

## **Teoria e representação geométrica na obra de Albrecht Dürer: um ensino de matemática para pintores e artesãos<sup>1</sup>**

**Cláudia Flores<sup>2</sup>**

Albrecht Dürer nasceu em 1471 em Nurembergue, na Alemanha, onde passou a maior parte de sua vida, até sua morte em 1528. Filho de um ourives, ele dedicou-se, aos quinze anos de idade, à aprendizagem da pintura artística, realizando várias viagens de formação que o levaram a outros lugares do mundo. Dentre estas viagens ele fez duas à Veneza (1490 -1496 e 1505 -1507), ficando fascinado pela cultura dos pintores desta região que, diferentes de seus companheiros alemães, liam e escreviam o latim, tocavam música e sabiam dançar. Além disso, oportunizaram-lhe a familiarização com o italiano e o acesso aos escritos teóricos da arte do século XV, tais como os de Leon Batista Alberti, Piero della Francesca, Leonardo da Vinci e do amigo matemático deste último, Luca Pacioli.

Após sua segunda viagem à Itália Dürer completa seus estudos teóricos e se envolve na composição de um tratado que seria dirigido aos pintores e artesãos alemães. O projeto inicial de Dürer era o de fazer da pintura uma arte liberal, fundamentada na geometria. O projeto, amplo e enciclopédico, deveria atender a uma educação matemática dos artistas e artesãos alemães, era inspirado nos moldes italianos, sobretudo nos escritos de Leon Batista Alberti<sup>3</sup>.

Seu projeto revelou-se muito vasto e foi abandonado em sua globalidade, dando lugar a dois tratados separados que Dürer publicou nos últimos anos de

<sup>1</sup> Este trabalho tem o apoio do CNPq.

<sup>2</sup> Professora do Departamento de Metodologia de Ensino/CED/UFSC e do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica/PPGECT/CED/CFM/UFSC. E-mail: [crf@mbox1.ufsc.br](mailto:crf@mbox1.ufsc.br)

<sup>3</sup> Leon Batista Alberti, italiano, escreveu o tratado *Da Pintura* (1435) dirigido aos artistas para a aprendizagem, entre outras, das técnicas de representação do espaço em perspectiva.

sua vida: sua obra sobre geometria publicada em Nurembergue, em 1525, e um tratado acerca das proporções do corpo humano, em 1528.

Particularmente, o tratado de geometria intitulado *Underweysung der messung / mit dem zirckel und richtscheyt/ in Linien ebnen unnd gantzen corporen/ durch Albercht Dürer zu samem getzogen/ und zu nutz aller kunstliebhabenden mit zu gehörigen figure/ in truck gebracht/ im jar M. D. XXV.*(Fig. 1), é, segundo a edição de Jeanne Peiffer (2000), uma das mais belas obras impressas no Renascimento alemão.

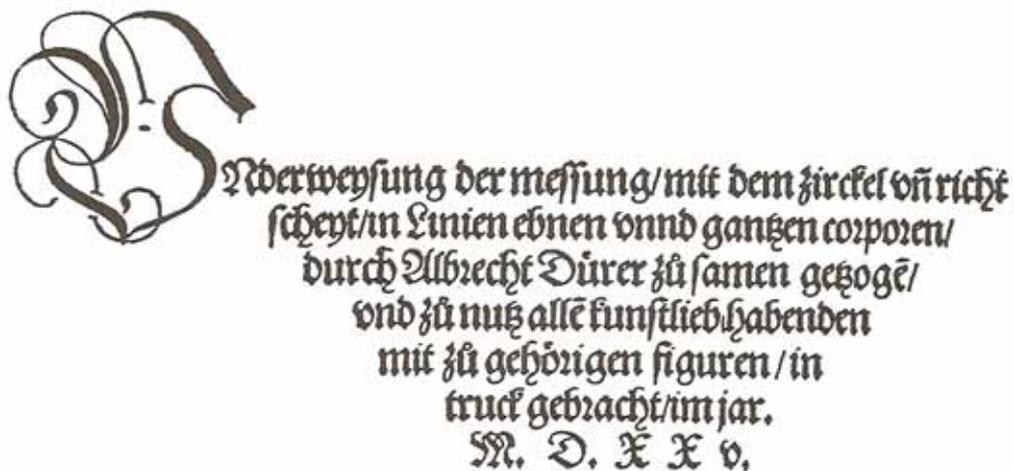


Figura 1: Título original da obra de Dürer

Instruções para a medida/ com régua e compasso/ das linhas, planos e corpos sólidos/ reunidas por Albrecht Dürer/ e impressas com as figuras correspondentes/ para o uso de todos os amadores da arte/ no ano de 1525.

O texto da obra é escrito em alemão, e mesmo aconselhando os aprendizes pintores a dominar o latim, Dürer dirige seu tratado a todos aqueles que não conhecem a geometria de Euclides, aos artesãos que se servem das medidas, aos gravuristas, aos ourives, aos talhadores de pedras, aos marceneiros, carpinteiros, assim como aos pintores.

O título da obra de Dürer sugere a relação pretendida entre a teoria matemática e a prática do artesão. Ele designa a geometria, nem tanto quanto geometria prática orientada para a medida de áreas e volumes, nem geometria demonstrativa (euclidiana), mas como uma geometria construtiva.

A terminologia empregada é em conformidade com o conteúdo e a forma que Dürer quis dar em seu livro. Ela reflete o duplo objetivo que foi fixado: fundar a pintura sobre a certeza matemática e tornar as instruções reunidas em sua obra amplamente acessíveis aos leitores pintores, artesãos e matemáticos.

A obra é dividida em quatro livros que são consagrados, respectivamente, às linhas (retas e curvas), às figuras planas e, nos dois últimos, aos corpos sólidos, com aplicações à arquitetura e um método, a perspectiva, para representar os corpos no plano, tal como o vemos. Este último livro levou Dürer a ser considerado o primeiro artista do Norte Europeu, segundo Hamou (1995), que sucumbiu à fascinação da teoria da perspectiva desenvolvida na Itália, empregando a definição da perspectiva como visão transparente e atribuindo à arte a função de representar a natureza com a fidelidade, a verdade com que o olhar apreende a realidade externa.

Formado nos ateliers de ourives e de pintores, Dürer aprendeu os saberes práticos, recolhendo receitas e procedimentos de construção geométrica que eram transmitidos oralmente de geração para geração, sem terem sido codificados e escritos. Notando suas próprias dificuldades, aliado ao Humanismo, ao desejo em fornecer à arte um embasamento matemático, Dürer dedicou-se a escrever tal obra. No entanto, o objetivo era não tão somente o de dar à pintura um caráter de certeza matemática, mas o de ensinar os fundamentos geométricos e saberes matemáticos necessários para o exercício da arte do pintor e do artesão. O interesse destacado aqui era, então, o de ensinar matemática aos jovens pintores e artesãos.

Mas, como Dürer, ele mesmo, apropriou-se de conhecimentos práticos e diversos a fim de colocá-los num corpo escrito, sistematizá-los num compêndio ao serviço de outros, seus contemporâneos e futuros artistas? Sabe-se que Dürer conhecia pouco ou muito mal o latim, necessitando da ajuda de amigos para o estudo de textos antigos, dentre eles, *Os Elementos* de Euclides. Em particular, seu amigo alemão e humanista Willibald Pirckheimer (1470-1530), a quem dedicou sua *Geometria*, desempenhou papel fundamental em seus estudos e avanços.

Quando Dürer começou a se interessar pelos fundamentos teóricos de sua arte, ele passou a pesquisar acerca dos conhecimentos da ótica, indissociáveis da perspectiva dos artistas. Em particular, seus conhecimentos em relação à teoria da perspectiva podem ter sido originados da leitura de tratados italianos, como a *Divina Proporção* de Luca Pacioli, *De Prospectiva Pingendi* de Piero della Francesca, ou até mesmo um tratado de Leonardo da Vinci, pois numerosos desenhos de Dürer se parecem com figuras saídas deste tratado e retomadas por sua memória.

No que se refere aos problemas puramente matemáticos, Dürer teria se aconselhado, em especial, com o astrônomo Johann Werner (1468-1528). Note-se, portanto, que com a ajuda de eruditos, humanistas que freqüentavam a mesa de Pirckheimer, Dürer obteve informações matemáticas variadas que o auxiliavam a compreender o feito da arte da época.

No entanto, o projeto de transcrever, reunir, sistematizar, organizar num corpus de saber, fundado na medida aos artistas, aos artesãos e a todos aqueles do qual seu trabalho é fundado na medida, o que Dürer pode reunir de conhecimentos geométricos e matemáticos não lhe eram suficientes para compor seu projeto, uma vez que ele só dispunha do alemão e de sua arte pictural. Precisaria conceber uma obra em que pudesse ser lida e compreendida e, sobretudo, aplicada no desenvolvimento do trabalho dos diversos artistas. Ou

seja, precisaria de uma obra que levasse os jovens artistas à aprendizagem dos princípios da geometria e da matemática, levando-os a assimilação e capacitando-os ao uso dos conceitos e à criação de novas estratégias de usos.

Dentre suas estratégias pedagógicas Dürer optou em não partir de termos latinos para transpor em alemão as nomenclaturas de objetos matemáticos, mas do próprio objeto, designando-o por palavras que o evocassem e que o sugerissem, bem como, por expressões imaginadas estreitamente ligadas à forma do objeto matemático. Dürer conhecia as construções geométricas rudimentares usadas nos ateliers alemães. Destas, ele retomou suas terminologias e inventou outras, criando palavras novas para designar certos objetos matemáticos.

A título de exemplo notemos as curvas estudadas no Livro I que foram nomeadas de “linhas serpentinadas” ou “linhas tortuosas” para a curva formada pela justaposição de dois semi-círculos de convexidade oposta; de “linhas em caracol” para algumas espirais e hélices. Ainda, ao lado da terminologia clássica, tais como os termos de Apollonius (parábola, hipérbole e elipse), Dürer inventa outras expressões, tais como, “linha em ovo” ou “oval” para a elipse que parece totalmente com um ovo; “linha em incandescência” para a parábola, pois um espelho parabólico traz a incandescência, e ainda, “linha em forquilha” para a hipérbole, pois se parece com uma forqueta, um lugar de confluência. Mas, se ele aproxima a terminologia clássica a sua própria, ele também retoma algumas expressões usuais nos ateliers, como “espinha de peixe”, “croissant” ou “lua nova” para algumas configurações elementares obtidas pela interseção de dois arcos de circunferências e freqüentes nos ornamentos góticos.

Os artistas e artesãos, aos quais se endereçava a obra de Dürer, não poderiam receber as noções matemáticas de modo muito abstrato, mesmo descritas em alemão. Se Dürer criou sua própria terminologia foi antes de tudo, para facilitar a comunicação e para melhor se fazer compreender. Vale notar,

ainda, que as construções descritas em seu texto poderiam ser melhor assimiladas se fossem apoiadas em figuras. Isso faria do texto uma versão não tão teórica e mais compreensível. Logo, visualmente, textos e figuras se organizam compondo a unidade da narrativa de Dürer. Diferentes dos textos do final do século XV, em que as figuras apareciam na margem, Dürer as incorpora no meio da página, entre os textos, fazendo o leitor interagir entre a imagem e o escrito, pontualmente.

A questão das figuras pode ser considerada didaticamente importante para a aprendizagem dos saberes matemáticos. Se Dürer tinha dois públicos bem distintos para a leitura de sua obra, os artistas e os matemáticos, o tratado precisaria ser lido, compreendido e utilizado por estas duas categorias de público. Neste caso, as figuras e as adaptações desempenhavam um papel de mediação entre a abstração e a prática.

Tal concepção, a de uma aliança entre o saber e a habilidade prática, colocou à disposição dos artistas e artesãos um catálogo de formas com infinitas variações. O texto de Dürer desenvolve-se pelas figuras e suas transformações no espaço visual incitando, como um bom pedagogo, seus leitores a interagir, levando-os mais além nas investigações variando as formas descritas, encorajando a seguir vias pessoais, a usar conhecimentos próprios e a imaginar variantes e prolongamentos de seu ensino.

A especificidade do texto de Dürer é a concretização, a materialização, de noções matemáticas abstratas. Ele inclui em sua geometria algumas construções de polígonos regulares (pentágono, eptágono, eneágono) que provém dos ateliers reconhecendo o caráter matemático e geométrico. O método de representação de um sólido por dupla projeção, plano e elevação, sem dúvida de origem prática, é aplicado por Dürer a objetos matemáticos abstratos. A título de exemplo tomemos a representação da seção plana hiperbólica de um cone com base circular (Fig. 2). Segundo Taton (1986), encontra-se no tratado de Dürer “

(...) a primeira concepção clara do papel do método das projeções e o emprego de procedimentos próximos em seu espírito da geometria descritiva elementar.” (p.166).

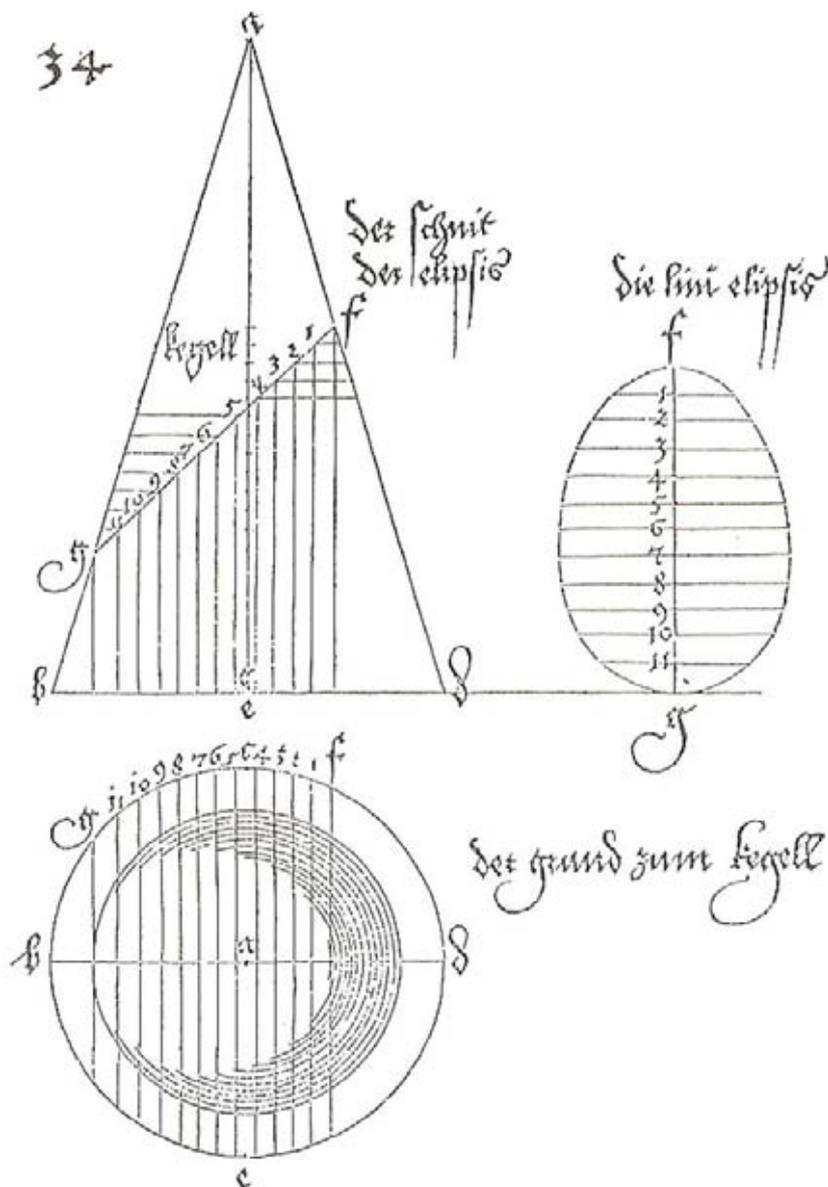


Figura 2: Dürer, *Underweysung der Messung...*, Nürembergue, 1525.  
 Figura 34 do Livro I: a elipse ovóide de Dürer.

Não se pode negligenciar que as figuras de Dürer impactaram a matemática. Em especial, citam-se os estudos acerca das seções cônicas que inspiraram Gaspard Monge, no fim do século XVIII, que o levaram a codificar as técnicas subjacentes à geometria descritiva.

Orientado a carrear as aplicações da geometria em direção à arte, a obra de Dürer procura, essencialmente, fornecer regras que permitam construir curvas, superfícies e sólidos suscetíveis de serem utilmente representados para fins artísticos. É assim que, na parte onde consagra a geometria do espaço, o autor estuda os métodos da perspectiva e constata o grande papel que elas desempenham na geometria. Segundo Flacon e Taton (1994), o novo modo racional de representar o espaço no Renascimento italiano, ou seja, por meio da perspectiva, levou Dürer a se empenhar, não tão necessariamente num estudo teórico sobre esta técnica, mas na construção de máquinas que, nada mais eram, do que instrumentos para representar em perspectiva - os perspectógrafos. Para Suárez et al (2006), Dürer é o primeiro artista do Renascimento a construir e documentar um aparato para fazer desenhos em perspectiva, que baseava seu funcionamento na materialização das retas visuais com fios, concretizando alguns dos princípios da perspectiva central.

O modo como Dürer empregou uma terminologia matemática; reuniu saberes dispersos e bizarros provenientes dos ateliers, da geometria prática da Idade Média, dos textos antigos e dos tratados italianos; explorou situações aparentemente simples na prática, mas difíceis de representar no papel com fundamento geométrico e matemático; usou a régua e o compasso para unir teoria com a representação; criou máquinas para desenhar em perspectiva, dá a obra de Dürer um caráter que alia problemas teóricos e suas aplicações prática. Ele parte de uma definição matemática, a espiral de Arquimedes por exemplo, congela num modelo material, construído com a ajuda de círculos e de regras sobre as quais se deslocam os pontos materiais. Depois assinala uma série de aplicações possíveis na arquitetura, na pintura, na gravura, etc.

Tudo isso faz com que a geometria, para Dürer, seja o fundamento de toda pintura. Muito mais, que a aprendizagem, a assimilação e a elaboração de conhecimentos matemáticos passam, necessariamente, pelo olho e pela mão, fazendo da geometria uma propedêutica à pintura. Segundo Peiffer (2000),

“(...) a geometria de Dürer não é demonstrativa, sua estrutura não é dedutiva e a ordem de exposição nem sempre parece coerente aos olhos de um matemático. Mas, tampouco, é uma simples compilação, nem uma geometria prática (...). A geometria de Dürer é construtiva e exata, no sentido em que persegue a construção a partir de regras, exata, aproximativa, de todas as formas naturais, animais ou vegetais, ou de artefatos, por exemplo, das cônicas, utilizadas na arte e na arquitetura de sua época. (p.117)

Em particular, acerca da repercussão da obra de Dürer, como artista, para a matemática, a geometria, destaca-se uma tradução latina, efetuada por um humanista filólogo, que pode, talvez, ter facilitado sua entrada no mundo científico, e até mesmo nas Universidades enquanto livro para ensinar. No entanto, não se poderia, sem um estudo mais aprofundado, garantir que o livro de Dürer teria sido utilizado por professores, sendo seu conteúdo objeto de ensino de geometria nas universidades alemãs, por exemplo.

Por fim, o que nos vale notar é o modo como o tema obsessivo acerca da utilidade do livro para a aprendizagem de jovens artistas fez com que Dürer criasse uma forma própria de expor e de se fazer compreendido. Assim, não só se destaca a importância desta obra como fundamento para a geometria descritiva, demonstrativa e para a arte da medida, mas como possibilidade de alcance educacional instaurando uma aprendizagem matemática pelos jovens artistas alemães do século XVI.

## Referências

- DÜRER, A. Underweysund der messung..., Nurembergue, 1525. Alberto Durero, De la Medida.. Edição de Jeanne Peiffer. Tradução do texto original alemão por Jesús Espino Nuno. Ediciones Akal, S. A.: Madrid, Espanha, 2000.
- FLACON, A; TATON, R. La Perspective. 6 ed. Paris: PUF, 1994.
- HAMOU, P. La Vision Perspective (1435-1740). Paris: Payot & Rivages, 1995.
- PEIFFER, J. Durero Geômetra. Alberto Durero, De la Medida. Ediciones Akal, S. A.: Madrid, Espanha, 2000.
- SUÁREZ, C. A. C. et al. La Geometria de Alberto Durero. Estudio y modelación de sus construcciones. Bogotá: Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano, 2006.
- TATON, R. Le Problème historique des rappts entre perspective et géométrie. In Destin de l'Art, desseins de la Science. Actes du Colloque A.D.E. R.H.E.M. Université de Caen, 1986, p.129-39.