por 7, por 11 e por 13. Observe o resultado obtido e compare-o com o número escolhido por você. Faça o mesmo com outros números de 3 algarismos e observe se isso sempre acontece. O que aconteceu? Por quê? Como isso é possível?
Ex.: 237 x 7 x 11 x 13 = 237.237

b) O que deveríamos fazer para obter o mesmo efeito no resultado, multiplicando números de 2 algarismos? E de 4 algarismos?

Com certeza os estudantes se surpreenderão com os resultados obtidos, mas podem ter alguma dificuldade em descobrir porque isso acontece. A explicação está no fato de que a multiplicação de 7 x 11 x 13 resulta em 1.001, daí esse curioso resultado. A percepção de por que a multiplicação de 1.001 pelo número inicial causa esse efeito no resultado exige do estudante a compreensão de propriedades dos números e operações.

Enfim, a inclusão da calculadora no trabalho matemático da escola se justifica, por um lado, por a calculadora ter-se convertido em uma ferramenta de cálculo muito usada na vida cotidiana – chegando inclusive a modificar os hábitos de cálculo – e os alunos precisam aprender a decidir quando utilizá-la. Por outro lado, a calculadora pode se converter em uma ferramenta para explorar propriedades, para encontrar uma regularidade, para validar um procedimento. Em outras situações, seu benefício residirá na possibilidade de se constatar de maneira imediata – e independente do professor – os resultados de antecipações solicitadas ao aluno.

3.3.10 Tratamento da Informação

Ao resolver problemas, os estudantes enfrentam algumas questões que se relacionam com a maneira como a informação está organizada. Selecionar e organizar a informação, obter novos dados necessários para a resolução quando estes não aparecem no problema proposto,

interpretar a informação apresentada em diferentes suportes (gráfico, tabela, enunciado verbal, etc.), transformar os dados para obter nova informação, selecionar a maneira mais adequada de representar as soluções, etc são conhecimentos necessários quando se resolve um problema. A este grupo de conhecimentos chamamos de tratamento da informação.

As situações referentes a conteúdos relativos ao tratamento da informação têm como objetivo oferecer aos alunos oportunidades para tomar decisões, fazer perguntas, estabelecer relações, organizar, colher, selecionar e comunicar informação, construir justificativas e desenvolver o espírito de investigação. A finalidade não é a de que os estudantes aprendam apenas a ler e a interpretar representações gráficas, mas que se tornem capazes de descrever e interpretar sua realidade usando conhecimentos matemáticos. Embora necessários para resolver problemas, esses conhecimentos muitas vezes ficam implícitos nos processos de aprendizagem da matemática. É preciso planejar algumas situações específicas para abordar estes conteúdos.

Pode-se pensar a organização dessas situações em dois grupos:

- Leitura e organização de informação – situações que envolvem a leitura de informação contida em diferentes contextos, a elaboração de perguntas ou problemas a partir de dados, enunciados ou operações, e a sistematização na busca de soluções ou de informação colhida por meio de perguntas.
- Coleta e organização da informação obtida - propostas relacionadas com a coleta e a organização da informação obtida em experiências e pesquisas, elaboração de representações gráficas para organizar e comunicar essa informação.

A complexidade dos problemas depende, principalmente, da experiência de trabalho dos estudantes com esses aspectos, dos contextos assinalados, das condições e exigências das situações.

3.3.10.1 Leitura e organização de informação

As informações contidas nos problemas adotam diferentes formas: figuras, desenhos, quadros, tabelas, gráficos, textos e múltiplas combinações destas. Dependendo de como os dados estiverem apresentados, podemos facilitar ou dificultar sua interpretação.

Inicialmente, partindo de diferentes contextos, os estudantes poderão distinguir para quais perguntas os conhecimentos matemáticos – numéricos, espaciais, geométricos ou de medidas – dão respostas e para quais não dão.

É possível propor situações em que seja necessário localizar e escolher as informações pertinentes para responder as perguntas, assim como formular perguntas para obter o máximo de informações possíveis a partir de uma figura ou texto.

Uma proposta possível é apresentar aos alunos uma figura e pedir que, a partir de sua análise, respondam algumas perguntas formuladas pelo professor. Posteriormente, os estudantes podem analisar as informações e os meios utilizados para obtê-las.

Algumas perguntas podem ser respondidas pela localização da informação na figura, ao passo que, para responder outras, será preciso relacionar as informações, fazer deduções ou cálculos. Há ainda perguntas que não podem ser respondidas com a informação disponível no problema. Desta forma, os alunos poderão distinguir qual informação utilizam para responder cada pergunta e concluir que, diante de um problema, nem sempre a resposta é imediata. Assim, poderão passar da observação da figura à produção de informações orais e, depois, escritas.

Outra possibilidade é propor situações que envolvam a leitura e a seleção da informação, considerando algumas restrições como, por exemplo, escolher o sorvete mais barato de uma lista de preços. Nessas situações, os dados já estão organizados e as informações podem estar classificadas de diversas maneiras, como em listas de preços, cardápios ou tabelas. Os estudantes precisarão selecionar os dados para responder a pergunta feita pelo professor.

Em uma sorveteria, os preços estão indicados numa tabela como esta:

	Sorvete de 1 bola	Sorvete de 2 bolas	Sorvete de 3 bolas
Sem cobertura	R$ 2,00	R$ 2,50	R$ 3,00
Com cobertura	R$ 2,30	R$ 2,80	R$ 3,30

Márcia pediu um sorvete de 2 bolas com cobertura. Quanto ela vai pagar?

É possível, também, propor a invenção de problemas a partir de figuras ou de um conjunto de dados, com o objetivo de que aprendam a formular problemas, analisando qual é a informação disponível, selecionando-a, registrando-a de alguma maneira para conseguir elaborar um enunciado ou uma pergunta. Posteriormente, pode-se organizar um momento de análise coletiva desses problemas para discutir a pertinência dos dados, das incógnitas, a formulação de novas perguntas, a reformulação do enunciado etc. Uma variação desse tipo de atividade é apresentar um enunciado, com diferentes dados, mas sem perguntas, para que os estudantes as formulem.

3.3.10.2 Coleta e organização da infromação obtida

O tratamento da informação também inclui a coleta e a organização de dados. O processo de coleta de dados envolve o processo de decidir durante quanto tempo será necessário realizar a coleta de dados; que informações coletar; que informações são relevantes etc. Para tomar essas decisões podem-se propor debates sobre qual será a amostra de dados e explicitar que, ao se selecionar algumas variáveis, necessariamente, outras ficarão de fora. Uma vez realizado o processo de coleta e organização dos dados, é necessário interpretá-los. A comunicação da análise realizada implica em compartilhar o processo e os resultados.

Os alunos deverão pensar em como anotar, onde registrar, como organizar a informação etc. É possível que iniciem o processo de coleta de informação de maneira desorganizada e não seja simples lê-la ou recuperá-la. A partir daí, pode-se propor que avaliem se a forma como estão anotando ajuda ou, quem sabe, possam organizá-la de alguma outra maneira para que se torne mais compreensível.

É possível apresentar diferentes modelos de organização da informação para que os alunos analisem qual a mais conveniente para elas. Poderão usar, por exemplo, gráficos e tabelas.

Atividades de leitura e interpretação de dados apresentados em tabelas e gráficos que circulam na mídia despertam o interesse das crianças e facilitam a compreensão dessas representações.

Gráficos e tabelas são duas formas de representação distintas que não se excluem e, sim, complementam-se. Ambos devem servir ao propósito de organizar e comunicar informações, em geral numéricas. O gráfico é mais visual, expressa informações por meio de linhas ou áreas

coloridas de diferentes tamanhos, enquanto as tabelas são expressas por meio de números e outras informações escritas, distribuídas em linhas e colunas relacionadas entre si. Algumas informações, depois de organizadas, se prestam mais à representação em forma de tabelas e, outras, em forma de gráficos, devido à própria natureza das informações. Daí a existência de vários tipos de gráficos e tabelas: gráficos de barras, colunas, linhas, setores, tabelas simples, de dupla entrada, entre outros.

As tabelas, em geral, servem principalmente para encontrar valores exatos e para tarefas baseadas nessa ideia. Por exemplo, para calcular o intervalo entre as saídas de dois ônibus, é preferível consultar uma tabela de horários de transportes, na qual encontramos uma indicação rigorosa do horário que os ônibus saem. Ela é diferente de um gráfico, que dá apenas uma aproximação. Um gráfico não favorece a identificação de valores exatos porque explora, sobretudo, a percepção da variação, sendo excelente para mostrá-la, ou seja, os gráficos servem, principalmente, para facilitar a compreensão das relações entre informações em um contexto de variabilidade.

Ao planejar uma atividade, é importante considerar que existem gráficos e tabelas que oferecem diferentes graus de complexidade para sua leitura e/ou construção. Tabelas simples oferecem menos desafios do que tabelas de dupla entrada. O exemplo a seguir envolve a interpretação de uma tabela simples:

Em uma turma de 35 alunos, foi feita uma pesquisa para saber qual o meio de locomoção que os alunos usam para ir até a escola. Veja o resultado dessa pesquisa:

Meio de locomoção	Número de alunos
ônibus	15
automóvel	5
trem	3
metrô	2
bicicleta	10

Qual é o meio de locomoção mais utilizado?

Este outro exemplo envolve a interpretação de uma tabela de dupla entrada:

Observe a tabela de preço de alguns produtos pesquisados, referente aos anos de 2001, 2002 e 2003.

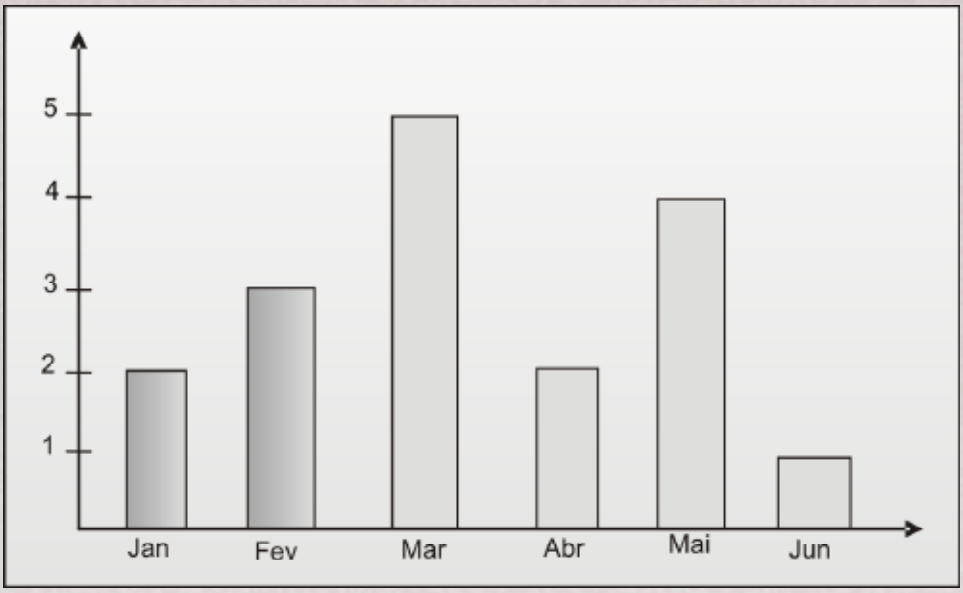
Produto	2001	2002	2003
Café	0,80	1,00	1,20
Açúcar	0,60	0,90	1,20
Sal	0,10	0,50	1,20
Farinha	0,50	0,80	1,20

Qual o produto que tem o menor preço?

A organização das informações em um instrumento mais visual como os gráficos, com sua estética atraente, por um lado apresenta uma linguagem mais difícil de ser inicialmente compreendida. Por outro, parece facilitar em muito a apreensão mais rápida das informações.

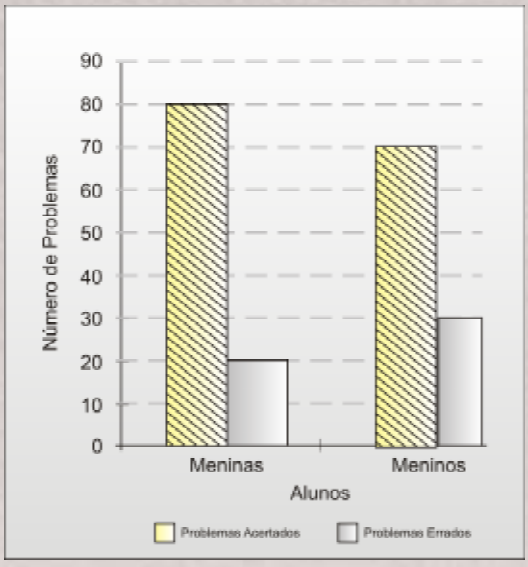
Neste gráfico está registrada a quantidade de alunos da 4ª série que faz aniversário no 1º semestre.

Qual é o mês em que há mais aniversariantes?



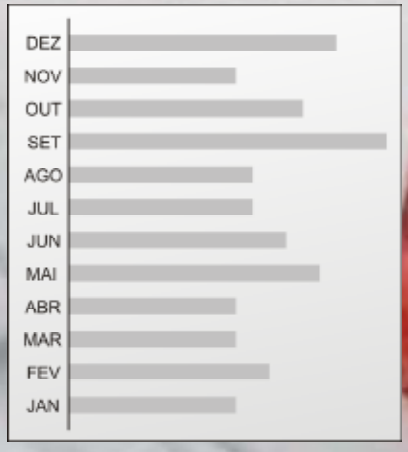
É possível também propor a discussão sobre a especificidade dos diversos tipos de gráficos e tabelas e a análise de quais permitem melhor visualização de diferentes tipos de informações. Por exemplo, quando há poucas informações, e o importante é mostrar as proporções de um todo, os gráficos de setores são mais apropriados do que os gráficos de barras, pois estes, apesar de mais precisos, deixam a desejar em relação à percepção do todo. Problemas propostos envolvendo tabelas e gráficos juntos também podem provocar interessantes discussões, bem como problemas que solicitem a transposição de informações de um gráfico para uma tabela e vice-versa. Os alunos podem participar da construção de gráficos e tabelas, inicialmente feitos de forma coletiva, com o professor como organizador das informações a serem representadas e, em seguida, propostos para pequenos grupos, duplas ou para atividades individuais.

20 meninos e 20 meninas participaram de um campeonato de solução de problemas. O resultado final de pontos era calculado pela diferença entre o número de acertos e o número de erros. Quanto maior essa diferença, melhor o resultado. O gráfico mostra o resultado do campeonato:



Quantos pontos as MENINAS fizeram?

Lívia montou um gráfico do consumo de energia do ano 2003 de sua casa e constatou que, entre os meses pares, o de maior consumo de energia elétrica foi em



Outra característica frequente dos gráficos é que conseguem reproduzir as informações presentes numa tabela e, muitas vezes, vão além, permitindo a justaposição ou a sobreposição de informações presentes em duas ou mais tabelas distintas, relacionando-as. Essa é uma das características básicas e vantagens dos gráficos que, em geral, são mais simples de se ler do que a complexidade das informações que representam nos faria supor.

As atividades com gráficos e tabelas precisam proporcionar aos estudantes a oportunidade de um contato significativo com essa forma de organizar a informação. Para tanto, é importante que possam perguntar e falar o que compreendem sobre os gráficos e tabelas apresentados. A produção de textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas, e a construção de gráficos e tabelas, com base em informações contidas em textos jornalísticos e científicos, constituem um aspecto importante a que o professor deve dar especial atenção.

Considerações Finais

Além da diversidade dos alunos e professores brasileiros, observamos as diferenças que residem nas possibilidades e nas motivações para aprender e ensinar, o que supõe uma adaptação individualizada de objetivos, conteúdos, métodos de ensino, organização da aula, avaliação, etc., facilitadoras no ajuste às necessidades do processo de ensino e aprendizagem. Não é possível impor um método de ensino validado a partir de uma generalização para todos os alunos, ou para todos os conteúdos. Cada aluno tem estilos próprios de aprendizagem de cada conteúdo, e cada professor tem sua forma particular de abordá-lo.

Nesse sentido, o documento aqui apresentado não é um modelo a ser seguido sem reflexão. Primordialmente, busca subsidiar o professor para enfrentar dificuldades com relação ao ensino de Matemática e à aprendizagem de seus alunos – reduzindo-as tanto quanto possível – e sugerir situações de aprendizagem para que os estudantes avancem em suas aprendizagens a partir dos resultados de uma avaliação em larga escala. Ele oferece reflexões sobre o ensino de Matemática, apresenta uma discussão sobre as diferenças entre uma Matriz Curricular e uma Matriz de Referência para Avaliação, destaca os elementos que compõem uma prova de larga escala, e sublinha a importância do trabalho do professor com os conteúdos dos quatro blocos temáticos propostos em documentos oficiais nacionais: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação.

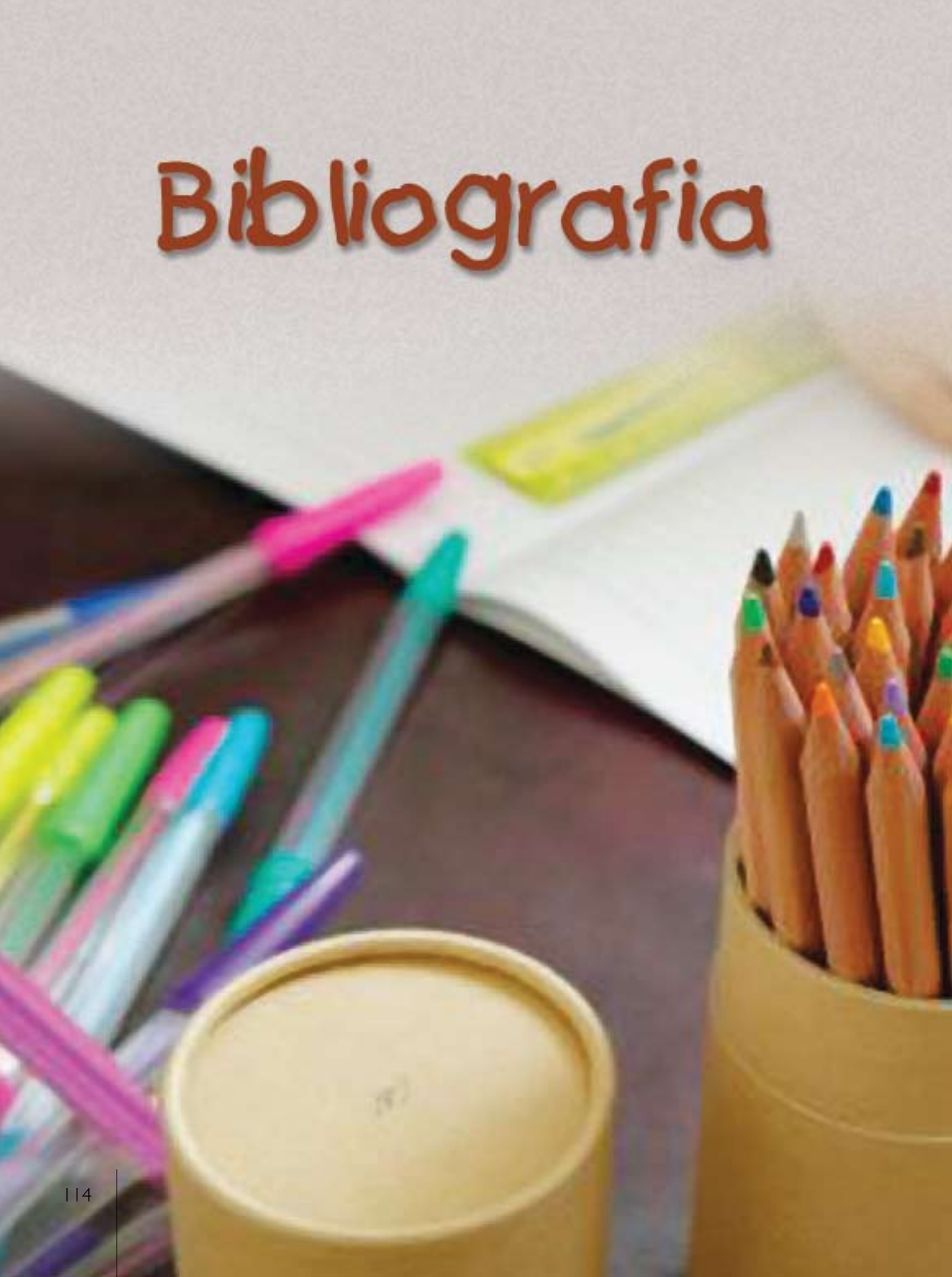
Os comentários aqui apresentados evidenciam a complexidade de uma avaliação em larga escala, da qual se esperam respostas consistentes quanto aos níveis de proficiência em matemática dos estudantes num determinado segmento de ensino.

Outro ponto importante apresentado neste documento foi a caracterização dos níveis de proficiência em Matemática, destacando as habilidades mais frequentes, os conteúdos mais presentes, e exemplos de itens e comentários sobre os mesmos. No fim de cada nível, o documento apresenta uma síntese de habilidades e conteúdos nele presentes e a descrição de algumas de suas especificidades, o que certamente contribuirá para que o professor perceba em que ponto estão seus alunos e o que fazer para que avancem em suas aprendizagens.

A terceira parte do documento apresentou algumas indicações que podem possibilitar o aprimoramento da competência matemática do estudante. Cabe destacar novamente que não se pretendeu aqui apresentar um modelo, mas, sim, sugestões sobre o modo como a escola pode intervir para possibilitar o aprofundamento e a ampliação da competência matemática dos estudantes, abordando considerações sobre o fazer matemático; princípios metodológicos fundamentais para o ensino da matemática; comentários sobre tipos de atividades que potencializam a aprendizagem dos conteúdos matemáticos; e orientações didáticas específicas para cada bloco de conteúdos da matemática.

Dessa forma, neste documento, buscou-se contribuir para uma reflexão sobre o ensino de matemática e a aprendizagem das crianças brasileiras, no sentido de superar dificuldades e avançar para o sucesso dos alunos com relação a essa área do conhecimento.

Bibliografia



ACRE, Secretaria de Estado de Educação & Abaquar Consultores. Letramento: Matemática. Acre, Editora Abaquar, 2007.

ALMOULOUD, S. A. Fundamentos da didática da matemática. Editora UFPR. Curitiba, 2008.
BISHOP, A. Enculturación Matemática: La educación matemática desde uma perspectiva cultural. Barcelona, Paidós, 1991

ABRANTES, P., SERRAZINA, L. , OLIVEIRA, I. A matemática na educação básica. Lisboa: Ministério da Educação/Diretoria do Departamento da Educação Básica, 1999.

BRISIAUD, R. Como as crianças aprendem a calcular. Tradução Anamaria Rangel. Coleção Horizontes Pedagógicos. Lisboa, Instituto Piaget, 2000.

BROUSSEAU, G. Introdução ao estudo das situações didáticas - Conteúdos e métodos de ensino. Editora Ática

BRUN, J. (Coordenação) Didáctica das Matematicas. Lisboa: Editora Instituto, 2002.

CAVALCANTI, Z. MARINCEK; V. Cadernos da Escola da Vila 5. Aprender Matemática Resolvendo Problemas, 2005

COLL, C. E TEBEROSKY, A. Aprendendo Matemática. Editora Ática, 2000.

COSTA, M. S. Discutindo o ensino de geometria com professores polivalentes. Dissertação de Mestrado. UNICSUL, 2008.

CURI, E. Conhecimentos prévios de alunos de 4ª série: uma contribuição para o trabalho com o tratamento da informação. Educação Matemática em Revista no 15, p.47-55. São Paulo, SBEM: 2003
_____. A Matemática e os Professores dos anos iniciais. São Paulo: Musa Editora, 2005.
_____, Lopes, C. E. Pesquisas em Educação Matemática: um encontro entre a teoria e a prática. São Carlos: Pedro e João Editores, 2008.

DOLL, JR, W. E. Currículo: uma perspectiva pós moderna. Tradução de Maria Adriana Verissimo Veronese. Porto Alegre: Artmed, 1997.

FAYOL, M. A criança e o número: da contagem à resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 1996.

GRANDO, R. C., NACARATO, A. L. De professora para professora: conversas sobre iniciação matemática. São Carlos: Pedro e João editores, 2008.

GCBA. Diseño Curricular para la Educación Primaria. Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, La Plata 2008. Www.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria

GCBA. Enseñar Geometría em el primer y segundo ciclo: diálogos de la capacitación Héctor Ponce. Escuela de Capacitación, Centro de Pedagogías de Antecipación, Secretaría de Educación Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2003. Www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion

GCBA. Diseño curricular para la escuela primaria, GCBA. Secretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, 2004. Www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion

GCBA. Matemática. Documento de trabajo nº4 - Actualización curricular - Claudia Broitman, Horacio Itzcovich, Cecilia Parra e Patricia Sadovsky, Buenos Aires, 1997. Www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion

GCBA. Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la Geometría en EGB - Horacio Itzcovich y Claudia Broitman, Provincia de Buenos Aires, Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Documento Nº 3, 2001. Www.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria

GCBA. Orientaciones didácticas sobre la enseñanza de la medida en 2º ciclo - Documento de apoyo para la capacitación dgcye. Claudia Broitman, Mónica Escobar, Verónica Grimaldi, Horacio Itzcovich, Inés Sancha. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires - Dirección General de Cultura y Educación, 2007 www.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria

HUETE, J. C. S.; BRAVO, J. A. F. O ensino da Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

LERNER, D. A Matemática na Escola: Aqui e Agora. Porto Alegre: Artmed, 1996.

LOPES, C. A. E. O conhecimento profissional dos profesores e suas relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP, 2003.

MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1º e 2º ciclos). Brasília (DF): 1998.

MEC/INEP. Matriz de Referência de Matemática - Saeb / Prova Brasil - Temas e Descritores. Brasília (DF): (2001)

_____. Escala de Matemática da Prova Brasil e Saeb. Disponível em: http://www.inep.gov.br/salas/download/prova_brasil/Escala_PB_Saeb/Escala_MAT_Prova_Brasil.pdf

_____ Relatório Saeb 1999. Disponível em: http://www.publicacoes.inep.gov.br/arquivos/%7B8ECF7AE4-FFC8-49D1-B997-FD72EFA5411D%7D_saeb99_integra.pdf.

_____. Relatório Saeb 2001 – Matemática. Disponível em: http://www.publicacoes.inep.gov.br/arquivos/%7B60A16ACA-2810-4BAC-BA47-CAB34C562949%7D_relatorioSAEB_matematica_310.pdf

_____. Relatório Saeb 2003. Disponível em: http://www.publicacoes.inep.gov.br/arquivos/%7B50AFF6BD-4C0C-4EDD-8C32-C149BFDBF5A5%7D_Miolo_Relat%C3%B3rioSAEB2003_1.pdf

NUNES, T., BRYANT, P. Crianças fazendo matemática. Porto Alegre: Artmed, 1996.

OCDE ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO. Estrutura de Avaliação do PISA. Conhecimentos e habilidades em matemática, leitura e ciências e resolução de problemas. São Paulo, Editora Moderna, 2003.

PMSP. Orientações Curriculares e Proposta de Expectativas de Aprendizagem para o Ensino Fundamental . São Paulo: Prefeitura da Cidade de São Paulo,DOT, 2007.

PANIZZA, M. Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas Séries Iniciais: Análise e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2005.

PARRA, C.; SAIZ, I. Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed,, 1998.

PIRES, C. M. C; CURI, E. CAMPOS, T.M.M. Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças dos anos iniciais do ensino fundamental. São Paulo, PROEM, 2002.

TORRES, I. R. Os significados das operações de adição e subtração desenvolvidos em situações-problema por autores de livros didáticos, documentos oficiais e por professores dos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. UNICSUL, 2008.

SADOVSKY, P. O Ensino de Matemática Hoje. São Paulo: Editora Ática, 2005.

SEE. PEC – Formação Universitária - Material de Matemática. São Paulo: Fundação Vanzolini, 2001, 227 p.

PDE
PLANO DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

ISBN 978-85-86260-97-1

Ministério da Educação