A FRAÇÃO NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR E DO ALUNO DAS SÉRIES INICIAIS DA ESCOLARIZAÇÃO BRASILEIRA

Sandra Magina & Tânia Campos[1]

RESUMO

O presente estudo visa discutir o ensino e a aprendizagem de fração nas séries iniciais do Ensino Fundamental a partir de uma pesquisa diagnóstica aplicada conjunto e paralelamente em 70 professores polivalentes (não especialistas em Matemática) e em 131 alunos que cursavam as 3ª (65 alunos) e 4ª séries (66 alunos). A hipótese inicial foi a de que esses professores teriam competência para resolver problemas de fração em diferentes situações, mas que apresentariam estratégias limitadas de ensino para auxiliar seus alunos a superarem falsas concepções sobre fração. Conseqüentemente, os alunos das referidas séries não apresentariam bom desempenho na resolução dos problemas nem tampouco haveria um crescimento significativo no percentual de sucesso dos alunos da 3a série para os da 4ª série. A análise dos resultados oferece indícios de que os professores têm, em geral, um prognóstico do desempenho dos alunos longe do real, havendo uma tendência de superestimar o nível de acertos dos alunos principalmente no que tange os alunos da 4ª série. O estudo concluiu que esses professores apresentaram conceitos adequados de fração em algumas situações, mas a maioria mostrou algumas confusões entre a representação de fração e de razão. Como esperado, as estratégias de ensino resumiram-se ao uso de material concreto ou de desenho para facilitar comparações perceptuais. Nas situações de razão, eles resolviam os problemas por meio de razão, mas não faziam conexão entre a fração e a razão.

Palavras Chave: conceito de fração, Ensino Fundamental, professores polivalentes, prognóstico, tarefas investigativas, estratégias de ensino.

INTRODUÇÃO

O Principal objetivo de nossa pesquisa foi adquirir uma ampla visão de como a fração vem sendo concebida, aprendida e ensinada no 2º ciclo do Ensino Fundamental[2]. Para tanto investigamos: a) os conceitos que professores desse ciclo – professores não especialistas em Matemática – têm sobre fração, através de uma análise tanto de suas estratégias de ensino como de seus prognósticos sobre o desempenho de alunos, e b) o desempenho de alunos da 3ª e 4ª série ao resolverem problemas envolvendo o conteúdo fração.

As hipóteses iniciais foram: A_1) esses professores teriam competência para resolver problemas de fração em diferentes situações, mas apresentariam estratégias limitadas de ensino para auxiliar seus alunos a superarem falsas concepções sobre fração. Defendemos tal hipótese por acharmos seus próprios conhecimentos dos invariantes da fração sejam implícitos. A_2) Suas predições sobre o desempenho dos alunos estariam para além da realidade deles, principalmente no que tange os alunos da 4ª série. Esta hipótese vem em conseqüência da primeira, já que uma vez que os professores apresentariam limitadas estratégias de ensino, seus alunos, como relação direta, também teriam sua aprendizagem limitada, sem que contudo o professor se dê conta disso. A hipótese B) refere-se ao desempenho dos alunos e já foi implicitamente posta na A_2), isto é, os alunos não apresentarão um bom desempenho na resolução dos problemas. Igualmente, não haverá acentuada a diferença entre os desempenhos dos alunos da 3ª e da 4ª séries, porque acreditamos que as limitadas estratégias de ensino dos professores resultarão num fraco desempenho dos alunos e no pouco avanço desses no desenvolvimento do conceito.de fração

No Brasil o conceito de número racional, na sua representação fracionária, tem seu ensino iniciado, formalmente, a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental, (entre 3ª e 4ª séries primárias), estendendo-se pelo menos até o final do terceiro ciclo (5ª e 6ª séries

1 – As autoras são doutoras e professoras titular da Universidade Católica de São Paulo

2 – O ensino obrigatório brasileiro, chamado de Ensino Fundamental, é composto por 8 anos (da 1ª à 8ª série), os quais compreendem 4 ciclos. Cada ciclo, por sua vez, é composto por duas séries.

primárias). Os professores brasileiros que atuam no nível de escolarização primária (1ª à 4ª séries do Ensino Fundamental) costumam utilizar as situações de parte-todo como sendo o principal contexto para o ensino de fração. No entanto, em suas experiências pessoais com fração é muito provável que eles tenham desenvolvido um entendimento dentro de várias outras situações, tais como fração como quociente e como descritoras de quantidades intensivas.

Pesquisas recentes, (Bezerra ect al, 2002; Merlini,2005; Moutinho, 2005,. Nunes et al, 2005; Santos 2005, apenas para citar algumas), têm evidenciado dificuldades em relação a esse conceito, quer seja do ponto de vista de seu ensino, quer seja do ponto de vista de sua aprendizagem. No que se refere ao seu ensino, o que se tem revelado é uma ênfase exagerada em procedimentos e algoritmos e uma forte tendência para traduzir esse conceito apenas utilizando a exploração do significado parte-todo, a partir de sua representação a/b com a, b inteiros e $b \neq 0$. Nesse sentido, Campos e Cols (Apud Nunes, 1997, p. 191) afirmam que: "O método de ensino (...) simplesmente encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla – ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas – sem entender o significado desse novo tipo de número".

No que diz respeito à aprendizagem, os alunos podem até apresentar algumas habilidades em manipular os números racionais, sem necessariamente ter uma compreensão clara do conceito. Nunes & Bryant (1997, p.191) afirmam que:

> Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba.

Essa afirmação apresentada por Nunes pode ser constatada quando observamos o baixo desempenho atingido pelos alunos brasileiros frente a situações que envolvem o conceito de número racional, na sua representação fracionária, em questões bem próximas daquelas trabalhadas em sala de aula e apresentadas na maioria dos livros didáticos. Esse baixo rendimento pode ser também observado nos resultados oficiais, de avaliações bienais realizadas pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em todo Brasil. O SAEB é aplicado a uma amostra dos alunos da Rede Pública em todo território brasileiro.

O SAEB (2001) aplicado em 287 719 alunos de 4ª e de 8ª séries do Ensino Fundamental e de 3ª série do Ensino Médio, de um total de, aproximadamente, 40 milhões de alunos matriculados nos Ensino Fundamental e Médio, conclui em seu relatório de Matemática que o conceito de número racional, especialmente a sua representação fracionária, precisa ser mais bem explorado. O relatório recomenda a exploração desse conceito especialmente em situações práticas, de modo a oferecer significado para os alunos. Vale ressaltar que o sucesso dos alunos da 4ª série em questões envolvendo representação de fração proposta no SAEB (2001), ficou em patamares de 35%.

Explicitados os fatores motivadores e o objetivo deste artigo, passaremos a apresentar o tema do ponto de vista teórico, discutindo o conceito de número racional na perspectiva do seu ensino e da sua aprendizagem e dos significados que ele pode assumir em diferentes situações.

PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Nosso estudo parte das premissas da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1983, 1998), a qual afirma que um conceito é formado por uma terna, a saber: um conjunto de situações, que dá *significado* ao objeto em questão, um conjunto de invariantes, trata das propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto, e um conjunto de representações simbólicas, as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

No que tange aos invariantes, estes podem ser explícitos – quando as propriedades do objeto e os procedimentos para resolvê-lo estão consciente para o sujeito – ou podem ser implícitos – quando o sujeito faz uso correto dos procedimentos, porém não tem consciência das propriedades que subjaz esse procedimento que ele próprio usou para resolver o problema.

Quanto às frações, podemos refletir sobre elas a partir de diferentes situações em que ela aparece com diferentes significados. Existem algumas várias classificações a priori dos tipos de situações e de significados para os números racionais, sem que a importância dessas classificações para o ensino tenha sido esclarecida. Kieren (1975) foi o primeiro pesquisador a chamar a atenção da comunidade científica para o fato de que os números racionais são constituídos de vários construtos e que a compreensão da noção de número racional depende do entendimento destas diferentes interpretações. Posteriormente, Kieren (1980) citado por Ohlsson (1988), identifica cinco idéias como sendo básicas no processo de compreensão dos números racionais, a saber: parte-todo, quociente, medida, razão e operador.Na seqüência têm-se as valiosas contribuições de Behr et al (1983, 1992), cuja leitura torna-se imprescindível para o estudo do tema.

Nunes (2003) inspirada nos trabalhos de Kieran (1980), afirma que uma aprendizagem do conceito de fração poderá ser obtida com maior êxito quando explorado esse conceito em seus cinco significados: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo.

As situações de parte-todo, que são muito usadas no ensino de fração no Brasil, resumem-se a dividir área em partes iguais, a nomear fração como o número de partes pintadas sobre o número total de partes e a analisar a equivalência e a ordem da fração por meio da percepção. Tais ações levam os alunos a desenvolverem seus raciocínios sobre fração baseados principalmente na percepção em detrimento do r relações lógico-matemáticas nela envolvidas (Nunes e Bryant, 1997; Nunes et al., 2005).

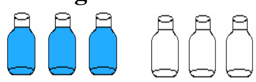
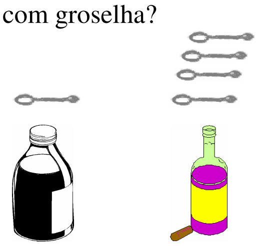
O uso de outras situações pode ser mais proveitoso para a apropriação da lógica como alicerce para as idéias de fração. Por exemplo, situações de quociente podem ser usadas para as crianças se apropriarem do invariante de ordenação das frações por meio do raciocínio lógico: quanto mais crianças para dividirem o bolo, menor o pedaço de bolo que cada uma receberá. Esta relação inversa entre o divisor e o quociente poderia ajudar as crianças a entenderem que quanto maior o denominador, menor à parte. Nessas situações de quociente o professor poderia também usar a razão para ajudar as crianças a entenderem o invariante de equivalência de frações: dada uma mesma razão entre crianças e bolos, a fração correspondente serão equivalentes, mesmo que o número de bolos e crianças possam diferir nos exemplos.A razão também poderia ser usada em situações nas quais as frações são descritores de quantidades intensivas (medida): se duas misturas de tinta foram feitas com a mesma razão de tinta vermelha para tinta branca, a cor será a mesma e as frações serão equivalentes, mesmo que a quantidade total de tinta seja diferente (Campos e Magina, 2005). Ainda, poderíamos pensar na fração como o valor escalar aplicado a uma quantidade Nunes (2003). Estamos falando do significado de operador multiplicativo. No caso do número inteiro, por exemplo, podemos dizer que compramos 12 balas; no caso da fração, poderíamos dizer ¾ de um conjunto de balas. A idéia implícita nesses exemplos é que o número é um multiplicador da quantidade indicada. Assim, podemos dizer que ganhamos ¾ das balas de um pacote que continha 16 balas.

Descritos alguns aspectos centrais dos significados considerados nesse estudo, passaremos então a apresentar a metodologia utilizada

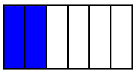
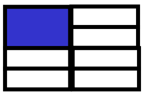
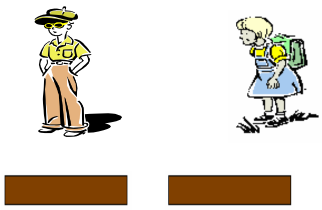
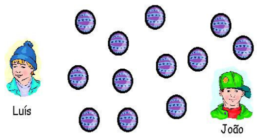
MÉTODO DO ESTUDO

O estudo envolveu um universo de sete escolas da rede pública da cidade de São Paulo. Sua realização constou da aplicação coletiva, com resolução individual, de dois instrumentos diagnósticos – um aplicado em 70 professores polivalentes e outro em 131 alunos (65 da 3ª série e 66 da 4ª). Com relação ao diagnóstico dos professores, esse constou de 11 questões. Para efeito deste artigo discutiremos sete dessas questões, sendo que as três primeiras referem-se a <u>estratégias de ensino</u> (pedia-se para que eles opinassem sobre respostas errôneas dadas por eventuais alunos) e as quatro últimas aos prognósticos<u> de sucesso dos alunos</u> (pedia-se para que eles previssem o provável percentual de acerto que alunos que estivessem cursando a 3ª série e também alunos que estivessem na 4ª apresentariam em cada uma das questões. Com relação ao instrumento dos alunos, esse constou de 12 situações-problema. Para o que interessa este artigo, no sentido de realizar uma comparação entre o prognóstico dos professores e a realidade dos alunos, apresentaremos apenas quatro deles, nomeadamente os mesmos que foram utilizados na previsão dos professores (quadros 1 e 2).

Quadro 1: Os 3 problemas apresentados aos professores para investigação de suas estratégias de ensino

PROBLEMA 1 **(Quociente)**	**PROBLEMA 2** **(Medida)**	**PROBLEMA 3** **(medida)**
As meninas dividem uma torta e os meninos também dividem uma torta igual a das meninas. 1. Cada menina vai comer o mesmo tanto que cada menino? Por que? 2 Que fração as meninas vão comer? E os meninos? 3. Qual a maior fração? 	Na segunda-feira você misturou 3 litros de tinta branca e 3 de tinta azuis. Na terça-feira você misturou 2 litros de branca e 2 de azuis. 1. A mistura vai ficar da mesma cor nos dois dias? 2. Por que? 3. Que fração da mistura foi feita com tinta azul na segunda-feira? 4. E na terça-feira? **segunda-feira**  **terça-feira** 	Uma farmacêutica mistura groselha num remédio de tosse. Para melhorar o gosto do remédio que é muito amargo ela usa uma colher do remédio e 4 de groselha. Que fração da mistura foi feita com groselha? 
Uma criança deu as seguintes respostas: 1. CADA MENINO VAI COMER O MESMO TANTO QUE CADA MENINA VAI COMER PORQUE AS TORTAS SÃO DO MESMO TAMANHO *2. OS MENINOS COMEM 1/2 E AS MENINAS COMEM 1/3.* 3. 1/3 Como você acha que essa criança raciocinou? (Escreva sua explicação no retângulo abaixo) O que você faria para promover a compreensão dessa criança?	Uma criança deu as seguintes respostas: 1. A TINTA VAI FICAR MAIS ESCURA NA SEGUNDA PORQUE TEM 3 LITROS DE TINTA VERMELHA, 2. TEM MAIS TINTA VERMELHA DO QUE NA TERÇA. 3. NA SEGUNDA A METADE DA MISTURA FOI FEITA COM TINTA VERMELHA 4. NA TERÇA TAMBÉM. Como você acha que essa criança raciocinou? (Escreva sua explicação no retângulo abaixo) O que você faria para promover a compreensão dessa criança?	Uma criança deu a seguinte resposta: ***1/4*** Como você acha que essa criança raciocinou? (Escreva sua explicação no retângulo abaixo) O que você faria para promover a compreensão dessa criança?

Quadro 2: Problemas apresentados aos professores para prognóstico de sucesso dos alunos e apresentados aos alunos para resolução dos mesmos.

PROBLEMA 4 (parte-todo)	**PROBLEMA 5 (número)**	**PROBLEMA 6 (quociente)**	**PROBLEMA 7 (operador)**
Que fração representa as partes pintadas de cada figura? a)  b)  c) 	Maria e Paulo receberam uma barra de chocolate de mesmo tamanho cada um Maria comeu 1/4 do chocolate dela e Paulo comeu 1/2 do chocolate dele. Quem comeu mais chocolate, Maria ou Paulo? 	 a) As 9 crianças comerão a mesma quantidade de bolo? Sim ☐ Não ☐ b) Que fração representa a divisão do bolo na figura 1? c) Que fração representa a divisão do bolo na figura 2?	 a) João ganhou 1/3 das bolinhas de gude. Contorne as bolinhas que ele ganhou. b) Luís ganhou 2/3 das bolinhas de gude. Quantas bolinhas ele ganhou?

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Procederemos com a nossa análise segundo as duas vertentes a que este artigo se propões discutir. Assim, nossa primeira análise tratara do desempenho e estratégias de ensino propostas por esses professores no que tange aos problemas propostos no quadro 1. Relembramos que esses problemas só foram apresentados aos professores. e pedia para eles hipotetizassem sobre o possível raciocínio do aluno e oferecessem estratégias de ensino para trabalhar a fração sob a ótica daquele significado. A segunda análise tratará de uma comparação entre a previsão que esses professores fazem para o percentual de sucesso alunos da 3ª e 4ª séries no que concerne a resolução de quatro problemas (quadro 2) e o efetivo percentual de sucesso encontrado entre os alunos de 3ª e 4ª séries ao resolverem tais problemas(desempenho real dos alunos).

Análise das estratégias de ensino dos professores (quadro 1)

Problema 1: (quociente)

Desempenho

Todos os professores tiveram sucesso ao resolverem o problema. A maioria explicou a resposta da criança baseado no conjunto dos números naturais, tratando 3 como maior que 2 e, então, 1/3 como maior que 1/2. Poucos professores sugeriram mais que uma estratégia de ensino, mas quando isso acontecia, consideramos em nossa freqüência ambas as respostas

Estratégias dos professores e suas freqüências

1 46 estratégias estavam relacionadas à percepção – desenhar ou cortar supostas pizzas em 2 ou 3 partes; comparar o tamanho das partes;
2 19 estratégias propunham o uso do desenho ou do material concreto. A recomendação do uso dessa estratégia para auxiliar o entendimento da criança vinha desacompanhada de qualquer explicação de como fazer isso, ou o que fazer com isso.
3 4 estratégias propunham o uso da relação inversa entre o número de divisores e o tamanho da parte (ou o número de tortas e o tamanho das partes.
4 3 estratégias não puderam ser classificadas, pois estavam indefinidas

Problema 2: (medida)

Desempenho

Todos os professores tiveram sucesso ao identificar que as misturas teriam a mesma cor nos dois dias. Contudo suas respostas foram freqüentemente obtidas por meio da razão do que da fração (isto é, 3/3 = 1 e 2/2 = 1, então as misturas terão a mesma cor). Novamente, poucos professores propuseram mais do que uma estratégia de ensino, mas quando isso acontecia, a exemplo do problema 1, consideramos ambas as respostas em nossa freqüência.

Estratégias dos professores e suas freqüências

5 23 estratégias estavam relacionadas à razão – propunham mostrar que a razão era a mesma ou que a quantidade de cor vermelha e branca eram a mesma;

6 18 estratégias referiam-se à quantidade das duas cores – propunham relacionar a quantidade das cores da segunda e compará-las com a da terça-feira;

7 13 estavam relacionadas à percepção – propunham o uso do desenho ou do material concreto;

8 7 estratégias não puderam ser classificadas, pois estavam indefinidas;

9 3 professores não responderam.

Problema 3: (medida)

Desempenho

Muitos professores (62%) julgaram a resposta da criança como correta, não conseguindo perceber que o todo deveria ser composto por 5 colheres e, então, que o denominador deveria ser 5. Eles também desconsideraram que a resposta da criança seria mais apropriada se ela tivesse tentado encontrar a proporção do remédio para a groselha ao invés da proporção da groselha para o remédio

Estratégias dos professores e suas freqüências

1 24 professores não responderam o problema;

2 18 estratégias propunham a composição do todo e então a identificação da fração;

3 12 professores propuseram o uso do material concreto, sem contudo trazer qualquer explicação de como usá-lo;

4 6 estratégias foram tentativas de fazer conexões entre a razão e a fração sem sucesso;

5 10 estratégias não puderam ser classificadas, pois estavam indefinidas.

Baseadas nos resultados acima podemos conjecturar que provavelmente a maior parte dos professores não especialistas em Matemática, que leciona nas sereis iniciais do Ensino Fundamental em São Paulo, Brasil (professores primários), apresenta conceitos adequados de fração na maioria das situações utilizadas em nosso estudo, porém os resultados apontam que a maioria apresenta alguma confusão entre representar numericamente situações de fração e de razão.

Como esperado, a principal estratégia de ensino proposta pelos professores é o uso de desenho ou de material concreto com vistas a facilitar comparações perceptuais dos alunos. Nas situações nas quais a razão poderia ser usada como base para a lógica do invariante de equivalência os professores percebiam que eles poderiam resolver o problema por meio de razão, mas a maioria mostrou que não estava apto a fazer conexão entre a razão e a fração

Análise do quadro 2 – Sobre a previsão dos professores e realidade dos alinos

De posse dos protocolos, isto é, 1179 respostas dadas pelos alunos, e 630 prognósticos apresentados pelos professores, procedemos as análises dos resultados, estabelecendo uma categoria de análise que contempla cinco níveis de prognósticos que, retratam a proximidade do prognóstico feito pelo professor em relação ao percentual real de acerto do aluno. A tabela a seguir descreve esses níveis:

Nível 0	Sem prognóstico (SP)
Nível 1	Prognóstico Longe do Real (LR)
Nível 2	Prognóstico Pouco Acurado (PA)
Nível 3	Prognóstico Razoavelmente Acurado (RA)
Nível 4	Prognóstico Acurado (AC)

Tabela 1: Níveis de prognósticos.

É oportuno explicitar que o nível 4 denominado Prognóstico Acurado (AC), expressa que a diferença entre o prognóstico feito pelo professor e o desempenho real dos alunos foi menor que 6 pontos percentuais. O nível 3, denominado Prognóstico Razoavelmente Acurado (RA) expressa que a diferença entre o prognóstico feito pelo professor e o desempenho real do aluno está compreendida, entre 6 (inclusive) e 11 (exclusive) pontos percentuais.

O nível 2 denominado Prognóstico Pouco Acurado (PA), expressa que a diferença entre o prognóstico feito pelo professor e o desempenho real do aluno, está compreendida entre 11 (inclusive) e 16 (exclusive) pontos percentuais. O nível 1 denominado Prognóstico Longe do Real (LR), expressa que a diferença entre o prognóstico feito pelo professor e o desempenho real do aluno foi maior que 16 pontos percentuais. Finalmente o nível 0 diz respeito a questão que o professor não apresentou prognóstico, denominado Sem Prognóstico.

O gráfico a seguir apresenta os resultados das quatro questões, por itens, no que diz respeito aos prognósticos dos professores e o desempenho real dos alunos.

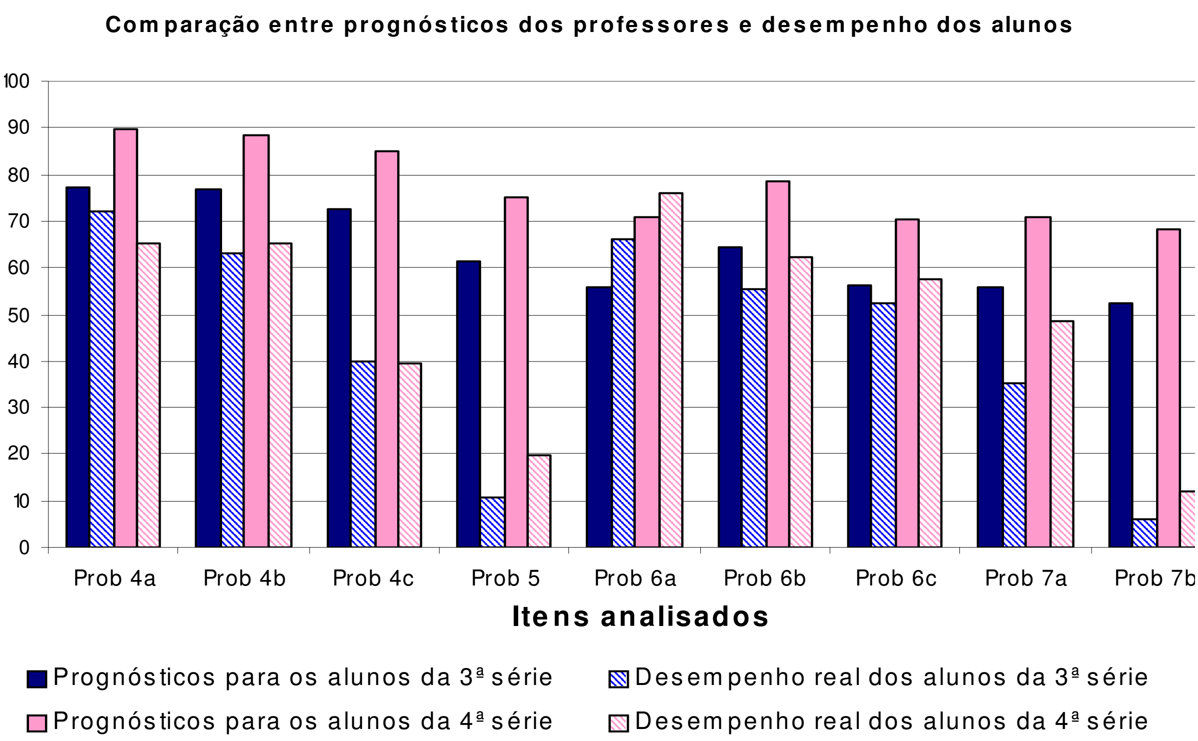


Gráfico 1: Comparativo entre o prognóstico dos professores e desempenho real dos alunos (em porcentagem).

Podemos observar que, com exceção da situação-problema 6a, os professores superestimam a capacidade dos alunos da 3ª série, cujos prognósticos apresentam uma variação de 4,12 a 50,47 pontos percentuais em relação aos acertos dos alunos. Na 4ª série esta variação está compreendida entre 12,76 e 56,28 pontos percentuais. Porém na situação-problema 6a observamos que os professores subestimam a capacidade dos alunos da 3ª série, onde esses alunos obtiveram 10,31 pontos percentuais a mais de acertos do que os professores previram. Essa subestimativa também acontece para os alunos da 4ª série, embora com descrepância menos (4,85%). No que se refere aos significados envolvidos nas situações-problema propostas observamos que:

a) Os problemas 4a, 4b e 4c que envolviam o significado parte-todo icônico, apresentavam graus de dificuldade crescentes para os alunos, observados pelos seus níveis de acertos: 72,31%, 63,08% e 40%, respectivamente, para a 3ª série e 65,15%, 65,15% e 39,39% para a 4ª série. Comparando-se os prognósticos dos professores com os acertos dos alunos constatamos que estes prognósticos são razoavelmente acurados para o problema 4a da 3ª série e pouco acurados para o problema 4b da 3ª série. Em todos os outros casos os prognósticos estão longe do real.
b) O problema 5 envolvia o significado de operador em quantidade contínua. Também se pode dizer que é mobilizado o invariante que Vergnaud denomina relação de ordem, uma vez que 1/4 e 1/2 operam sobre 'todos' idênticos. Este problema, juntamente com o problema 4b, apresentou as maiores discrepâncias entre os prognósticos dos professores e os acertos dos alunos: 50,47 pontos percentuais na 3ª série e 55,22 pontos percentuais nas 4ª séries. Considerando-se que os professores não alteram muito o seu percentual de prognóstico em relação às outras questões, há fortes indícios de que os mesmos não se dão conta das dificuldades intrínsecas a este problema. A dificuldade dos alunos fica evidente quando olhamos os seus percentuais de acertos: 10,77% nas 3ª séries e 19,7% nas 4ª séries.
c) O problema 6, analogamente ao problema 4, apresentam itens com dificuldades crescentes para os alunos. Os professores parecem se aperceberem disto para a 3ª séries, uma vez que seus prognósticos podem ser classificados como razoavelmente acurado; já para a 4ª séries continuam longe do real.
d) A questão 7 tratou de operador multiplicativo aplicado em quantidade discreta. Os dados revelam a grande dificuldade dos alunos em resolver questões deste tipo. A 3ª série obteve 35,38% e 6,15% de acertos respectivamente para os itens "a" e "b" e a 4ª série 48,48% e 12,12%. Aqui também, observamos uma grande discrepância entre os prognósticos dos professores e o nível real de acertos dos alunos, denotando-se, mais uma vez, que os prognósticos dos professores se encontram longe do real.

Cabe ressaltar que, em relação às questões 4 e 7, que envolviam os significados parte-todo e operador multiplicativo, respectivamente, observa-se que os professores não levam em consideração a graduação das dificuldades presentes entre os itens, uma vez que os prognósticos para esses itens são muito próximos, ao passo que o desempenho real dos alunos, evidencia que existe uma dificuldade crescente.

CONCLUSÃO

Baseadas em nossos resultados, a primeira conclusão a que chegamos é que embora os professores não especialistas em Matemática apresentem conceitos adequados de fração na maioria das situações utilizadas em nosso estudo, existe ainda alguma confusão entre representar numericamente situações de fração e de razão. Além disso, constatamos que a principal estratégia de ensino desses professores é o uso de desenho ou de material concreto com vistas a facilitar comparações perceptuais dos alunos em detrimento do trabalho com os nvariantes lógicos da fração. Parece não haver uma clareza desses professores sobre os diferentes significados da fração, o que os leva a propor situações de ensino limitadas, restringindo-se à percepção e ao significado parte-todo.

As evidências apontam que o prognóstico dos professores está longe do real desempenho dos alunos de ambas as séries. De forma geral há uma tendência de superestimar a capacidade dos alunos da 4ª série em relação aos da 3ª série, e a causa deveu-se justamente porque não houve uma diferença expressiva entre o desempenho dos grupos (3ª e 4ª séries).

Há uma tendência considerável dos professores em não levar em consideração o grau de dificuldade intrínseco de cada item das questões, especialmente nos significados parte-todo e operador multiplicativo.

Concluimos que uma possível causa para estas discrepâncias entre os prognósticos e o real desempenho dos alunos está relacionada fato de que os próprios professores, embora saibam resolver, de maneira geral, problemas de fração, não têm explícitos os seus invariantes, bem como não tem claro os diferentes significados que as frações assumem, o que, por sua vez, leva-os a apresentar limitadas estratégias de ensino para auxiliar seus alunos a superarem falsas concepções sobre fração.

Talvez estejam nestas questões as reflexões que se fazem necessárias para se obter uma maior aproximação entre o ideário pedagógico do professor e a zona de desenvolvimento proximal dos alunos (no sentido dado por Vygotsky). Esta adequação dificilmente se estabelece se não houver uma relação dialógica entre professor e aluno, colocando-se o primeiro na condição de constante pesquisador das idéias e concepções espontâneas dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEHR, M.J.; LESH, R.;POST. T.R e SILVER,E.A. (1983) **Rational number concepts.** In: LESH, R & LANDAU, M (Ed.), *Acquisition of mathematics concepts and processes.* (pp.91-126) New York: Academic Press: Nova York

BEHR, M. J.; HAREL, G.; POST, T.; LESH, R. (1992) **Rational Number, Ratio, and proportion**. In: GROUWS, D. A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, p. 296-333.

BEZERRA, F, MAGINA,S e SPINILLO, A. (2001).How promote children understanding of fractions? An exploratory study**, PME,** V.2 p. 89-96.

CAMPOS, T., JAHN, A. P., LEME da SILVA, M. C. e da SILVA, M. J. (1995) **Lógica das equivalências**. Relatório de pesquisa não publicado; PUC, São Paulo.

CAMPOS T. & MAGINA, S. (2004) *Primary school teachers' concepts of fractions and teaching strategies*. **ICME 10**. Copenhague, disponível em www.icme-organisers.dk/tsg22/ campos% 20and%20magina.doc, em janeiro de 2005.

KIEREN, T. (1975) **On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers.** In R. Lesh (ed.) *Number and measurement: Paper from a research workshop.* Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, (pp.101-144).

KIEREN, T (1980) **Personal Knowledge of rational numbers:** its intutive and formal development .In: J Hiebert and M. Behr (eds.) *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp.162-80). Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.

MERLINI, V. L. (2005) *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental*. **Dissertação de Mestrado**. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MOUTINHO, L. V. (2005) *Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental*. **Dissertação de Mestrado**. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

NUNES, T. & BRYANT, P.(1997) **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas.

NUNES, T. Et al (2003) Th*e effect of situations on children´s understanding of fractions*. Trabalho apresentado no encontro da **British Society for Research on the Learning of Mathematics**. Oxford: Junho de 2003

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. (2005) **Educação Matemática: números e operações**. São Paulo: Cortez.

SAEB (2001). **Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica.** Brasília: MEC.

SANTOS, A. (2005) *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental.* **Dissertação de Mestrado**. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.