



## **DISCUTINDO A MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO FORMATIVO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Narciso das Neves Soares  
UFPA

E-mail: nsoarema@ufpa.br

Claudete Marques de Medeiros  
SEDUC/PA

E-mail: cmcmmedeiros@yahoo.com.br

### **Resumo**

Este trabalho tem o propósito de discutir temas que acreditamos serem relacionais importantes para o trabalho com Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática. O mesmo foi escrito com base nas experiências docentes dos autores como formadores de professores de matemática e com base em referenciais teóricos, como: Bassanezi, Borba, Franchi, Johnson, entre outros. São tratados neste artigo, discussões iniciais de Emergência, Experiência e o uso de Softwares Livres na formação de professores de Matemática e suas possíveis relações com a aplicabilidade da Modelagem Matemática.

**Palavras-chave:** modelagem matemática; emergência; formação de professores.

### **Modelagem Matemática**

A modelagem matemática, no âmbito da Educação Matemática, consiste em processos de criação de modelos vivenciais que sejam capazes de traduzir um conjunto de símbolos e relações matemáticas, numa implicação entre a matemática do cotidiano e a matemática da sala de aula que é, talvez, o principal aspecto que se coloca ao se pensar no ensino com base nessa tendência. Onde a mesma pode ser considerada como um processo artístico, visto que para elaborar um modelo o professor precisa ter domínio dos conteúdos a serem trabalhados e ter intuição e criatividade para interpretar o contexto, sabendo

escolher os conteúdos que melhor se adaptem e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BASSANESI, 2002, BARBOSA, 2001, D'AMBRÓSIO, 1986).

Para chegar a um modelo matemático, fazem-se necessários desenvolver alguns procedimentos básicos tais como, a interação, onde o professor juntamente com os alunos decide sobre a escolha do assunto a ser modelado, e vão em busca de fundamentação teórica sobre o tema escolhido, processo esse chamado de familiarização; seguido da matematização, etapa em que são formulados os problemas dentro da temática abordada na etapa anterior, e é proposta aos alunos a busca de resoluções dos mesmos.

A idéia do modelo matemático é vista como a conclusão final de toda a situação-problema modelada, contudo, é necessário verificar o grau de confiabilidade de sua utilização, analisando as necessidades que o geraram, verificando se o mesmo está atendendo a essas necessidades, satisfazendo assim, os objetivos propostos, se isso acontecer, ocorre a validação, se não, volta-se para a matematização, ajustando-se hipóteses ou sugerindo novos problemas, então se faz novamente uma avaliação, até que o modelo venha a ser validado. Este movimento está inserido numa dinâmica entre erros e acertos, ambos considerados passos itinerantes importantes no processo de produção do conhecimento matemático.

### **Formação de Professores**

Desde a metade da década de 1990, sobretudo a partir de 1996, com o estabelecimento das diretrizes curriculares e bases da educação nacional por meio da lei nº. 9394 (LDB), a área de formação de professores passou a configurar-se como um dos temas mais polêmicos da área da educação.

MARCELO (1999, p.26) dá uma conceituação de formação de professores como sendo a área de conhecimentos, investigações e de propostas teóricas e práticas que, no âmbito da Didática e da Organização Escolar, estuda os processos através dos quais os professores – em formação ou em exercício – se implicam individualmente ou em equipe, em experiência de aprendizagem através das quais adquirem ou melhoram os seus conteúdos, competências e disposições, e que lhes permite intervir profissionalmente no desenvolvimento do seu ensino, do currículo e da escola, com objetivo de melhorar a qualidade da educação que os alunos recebem.

Daí a necessidade de reformulação nos projetos pedagógicos e curriculares dos cursos de Licenciatura, incluso o curso de Pedagogia, que apresenta uma particularidade, que dificulta este processo, dado que é um curso voltado a formar o professor polivalente, isto é, que tem a responsabilidade de ensinar aos alunos dos anos iniciais além de matemática, foco deste artigo, ciências, história, geografia e língua portuguesa.

Para TARDIF (1991), é necessário que a formação profissional se baseie em uma nova epistemologia: a “epistemologia da prática”, que ele define como “o estudo do conjunto de saberes utilizados realmente pelos profissionais (professores, no caso), em seu espaço de trabalho cotidiano, para o desempenho de todas as suas tarefas”. Reforçamos aqui que este trabalho deve ser iniciado na academia a partir de um esforço conjunto dos profissionais da área específica de conteúdo e da área específica da pedagogia, pensando aqui numa rede espaçotempo<sup>1</sup> articulada de saberes teórico-práticos. Assim, a formação do professor, de acordo com a “epistemologia da prática”, contribuiria para dar novo significado também à escola e à profissão docente.

### **Formação de Professores e Modelagem Matemática**

São vários os conceitos cunhados por pesquisadores interessados e envolvidos nos estudos crescentes, tanto do ponto de vista teórico quanto prático, da Modelagem Matemática, no entanto é preciso que se façam distinções entre a Modelagem Matemática tratada pelos pesquisadores das áreas “duras”, a saber: Matemática, Física, Química, entre outras, e as da área da Educação, das quais destacamos Educação em Ciências e Matemáticas e Educação Matemática nos cursos de pós-graduação e os cursos de graduação destinados a formação inicial de professores, como a Licenciatura Matemática e a Licenciatura em Pedagogia.

A Licenciatura em Pedagogia é indicada aqui como foco de interesse, por acreditarmos que os professores formados neste curso também são professores de

---

<sup>1</sup> Nessas redes espaçotempo vividas cotidianamente dentro e fora dos muros da escola, não há caminho privilegiado a ser seguido, por isso, suas dinâmicas são incontroláveis e incompatíveis com o modelo de prescrição proposto para a organização do conhecimento no currículo escolar (FERRAÇO, 2002, p. 114)

matemática, e responsáveis pelo ensino de conhecimentos matemáticos que serão basilares a teorias matemáticas com estruturas mais complexas.

Embora nosso interesse neste artigo seja tratarmos teoricamente da Modelagem Matemática na área da Educação nos cursos de formação de professores indicados acima, estamos cientes de que a modelagem matemática também se encontra presente em outras licenciaturas, como: física, ciências naturais, química, biologia e sociologia.

Faremos agora uma análise reflexiva de um dos conceitos que aparece com frequência nos vários trabalhos, como artigos, relatos e livros voltados ao tratamento investigativo da Modelagem Matemática.

O conceito escolhido foi de um dos precursores deste campo investigativo, no Brasil, o professor Rodney Bassanezi para o qual “a modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p. 16). Embora o trabalho do professor Rodney, seja voltado sensivelmente à Matemática Aplicada, o mesmo traz termos que são de bastante atuais, nas discussões para o que se espera de um ambiente diferenciado de ensino e aprendizagem, como: arte, transformação e linguagem.

A arte pode ser entendida como o próprio processo de modelagem em si, podendo a partir deste proporcionar a construção de problemas matemáticos, que estão além dos muros da escola, assim como de olhar o próprio espaço escolar, como uma possibilidade estética de transformação, sem fronteiras, do real em situações didáticas abstratas, num exercício proximal da linguagem matemática e suas relações semióticas nas vivências dos alunos.

Esse conceito, talvez seja um dos que mais se aproxima do que acontece com maior frequência nos cursos de Matemática com a matematização de uma situação real, no entanto esta concepção não é concebida, em geral, como uma estratégia didático-pedagógica significativa pelos professores formadores dos cursos de Licenciatura em Matemática, nas atividades curriculares “duras”, tais como o Cálculo Diferencial e Integral, Matemática Aplicada e Álgebra, e de como elas podem estar auxiliando na formação docente dos alunos.

Ainda, no caso do curso de Matemática, vemos como uma oportunidade indispensável para aplicação nas atividades curriculares básicas, Geometria, Funções,

Teoria de Conjuntos, Combinatória e Probabilidade, entre outras, visto que a Modelagem Matemática pode transversalizar tais atividades a partir de planejamentos prévios, com a mediação, por exemplo, de sequências didáticas e de ações didático-colaborativas entre os professores formadores das atividades específicas de matemática e das atividades pedagógicas, dado que estes são os conhecimentos teóricos que serão trabalhados na Educação Básica.

Apesar de nos cursos de Matemática, já se perceberem sensíveis aberturas a aplicabilidade da Modelagem Matemática, o mesmo não acontece nos cursos de Pedagogia, não se conseguindo avançar em sua estrutura curricular, que precisam, a partir de discussões críticas e reflexivas, se alertarem para a necessidade da formação de saberes matemáticos junto aos seus alunos, visto que ainda é bastante deficiente o ensino de matemática nos anos iniciais, o que pode ser consequência deste processo formativo.

### **Emergência e Modelagem Matemática**

Ensinar matemática de forma que ela pareça simples em seu entendimento e aprendizagem pelos alunos parece ser tarefa difícil de desenvolver, pois este é um tratamento que deve estar presente no processo formativo do professor e concebido plenamente pelos formadores de professores. Não estamos querendo dizer que a matemática é uma teoria simples, mas que ela pode ser e é desenvolvida, em nosso entendimento, com base em sistemas emergentes, que segundo Steven Johnson (2003), trata-se de interações de regras simples que podem levar a comportamentos complexos, conhecidos também como sistemas bottom-up, de baixo para cima, “movimento das regras de nível baixo para a sofisticação do nível mais alto” (JOHNSON, 2003, p. 14) numa “mistura de ordem e anarquia”, é o que Johnson (2003, p.27) chama de comportamento emergente.

Trago um exemplo para melhor entendimento da implicação deste conceito de Emergência na Modelagem Matemática. Na sétima série, ou oitavo ano, ensina-se produtos notáveis e, por exemplo, para o quadrado da soma de dois termos,  $(x+y)^2$ , o professor apresenta, para facilitar a memorização, a seguinte regra: o quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo mais duas vezes o produto do primeiro termo pelo segundo termo mais o quadrado do segundo termo, acumulando-se com os vários

outros tipos de produtos notáveis, o aluno facilmente se confunde na elaboração das regras. Uma maneira aparentemente fácil - colocamos desta forma, pois há uma matemática rigorosa que trata de tal assunto - de se ensinar os produtos notáveis, na sétima série, é trabalhar com o conhecido Triângulo de Pascal, dado a facilidade de sua construção, vejamos alguns exemplos:

$$(x+y)^0 = 1$$

$$(x+y)^1 = 1 \ 1 = x+y$$

$$(x+y)^2 = 1 \ 2 \ 1 = x^2+2.x.y+y^2$$

$$(x+y)^3 = 1 \ 3 \ 3 \ 1 = x^3+3.x^2.y+3.x.y^2+y^3$$

$$(x+y)^4 = 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1 = x^4+4.x^3.y+6.x^2.y^2+4.x.y^3+y^4$$

.....

Observamos que os coeficientes dos termos da expressão algébrica resultante dos produtos notáveis são exatamente a sequência de números da cada linha do triângulo. Quanto as potências elas podem ser explicadas como, decrescente para o primeiro termo, a partir do valor numérico absoluto do expoente, e crescente para o segundo termo, levando-se em consideração a potência de expoente zero,  $x^0$  e  $y^0$ , que não precisam necessariamente aparecer na formulação da expressão.

O estudo do Triângulo de Pascal é visto curricularmente, apenas no segundo ano do Ensino Médio, o que não é um impedimento para ser trabalhado em anos anteriores, em um oitavo ano, por exemplo. Esta situação de ensino não-linear é uma característica dos sistemas complexos, entendido aqui como Emergente, semelhante a forma como percebemos o movimento aplicativo da Modelagem Matemática.

Veja que não se precisa falar de binômio de Newton neste nível de ensino, pois o estudo de potenciação consegue dar conta do desenvolvimento dos produtos. Então o que observamos foi uma multiplicidade de elementos (conceitos, propriedades, variáveis, operações) articulados em interações simples e adaptativas, mas que se mostram, caso amplamente concebidos, num indispensável suporte teórico para o desenvolvimento de estratégias didático-pedagógicas.

## **Experiência e Modelagem Matemática**

No campo das possibilidades, como a que trouxemos no tópico anterior, vislumbramos um formato de curso capaz de oferecer e realizar intervenções didático-pedagógicas junto aos alunos e a partir das experiências destes, com intuito de mostrarmos ser possível ao longo de seu processo formativo, que se desenvolva um ensino de Matemática simples, eficiente e de qualidade na Educação Básica, ou seja, mostrar que a Matemática não é complicada, mas se faz complicada, pela dificuldade que os professores apresentam em lhe darem o tom da simplicidade.

Com respeito à simplicidade Tourinho afirma que:

Simplicidade e complexidade se integram, não sendo uma solução simplista, reduzida, mutilada, nem definitivamente configurada visto que as simplicidades são provisórias, podendo criar outras complexidades que se movimentam conectadas a múltiplas referências. (TOURINHO, 2004, p. 45)

Não esperamos que isto seja uma tarefa fácil, ao que vimos parece ser muito mais complexo construir uma pedagogia da matemática que traga a simplicidade de sua natureza epistemológica, dado que historicamente se produz matemática para simplificar e facilitar sua compreensão e aplicabilidade e não para complicar, do que abandonar o atual formato de se ensinar matemática, apresentada como uma ciência para poucos. Para Dewey (1979, p.19) “simples e fácil não são termos idênticos. Descobrir o que é realmente simples e agir na base da descoberta é tarefa excessivamente difícil”.

Este é um problema emblemático nas licenciaturas em Matemática, e muito mais na Licenciatura em Pedagogia, segundo Fiorentini et al (2002) ainda é pequeno o número de investigações efetivadas por educadores matemáticos no Brasil que envolvam a formação inicial de professores para ensinar matemática nos anos iniciais. Portanto, não podemos deixar passar oportunidades de propor a aplicação de atividades que envolvam a Modelagem Matemática, envolvida numa tessitura com a Pedagogia de Projetos, a exemplo, que podem resultar em investigações por parte dos pesquisadores, de como esta prática se desenvolve nestes cursos? Qual a percepção dos alunos quanto a sua aplicabilidade? Como elas podem ser trabalhadas no estágio e nas práticas de ensino?

Estas experiências, como afirmamos, precisam ser discutidas e analisadas, dado que nem toda experiência é educativa, pois estas não se equivalem conceitualmente, para Dewey, *é deseducativa toda experiência que produza o efeito de parar ou distorcer, o crescimento para novas experiências posteriores* (1979, p. 14)

Reforçamos que estas discussões tenham que levar em consideração as experiências pessoais dos alunos em formação inicial, e que sejam imbricadas com seus estudos na academia redimensionados as suas futuras (ou presentes) experiência docente. Dewey considera que:

Em meio a todas as incertezas, admito haver consenso geral permanente quanto a pressuposto fundamental, ou seja, de que há conexão orgânica entre educação e experiência pessoal, estando, portanto, a nova filosofia da educação comprometida com alguma espécie de filosofia empírica e experimental (DEWEY, 1979, p. 13).

Pensando em um contínuo das experiências educativas, apontamos como base de entendimento teórico, trabalhar com a idéia de que, *toda experiência vive e se prolonga em experiências que se sucedem* (DEWEY, 1979, p. 16), considerando que experiências teórico-práticas possam ser desenvolvidas na formação inicial de professores com vistas a melhoria do ensino de matemática.

### **Softwares livres e modelagem Matemática**

Os recursos provenientes do avanço tecnológico, presente hoje em grande parte das escolas da Educação Básica, merecem uma atenção maior por parte dos professores de Matemática que trabalham com Modelagem Matemática. Nossas experiências docente, nos permite observar que estes são recursos pouco explorados em sala de aula, embora os alunos já estejam imersos, nesta cultura, ou melhor dizendo, cibercultura.

Para esta discussão trazemos a seguinte questão: Por que, os cursos de licenciatura, em geral, ainda não conseguiram trazer para seus currículos, uma formação que possibilite a seus alunos construção de saberes tecnológicos voltados para o trabalho em sala de aula?

Franchi com respeito ao papel do professor neste novo - nem tão novo assim - ambiente de trabalho coloca que:

Para a criação de ambientes que se beneficiem das características desta nova mídia, o professor é levado a refletir sobre sua prática pedagógica.



Não se trata de desenvolver sequências de atividades no estilo da chamada instrução programada, em que o computador assume o papel do professor transmissor de conhecimento, continuando o aluno na posição de receptor. Se o que se busca é colocar o aluno interagindo com o conhecimento, o uso do computador adquire outra dimensão (FRANCHI, 2007, p. 183).

Entendemos ser este um problema de formação, no caso das escolas públicas, muitas das quais já possuem laboratórios de informática, com computadores conectados a internet, as reclamações mais comuns que ouvimos dos professores são:

- Não sabem manipular com o sistema operacional linux, sem formação para tal;
- Durante o curso de formação não trabalharam com softwares matemáticos que rodam no linux;
- O laboratório vive constantemente fechado, e a chave, só com ordem da direção da escola;
- Medo que os alunos danifiquem os equipamentos, pois não há recursos para manutenção;
- Encontram muita dificuldade para “controlar” os alunos no laboratório;

Este é um trabalho pedagógico que assim como outros requer planejamento, o papel do professor é de intermediador na construção do conhecimento dos alunos, provocando nestes, motivações para discussões reflexivas de sua aprendizagem, no desenvolvimento de habilidade de raciocínio lógico, o computador é mais um recurso, aliado ao livro didático, as aulas expositivas, aos seminários explorativos, entre outros.

O uso de softwares livres, apresenta enormes vantagens para o trabalho em sala de aula, estão disponíveis gratuitamente na rede mundial de computadores, internet, são produzidos em formato colaborativo, construídos e reconstruídos, em conformidade com as necessidades dos usuários, de uso comum (commons) e simultâneo a todos na idéia de um *ressio* não-rival que é:

Um conjunto de bens ou recursos não-rivais (isto é, que podem ser utilizados simultaneamente por mais de uma pessoa) e que são utilizados em comum por uma determinada comunidade. Note-se que há uma sinergia entre as duas idéias: é mais fácil constituir um *ressio* com bens não-rivais, pois prestam-se mais facilmente ao uso comum e simultâneo (SIMON e VIEIRA, 2008, p. 17).

No caso do ensino de Matemática, existem dezenas de softwares livres que podem ser trabalhados em sala de aula numa mediação com a Modelagem Matemática para o

desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo e criativo dos alunos, experiências com certo êxito tem sido apontadas por Borba e Malheiros (2007), Franchi (2002), Borba e Penteado (2001) para o uso da modelagem com recursos tecnológicos.

Entre as várias possibilidades chamamos atenção para o projeto iniciado na UFMG intitulado Matemática Interativa Linux, disponível para reprodução na internet. O material acena com várias possibilidades de ações na formação de professores de matemática, incluídos aqui o curso de pedagogia, numa coletânea de softwares livres para uso imediato e contínuo nos ambientes de sala de aula e/ou nos laboratórios de informática, com disponibilidade de jogos para se trabalhar com todas as séries da educação básica, editores de texto matemático, calculadoras, plotadores de gráficos em 2D e 3D, planilhas, ambientes de programação, enfim uma gama de possibilidades para serem exploradas.

O uso desta ferramenta instiga o trabalho cooperativo entre professor e aluno, procurando eliminar com as barreiras existentes, entre os professores de matemática e alunos, criadas pela cultura de aversão a Matemática.

### **Considerações finais**

Acreditamos que trabalhos mais envolventes com as estruturas teóricas de matemática, possam dar suportes necessários para a melhoria do ensino da matemática com a utilização das várias tendências de ensino de matemática, com destaque à Modelagem Matemática, que pode vir a servir de ponte para as demais tendências.

Entendemos serem os saberes constituídos nas experiências pessoais e formativas, emergentes, para a formação de professores de matemática e suas relações para o trabalho com a modelagem matemática, que trata de momentos proximais entre professor e aluno, no entendimento teórico-prático do conhecimento cognitivo dos alunos.

Esperamos que a modelagem matemática vá muito além do que apenas transformar saberes, mas também que possa modificar ambientes de sala de aula, explorar com mais intensidade os recursos tecnológicos, não apenas na parte de hardware, mas também e principalmente, na parte de softwares, com devida atenção aos softwares livres, que precisam ser investigados quanto a sua eficiência motivacional, primeiramente no processo de formação e posteriormente em sua utilização em sala de aula.

## Referências

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática e os professores**: a questão da formação. *Bolema*, Ano 14, nº. 15, pp. 5 a 23. 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. S.P.: Contexto, 2002.

BORBA, M. C. e MALHEIROS, A. P. S. Diferentes formas de interação entre internet e modelagem: desenvolvimento de projetos e o CVM. In: Barbosa, J. C., Caldeira, A. D. e Araújo, J. L. **Modelagem Matemática na educação matemática brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

BORBA, M. C. E PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. B.H.: Autentica, 2001.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. 2.ed. Campinas: UNICAMP; São Paulo: Sumus, 1986.

DEWEY, J. **Experiência e educação**. Tradução de Anísio Teixeira. 3ª ed. S.P. Ed. Nacional, 1979.

FERRAÇO, C. E. Redes entre saberes, espaços e tempos. In: ROSA, D. E. G. e SOUZA, V. C. (org.). **Políticas organizativas e curriculares, educação inclusiva e formação de professores**. R. J. DP&A, 2002.

FIORENTINI et al. **Formação de professores que ensinam matemática**: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. In: *Educação em Revista – Dossiê: Educação Matemática*. Belo Horizonte, UFMG, n. 36, 2002.

FRANCHI, R. H. L. Ambientes de aprendizagens fundamentados na modelagem matemática e na informática como possibilidade para a educação matemática. In: Barbosa, J. C., Caldeira, A. D. e Araújo, J. L. **Modelagem Matemática na educação matemática brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

\_\_\_\_\_, **Uma proposta curricular de matemática para cursos de engenharia utilizando modelagem matemática e informática**. Rio Claro: Unesp, 2002. (Tese de Doutorado)

JOHNSON, S. **Emergência**: a dinâmica de rede em formigas, cérebros, cidades e softwares. R.J.: Jorge Zahar Ed., 2003

MARCELO, C. **Formação de Professores: Para uma Mudança Educativa**. Porto Editora. Porto. 1999. (Coleção Ciências da educação).

PRETTO, N. L. e SILVEIRA, S. A. (org.). Além das redes colaborativas: internet, diversidade cultural e tecnologias do poder, Salvador: Edufba, 2008.

TARDIF, M.; LESSARD, C. & LAHAYE. **Os professores face ao saber. Esboço de uma problemática do saber docente**. Teoria e educação, nº 4. Porto Alegre, globo, 1991.

TOURINHO, M. A. **O ensino de história: inventos e contratempos**. 2004. Tese de Doutorado. FAGED/UFBA, Salvador.