BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais*... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

# MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O DEBATE TEÓRICO

Jonei Cerqueira Barbosa (UNESP)
http://sites.uol.com.br/joneicb
E-mail: joneicb@uol.com.br

## 1. Introdução

Diversos autores têm argumentado pela plausibilidade de usar Modelagem Matemática no ensino de matemática como alternativa ao chamado "método tradicional"[1] (Bassenezi, 1990, 1994; Biembengut, 1990, 1999; Blum & Niss, 1991; Borba, Meneghetti & Hermini, 1997, 1999). O movimento de Modelagem Matemática internacional e nacional tomou contorno nos últimos trinta anos, contando com a contribuição decisiva de matemáticos aplicados que migraram para a área da Educação Matemática (Blum & Niss, 1991; Fiorentini, 1996). A partir daqui, deixaremos de usar o adjetivo "Matemática" para o termo "Modelagem" – ficando implícito – como um recurso para evitar repetições.

No Brasil, Modelagem está ligada à noção de *trabalho de projeto*. Trata-se em dividir os alunos em grupos, os quais devem eleger temas de interesse para serem investigados por meio da matemática, contando com o acompanhamento do professor (Bassenezi, 1990, 1994; Biembengut, 1990, 1999; Borba, Meneghetti & Hermini, 1997, 1999). Porém, outras formas de organização das atividades são apontadas na literatura. Franchi (1993), por exemplo, utilizou uma situação-problema "dirigida" para sistematizar conceitos de Cálculo Diferencial e Integral. Jacobini (1999) problematizou um artigo de jornal com os alunos para abordar conteúdos programáticos de Estatística.

As experiências no Brasil possuem um forte viés antropológico, político e sócio-cultural, já que têm procurado partir do contexto sócio-cultural dos alunos e de seus interesses (Fiorentini, 1996). Esta pode ser considerada uma marca dos trabalhos

[1] Silva (1993) caracteriza o ensino tradicional de matemática em termos:
- epistemológicos: o conhecimento é descoberto por aqueles que "produzem" matemática;
- psicológicos: o aluno aprende vendo e o professor ensina mostrando;
- didáticos: é mais fácil aprender a partir da própria estrutura da matemática;
- pedagógicos: aprova-se quem "aprende" o que o professor mostrou;
- políticos: seleciona os que se adaptam a este sistema.

brasileiros de Modelagem, ao contrário do movimento internacional que não apresenta esta preocupação de forma muito aparente (Kaiser-Messmer, 1991).

As práticas escolares de Modelagem têm tido fortes influências teóricas de parâmetros emprestados da Matemática Aplicada. A compreensão de Modelagem é apresentada em termos do processo de construção do modelo matemático, traduzido em esquemas explicativos. Um modelo matemático, segundo Bassanezi (1994, p. 31), é *quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno sobre análise*.

Há indícios, porém, das limitações desta transferência conceitual para fundamentar a Modelagem na E(e)ducaçao M(m)atemática. A principal dificuldade diz respeito aos quadros de referências postos pelo contexto escolar; aqui, os propósitos, a dinâmica do trabalho e a natureza das discussões matemáticas diferem dos modeladores profissionais. Matos e Carreira (1996) concluem que estas diferenças contextuais levam a distinções entre o que os alunos fazem em suas atividades de Modelagem e o que é esperado dos matemáticos aplicados.

Esta situação tem levado a algumas incoerências entre a perspectiva teórica e a prática de Modelagem na sala de aula. Ilustramos com um caso relatado por Biembengut (1990), em que os alunos investigaram quanto custa construir uma casa. Para isto, eles listaram os materiais necessários, coletaram os preços, efetuaram cálculos e organizaram os resultados, sem construírem um modelo matemático propriamente dito.

Outra ilustração pode ser trazida do relato de pesquisa de Araújo (2000), que aponta um grupo de alunas que criou uma situação-problema imaginária – a temperatura no decorrer do ano de uma cidade fictícia - para abordá-la matematicamente. Os modeladores profissionais, ao contrário, investigam situações concretas trazidas por outras áreas do conhecimento que não a matemática.

A par disto, argumentamos por uma perspectiva teórica que se ancore na prática de Modelagem corrente na Educação Matemática e faça dela seu objeto de crítica a fim de nutrir a própria prática. O termo "crítica", que vem do grego *kritiké*, é entendido como a arte de julgar e analisar (Japiassu & Marcondes, 1990). Não há a pretensão de esgotar o assunto neste artigo, nem de colocar suas posições na alteridade dos discursos. Nossa intenção é apontar a necessidade de Modelagem - na perspectiva da Educação

Matemática - se envolver no ciclo permanente da teoria-prática, oferecendo nossa contribuição inicial.

O presente trabalho, portanto, se constitui numa modalidade de ensaio teórico: *um estudo bem desenvolvido, formal, discursivo e concludente, consistindo numa exposição lógica e reflexiva e numa argumentação rigorosa com alto nível de interpretação e julgamento pessoal* (Severino, 1996, p. 120). Mas não se trata, frisamos, de um trabalho teórico puro, já que estamos subsidiados nas práticas relatadas na literatura e em nossas próprias experiências de Modelagem em sala de aula. Apresentamos neste trabalho, de maneira sistematizada, o esboço de uma perspectiva teórica que pretende fundamentar a prática de Modelagem, suas limitações e possibilidades.

Esta alteração de foco pode gerar uma argumentação pela mudança da terminologia. Entretanto, tentativas de outros nomes – como *Modelação* – não vingaram na Educação Matemática brasileira (Biembengut, 1990). O termo *Modelagem* continua sendo reconhecido pela comunidade, o que garante sua legitimidade.

## 2. As tendências em Modelagem e a corrente sócio-crítica

Modelagem pode ser definida em termos dos propósitos e interesses subjacentes à sua implementação, conduzindo a implicações conceituais e curriculares. Kaiser-Messmer (1991) aponta duas visões gerais que predominam nas discussões internacionais sobre Modelagem: a pragmática e a científica.

A corrente pragmática argumenta que o currículo deve ser organizado em torno das aplicações, removendo os conteúdos matemáticos que não são aplicáveis em áreas não-matemáticas. *Os tópicos matemáticos ensinados na escola devem ser aqueles que são úteis para sociedade* (ibid., p. 84). A ênfase é colocada no processo de resolução de problemas aplicados, focalizando o processo de construção de modelos matemáticos.

A corrente científica, por sua vez, busca estabelecer relações com outras áreas a partir da própria matemática. Ela *considera a ciência matemática e sua estrutura como um guia indispensável para ensinar matemática, a qual não pode ser abandonada* (ibid., p. 85). Modelagem, para os "científicos", é vista como uma forma de introduzir novos conceitos.

Em suma, a corrente pragmática volta-se para aspectos externos da matemática enquanto que a científica, para os internos. O foco permanece, portanto, na matemática e sua capacidade de resolver problemas de outras áreas.

Skovsmose (1990) distingue três tipos diferentes de conhecimento que podem ser relacionados à Modelagem Matemática:

- o conhecimento matemático em si;
- o conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar um modelo matemático;
- o conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

A par disto, as correntes pragmática e científica estacionam no conhecimento matemático e tecnológico, mostrando reduzido interesse pelo conhecimento reflexivo. Porém, há uma parcela significativa da literatura que avança até o domínio do conhecimento reflexivo, como no caso de muitos estudos brasileiros e internacionais (Fiorentini, 1996; Julie, 1998; Keitel, 1993; Skovsmose, 1994).

Esta limitação na classificação realizada por Kaiser-Messmer (ibid.) leva-nos a sugerir uma terceira corrente, a qual chamaremos de *sócio-crítico*. As atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem matemática nem Modelagem são "fins", mas sim "meios" para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. É pertinente sublinhar que necessariamente os alunos não transitam para a dimensão do conhecimento reflexivo, de modo que o professor possui grande responsabilidade para tal.

Ilustremos com um exemplo imaginário. Suponhamos que os alunos estejam com o seguinte problema: planejar os gastos com publicidade de uma empresa. Tomaram os preços de vários publicitários para produzir propagandas. Também obtiveram os preços que os canais de televisão e rádios cobram para veiculá-las. Através de programação linear, acharam uma solução para o problema posto. Até aqui, os alunos estiveram envolvidos com o conhecimento de matemática em si e o conhecimento de Modelagem. Mas poderiam também analisar e examinar o que estão fazendo ou o que fizeram: "Este resultado é válido?", "Por que?", "Como podemos garantir?", "Ao traduzirmos a situação em termos matemáticos, o que perdemos?", "O que ganhamos?", "O que garante os procedimentos matemáticos adotados?", "Há pressupostos implícitos?", "As manipulações matemáticas podem nos dizer algo sobre a situação?". Mais ainda: "É seguro tomar a decisão baseada nesta abordagem matemática do problema?", Por que é importante a propaganda para a empresa?", "Qual o impacto sobre as vendas?", "Que papel a mídia desempenha nos hábitos das pessoas?", "Qual a relação com o consumismo?", "Somos autônomos perante a mídia?". Muitas outras questões poderiam ser formuladas. Todas elas se situam na dimensão do conhecimento reflexivo. O que chamamos de corrente sócio-crítica de Modelagem sublinha que as atividades devem potencializar a reflexão sobre a matemática, a própria Modelagem e seu significado social.

Nesta visão, não é apropriada a separação entre aquilo que é útil ou não, como se faz nas correntes pragmática ou científica. O que não tem aplicações na atualidade, pode ter posteriormente. Igualmente, aplicações podem gerar novas idéias, novos procedimentos. Tanto matemática aplicada como pura fazem parte do que convencionamos chamar de matemática, de modo os alunos podem transitar livremente entre ambas. Borba, Meneghetti e Hermini (1997) citam um caso onde as alunas utilizaram a situação do problema para justificar procedimentos matemáticos. Já Araújo (2000) fala-nos de um episódio em que as alunas se descolaram do problema aplicado e focaram na discussão acerca do conceito de continuidade. Portanto, não advogamos um currículo baseado nem somente nas aplicações nem somente na estrutura da matemática. Julgamos que a educação matemática deve envolver todas as instâncias implicadas no conhecimento matemático. Modelagem é uma delas. É necessária, mas não suficiente.

## 3. Modelagem como ambiente de aprendizagem

Modelagem pode ser entendida em termos mais específicos. Do nosso ponto de vista, trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e idéias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade. Porém, alguns casos podem ser mais propícios a alguns conceitos matemáticos – por exemplo, situações que envolvem variação podem levar a idéias do Cálculo ou Pré-cálculo -, mas nada garante que os alunos se inclinem por eles.

Esta natureza "aberta" que sustentamos para as atividades de Modelagem nos impossibilita de garantir a presença de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos. Somente a análise dos caminhos seguidos na resolução pode nos falar sobre sua ocorrência; eles podem desenvolver encaminhamentos que não passem pela construção de um modelo matemático.

Skovsmose (2000) apresenta a noção de *ambiente de aprendizagem* para se referir às condições nas quais os alunos são estimulados a desenvolverem determinadas atividades. O termo “ambiente” diz respeito a um lugar ou espaço que cerca, envolve. O ensino tradicional é um ambiente de aprendizagem, pois estimula os alunos a desenvolverem certas atividades; a história da matemática como recurso didático, também; e assim por diante. Modelagem, como entendemos, estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas que não a matemática por meio da matemática. Podemos, agora, falar no ambiente de aprendizagem de Modelagem. Apesar da possibilidade de definir uma outra terminologia para qualificar a Modelagem – como a palavra *método* vindo da Matemática Aplicada - nos termos que se queira, preferimos procurar uma que traduza nosso entendimento sobre esta temática.

Debrucemo-nos sobre o entendimento de Modelagem esboçado neste texto. Formulado de maneira sintética, assumimos que *Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.*

O ambiente é colocado aqui em termos de “convite” aos alunos, tomando por referência a argumentação de Skovsmose (ibid.). Segundo este autor, os alunos podem não se envolver nas tarefas sugeridas. O ambiente de aprendizagem que o professor organiza pode apenas colocar o convite. O envolvimento dos alunos ocorre na medida em que seus interesses se encontram com esse.

Neste caso, o convite faz referência à indagação e investigação. Para Paulo Freire, a indagação é o próprio caminho da educação:

> *O que o professor deveria ensinar – porque ele próprio deveria sabê-lo – seria, antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de perguntar é que se deve sair em busca de respostas e não o contrário* (Freire & Faundez, 1998, p. 46).

A indagação não se limita à explicitação do problema, mas uma atitude que permeia o processo de resolução. Se tomarmos Modelagem de um ponto de vista sócio-crítico, a indagação ultrapassa a formulação ou compreensão de um problema, integrando os conhecimento de matemática, de modelagem e reflexivo. Mendonça

(1993) apresentou o conceito de *problematização* para se referir à formulação de um problema, o qual pode ser parte do processo de indagar.

A investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É a busca, seleção, organização e manipulação de informações. É uma atividade que não conhece procedimentos *a priori*, podendo comportar a intuição e as estratégias informais. Pode-se dizer que Modelagem é uma investigação matemática, pois ela se dá por meio de conceitos, idéias e algoritmos desta disciplina. Porém, deve-se distinguir das investigações matemáticas que tratam de situações formuladas em termos da matemática pura, sem referência a outras áreas do conhecimento (Abrantes, Ponte, Fonseca et al., 1999).

Indagação e investigação são tidas como indissociáveis, pois uma só ocorre na mesma medida da outra. Se o aluno não avança no conhecimento das informações sobre a situação em estudo, não pode indagá-la; e vice-versa.

A situação em estudo diz respeito a um domínio fora da disciplina matemática, ou seja, outras disciplinas ou o dia-dia, chamado por alguns autores por mundo real ou vida real (Blum & Niss, 1991; Skovsmose, 2000). Esta terminologia carrega uma limitação semântica, pois opõe matemática e mundo real, o que não aceitamos. Matemática é tão real quanto qualquer outro domínio da realidade, já que, sendo idéias, interfere nas ações e práticas sociais (D'Ambrósio, 1996; Skovsmose, 1994). Por isto, colocamos o termo entre aspas e preferimos falar em *situações oriundas de outras áreas da realidade*.

O entendimento de Modelagem que estamos apresentando privilegia situações com circunstâncias que as sustente. O crescimento de uma planta, o fluxo escolar na escola, a construção de uma quadra de esportes, o custo com propaganda de uma empresa, a criação comercial de perus, o sistema de distribuição de água num prédio, etc. são alguns exemplos possíveis.

Temos pouco interesse em situações fictícias elaboradas artificialmente - chamadas por Skovsmose (2000) de *semi-realidade* - para atender aos propósitos do ensino de matemática. Isto não quer dizer que elas não possam envolver os alunos em ricas discussões; podem sim e devem integrar o currículo. Apenas, tal como as investigações de matemática pura, não se enquadram confortavelmente na perspectiva de Modelagem que sustentamos aqui.

## 4. Modelagem e Currículo

A discussão sobre a integração de Modelagem no currículo envolve a questão do "como", a qual não se pode descolar das condições para isso. Entendemos currículo como o *conjunto de todas experiências de conhecimento proporcionadas aos/às estudantes* (Silva, 1995, p. 184).

O ambiente de aprendizagem de Modelagem, baseado na indagação e investigação, se diferencia da forma que o ensino tradicional – visivelmente hegemônico nas escolas - busca estabelecer relações com outras áreas e o dia-dia. Este último procura trazer situações idealizadas que podem ser diretamente abordadas por idéias e algoritmos sugeridos pela exposição anterior do professor. Os alunos, portanto, já sabem como proceder e o que utilizar na abordagem das situações.

Existe uma relativa distância entre a maneira que o ensino tradicional enfoca problemas de outras áreas e a Modelagem.  São atividades de natureza diferente, o que nos leva a pensar que a transição em relação à Modelagem não é algo tão simples. Envolve o abandono de posturas e conhecimentos oferecidos pela socialização docente e discente e a adoção de outros. Do ponto de vista curricular, não é de se esperar que esta mudança ocorra instantaneamente a partir da percepção da plausibilidade da Modelagem no ensino, sob pena de ser abortada no processo.

A par disto, concebemos a integração curricular de Modelagem de formas diversas, de tal modo que pavimente o caminho do professor e dos alunos em direção a este ambiente. Assumimos uma compreensão teórica geral nos itens anteriores que podem se materializar através de configurações curriculares diferentes, conforme as condições de cada sala de aula, de cada escola e da experiência e confiança de cada professor.

Com isto, recusamos a idéia de associar Modelagem exclusivamente à modalidade de projetos. Outros tipos de atividades de Modelagem que demandam menos tempo e são mais simplificadas também podem ser consideradas. Cada configuração curricular de Modelagem é vista em termos de *casos*, referindo-se às diferentes possibilidades de organização curricular da Modelagem.

Analisando os estudos sobre Modelagem, nacional e internacional, podemos classificar os casos de Modelagem de três formas diferentes:

1) *Caso 1*. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Uma experiência de Franchi (1993) pode ilustrar este caso (ver

secção1). Ela colocou uma situação-problema aos alunos, que realizaram a investigação. Não foi preciso que eles procurassem dados fora da sala de aula; todo o trabalho se deu a partir da situação e do problema oferecido pelo professor.

2) *Caso 2*. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. Ilustremos com uma experiência de Biembengut (1999). Ela apresentou aos alunos o problema *"O que é preciso para construir uma casa?*". Eles tiveram que buscar dados fora da sala de aula e fazer algumas simplificações que ajudassem a resolver o problema.

3) *Caso 3*. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. É via do trabalho de projetos. Devido à falta de espaço, limitamo-nos a remeter às experiências relatadas em Bassanezi (1990), Borba, Meneghetti e Hermini (1997), Biembengut (1990, 1999) e Franchi (1993).

Em todos os casos, o professor é concebido como "co-partícipe" na investigação dos alunos, dialogando com eles acerca de seus processos. Porém, em alguns, ele possui um papel mais presente na organização das atividades. No caso 1, por exemplo, a presença do professor, já que ele fica responsável pela formulação da situação-problema, é mais forte do que no 3, onde isso é compartilhado com os alunos. A figura 1 esquematiza a participação do professor e do aluno em cada caso.

| | *Caso 1* | *Caso 2* | *Caso 3* |
|---|---|---|---|
| *Elaboração da situação-problema* | professor | professor | professor/aluno |
| *Simplificação* | professor | professor/aluno | professor/aluno |
| *Dados qualitativos e quantitativos* | professor | professor/aluno | professor/aluno |
| *Resolução* | professor/aluno | professor/aluno | professor/aluno |

Figura 1. O aluno e o professor nos casos de Modelagem.

Os casos 1, 2 e 3 não representam configurações estanques, mas sim regiões de possibilidades. Eles não pretendem engessar a prática, mas, uma vez que é reflexão sobre a prática, alimentá-la. Esta classificação chama a atenção para o fato de que os professores e os alunos podem se envolver com diferentes maneiras de implementar a Modelagem no currículo, re-elaborando de acordo as possibilidades e as limitações oferecidas pelo contexto escolar, por seus conhecimentos e preferências.

## 5. O desafio da pesquisa

As considerações teóricas traçadas até este ponto do texto representam a tentativa de capturar e elaborar teoricamente, de um ponto de vista sócio-crítico, a prática da Modelagem tomando como referência os interesses da área da Educação Matemática, traduzindo nosso momento atual de reflexão. Como nos diz D’Ambrósio (1996), é um processo que não tem começo nem fim, é permanente. *Nenhuma teoria é final, assim como nenhuma prática é definitiva, e não há teoria e prática desvinculadas* (p. 81). Este autor destaca o papel da pesquisa como elo entre ambas.

A pesquisa é uma atividade sistemática que vai além da percepção imediata, evitando se perder na multiplicidade de fatores que permeiam a sala de aula. Para tal, é preciso dirigir o olhar para alguma problemática específica, de onde se espera emergir com mais claridade. Relatos de experiência e elaboração de propostas pedagógicas não se constituem em pesquisa (Bicudo, 1993). Esta é a atividade sistemática que visa a produção de conhecimentos novos a partir de um problema bem delimitado.

Entretanto, o corpo de pesquisas que abordam questões referentes à Modelagem ainda é tímido (Fiorentini, 1996; Niss, 2001). A ênfase tem sido na argumentação pelo uso da Modelagem e no relato de experiências, o que é muito importante, mas não basta. Esta situação pode ser explicada pelo fato desta prática ter surgido antes de qualquer tentativa mais visível de teorização. Agora, chegada a sua maioridade, as demandas de implementação requerem o olhar da pesquisa para prover o desenvolvimento da área.

A geração de conceitos, compreensões e conclusões teóricas são imprescindíveis para evitar o desarmamento perante a prática. Do contrário, os educadores matemáticos ficam sem instrumentos para desempenhar seus papéis no ambiente de Modelagem. Sem teoria, a prática fica fragilizada pela dinâmica do contexto escolar e vice-versa. Por isto, a reivindicação por pesquisas na área de Modelagem (Fiorentini, 1996; Niss, 2001).

A demanda por pesquisas abrange os campos da Epistemologia, do currículo, dos processos de sala de aula, da cognição dos alunos e do papel e desenvolvimento do professor. Elas não podem prescindir das contribuições de outras áreas correlatas da Educação Matemática e Educação. Na área da cognição, por exemplo, existe um acalorado debate sobre a questão da *transferência*, ou seja, o uso de idéias aprendidas num contexto em outro (Evans, 1999); na formação de professores, novas visões re-significam os processos de desenvolvimento docente (Fiorentini, Souza Jr. & Mello, 1998; Polettini, 1999); e assim por diante. Isto não significa que as pesquisas devam se dissolver nestas outras áreas, mas dialogar com elas, mantendo a singularidade de suas problemáticas.

Algumas questões são mais primárias, pois suas investigações podem trazer implicações práticas essenciais para o desenvolvimento de ambientes de Modelagem. Arriscamo-nos a citar algumas:

- Quais as dificuldades decorrentes da implementação de modelagem no currículo?
- Quais as dificuldades dos alunos nas atividades de Modelagem?
- Como o conhecimento prévio interfere na prática dos alunos com Modelagem?
- De que maneira os alunos constroem argumentações matemáticas?
- Como os alunos transitam da situação-problema para o conceito matemático?
- Como os alunos usam e se envolvem com o conhecimento de matemática, de Modelagem e reflexivo?
- Qual o impacto das atividades de Modelagem nas concepções de matemática dos alunos?
- Como a intervenção do professor interfere nas atividades dos alunos?
- De que forma os professores conduzem atividades de Modelagem?
- Como os professores “iniciantes com Modelagem” conduzem atividades de Modelagem?
- Como os programas de formação em Modelagem influenciam as práticas dos professores?
- Que saberes os professores produzem no ambiente de Modelagem? Etc.

Por fim, cabe salientar que algumas pesquisas existentes na área têm focalizado algumas destas questões. Borba, Meneghetti e Hermini (1997, 1999) trouxeram elementos sobre a argumentação dos alunos e os processos de avaliação; Matos e Carreira (1996), sobre a cognição; Araújo (2000), sobre a discussão matemática dos alunos; Tavares (1998), sobre as dificuldades dos alunos; Barbosa (1999), sobre a percepção dos professores; e assim por diante. O que estamos assinalando é que preciso potencializar este fluxo de pesquisas em Modelagem, não se limitando ao relato de experiências, com vista a produzir compreensões teóricas, como a perspectiva esboçada neste artigo, que visem à própria experiência.

**Referências Bibliográficas**

ABRANTES, P., PONTE, J. P. da, FONSECA, H. et al. *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. [Lisboa]: Associação de professores de matemática, 1999. 226p.

ARAÚJO, J. de L. A função é contínua ou não? – discussões que decorrem de uma atividade de Modelagem Matemática em um ambiente computacional. In: *Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*. Rio Claro (SP): Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, 2000. p. 47-52.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? *Zetetiké*, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.

BASSANEZI, R. C. Modelagem como metodologia de ensino de matemática. In: *Actas de la Séptima Conferencia Interamericana sobre Educacíon Matemática*. Paris: UNESCO, 1990. p. 130-155.

BASSANEZI, R. Modeling as a teaching-learning strategy. *For the learning of mathematics*, Vancouver, v. 14, n. 2, p. 31-35, 1994.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. *Pro-posições*, Campinas, v. 4, n. 10, p. 18-23, 1993.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus*. Rio Claro: IGCE/UNESP, 1990. 210p. (Dissertação, Mestrado).

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem Matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática*. Blumenau: Editora da FURB, 1999. 134p.

BLUM, W., NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BORBA, M. C., MENEGHETTI, R. C. G., HERMINI, H. A. Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de ciências biológicas. *Revista de Educação Matemática da SBEM-SP*, [São José do Rio Preto, SP], n. 3, p. 63-70, 1997.

BORBA, M. C., MENEGHETTI, R. C. G., HERMINI, H. A. Estabelecendo critérios para avaliação do uso de Modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas. In: BORBA, M. C. *Calculadoras gráficas e educação matemática*. Rio de Janeiro: USU, Ed. Bureau, 1999. p. 95-113 (Série Reflexão em Educação Matemática).

D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996. 121p.

EVANS, J. Building bridges: reflections on the problem of transfer of learning in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 39, n. 1-3, p. 23-44, 1999

FIORENTINI, D. Brazilian research in mathematical modelling. *Paper presented in the GT-17/ICME-8*, Sevilla, Spain, 1996. 20p. (mimeo).

FIORENTINI, D., SOUZA JR., A. J. de, MELO, G. F. A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C. M. G., FIORENTINI, D., PEREIRA, E. M. de A. (org.). *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)*. Campinas: Mercado de Letras/ALB, 1998. p. 307-335.

FRANCHI, R. H. de O. L. *A Modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia*. Rio Claro: IGCE/UNESP, 1993. 148p. (Dissertação, Mestrado).

FREIRE, P., FAUNDEZ, A. *Por uma pedagogia da pergunta.* 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998. 158p.

JACOBINI, O. R. *A Modelação Matemática aplicada no ensino de Estatística em cursos de Graduação*. Rio Claro: IGCE/UNESP, 1999. 155p. (Dissertação, Mestrado).

JAPIASSU, H., MARCONDES, D. *Dicionário básico de filosofia*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1990. 265p.

JULIE, C. Prospective Shouth African Teachers' handling of pedagogical activities related to the Applications of Mathematics. In: GALBRAITH, P., BLUM, W., BOOKER, G. et al. (ed.). *Mathematical Modelling: teaching and assessment in a technology-rich world*. Chichester: Horwood, 1998. p. 291-300.

KAISER-MESSMER, G. Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate. In: NISS, M., BLUM, W., HUNTLEY, I. (ed.). *Teaching of mathematical modelling and applications*. Chichester: Ellis Horwood, 1991. p. 83-92.

KEITEL, C. Implicit mathematical models in social practice and explicit mathematics teaching by applications. In: LANGE, J. de, KEITEL, C., HUNTLEY, I. et. al. *Innovation in maths educations by modelling and applications.* Chichester: Ellis Horwood Ltda., 1993. p.19-30.

MATOS, J. F., CARREIRA, S. The quest for meaning in students'mathematical modelling activity. In: PUIG, L., GUTIÉRREZ, A . (ed.). *Proceedings of PME 20,* vol. 3. Valencia: Universitat de València, 1996. 4 v. V. 3. p. 345-352.

MENDONÇA, M. do C. D. *Problematização: um caminho a ser percorrido em educação matemática*. Campinas: FE/UNICAMP, 1993. 306p. (Tese, Doutorado).

NISS, M. Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling. In: MATOS, J. F., HOUSTON, S. K., BLUM, W. et al. Modelling and mathematics education: applications in science and technology. Chichester: Ellis Horwood Ltda., 2001 (no prelo).

POLETTINI, A. F. F. Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas*. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 247-261.

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. 20. ed. 1996. São Paulo: Cortez, 1996. 272p.

SILVA, M. R. G. da. *Concepções didático-pedagógicas do professor-pesquisador em matemática e seu funcionamento em sala de aula de matemática*. Rio Claro: PGEM/UNESP, 1993. 245p. (Dissertação, Mestrado).

SILVA, T. T. da. Os novos mapas culturais e o lugar do currículo numa paisagem pós-moderna. In: SILVA, T. T. da, MOREIRA, A . F. (org.). *Territórios contestados: o currículo e os novos mapas políticos e culturais.* Petrópolis: Vozes, 1995. p. 184-202.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modellig process. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, London, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

SKOVSMOSE, O. *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994. 246p.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

TAVARES, F. A actividade de Aplicação de Modelação Matemática com recurso a ferramentas computacionais: um estudo de caso com alunos do 1º ano do ensino superior. Lisboa: Dep. de Educação e Dep. de Informática da Faculdade de Ciências/Univ. de Lisboa, 1998. 242p. (Dissertação, Mestrado).

**JONEI CERQUEIRA BARBOSA**

*Núcleo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (NEPEM)*
*Universidade Católica do Salvador (UCSal)*
*http://sites.uol.com.br/joneicb*
*http://www.ucsal.br/nepem/index.html*

## *- INDICAÇÕES DE CONSULTAS -*

## *MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*

### 1. INTERNET

**Modelagem e Aplicações: um fórum virtual de educadores matemáticos –** http://www.angelfire.com/on2/modelagem
Traz diversas informações sobre a comunidade nacional e internacional de educadores matemáticos que se interessam por Modelagem na Educação Matemática, referências, eventos etc.

**Jonei Cerqueira Barbosa Home Page** – http://sites.uol.com.br/joneicb
Home page pessoal que disponibiliza informações e artigos sobre Modelagem Matemática.

**Grupo de Trabalho Aplicações de Modelação da APM (Portugal)** – http://www.apm.pt
Traz as atividades e referências do grupo português sobre Modelagem, incluindo publicações, atividades, etc.

### 2. BIBLIOGRAFIA EM PORTUGUÊS

ARTIGOS

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática? *Zetetiké*, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, jan./jun. 1999.

BARBOSA, J. C. Uma perspectiva para a Modelagem Matemática. In: *Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*. Rio Claro: UNESP, 2000. p. 53-59.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática,* n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores*. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: *Anais da 24ª. Reunião Anual da ANPED*. Rio de Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD.

BARBOSA, J. C.; OLIVEIRA, A. M. P. Modelagem Matemática e sala de aula: um “zoom” em uma experiência. Artigo aceito para ser publicado na Revista da SBEM-BA, 2001.

BASSANEZI, R. Modelagem Matemática. *Dynamis*, Blumenau, v. 1, n. 7, abr./jun. 1994. p. 55-83.

BIEMBENGUT, M. S., HEIN, N. Uma proposta para o ensino de Cálculo. *Temas & Debates*, Blumenau, n.6, 1995. p. 44-59.

BORBA, M. de C., MENEGHETTI, R. C. G., HERMINI, H. A . Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. *Revista de Educação Matemática*, São José do Rio Preto, n. 3, 1997. p. 63-70.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário. *Zetetiké*, Campinas, n. 2, mar. 1994. p. 47-60.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, n. 14, p. 66-91, 2000.

DISSERTAÇÕES, TESES E LIVROS

ANASTACIO, M. Q. A . *Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1990. 103p. (Dissertação, Mestrado).

BIEMBENGUT, M. S. *Modelação Matemática como método de ensino: aprendizagem de Matemática em cursos de 1$^o$. e 2$^o$. Graus*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1990. 210p. (Dissertação, Mestrado).

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem Matemática & Implicações no ensino-aprendizagem de matemática.* Blumenau: Ed. Da FURB, 1999. 134p.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Editora Contexto, 2000.

BURAK, D. *Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino da matemática na 5$^a$. série.* Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1987. 186p. (Dissertação, Mestrado)

BURAK, D. *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.* Campinas: FE/UNICAMP, 1992. 329p. (Tese, Doutorado)

FRANCHI, R. H. de O . L. *A Modelagem Matemática como Estratégia de Aprendizagem no Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos de Engenharia*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1993. 148p. (Dissertação, Mestrado).

JACOBINI, O. R. *A Modelação Matemática aplicada no ensino de estatística em cursos de graduação*. Rio Claro: IGCE/UNESP, 1999 (Dissertação, Mestrado).

MATOS, J. F.; CARREIRA, S. P. *Modelação e Aplicações no ensino de matemática: situações e problemas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1996.

MONTEIRO, A . *O Ensino de Matemática para Adultos através do Método Modelagem Matemática.* Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1992. 310p. (Dissertação, Mestrado).


## 3. BIBLIOGRAFIA EM LÍNGUA ESTRANGEIRA


ARTIGOS

ARAÚJO, J. L.; SALVADOR, J. A. Mathematical Modelling in calculus courses. In J. G. Matos et. al.Modelling, *Applications and Mathematics Education: trends and issues.* Chichester: Ellis Horwood, 2001.

BARBOSA, J. C. Mathematical Modelling in pre-service teacher education. In J. G. Matos et. al.Modelling, *Applications and Mathematics Education: trends and issues.* Chichester: Ellis Horwood, 2001.

BASSANEZI, R. Modelling as a teaching-learning strategy. *For the learning of Mathematics*, Vancouver, v. 14, n. 2, p. 31-35, 1994.

BLUM, W., NISS, M. Applied mathematical problem solving, Modelling, Applications, and links to other subjects: state, trends and issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, v. 22, n. 1, p. 27-68, 1991.

GALBRAITH, P. L., CALTWORTHY, N. J. Beyond standard models - meeting the challenge of Modelling. *Educational Studies in Mathematics*, v. 21, n. 2, p. 137-163, 1990. (*)

HODGSON, T. Secondary mathematics Modeling: issues and challenges. *School Science and Mathematics*, v. 95, n. 7, p. 351-358, nov. 1995.

LIVROS

BERRY, J., Houston, K. *Mathematical Modelling*. London: Edward Arnold, 1995. 145p.

CLEMENTS, D. *Mathematical modelling: a case study approach*. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 166p.

CROSS, M., MOSCARDINI, A . O . *Learning the art of Mathematical Modelling*. Chichester: Ellis Horwood, 1985. 155p.

**notícias diárias de Feira de Santana**

09/06/2001

# 37 toneladas de grãos de feijão e milho estão sendo distribuídas

Os grãos de feijão e milho adquiridos pela Prefeitura de Feira de Santana começaram a ser distribuídos na tarde desta quinta-feira (7) pela Secretaria de Agricultura, Recursos Hídricos e Desenvolvimento Rural. São 37,5 toneladas – 25 t de feijão e 12,5 t de milho – destinadas aos produtores rurais que praticam a agricultura de subsistência. Aproximadamente oito mil agricultores receberão os grãos.

Segundo o secretário Mário Borges, cada agricultor recebe três quilos de feijão e dois de milho. O primeiro carrega-mento dos grãos foi destinado aos agricultores de Maria Quitéria. Os próximos a receberem serão os cadastrados na associação de moradores do distrito de Tiquaruçu. "Agora é esperar que os terrenos tenham umidade suficiente para garantir que as sementes brotem e que tenhamos sorte que as chuvas, que neste ano estão escassas, caiam em nossa região, para que tenhamos uma safra satisfatória", disse o secretário. Segundo ele, as chuvas estão irregulares. "Mas atendemos solicitações das comunidades rurais, que fizeram insistentes pedidos", completou o secretário.

Os grãos foram adquiridos pela Prefeitura através de licitação e permaneceram no depósito da Empresa Baiana de Desenvolvimento Agrícola (EBDA) por mais de 20 dias. Mário Borges salienta que a demora na distribuição dos grãos está relacionada à irregularidade no período chuvoso. Ele afirmou que era interesse do prefeito José Ronaldo de Carvalho que os produtos já tivessem sido distribuídos.

O secretário diz que as chuvas que caíram na região nos últimos dias podem vir favorecer ao plantio. "Antes, a terra estava muito seca para que as roças fossem iniciadas. Seria um trabalho perdido".

Aliada à distribuição dos grãos, a Prefeitura subsidiou o beneficiamento da terra, colocando à disposição dos micro-produtores equipamentos agrícolas e 22 tratores, uma das maiores frotas já reunidas para atender as necessidades dos produtores rurais.

## - RELATO 1 -

### - A CONTA DE LUZ NA SALA DE MATEMÁTICA[2]-

Eu ensinava matemática para uma 5ª. série com 43 alunos numa escola da periferia de Rio Claro (SP). A maioria dos alunos era filhos de operários. Naquele ano, a CESP – agência elétrica local na época - estava divulgando nas escolas uma campanha de economia de energia elétrica. Eles distribuíram um folheto informativo a cada professor e pediram que divulgassem na sala de aula. Ao levar o assunto para a sala de aula, percebi a empolgação dos alunos e deixei a discussão “rolar”.

Uma das questões levantada pelos alunos dizia respeito à forma que se calcula o consumo de energia elétrica. Falamos dos diferentes modelos de medidores (por exemplo, analógico e digital). Especulamos sobre os eletrodomésticos que gastam mais ou menos. Daí surgiu a idéia de que cada aluno calculasse o consumo de energia elétrica em sua casa. A atividade parecia empolgar os alunos.

Assim, nas semanas iniciais do trabalho, os alunos foram pesquisar o tempo em que os aparelhos elétricos de suas casa ficavam ligados. Enquanto os alunos estavam na escola, suas mães continuavam a fazer as anotações, tornando o ambiente de casa um prolongamento da escola. Enquanto os alunos tomavam dos dados, dava continuidade aos demais conteúdos previstos. Mas sempre eu perguntava sobre o andamento do trabalho e, às vezes, lá estávamos discutindo o consumo de energia. Também providenciamos uma palestra de um representante da CESP para fornecer dados e esclarecer dúvidas. Esta visita aguçou mais ainda a curiosidade dos alunos.

Após a coleta dos dados, sugeri que os alunos organizassem os dados numa tabela. Abaixo a de um aluno.

| | Segunda | Terça | Quarta | Quinta | Sexta | Sábado | Domingo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Geladeira | 24 h | 24 h | 24 h | 24 h | 24 h | 24 h | 24 h |
| Televisão | 8 h | 9 h | 5 h | 6 h | 8 h | 5 h | 6 h |
| Chuveiro | 30 min | 30 min | 30 min | 30 min | 30 min | 40 min | 40 min |
| Secador | 10 min | - | - | 10 min | - | - | 5 min |

Utilizando a fórmula fornecida pela CESP, os alunos calcularam o consumo de cada aparelho elétrico:

[2] Este caso foi escrito tendo por base a experiência relatada em: Gustineli, O . A . P. *Modelagem Matemática e Resolução de Problemas: uma visão global em Educação Matemática*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1990. 126p. (Dissertação, Mestrado)

*Consumo (Kwh) = [Potência (w) x (horas de uso por dia) x (dias de uso no mês)]/1000*

Os alunos ficaram responsáveis por procurar a potência de cada aparelho. Isto não foi difícil. Alguns apareceram com livros que traziam tabelas referentes à potências de aparelhos elétricos, outros com o material da própria CESP.

Para explorar as adições do tempo de uso de cada aparelho, sugeri que os alunos construíssem um relógio com um único ponteiro e doze algarismos compreendidos entre 1 e 12. A intenção era explorar medidas de tempo.

No caso da geladeira, que ficava ligada 24 horas por dia durante os 7 dias da semanas, procedeu assim: 24 x 7. Foi o momento apropriado para relembrar o conceito de multiplicação: $\underbrace{24+\ldots+24}_{7vezes} = 24x7 = 168h$.

Tivemos que expressar o tempo em horas (devido à fórmula). Em alguns casos não deu exato, como no caso do chuveiro, que somou 3 h 50 min ligado. O que 50 minutos representam da hora?... E tivemos a oportunidade de explorar a representação fracionária e a simplificação de frações: $\frac{50}{60} = \frac{10}{12}$. Também exploramos este tópico em outras tabelas dos alunos. Aqui ainda trabalhei o conceito de frações equivalentes.

Ainda aproveitando-me desta situação, ensinei a divisão de números inteiros, cujo quociente resulta em números decimais, e a soma de números decimais (Ex.: 10 : 12 e 3 + 0,8333...).

Agora, já tínhamos condições de calcular o consumo em Kwh para cada aparelho elétrico e posteriormente calcular o consumo em cruzados (a moeda da época). Por exemplo:

Chuveiro : consumo (kwh) = $\frac{(350w)x(3{,}83h)x4}{1000} = 53{,}62$

Outra vez, a necessidade do problema criou contexto para que se introduzisse multiplicação de números decimais e divisão de potência de 10.

Calculando o consumo (em Kwh) para cada item da tabela, foi possível achar a soma de todos aparelhos resultando em 206,13 Kwh. Tínhamos agora que calcular o custo (em cruzados). Para tal, utilizamos a tabela de preço da CESP:

| QUANT. DO KWH | VALOR DO KWH (CZ$) |
|---|---|
| 0 até 30 | 0,19 |
| 31 até 200 | 0,38 |
| acima de 200 | 0,63 |

Além destes preços, havia o imposto único (Cz$ 0,15) a ser cobrado.

Havia três faixas de preço: Cz$ 0,19 para o primeiros 30 Kwh; Cz$

0,38 para os 170 Kwh; e o restante, pagava-se Cz$ 0,63/kwh. Fazendo os cálculos, cada aluno pôde achar o custo do consumo de energia elétrica de sua casa.

Por fim, orientei para comparar os resultados dos cálculos com as respectivas contas de energia elétrica, o que gerou mais discussão. Em alguns casos, os cálculos dos alunos estavam próximos do consumo médio de suas residências; em outros, não. Discutimos as razões das convergências e divergências dos resultados.

## - RELATO 2 -

### - O CASO DOS TONÉIS DE GASOLINA -

Eu trabalhava numa escola pública de Salvador em uma turma de 6ª. série (cerca de 35 alunos). Os alunos tinham dificuldades com o conteúdo, até mesmo com aqueles estudados nas séries anteriores. Sempre tentava envolvê-los com resolução de problemas aplicados. O "*pra que serve*?" dos alunos me incomodava, levando-me a buscar as utilidades da matemática para ser trabalhado na sala de aula. O que vou relatar a seguir refere-se a um episódio que tomou algumas aulas e envolveu os alunos na investigação de uma situação-problema referente à arrumação de tambores em um depósito.

Entrando na sala de aula, alguns alunos vieram me recepcionar. Eu tinha uma relação próxima deles. "*Bom dia, 6ª. série!*" – com estas palavras estou pedindo silêncio para anunciar a tarefa do dia. "*Sentem, por favor*". Demora algum tempo para eles se acomodarem. Parece que toda aula tem este ritual. Não sou daqueles professores "fechados". Dou liberdade aos alunos, mas com limites (é claro, se não...).

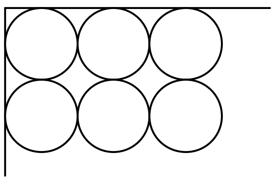
Distribuo uma ficha de trabalho para todos os alunos com um problema aplicado (ver abaixo) e peço que todos leiam em silêncio.

> Uma empresa necessita achar um salão de armazenagem para alguns tonéis de gasolina cilíndricos, de modo que se gaste o mínimo possível. Os tonéis são cilindros com 35 cm de raio e 1 m de altura. Todos 175 tonéis devem ser estocados na posição perpendicular ao chão. É necessário mantê-los estocados por 2 meses.
>
> Os salões de armazenagem disponíveis possuem as seguintes dimensões: 3,75 m x 3,75 m a R$ 670,00 por mês; 3,75 m x 7,5 m a R$ 1050,00 por mês; 3,75 m x 11,25 m a R$ 1300,00 por mês. Todos salões possuem 3,4 m de altura.

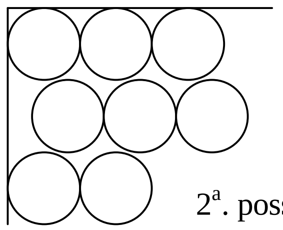
"*O que diz o texto?*", "*Qual é o problema?*" etc. – estas são algumas questões que levanto com a turma após a leitura, a fim de que eles mesmo entendem o que está lendo. Tenho a impressão que uma das dificuldades dos alunos com os problemas é o seu entendimento. Por isto, utilizo alguns minutos discutindo o texto da situação-problema. Perguntei também: "*A quem interessaria guardar gasolina*?". Ainda aproveitei para questioná-los sobre algumas informações no texto: o que é um cilindro? Quem poderia me dar um exemplo? O que quer dizer "perpendicular? Quem poderia explicar? Um exemplo? Após alguma discussão, peço que os alunos se organizem em grupo de quatro membro para resolver a questão. Como (quase) sempre, eles não deixam de arrastar as carteiras. Alguns aproveitam para ir beber água. Ainda há aqueles que perguntam se a atividade é mesmo para hoje. Enfim, de novo, todo um ritual.

Nos grupos, os alunos discutiram como podem encaminhar a situação-problema. Eu fiquei circulando nos grupos, questionando, atendendo às suas questões. Geralmente, não costumo responder diretamente às dúvidas. Quando um aluno me pergunta "*é assim, professor?*", eu digo "*O que você acha?*", "*Como poderíamos saber?*" etc. Neste episódio, também procedi desta forma, buscando incentivar a discussão entre os alunos.

Uma das equipes disse que haveria duas possibilidades de arrumação dos tonéis:



1ª. possibilidade



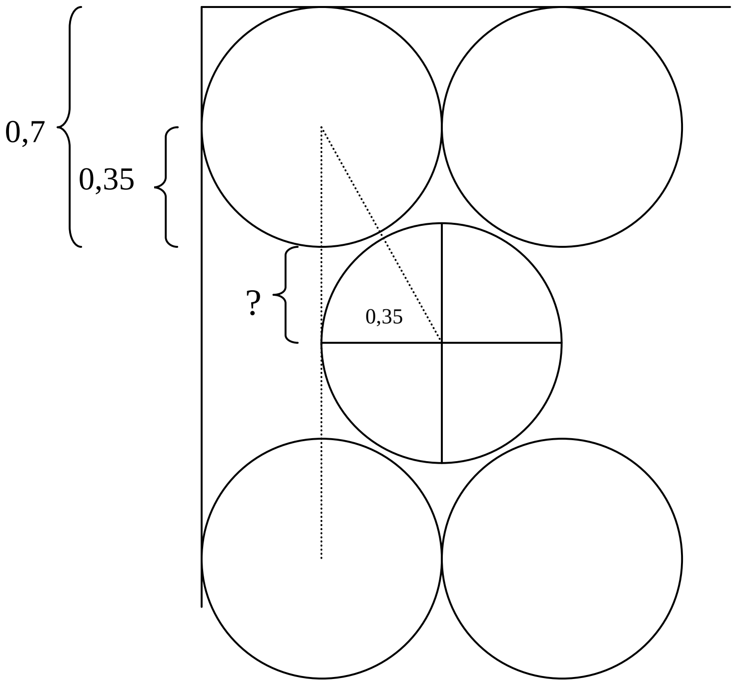
2ª. possibilidade

Pedi que eles falassem destas possibilidades para toda a turma. Os demais alunos concordaram com a equipe. "*O que devemos fazer para tomar a decisão de qual tipo de salão deve a empresa alugar?*" – perguntei. "Ué, ver quantos cabem em cada tipo de salão!" – exclamou um aluno. Pedi que os alunos continuassem a atividade nos grupos. Continuei a percorrer as equipes. A maioria dos alunos estava fazendo os cálculos de maneira desorganizada. Sugeri que eles organizassem numa tabela. Por exemplo, para a "1ª. possibilidade", poderia-se organizar a seguinte tabela:

| Salão | Tonéis/fila | Número filas | Número de camadas | Capacidade total | Número de Salões | Preço |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3,75 x 3,75 | 5 | 5 | 3 | 75 | 3 | $ 4020, |
| 3,75 x 7,5 | 5 | 10 | 3 | 150 | 2 | $ 4200, |
| 3,75 x 11,25 | 5 | 16 | 3 | 240 | 1 | $ 2500, |

Aqui, visivelmente, fiz uma intervenção nos procedimentos dos alunos, no que diz respeito à organização dos dados. Julguei que era necessário isto para que eles pudessem ter uma visão global dos dados. A certa altura, a sirene tocou. Pedi aos alunos que deixasse a atividade para concluir na próxima aula.

Na aula seguinte, ao retomar a atividade, pergunto sobre a atividade, do que se tratava, o que havíamos discutido, que encaminhamentos estava sendo realizados, etc. Um dos alunos, chamado Marlos, levanta a mão e diz que tentou continuar a tarefa em casa e que notou que o "*cálculo da 2ª. possibilidade era diferente da 1ª., porque quando a gente encaixa um tonel numa fila... a fila toma uma parte do tonel*". Sugeri que ele viesse ao quadro-negro explicar do que se tratava. Quando ele desenhou o esquema, eu pude entendê-lo. Daí, organizei um pouco as palavras de Marlos e coloquei para toda a turma (ver figura abaixo). Para mim, parecia uma ótima oportunidade para falar do Teorema de Pitágoras.




A partir desta situação, abri a discussão sobre como achar aquela medida desconhecida, indicada por "?", que foi denotada pela letra "x". Os alunos não conheciam ainda o Teorema de Pitágoras. Suas respostas eram baseadas em simplificações: "*ah, professor, faz de conta que é metade* (do raio)". "*Será? Como podemos verificar isso*?" Sugeri que eles desenhassem círculos de diversos tamanhos, dispondo-os com no esquema, tomassem as medidas e verificasse a adequação da conjectura. Assim fizeram os alunos, não comprovando a afirmação.

Chamei atenção para o triângulo presente no esquema e disse que poderíamos estudar as relações (métricas) nesta figura. Pedi que eles desenhassem triângulos retângulos de vários tamanhos, tomassem as medidas de seus lados e dos quadrados deles. "O que vocês observam?". Não tardou e os alunos perceberam a relação métrica expressa pelo Teorema de Pitágoras. Sistematizei este conteúdo e falei algumas palavras sobre a história do Teorema de Pitágoras (ao término da atividade, eu iria retomar o conteúdo para fazer alguns exercícios).

De posse do conhecimento do Teorema de Pitágoras, os alunos puderam explorar a 2ª. possibilidade na disposição dos tonéis na situação-problema inicial. Que salão deve a empresa alugar? Sugiro que o leitor conclua a investigação sobre os tonéis. Ou ainda que convide seus alunos a investigarem também.

## - RELATO 3 -

### - AS OLIMPÍADAS DE SIDNEY (I) -

Um mês antes do começo das olimpíadas de 2000, que ocorreu em Sidney, na Austrália, iniciei o projeto com Modelagem, que teve como tema Olimpíadas, numa escola particular em Salvador – BA, na 7ª série do ensino fundamental. Eram três turmas com 45 alunos cada. Destinei uma parte das 4 horas/aula semanais para o trabalho com Modelagem e a outra para abordar os tópicos previstos no programa (geometria, estatística). A organização do trabalho ocorreu assim:

- Divisão da turma em grupos de 6 alunos.
- Escolha dos sub-temas pelos grupos a partir da curiosidade deles. Os sub-temas que surgiram foram natação, futebol, doping, nado sincronizado, basquete, etc. Teve um grupo que pediu para abordar como sub-tema, fingerboard, fora do proposto, porém aceite o pedido.
- Pesquisa dos sub-temas em fontes variadas (livros, revistas, jornais, internet e especialistas) para se familiarizarem com os sub-temas escolhidos.
- Matematização e/ou formulação de problemas relacionados com o sub-tema e sua resolução.
- Produção de relatórios preliminares e um relatório final, e apresentação oral final.

Durante o projeto estive acompanhando como os alunos estavam abordando a Matemática envolvida nos seus sub-temas através dos relatórios. A maioria das equipes explorou geometria e estatística nos seus sub-temas, conteúdos abordados em paralelo com o projeto. Outras trabalharam com conteúdos da série como teorema de pitágoras, número irracional, e ainda resgataram medidas, porcentagem, escala, conteúdos vistos nas séries anteriores. (ver anexos)

O grupo, que estava trabalhando com ginástica olímpica, interessou-se em calcular o percurso em diagonal da ginasta no tatame. Aproveitei a colocação do problema do grupo e sugeri a eles que socializassem com a turma o problema elaborado. Foi um momento interessante, pois um problema do grupo gerou discussões para toda a turma. A turma participou na busca de soluções, retomando conteúdos trabalhados e solicitando outros. Retomo a seguir o episódio do tatame:

Os grupos estavam reunidos durante a aula na efetivação do trabalho. O grupo da ginástica olímpica chamou-me para mostrar um problema que estavam pensando em abordar.

Grupo: *Pró, por favor venha aqui. Estamos pensando em um problema.*

Professora: *Qual ?*

Aluna do grupo: *Pró, pensamos no seguinte problema: O tatame é o espaço onde as ginastas realizam os seus movimentos.*

Professora: *E daí?*

Aluna do grupo: *Pensamos em calcular o percurso da ginasta quando ela sai de um canto do tatame a outro canto.*

Professora: *Explica melhor.*

Aluno do grupo: *Sabe pró, quando a ginasta dá aquela pirueta em diagonal. Ela sai em pé, faz a pirueta e cai em pé no canto em frente aonde saiu.*

Aluna do grupo: *Mas não sabemos como fazer?*

Professora: *Vocês querem saber a distância percorrida do momento que sai até o que chega no outro lado?*

Aluna do grupo. *Isso mesmo pró.*

Aluno do grupo: *Podemos medir.*

Professora: *Medir é uma solução, mas teria outra?*

Aluna do grupo: *Deve ter pró.*

Professora: *Quais as medidas do tatame? Qual é a forma dele?*

O grupo: *12m por 12 m. É um quadrado.*

Aluna do grupo: *Vamos desenhar aqui no caderno. No quadrado, todos os lados são iguais.*

Professora: *O percurso em diagonal que vocês querem calcular divide o quadrado em duas figuras. Quais são essas figuras?*

Aluna do grupo: *Dois triângulos.*

Aluno do grupo: *Pró, são triângulos retângulos.*

Professora: *Então, como calcula o percurso da ginasta?*

Aluna do grupo: *O percurso é a hipotenusa. Vamos usa o teorema de pitágoras. É isso pró?*

Professora: *Tentem. Posso socializar a questão de vocês com a turma?*

O grupo: *Pode pró.*

O projeto foi importante pelos seguintes aspectos: proporcionou aos alunos investigarem através da matemática temas do seu dia-a-dia, possibilitou os alunos a buscarem o conhecimento em parceria com o professor e favoreceu a capacidade de trabalhar em grupo. Na fala, dos alunos, a avaliação do projeto: *"Foi um projeto interessante onde podemos perceber o quê a Matemática influência nos esportes abordados. E percebemos que o esporte depende da Matemática". "Eu vi mais uma vez como a Matemática está presente nas nossas visas".*

## - RELATO 4 -

### - AS OLIMPÍADAS DE SIDNEY (II) -

Um mês antes do começo das olimpíadas de 2000, que ocorreu em Sidney, na Austrália, iniciei o projeto com Modelagem, que teve como tema Olimpíadas, numa escola particular em Salvador – BA, na 7ª série do ensino fundamental. Eram três turmas com 45 alunos cada. Destinei uma parte das 4 horas/aula semanais para o trabalho com Modelagem e a outra para abordar os tópicos previstos no programa (geometria, estatística). A organização do trabalho ocorreu assim:

- Divisão da turma em grupos de 6 alunos.
- Escolha dos sub-temas pelos grupos a partir da curiosidade deles. Os sub-temas que surgiram foram natação, futebol, doping, nado sincronizado, basquete, etc. Teve um grupo que pediu para abordar como sub-tema, fingerboard, fora do proposto, porém aceite o pedido.
- Pesquisa dos sub-temas em fontes variadas (livros, revistas, jornais, internet e especialistas) para se familiarizarem com os sub-temas escolhidos.
- Matematização e/ou formulação de problemas relacionados com o sub-tema e sua resolução.
- Produção de relatórios preliminares e um relatório final, e apresentação oral final.

Quando começaram as olimpíadas, os alunos estavam pesquisando e matematizando os seus sub-temas como também formulando os problemas. Tive a idéia de sugerir que cada equipe trouxesse diariamente notícias e fatos sobre os seus respectivos sub-temas, para que pudéssemos estar discutindo e interpretando o que estava acontecendo no cenário das olimpíadas. Eles montaram um painel onde iam colocando a cada dia, e muitas vezes até a cada hora, as notícias e fatos dos seus sub-temas. Foi muito interessante esse momento no projeto, pois os alunos se mobilizaram bastante, se interessaram mais em ler jornais, hábito que na maioria das vezes não faz parte do dia-a-dia deles. Além disso, possibilitou discussões sobre as idéias matemáticas presentes nas notícias sobre os seus sub-temas. Vejamos, a seguir, um episódio de aula:

Ao entra na sala, um grupo veio mostrar-me uma reportagem retirada da Internet sobre o jogo Brasil 1 X 3 África do Sul. Aproveitei a notícia da equipe e fiz algumas perguntas para a turma.

Professora: *E aí turma será que o Brasil classifica?*

Aluno: *Ainda dá para classificar sim. Se eles ganharem do Japão classificam para as semifinais.*

Aluna: *Aí pró, o Brasil não merece classificar.*

Nesse momento, a turma começa a discutir em torno da pontuação do Brasil. Alguns alunos ficaram vendo as possibilidades do Brasil, o saldo de gols, a pontuação.

Professora: *Dar para saber a média de gols até o momento? Como?*

Alguns alunos: *Lógico que dá.*

Aluna: *Sempre assisto programas de esportes e vejo falarem na média de gols.*

Alguns alunos: *Pega o total de gols marcados e divide pelo número de jogos.*

Aluno: Pró, muitas vezes quando estamos assistindo os jogos, fala da matemática do jogo.

Professora: *Pois é turma, a matemática do jogo permite termos uma análise do desempenho dos times.*

Outro grupo trouxe-me uma notícia sobre o desempenho das ginastas brasileiras.

Aluno: *Pró teve um aparelho que estava com alguns centímetros a mais e as ginastas estavam caindo ao fazer a prova. Então, os organizadores foram verificar as medidas.*

Professora: *Os atletas passam anos treinando em aparelhos com medidas padronizadas e qualquer alteração influencia os movimentos. Vocês observaram a questão da precisão para os atletas?*

Aluna: *É pró, nas notas das ginastas são usados os milésimos.*

Aluno: *Pró, para os nadadores cada segundo é importantíssimo para eles. Vale medalha e pode adiar por quatro anos um sonho.*

Aluno: *Nós não usamos no nosso dia-a-dia quase nada os segundos. Os atletas utilizam muito. Quando alguém nos perguntam as horas, não falamos nos segundos.*

Aluna: *Vemos os segundos, os décimos, centésimos de segundos nas notícias do esporte aparecer muito.*

Durante o projeto estive acompanhando como os alunos estavam abordando a matemática envolvida nos seus sub-temas através de relatórios preliminares. A maioria das equipes exploraram geometria e estatística nos seus sub-temas, conteúdos abordados em paralelo com o projeto. Outras trabalharam com conteúdos da série como teorema de pitágoras, número irracional, e ainda resgataram medidas, porcentagem, escala, conteúdos vistos nas séries anteriores. (ver anexos)

O projeto foi importante pelos seguintes aspectos: proporcionou os alunos investigarem, através da matemática, temas do seu dia-a-dia, possibilitou os alunos a buscarem o conhecimento em parceria com o professor e favoreceu a capacidade de trabalhar em grupo. Na fala, dos alunos, na avaliação do projeto: “*Foi um projeto interessante onde podemos perceber o quê a Matemática influência nos esportes abordados. E percebemos que o esporte depende da Matemática.” “Eu via mais uma vez como a Matemática está presente nas nossas vidas.”*